

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI DOTTORATO IN INGEGNERIA INDUSTRIALE

XX CICLO

**SIMULAZIONE DI UN GAS REALE
IN MOTO NON STAZIONARIO:
UN'APPLICAZIONE INDUSTRIALE**

Tutore:

Chiar.mo Prof. Ing. MARCO SPIGA

Coordinatore:

Chiar.mo Prof. Ing. MARCO SPIGA

**Tesi di Dottorato di:
GIAN LUCA ANTINORI**

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI DOTTORATO IN INGEGNERIA INDUSTRIALE

XX CICLO

**SIMULAZIONE DI UN GAS REALE
IN MOTO NON STAZIONARIO:
UN'APPLICAZIONE INDUSTRIALE**

Tutore:

Chiar.mo Prof. Ing. MARCO SPIGA

Coordinatore:

Chiar.mo Prof. Ing. MARCO SPIGA

**Tesi di Dottorato di:
GIAN LUCA ANTINORI**

INDICE

Introduzione.....	4
-------------------	---

CAPITOLO 1

LA TERMODINAMICA DEI SISTEMI APERTI IN REGIME NON STAZIONARIO E LE PROPRIETA' DI STATO DEI GAS REALI... 6

1.1. LA TERMODINAMICA DEI SISTEMI APERTI	6
1.1.1. Bilancio delle masse per i sistemi aperti.....	11
1.1.2. Bilancio dell'energia per i sistemi aperti	12
1.2. LE PROPRIETA' DI STATO DEI GAS REALI.....	16
1.2.1. Legge degli stati corrispondenti.....	20

CAPITOLO 2

L'IMPIANTO INDUSTRIALE SIDEL SIMONAZZI 25

2.1. PREMESSA.....	25
2.2. CARATTERISTICHE TECNICHE	25
2.2.1. Controllo e gestione diagnostica.....	27
2.2.2. Dati tecnici.....	29
2.3. PROCESSO PRODUTTIVO	29
2.4. PROGETTAZIONE BOTTIGLIE E REALIZZAZIONE STAMPI.....	35
2.4.1. Applicazioni.....	35
2.4.2. Contenitori	36
2.5. VANTAGGI PRINCIPALI	37

CAPITOLO 3

L'APPLICAZIONE INDUSTRIALE	38
3.1. PREMESSA.....	38
3.2. L'IMPIANTO D'ARIA COMPRESSA	38
3.2.1. Le stazioni di stiro-formatura	39
3.3. OPERAZIONE DI STIRO-FORMATURA	41
3.4. ANALISI DEL DEFLUSSO DI GAS	42

CAPITOLO 4

SIMULAZIONE DI UN GAS IN MOTO NON STAZIONARIO.....	51
4.1. COSTRUZIONE DEL MODELLO	51
4.2. MODELLO A GAS PERFETTO	52
4.2.1. Soluzione analitica del modello.....	59
4.3. SOLUZIONE NUMERICA DEL MODELLO	67
4.3.1. Funzioni solver di Matlab	67
4.3.2. Applicazione delle funzioni solver al modello	71
4.3.3. Elaborazione dei dati del modello	73
4.4. APPLICAZIONE DEL MODELLO AL CASO IN STUDIO	74
4.4.1. Parametri relativi al gas	74
4.4.2. Parametri geometrici.....	74
4.4.3. Condizioni iniziali e al contorno.....	78
4.4.4. Giustificazione delle ipotesi.....	78
4.5. MODELLO A GAS REALE	81
4.6. APPLICAZIONE DEL MODELLO A GAS REALE AL CASO IN STUDIO.	86
4.6.1. Parametri relativi al gas reale.....	86
4.6.2. Condizioni iniziali.....	87
4.7. ANDAMENTO DEI PARAMETRI CARATTERISTICI DEL GAS REALE IN FUNZIONE DI β	87

CAPITOLO 5

CALCOLO DEL FATTORE β.....	94
5.1. PREMESSA.....	94
5.2. LE PERDITE DI CARICO.....	94
5.2.1. Perdite di carico concentrate.....	95
5.2.2. Perdite di carico distribuite	96
5.2.3. Adimensionalizzazione delle perdite di carico	96
5.2.4. I coefficienti di perdita di carico distribuita.....	100
5.2.5. Il coefficiente di perdita di carico localizzata.....	103

CAPITOLO 6

RISULTATI DELLA SIMULAZIONE E OTTIMIZZAZIONE DEL

RENDIMENTO 158

6.1. PREMESSA.....	158
6.2. ESPOSIZIONE DEI RISULTATI OTTENUTI.....	159
6.2.1. Risultati dei modelli di simulazione a gas perfetto e a gas reale	159
6.3. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI CON IL MODELLO A GAS REALE.....	164
6.4. OTTIMIZZAZIONE DEL RENDIMENTO	168
6.4.1. Intervento sulla guida posteriore.....	168
6.4.2. Intervento sul supporto del silenziatore.....	172
6.4.3. Ottimizzazione della guida anteriore	172
6.4.4. Risultati relativi alla fase di deflusso ottimizzata	186
6.5. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI	190
6.6. CONCLUSIONI	192

Bibliografia	194
--------------------	-----

Introduzione

In letteratura i principi della termodinamica, intesa come scienza fisica, vengono solitamente applicati allo studio di sistemi chiusi. Spesso, poi, si fanno ipotesi piuttosto restrittive, come per esempio trasformazioni che avvengono in condizioni di equilibrio. Nei rari casi in cui ci si spinga verso lo studio di sistemi aperti, caratterizzati da superfici permeabili al passaggio di fluidi, lo si fa considerando situazioni di regime di moto stazionario o mediamente stazionario.

Nella realtà l'applicazione dei principi della termodinamica difficilmente può avvalersi di queste ipotesi. Le apparecchiature sono generalmente assimilabili a sistemi aperti, interessati dal passaggio di fluidi in regime non stazionario e da trasformazioni al proprio interno ben lontane dall'equilibrio.

Il presente lavoro di tesi ha l'obiettivo, proprio partendo da un'applicazione industriale, di creare un modello matematico che, nel rispetto della legge di stato dei gas reali ed eventualmente dei gas perfetti, come caso particolare, sia in grado di simulare un processo transitorio in maniera attendibile. Questo implica la necessità di adottare ipotesi non troppo restrittive, che difficilmente troverebbero riscontro nella realtà, con il rischio, d'altra parte, di complicare l'analisi per effetto dell'elevato numero di variabili che entrano in gioco.

Oggetto dello studio è l'impianto di formatura di bottiglie in PET realizzato da Sidel Simonazzi, una multinazionale francese che fornisce impianti completi di imbottigliamento chiavi in mano. L'esigenza, espressa dagli ingegneri, era quella di ottimizzarne il rendimento, mediante la riduzione del tempo necessario alla fase di deflusso di aria compressa dall'impianto, utilizzata per la formatura a caldo della bottiglia. Questa fase, che in alcun modo va ad inficiare sulla qualità del prodotto, rappresenta un "collo di bottiglia" per l'impianto in questione.

Si è realizzato, quindi, un modello matematico con l'obiettivo di simulare il processo di deflusso dell'aria, riconducendolo allo studio termodinamico della fuoriuscita, da un

sistema aperto, di un gas comprimibile in moto non stazionario i cui stati fisici seguono la legge di stato di Van der Waals.

Ci si è soffermati, quindi, sulla quantificazione da un punto di vista teorico delle perdite di carico e sulla loro incidenza sul tempo di svuotamento. Infine, si è cercato di ottimizzare la fase di deflusso intervenendo sulle accidentalità più significative dei condotti attraversati dal gas, nel tentativo di incrementare il rendimento dell'impianto con uno sforzo economico contenuto da parte dell'azienda.

CAPITOLO 1

LA TERMODINAMICA DEI SISTEMI APERTI IN REGIME NON STAZIONARIO E LE PROPRIETA' DI STATO DEI GAS REALI

1.1. LA TERMODINAMICA DEI SISTEMI APERTI

Come scienza fisica, la termodinamica si occupa fundamentalmente dello studio dei sistemi chiusi. Nella realtà, la stragrande maggioranza dei problemi che devono essere affrontati, richiedono l'applicazione dei principi della termodinamica a sistemi aperti. Ovvero, a quelle apparecchiature che sono interessate ad un flusso di materia in entrata e in uscita. La termodinamica classica, poi, è solita fare riferimento a condizioni di equilibrio, al fine di poter analizzare lo stato fisico del sistema mediante l'utilizzo di un numero limitato di coordinate macroscopiche. Al contrario nella realtà, le trasformazioni che avvengono all'interno delle apparecchiature sono ben lontane dall'equilibrio.

Al fine di voler estendere i metodi di indagine termodinamica, elaborati per i sistemi chiusi, anche all'analisi del sistema aperto, è necessario fare riferimento contemporaneamente a un sistema chiuso che si sposta nello spazio e ad una regione che, essendo fissa nello spazio, nel tempo viene attraversata dal suddetto sistema chiuso. Questa regione costituisce il sistema aperto. Le variabili che descrivono il sistema aperto, sono esprimibili in funzione della posizione e del tempo: un flusso tridimensionale, ad esempio, viene determinato dalle quattro variabili x, y, z, τ . Nel caso di sistemi assimilabili ad un condotto, al quale possono essere ricondotti molti problemi di carattere termotecnico, si utilizza usualmente una coordinata curvilinea s , che si sovrappone all'asse del condotto. Questo approccio ipotizza che le proprietà termodinamiche e meccaniche del sistema assumano valore uniforme sulle sezioni S normali all'asse che delimitano il sistema. L'ipotesi di equilibrio termodinamico delle sezioni aperte al passaggio di materia è accettabile se le sezioni medesime vengono collocate in posizioni tali da non risentire delle turbolenze dovute agli effetti di mescolamento prodotti dall'apparecchiatura. Facendo riferimento all'esempio di Fig. 1, le sezioni 1 e 2, permeabili al passaggio di materia, dovranno essere collocate esternamente all'apparecchiatura, in modo da non risentire degli effetti di mescolamento eventualmente prodotti al suo interno.

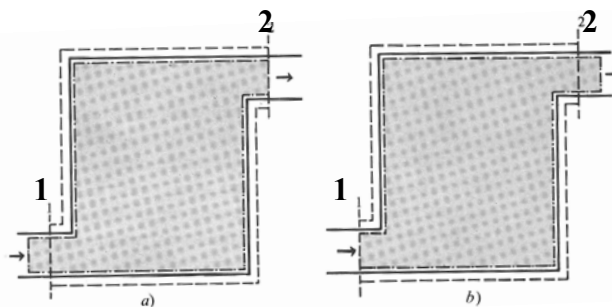


Fig. 1.1 – Sistema aperto e corrispondente sistema chiuso ausiliario agli istanti a) τ_0 e
b) $\tau_0 + d\tau$

Sulla base di queste premesse, le proprietà meccaniche delle particelle di fluido che attraversano le sezioni permeabili dei sistemi unidimensionali e assiali possono essere valutate come di seguito evidenziato.

Energia potenziale specifica. Nell'ipotesi di considerare sistemi semplici, vale a dire che non risentono di reazioni chimiche e dell'effetto di campi di forza o di tensioni superficiali, l'energia potenziale delle particelle che si trovano in un certo istante in una sezione normale all'asse, è data dal prodotto della massa della particella per la quota z del baricentro della sezione. Da notare che l'energia potenziale, presuppone di per sé la presenza di un campo gravitazionale il che vorrebbe dire far decadere, per definizione, l'ipotesi di sistema semplice e la valutazione suddetta di energia potenziale. L'approssimazione che gli studiosi fanno è quella di considerare, in condizioni di equilibrio termodinamico, pur in presenza di un campo gravitazionale, la pressione uniforme sulla sezione considerata. Trascurando dunque gli effetti della legge di Stevino, si rientra nell'ipotesi di sistema semplice.

Energia cinetica specifica (e_c). E' quella grandezza che moltiplicata per la portata in massa, dà la portata di energia cinetica attraverso la sezione permeabile. Al calcolo delle grandezze in gioco, si arriva attraverso alcune considerazioni sulla distribuzione di velocità $\vec{u}=f(x,y,z,\tau)$, funzione in genere variabile con la posizione e con il tempo che esprime il valore del vettore velocità all'interno di un sistema. Esistono, infatti, due regimi di moto definiti come laminare e turbolento. Nel primo caso, è lecito considerare il fluido come l'insieme di tanti filetti fluidi che si muovono mantenendo ciascuno la propria individualità, senza mai intersecarsi. Immaginando di avere un condotto a parete trasparente, all'interno del quale si muove un liquido, ad esempio acqua in regime di moto laminare, iniettando un liquido colorato esso rimarrebbe individuato in una zona ben definita all'interno di un tubo di flusso, senza mescolarsi all'acqua. Mentre nel secondo caso, i filetti fluidi si mescolano fra di loro dando luogo alla formazione di vortici. La causa di questo fenomeno risiede nel fatto che il vettore velocità, associato ad ogni particella, presenta una componente trasversale alla direzione del fluido che non dà nessun contributo alla portata, bensì causa un continuo rimescolamento sulla sezione del condotto. Volendo essere corretti, anche nel regime laminare ad un certo momento il liquido colorato comincerà ad allargare il proprio perimetro di movimento al di fuori del tubo di flusso. Questo perché le molecole del fluido tendono a muoversi per diffusione. In questo caso però il trasporto avviene a

livello di singole molecole ed è quindi abbastanza lento. In regime di moto turbolento, il trasporto interessa le singole particelle ed è al contrario molto più veloce.

Tornando a focalizzarci sulla distribuzione di velocità di un fluido all'interno di un sistema unidimensionale e assiale, nel caso di regime laminare la velocità varia nella sezione con legge parabolica del 2° ordine e, per condotti a sezione costante, è sempre diretta parallelamente all'asse del condotto. Nel caso di regime turbolento è la sola componente di velocità assiale che varia con legge parabolica peraltro, come evidenziato dalle figg. 1.2.a e 1.2.b, di ordine superiore.

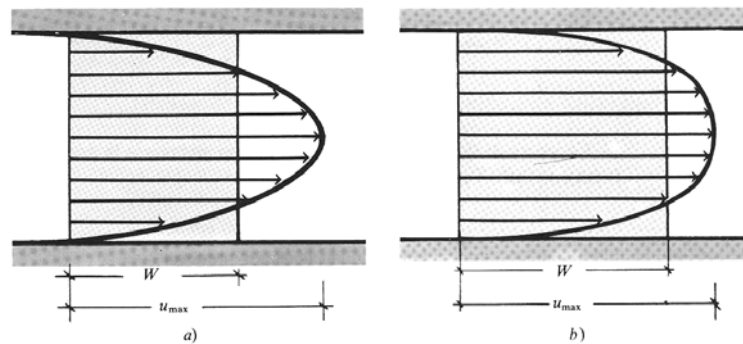


Fig. 1.2 – Profilo laminare per fluido in moto a) laminare e b) turbolento

Ai fini dell'analisi termodinamica, si definisce la velocità media W come quel valore della componente della velocità parallela all'asse che, uniforme su tutta la sezione normale S , sarebbe in grado di dare la stessa portata in volume che si ha nella realtà:

$$W = \frac{1}{S} \int_S \bar{u} \cdot \bar{n} dS \quad (1.1)$$

La massa di fluido che nell'unità di tempo attraversa la generica sezione S del condotto è quindi data dalla relazione:

$$Q_m = \int_S \rho(\bar{u} \cdot \bar{n}) dS = \rho WS \quad (1.2)$$

essendo $\rho = \text{cost}$ su tutta la sezione per l'ipotesi di equilibrio termodinamico.

Per definizione la portata di energia cinetica che attraversa la sezione è:

$$e_c Q_m = \int_S \frac{1}{2} \rho u^2 (\bar{u} \cdot \bar{n}) dS \quad (1.3)$$

Trascurando, rispetto a quella normale, le eventuali componenti della velocità presenti sul piano della sezione, la (1.3) può essere scritta:

$$e_c Q_m = \frac{1}{2} \rho \int_S u^3 dS \quad (1.4)$$

La (1.4) può essere calcolata solo se si conosce come varia la velocità sulla sezione. A parte alcuni casi particolari (moto laminare in condotti a sezione costante, velocità uniforme sulla sezione), tale distribuzione non è determinabile. Si definisce così un fattore correttivo per l'energia cinetica dato dalla relazione:

$$\alpha = \frac{1}{W^3 S} \int_S u^3 dS \quad (1.5)$$

Questo fattore dimensionale, assume valore unitario solo nel caso in cui la velocità assume valore uniforme sulla sezione, ma poiché tale situazione sarebbe fisicamente realizzabile solo con fluidi ideali a viscosità nulla, in pratica α assume sempre valori maggiori di 1. In particolare α assume valori compresi fra 1,1 e 2, crescenti, a parità di sezione, passando da moto turbolento a moto laminare per effetto del maggior scostamento della velocità dal profilo piatto, che si registra in quest'ultima situazione.

La (1.5) ci permette di esprimere l'energia cinetica specifica nella forma:

$$e_c = \frac{W^2}{2} \alpha \quad (1.6)$$

Nelle trattazioni termodinamiche, α viene generalmente considerato pari a 1.

Regime stazionario o mediamente stazionario. Si dice che un sistema si trova in una situazione di regime stazionario o mediamente stazionario quando i valori medi delle proprietà termodinamiche e meccaniche assumono, in opportuni intervalli di tempo, valori costanti nel tempo. Tale condizione si realizza difficilmente nella realtà e pertanto viene trattato come caso particolare nello studio delle equazioni che esprimono il bilancio delle masse e dell'entropia per i sistemi aperti.

1.1.1. Bilancio delle masse per i sistemi aperti

Con riferimento alla figura 1.1, consideriamo, in due istanti di tempo successivi τ_0 e $\tau_0 + d\tau$, il sistema aperto delimitato da un confine impermeabile (linea continua) più le sezioni 1 e 2 permeabili (linea tratteggiata). Supponendo il sistema attraversato da un fluido, all'istante τ_0 la massa infinitesima dM_1 a monte della sezione 1 è in procinto di entrare nel sistema; in un intervallo successivo infinitesimo $d\tau$ la massa dM_1 è entrata nel sistema ed una massa dM_2 è uscita attraverso la sezione 2. Ai fini dell'analisi termodinamica del sistema aperto, si definisce il corrispondente sistema chiuso ausiliario in maniera tale da comprendere, in quello che è l'istante iniziale per le nostre considerazioni tutta la massa contenuta nel sistema aperto ed in più la porzione di massa dM_1 collocata immediatamente a monte della sezione 1 di ingresso, mentre in quello finale consta della massa del sistema aperto più la massa dM_2 collocata immediatamente a valle della sezione 2 di uscita. Poiché per la definizione stessa di sistema chiuso, la sua massa non cambia nel tempo, uguagliando le espressioni della massa del sistema chiuso ausiliario agli istanti τ_0 e $\tau_0 + d\tau$, si ha:

$$dM_1 + \left[\int_V \rho dV \right]_{\tau_0} = dM_2 + \left[\int_V \rho dV \right]_{\tau_0 + d\tau} \quad (1.7)$$

Dividendo ambo i membri della (1.7) per $d\tau$ ed utilizzando lo sviluppo in serie di Taylor troncato al secondo termine, si ha poi:

$$\frac{dM_1}{d\tau} - \frac{dM_2}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_V \rho dV \right]. \quad (1.8)$$

Poiché le masse dM_1 e dM_2 sono quelle che hanno attraversato nel tempo $d\tau$ le sezioni 1 e 2, la (1.8) può anche essere nella forma:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_V \rho dV \right] = Q_{m_1} - Q_{m_2}. \quad (1.9)$$

La (1.9) è nota come equazione di bilancio della massa per un sistema aperto monodimensionale qualora presenti due sezioni di passaggio. Tale espressione ci dice che la velocità con la quale varia la massa di un sistema aperto è uguale alla portata di massa entrante meno la portata uscente. Da cui risulta evidente che, nel caso particolare di regime stazionario, la massa contenuta all'interno del sistema aperto rimane costante, ovvero che la velocità di variazione della massa è nulla.

Nel caso più generale, in cui il sistema presenti più di due sezioni di passaggio di materia, l'equazione (1.9) si scriverà nella forma:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_V \rho dV \right] = \sum_i Q_{m_i}. \quad (1.10)$$

1.1.2. Bilancio dell'energia per i sistemi aperti

L'equazione che esprime il principio di conservazione dell'energia per un sistema aperto può essere dedotta seguendo il procedimento già utilizzato per dedurre l'equazione di bilancio della massa. Riferendosi dunque al sistema chiuso ausiliario precedentemente menzionato, nell'intervallo di tempo $d\tau$ è possibile modificarne il contenuto di energia solo per mezzo di scambi di calore e di lavoro con il contorno. Seguendo la convenzione termodinamica, si può scrivere:

$$E_{\tau_0+d\tau} - E_{\tau_0} = dQ_T - dL_T \quad (1.11)$$

La quantità di calore scambiato dal sistema chiuso nell'intervallo di tempo $d\tau$ può essere approssimativamente considerato uguale al calore dQ scambiato attraverso le pareti impermeabili. Infatti il calore scambiato per conduzione attraverso le superfici 1 e 2 è in genere trascurabile, in quanto il gradiente di temperatura qui esistente non può mai essere troppo forte.

I lavori dL_1 e dL_2 compiuti dal fluido rispettivamente a monte e a valle delle sezioni 1 e 2 del sistema chiuso, per introdurre nel sistema aperto la massa dM_1 e per estrarre dallo stesso la massa dM_2 , si calcolano facendo riferimento alla figura 1.3 ove ci si focalizza sulla regione che in figura 1.1 è occupata dalla massa dM_1 .

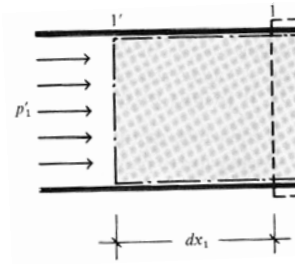


Fig. 1.3 – Lavoro di introduzione nel sistema aperto

Supponendo di poter considerare la pressione p_1' uguale a quella che si ha sulla sezione S_1 del sistema aperto ed inoltre che quest'ultima sia uguale a quella S_1' che delimita il sistema chiuso, si ha:

$$|dL_1| = p_1 S_1 dx_1 = p_1 v_1 dM_1. \quad (1.12)$$

Analogamente, m per la massa dM_2 si ha:

$$|dL_2| = p_2 S_2 dx_2 = p_2 v_2 dM_2. \quad (1.13)$$

Tenuto conto della convenzione termodinamica ed indicando con dL il lavoro scambiato dal sistema aperto attraverso la superficie di confine impermeabile si ha pertanto:

$$dL_T = dL + |dL'_2| - |dL'_1|. \quad (1.14)$$

L'energia interna del sistema chiuso è data dalla somma dell'energia racchiusa entro il volume V del sistema aperto e delle energie che competono alla massa dM_1 , all'istante $\tau = \tau_0$, alla massa dM_2 all'istante $\tau_0 + d\tau$. Pertanto si ha:

$$E_{\tau_0+d\tau} = \left[\int_V \rho e dV \right]_{\tau_0+d\tau} + (u_2 + e_{c2} + e_{p2}) dM_2 \quad (1.15)$$

$$E_{\tau_0} = \left[\int_V \rho e dV \right]_{\tau_0} + (u_1 + e_{c1} + e_{p1}) dM_1 \quad (1.16)$$

Nelle equazioni (1.15) e (1.16) si è supposto di poter attribuire alle masse dM_1 e dM_2 un valore uniforme delle energie interna, cinetica e potenziale, pari a quello presente sulle sezioni 1 e 2 rispettivamente. Tale assunzione è lecita in quanto si tratta di masse infinitesime.

Inoltre il sistema aperto può essere o non essere in condizioni di equilibrio per cui, non potendo parlare dei singoli contributi di una energia che non si sa definire, si è indicato con e il valore locale dell'energia comprendendo in esso tutte le forme che essa può assumere.

Sostituendo nella (1.11) i valori dati dalle (1.15), (1.16) e (1.14) si ottiene:

$$\begin{aligned} & (u_2 + e_{c2} + e_{p2}) dM_2 - (u_1 + e_{c1} + e_{p1}) dM_1 + \left[\int_V \rho e dV \right]_{\tau_0+d\tau} + \\ & - \left[\int_V \rho e dV \right]_{\tau_0} = dQ - dL - p_2 v_2 dM_2 + p_1 v_1 dM_1. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Riordinando e dividendo per $d\tau$ ambo i membri della (1.17), ricordando la definizione di entalpia ed utilizzando lo sviluppo in serie di Taylor troncato al secondo termine, si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_V \rho e dV \right] = (h_1 + e_{c1} + e_{p1}) Q_{m1} - (h_2 + e_{c2} + e_{p2}) Q_{m2} + \frac{dQ}{d\tau} - \frac{dL}{d\tau}. \quad (1.18)$$

La (1.18) è l'equazione di bilancio dell'energia per i sistemi aperti nel caso particolare in cui vi siano due sole sezioni permeabili al passaggio di materia.

Informa più generale la (1.18) si scriverà nella forma:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_V \rho e dV \right] + \sum_i (h_i + e_{ci} + e_{pi}) Q_{mi} = \frac{dQ}{d\tau} - \frac{dL}{d\tau}. \quad (1.19)$$

La (1.19) ci dice che la velocità di variazione di energia è uguale alla sommatoria della portata di energia attraverso le sezioni più il calore entrante nell'unità di tempo meno il lavoro fatto nell'unità di tempo.

Nel caso di regime mediamente stazionario, l'energia contenuta nel sistema aperto non varia nel tempo, per cui la sua velocità di variazione si annulla. Se poi il sistema aperto presenta anche due sole sezioni di passaggio della materia, esprimendo le energie cinetica e potenziale secondo quanto detto in precedenza ed indicando con:

$$\dot{q} = \frac{dQ}{Q_m d\tau}; \quad \dot{l} = \frac{dL}{Q_m d\tau};$$

le quantità di calore e lavoro riferite all'unità di massa di fluido scambiate con l'esterno, dalla (1.18) si ottiene l'equazione:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + h_2 - h_1 = \dot{q} - \dot{l} \quad (1.20)$$

nota come equazione di bilancio energetico in regime stazionario (o mediamente stazionario) a due correnti fluide.

1.2. LE PROPRIETA' DI STATO DEI GAS REALI

Il problema della determinazione delle proprietà di stato nel campo dei gas viene affrontato in maniera concreta solo quando si fa riferimento ai gas perfetti.

Al di fuori di questi casi particolari, nei problemi pratici intervengono una vasta categoria di fluidi per i quali non esistono tabulazioni più o meno approssimate. A questa categoria appartengono, ad esempio, quei gas detti reali il cui comportamento si discosta dalla legge di stato:

$$pv = RT \quad (1.21)$$

valida per i gas perfetti, dove R è la costante specifica dei gas perfetti il cui valore dipende dal particolare gas considerato.

Per essi appare quindi necessario disporre di equazioni e grafici a carattere generale capaci di risolvere, almeno in forma approssimata, il problema della determinazione delle proprietà di stato.

Nel tempo, diversi tentativi sono stati fatti dagli studiosi in materia per poter rappresentare il comportamento termodinamico dei gas reali, avendo come punto di riferimento il comportamento limite del gas ideale. L'equazione di stato (1.21), infatti, può essere dedotta considerando il comportamento microscopico di un gas ideale le cui molecole, di volume molto piccolo rispetto a quello occupato dal gas, risultano essere sufficientemente distanti fra loro da poter trascurare le forze di interazione.

Quando il gas viene compresso, il volume delle molecole non risulta più essere trascurabile rispetto a quello del sistema; inoltre la maggior pressione comporta un avvicinamento delle molecole fra loro, così da non poterne più trascurare le forze di interazione. Si evince dunque, che il comportamento del gas non può più essere quello del gas ideale.

Non potendo trascurare il volume delle molecole, il volume specifico che compare nell'equazione di stato dei gas perfetti deve effettivamente essere solo quello lasciato libero dalle molecole stesse. La (1.21) può quindi essere corretta nella forma:

$$p = \frac{R_w T}{v - b} \quad (1.22)$$

dove b , detto covolume, rappresenta il volume specifico proprio delle molecole, ed R_w è sempre una costante specifica del particolare fluido considerato, ma non necessariamente uguale a R .

Aumentando la densità, le forze di interazione tra le molecole, che erano trascurabili nel modello del gas ideale, non sono più tali. Si può pensare che la costante b tenga conto anche delle forze repulsive, dal momento che produce un aumento del valore della pressione data dalla (1.22). L'effetto opposto è dovuto alle forze di attrazione, che riducono la pressione in modo proporzionale alla probabilità di interazione tra le particelle.; poiché la probabilità che una particella occupi una determinata posizione è tanto maggiore quanto più il sistema è denso, la probabilità di interazione sarà inversamente proporzionale al quadrato del volume specifico del sistema.

Introducendo nella (1.22) anche il contributo dato dalle forze attrattive tra le molecole del fluido, si ha:

$$p = \frac{R_w T}{v - b} - \frac{a}{v^2}, \quad (1.23)$$

che riordinata, rappresenta l'equazione di Van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = R_w T. \quad (1.24)$$

I valori delle costanti a , b e R_W possono essere determinati teoricamente facendo ricorso all'analisi del confronto delle caratteristiche geometriche delle isoterme di Van der Waals e delle isoterme dell'equazione di stato dei gas perfetti.

Supponendo di conoscere i valori delle costanti, si può utilizzare la (1.24) per costruire su un diagramma (p, v) una serie di linee isoterme, caratterizzate cioè da diversi valori costanti della temperatura. Confrontando il diagramma a sinistra di figura (1.4) così costruito, con quello più generale di una sostanza che solidificando aumenta di volume, emerge una notevole somiglianza.

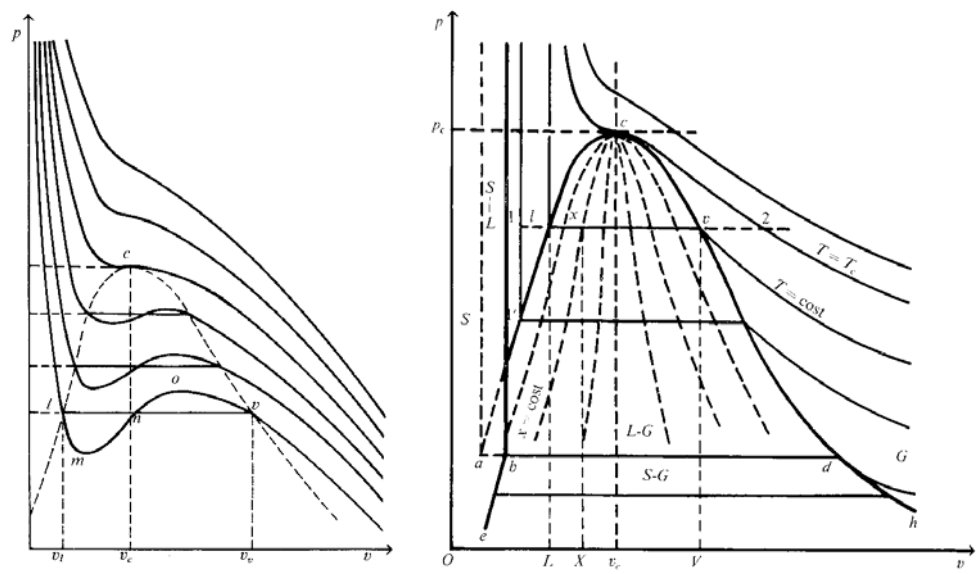


Fig. 1.4 – Diagrammi termodinamici (p, v) sulla quale sono rappresentate le isoterme di Van der Waals (sx) e per una sostanza che solidificando aumenta di volume (dx)

Al di sopra dell'isoterma passante per il punto critico, le isoterme presentano in entrambi i casi la continuità della tangente trigonometrica ed una corrispondenza biunivoca tra pressione e volume specifico; al di sotto, invece, in entrambi i casi non si ha la corrispondenza biunivoca tra pressione e volume specifico, in particolare si hanno tre radici reali e distinte della (1.24). Inoltre, per valori di $T > 2T_c$ e per valori di pressione e volume specifico rispettivamente molto piccoli e molto grandi, le isoterme

assumono la forma di una iperbole la cui equazione è data dalla legge di Boyle ($pv=cost$). Nel punto critico, in entrambi i casi le isoterme presentano un flesso a tangente orizzontale. Ciò significa che le derivate prima e seconda della pressione rispetto al volume specifico, calcolate in corrispondenza di tale punto, sono entrambe nulle:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{T=T_c} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{T=T_c} = 0. \quad (1.25)$$

Dall'equazione (1.24), imponendo il passaggio per il punto critico e le condizioni di flesso a tangente orizzontale, si ottiene un sistema di tre equazioni in tre incognite:

$$p_c = \frac{R_w T_c}{v_c - b} - \frac{a}{v_c^2}, \quad (1.26)$$

$$-\frac{R_w T_c}{v_c - b} + \frac{2a}{v_c^3} = 0, \quad (1.27)$$

$$\frac{2R_w T_c}{(v_c - b)^3} + \frac{6a}{v_c^4} = 0, \quad (1.28)$$

la cui soluzione è:

$$a = 3v_c^2 p_c, \quad (1.29)$$

$$b = \frac{v_c}{3}, \quad (1.30)$$

$$R_w = \frac{8}{3} \frac{p_c v_c}{T_c}. \quad (1.31)$$

L'equazione di stato di Van Der Waals (1.24) ha pregi e difetti. Sebbene descrive in modo accurato il comportamento del gas reale nelle immediate vicinanze del punto critico, lontano da esso non è in grado di fare altrettanto. Infatti, allorché la pressione tende a zero, la (1.24) dovrebbe ridursi all'equazione di stato dei gas perfetti, quindi a

sua volta il valore della costante R_W , determinato con la (1.31), dovrebbe raccordarsi a quello della costante specifica R ; sperimentalmente non si trova la coincidenza tra i suddetti valori.

Volendo utilizzare l'equazione di Van der Waals lontano dal punto critico, come nella pratica accade generalmente di dover fare, si deve imporre l'uguaglianza tra i valori di R e R_W . In questo modo, attraverso la (1.31) si definisce un valore convenzionale v_c^* del volume specifico critico dato dalla relazione:

$$v_c^* = \frac{3}{8} \frac{RT_c}{p_c}. \quad (1.32)$$

Andando a sostituire l'espressione (1.32) nelle equazioni (1.29) e (1.30), si ricalcolano i valori di a e b :

$$a^* = \frac{27}{64 p_c} (RT_c)^2 = 3v_c^{*2} p_c, \quad (1.33)$$

$$b^* = \frac{1}{8} R \frac{T_c}{p_c} = \frac{v_c^*}{3}. \quad (1.34)$$

Si possono così ottenere sue espressioni dell'equazione di Van der Waals: la prima, più approssimata in vicinanza del punto critico, utilizza le (1.29) (1.30) (1.31); la seconda, più approssimata lontano dal punto critico, utilizza le (1.33) e (1.34) e permette di ricondursi all'equazione di stato dei gas perfetti allorché ci si approssima alle condizioni proprie di tali gas.

1.2.1. Legge degli stati corrispondenti

Sostituendo nella (1.24) le espressioni delle costanti ottenute mediante la definizione del volume specifico critico convenzionale, si ottiene:

$$\left(p + \frac{3v_c^{*2} p_c}{v^2} \right) \left(v - \frac{v_c^*}{3} \right) = \frac{8}{3} v_c^* \frac{p_c}{T_c} T. \quad (1.35)$$

Definendo le coordinate ridotte p_r , v_r^* e T_r con le relazioni:

$$p_r = \frac{p}{p_c}, v_r^* = \frac{v}{v_c^*}, T_r = \frac{T}{T_c}, \quad (1.36)$$

dalla (1.35) si ottiene poi:

$$\left(p_r + \frac{3}{v_r^{*2}} \right) \left(v_r^* - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} T_r. \quad (1.37)$$

L'equazione (1.37) non presenta alcun termine riconducibile alla natura del fluido, diversamente da quanto accade per l'equazione di Van der Waals.

Tale equazione, nota come legge degli stati corrispondenti, ci dice che se due fluidi di natura diversa si trovano in stati fisici diversi caratterizzati dallo stesso valore delle coordinate ridotte p_r e v_r^* , è lecito affermare che la temperatura ridotta T_r deve assumere lo stesso valore per entrambe. In altre parole, si può dire che i gas reali, i quali si trovano nello stesso stato ridotto, presentano uguale scostamento dal comportamento di gas perfetto.

Quanto enunciato e dimostrato, partendo dall'espressione dell'equazione di Van der Waals valida lontano dal punto critico, è in maniera analoga del tutto dimostrabile anche per i gas reali che si trovano in stati fisici nell'intorno del punto critico.

L'esistenza della legge degli stati corrispondenti induce a ricercare la possibilità di ricercare con un solo parametro lo scostamento del comportamento di un gas reale da quello del gas perfetto. Si definisce, pertanto, il fattore di compressibilità Z con la relazione:

$$Z = \frac{pv}{RT}, \quad (1.38)$$

che assume valore unitario per i gas perfetti.

Introducendo nella (1.38) l'espressione (1.32) e le coordinate ridotte, si ottiene:

$$Z = \frac{3}{8} \frac{p_r v_r^*}{T_r}, \quad (1.39)$$

ed essendo dalla legge degli stati corrispondenti:

$$v_r^* = f(p_r, T_r) \quad (1.40)$$

si deduce, dalla (1.39), che:

$$Z = f(p_r, T_r). \quad (1.41)$$

Dai valori dedotti sperimentalmente, sono stati costruiti dei diagrammi (figg. 1.5 e 1.6) che esprimono il valore del fattore di compressibilità in funzione delle coordinate ridotte p_r e T_r .

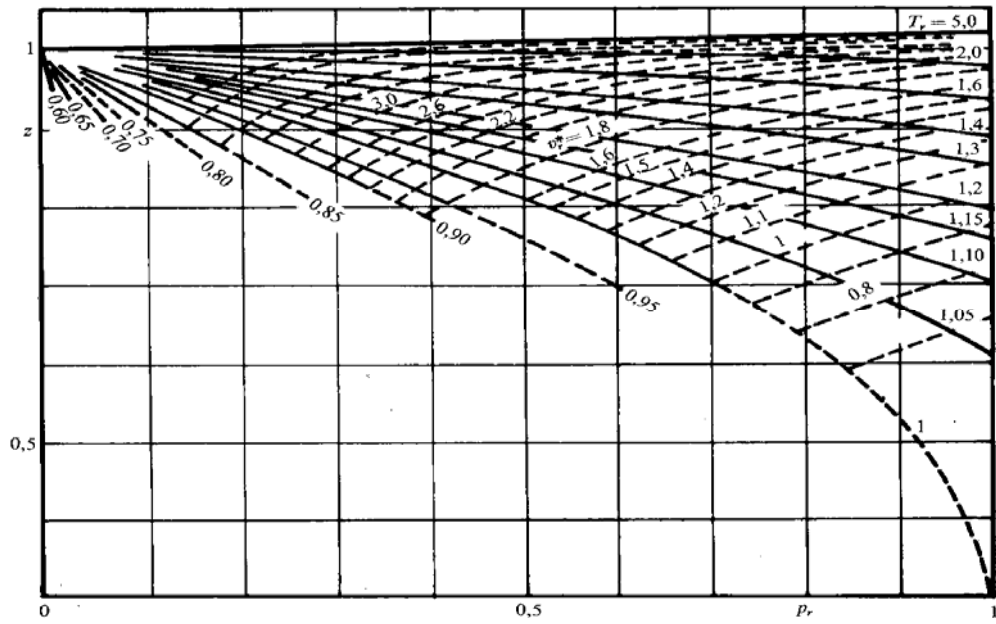


Fig. 1.5 - valori del fattore di compressibilità per $p_r < 1$.

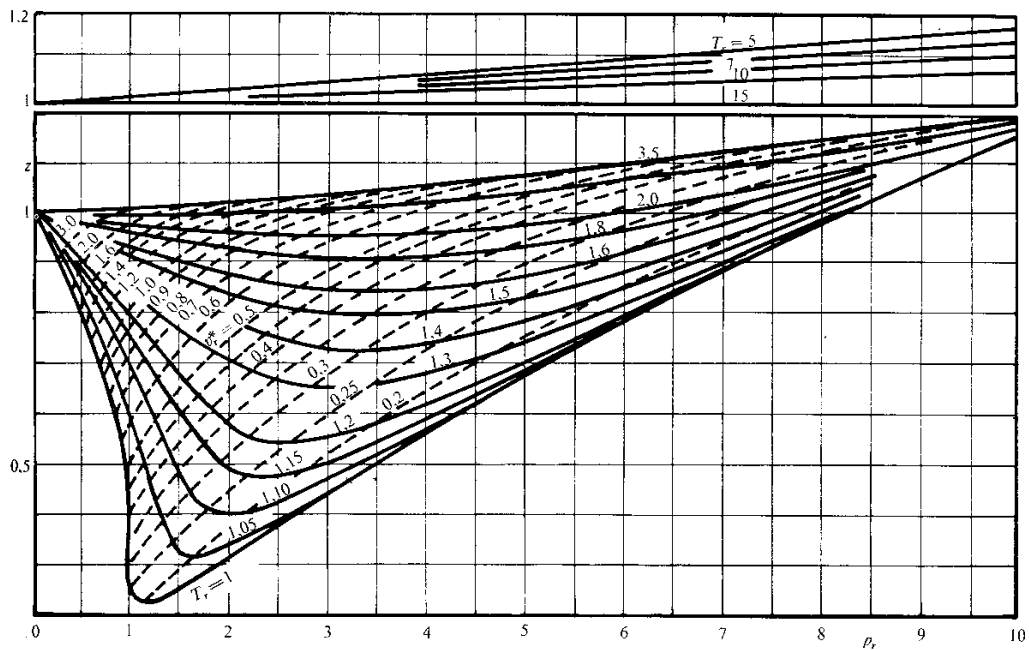


Fig. 1.6 - Diagramma di Nelson-Obert: valori del fattore di compressibilità per $p_r < 10$.

Questi diagrammi consentono di giustificare quanto asserito a proposito delle regioni del diagramma (p, v) , ove è lecito pensare che il gas si comporta come un gas perfetto. A $T_r > 2$ ($T > 2T_c$) oppure $p_r \ll 1$ e $v_r \gg 1$, corrispondono valori del fattore di compressibilità che si discostano dall'unità al più di pochi percento. Operativamente, determinando il valore di p_r e T_r , tali grafici permettono di calcolare il valore di Z e quindi di verificare se il comportamento del gas reale in studio è riconducibile o meno a quello dei gas perfetti, ovvero se il fattore di compressibilità tende a 1.

CAPITOLO 2

L'IMPIANTO INDUSTRIALE

SIDEL SIMONAZZI

2.1. PREMESSA

In questo capitolo, verrà fornita una descrizione sommaria dell'impianto industriale di formatura di bottiglie in PET, oggetto di studio del presente lavoro di tesi. Saranno evidenziate le caratteristiche costruttive, il processo produttivo, i campi di applicazione ed i vantaggi principali.

2.2. CARATTERISTICHE TECNICHE

Costruito su un unico telaio dove vengono alloggiati sia il forno di riscaldamento delle preforme, sia la piattaforma con le relative stazioni di formatura, la nuova serie di

impianti Blowform R (fig. 2.1), presentata da Sidel Simonazzi, è indicata principalmente per le medie-alte produzioni di bottiglie in PET biorientato.

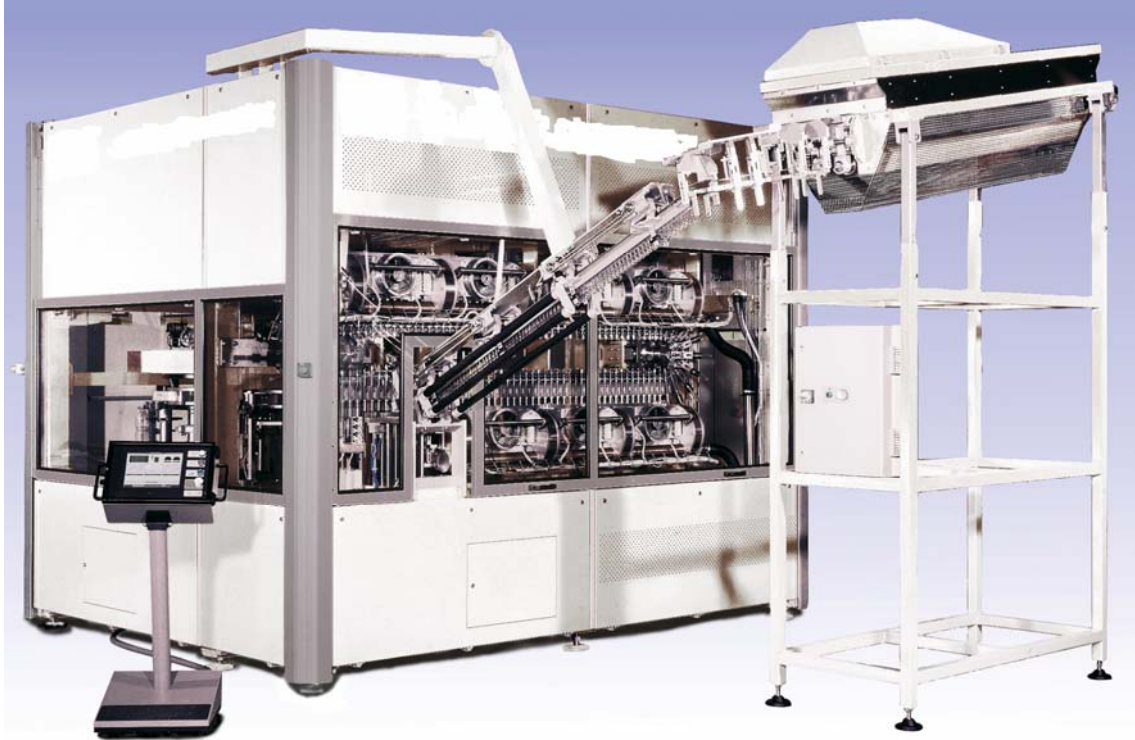


Fig. 2.1 – L'impianto Blowform R.

L'intera struttura è avvolta da carterature in lamiera fonoassorbente.

Le principali caratteristiche costruttive sono:

- **Gestione indipendente** dei parametri di funzionamento di ciascuna stazione formatura;
- **Ridotto numero** di trasmissioni meccaniche sostituite da trasmissioni dirette sugli assi con appositi motori brushless a garanzia di progressione, controllo totale e precisione di movimento;
- **Grande accessibilità** grazie al design ergonomico e alle porte a scorrimento verticale dotate di ampie finestre.

2.2.1. Controllo e gestione diagnostica

Questi impianti hanno una completa automazione del processo, grazie al controllo elettronico di tutti i motori (brushless) e dei parametri funzionali. Due PC industriali, infatti, gestiscono le funzioni della macchina: uno per le funzioni di campo, l'altro per l'interfaccia uomo/macchina. Un efficiente programma di diagnostica (basato su Java™) è in grado di visualizzare, in tempo reale, lo stato delle varie funzioni e di segnalare ogni evento anomalo, consentendone l'analisi e la soluzione senza interrompere la produzione.



Fig. 2.2. Diagnostica dell'impianto.

L'innovativo sistema di controllo "MotorNet System" permette di aggiornare ed adattare gli impianti BF R alle più svariate esigenze, grazie alla flessibilità con la quale è stato concepito. MotorNet System ha dimostrato di essere un sistema affidabile e completo, in grado di offrire, all'utente delle soffiatrici BLOWFORM, una serie di informazioni e controlli in linea con le più avanzate esigenze nel processo di formatura:

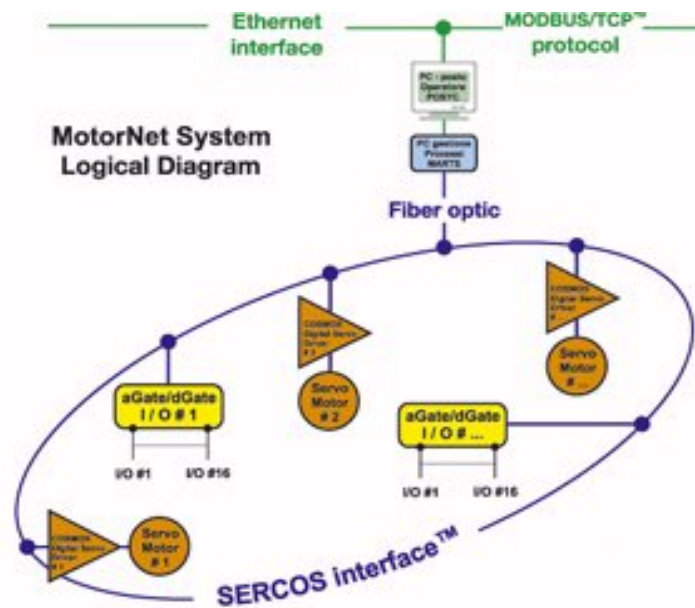


Fig. 2.3. MotorNet System

Monitoraggio in tempo reale:

- della mancanza di alimentazione preforme all'ingresso;
- della geometria delle preforme all'ingresso del forno;
- della temperatura di ogni singola zona di riscaldamento;
- dei parametri di processo, dalla preforma alla bottiglia per garantire l'altissima qualità del prodotto finale e la massima produttività di linea;
- della pressione dell'aria inviata negli stampi;
- di tutte le variabili che caratterizzano ed ottimizzano sia la produttività che la qualità delle bottiglie prodotte;
- della produttività oraria del momento;
- dello stato macchina per mezzo di allarmi grafici con immagini fotografiche delle zone dove si è verificato il malfunzionamento;
- dello stato della linea di trasporto (ad aria o a nastro) delle bottiglie soffiate.

Programmazione:

- della velocità della macchina in relazione alla tipologia del prodotto desiderato;
- della temperatura di ogni singola zona di riscaldamento;

- della pressione dell'aria inviata negli stampi;
- dei parametri di processo della preforma e della bottiglia;
- del tipo di funzionamento della linea in uscita (ad aria o a nastro):
 - a) sempre in funzione.
 - b) in funzione in base al flusso prodotto.

2.2.2. Dati tecnici

La seguente tabella riassume le caratteristiche tecniche e la capacità produttiva della gamma BF R, a seconda del numero di stazioni di formatura montate sulla piattaforma centrale.

MODELLO	n°CAVITA'	PRODUZIONE (bph)	DIMENSIONI (mm)	POTENZA (KW)	PESO (Kg)
BF6 R	6	8400	3960×3750×3220	118	10,300
BF8 R	8	11200	3960×3750×3220	156	11,000
BF10 R	10	14000	4550×4750×3220	187	13,100
BF12 R	12	16800	4550×4750×3220	205	14,500
BF14 R	14	19600	5150×6100×3220	236	16,600
BF16 R	16	22400	5150×6100×3220	265	17,800

Tabella 2.1-La gamma BLOWFORM R.

2.3. PROCESSO PRODUTTIVO

Uno schema del processo produttivo dell'impianto è rappresentato qui di seguito nella figura 2.4.

Nella schematizzazione compaiono i vari elementi costitutivi della macchina:

1. Stella di alimentazione della zona di riscaldamento.
2. Lampade ad infrarossi.
3. Sensori di rilevamento della temperatura delle preforme.
4. Stella a pinze per il trasporto delle preforme dalla zona di riscaldamento alla piattaforma centrale, sulla quale sono montate le stazioni di formatura.
5. Stazioni di formatura posizionate sulla “giostra” centrale.
6. Stampi in lega speciale d'alluminio resistenti all'usura.
7. Pinze di prelievo delle bottiglie.
8. Allineamento delle bottiglie per il riempimento o per lo stoccaggio in appositi silos.

Negli impianti Blowform R, il ciclo di produzione delle bottiglie in PET è costituito da quattro fasi principali che andiamo a descrivere.

Fase 1: Alimentazione delle preforme

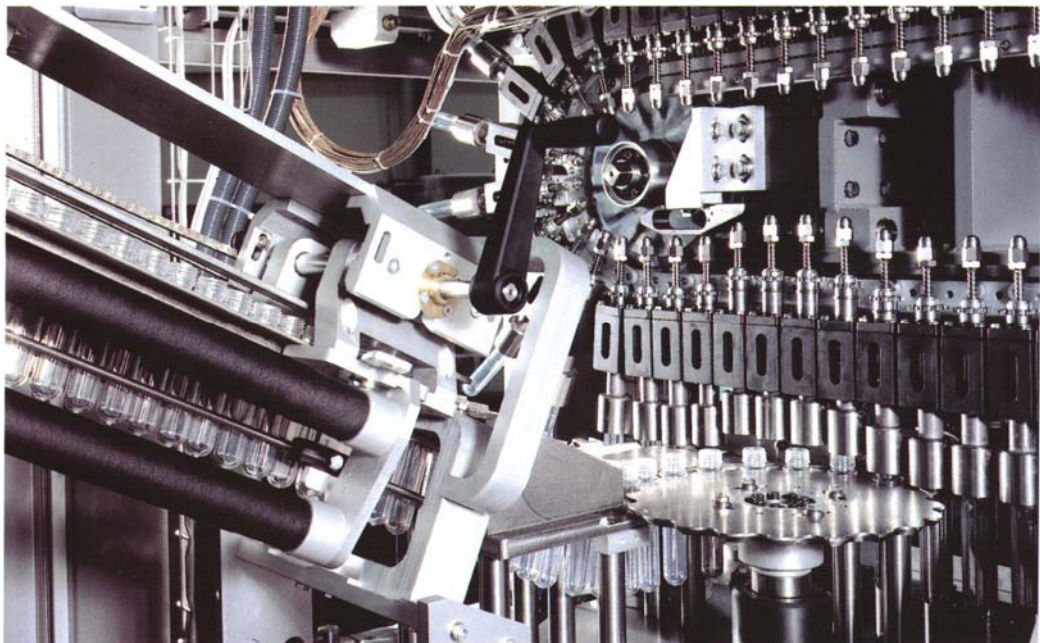


Fig. 2.5

Le preforme sono caricate automaticamente nella tramoggia dell'alimentatore, dove vengono orientate con il collo verso l'alto e incanalate su guide a gravità che le portano in macchina.

Qui un gruppo di presa provvede automaticamente ad inserirle negli appositi mandrini di trasporto.

Fase 2: Condizionamento termico



Fig. 2.6

Il riscaldamento è realizzato con moduli di lampade a raggi infrarossi fino a 10 file.

La sezione di riscaldamento di tipo lineare è caratterizzata da un passo delle preforme ravvicinato e dalla continuità del movimento rototraslatorio delle preforme, condizione necessaria per ottenere un'uniformità di condizionamento e quindi una stiro-formatura in condizioni di plasticità ottimali. Si ottiene così una elevata efficienza della fase di condizionamento, che si traduce in bassissimi consumi energetici.

Il perfetto controllo del processo di riscaldamento è ottenuto attraverso:

- La regolazione automatica della potenza delle lampade ad infrarosso, grazie alla continua misurazione delle temperatura della preforma.

- L'impostazione del profilo di temperatura della preforma, regolando indipendentemente le 8 file di lampade.
- La registrazione sia verticale che orizzontale della posizione delle lampade.

Fase 3: Stiramento e Formatura

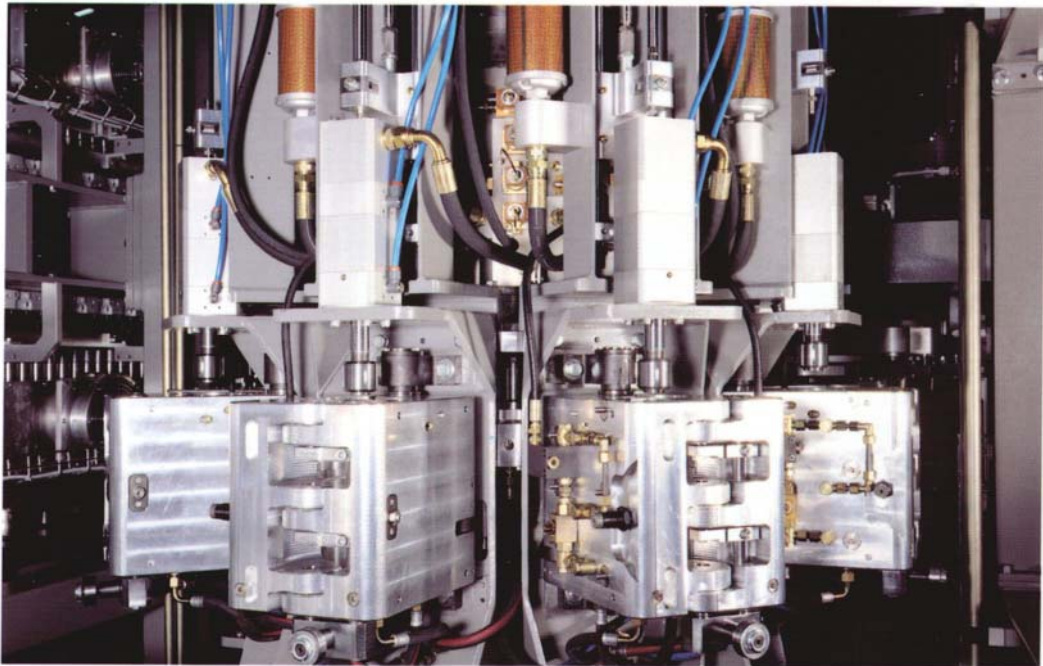


Fig. 2.7

All'uscita della sezione di riscaldamento, le preforme vengono prese da una stella a pinze a passo variabile e quindi introdotte negli stampi alloggiati su una piattaforma; qui avvengono le operazioni di stiro e di formatura, che portano alla realizzazione del prodotto finale. Gli stampi sono a doppia apertura a bloccaggio meccanico e a compensazione pneumatica degli sforzi in fase di formatura.

L'operazione di cambio formato è estremamente veloce, riducendosi alla sostituzione dello stampo tramite sei viti di fissaggio. Il tempo totale richiesto per un cambio formato è 10 minuti per stampo.

Il sistema di controllo permette la memorizzazione dei parametri produttivi dei vari formati di bottiglia, e consente di richiamare la configurazione relativa al nuovo contenitore.

Fase 4: Evacuazione delle bottiglie



Fig. 2.8

Una stella a pinze provvede all'estrazione delle bottiglie dallo stampo e all'alimentazione diretta di nastri trasportatori pneumatici.

Le eventuali bottiglie difettose vengono scartate prima dell'inserimento in linea.

2.4. PROGETTAZIONE BOTTIGLIE E REALIZZAZIONE STAMPI

L'ufficio tecnico della Sidel Simonazzi dispone dei più avanzati sistemi CAD per la progettazione sia della macchina che degli stampi, per la realizzazione di qualsiasi bottiglia. Il software impiegato consente la simulazione al computer del contenitore finale e l'immediato trasferimento dei dati al reparto produzione stampi (Fig. 2.9).



Fig. 2.9

A completamento del servizio di progettazione, i tecnici della Sidel Simonazzi effettuano prove sui modelli di bottiglie prodotti, con apparecchiature per testarne la resistenza,

la compressione, lo scoppio, la permeabilità a "O₂" e "CO₂" e la concentrazione di acetaldeide con gas cromatografo (Fig. 2.10).



Fig. 2.10

Sidel Simonazzi dispone, inoltre, di un laboratorio con le più avanzate strumentazioni per la misurazione delle caratteristiche chimico/fisiche sia delle preforme che dei contenitori soffiati.

La verifica della qualità del prodotto, avviene

controllandone le dimensioni con telecamera e apposito software di confronto parametrizzato, misurandone lo spessore con raggi infrarossi e testando la trasparenza dell'omogeneità del polimero con apparecchi a luce polarizzata (Fig. 2.11).



Fig. 2.11

Già durante la fase di progettazione preliminare della macchina, è possibile soffiare alcuni campioni in laboratorio e studiare, insieme al cliente, le caratteristiche del prodotto finale. Ciò consente di poter attuare le eventuali modifiche al progetto e di raggiungere così la qualità desiderata.

2.4.1.Applicazioni

Grazie alla flessibilità con cui è stata progettata, l'impianto Blowform R è utilizzato per le più svariate applicazioni:

- acqua minerale (gassata e non gassata);
- soft drinks (ad alto ed a basso contenuto di CO₂);
- birra, vino e liquori;
- olio commestibile;
- succhi;
- bevande isotoniche;
- te, caffè;
- latte e prodotti lattiero-caseari.

2.4.2. Contenitori



Fig. 2.12

Per quanto riguarda forme e caratteristiche i contenitori possono essere:

- rotondi, quadrati, ovali, sagomati speciali, bottiglie PET one way;

- bottiglie PET multi-strato;
- bottiglie PET resistenti al calore (max. 90°C);
- bottiglie PET pastorizzabili (max. 75°C) ;
- bottiglie PET riutilizzabili;
- bottiglie PEN.

2.5. VANTAGGI PRINCIPALI

Per concludere, diamo uno sguardo ai principali vantaggi di questa macchina:

- Ridotto investimento iniziale e bassi costi di manutenzione grazie alla semplicità del design.
- Cambio rapido degli stampi, grazie alla leggerezza degli stessi e alla semplicità del montaggio.
- Eccellente qualità del contenitore soffiato, grazie al monitoraggio del profilo termico su tutta la lunghezza della preforma, con riparametrizzazione retroattiva dei forni.
- Massima igiene dovuta all'eliminazione dell'ingrassaggio sostituito dall'utilizzo di materiali autolubrificati.

CAPITOLO 3

L'APPLICAZIONE INDUSTRIALE

3.1. PREMESSA

Prima di concentrarci sulla simulazione termodinamica della fase di deflusso dell'impianto in studio, ovvero sulla trattazione di un gas reale in moto non stazionario, cerchiamo di capire come avvengono la produzione d'aria compressa e la fase di stiro-formatura.

3.2. L'IMPIANTO D'ARIA COMPRESSA

L'impianto è dotato di un compressore alternativo multistadio che è in grado di comprimere l'aria atmosferica aspirata fino ad una pressione di circa 40 bar. La compressione comporta un sensibile aumento della temperatura e, con essa, della capacità dell'aria di trattenere umidità (il contenuto di vapore d'acqua raddoppia per ogni aumento di temperatura di 11°C circa). Questo rappresenta un grosso problema che accomuna tutti gli impianti d'aria compressa in quanto, al raggiungimento della temperatura di rugiada, l'aria umida inizia a depositare grosse quantità di condensa lungo la rete con inevitabili conseguenze, quali corrosioni delle tubazioni e delle apparecchiature, aumenti delle spese di manutenzione e danni seri alle utenze. Al fine di

impedire il verificarsi di tali inconvenienti, risulta quindi opportuno eliminare, a monte dell'immissione dell'aria compressa in rete, la condensa formatasi nell'aria stessa. Nel nostro caso, l'impianto è dotato di un vero e proprio impianto frigorifero, posto a valle del compressore, che raffredda l'aria (circa a 3°C) portandola a saturazione e permettendo così la separazione della condensa.; una rete di distribuzione, infine, mette l'aria a disposizione delle singole stazioni di stiro-formatura. Queste sono montate su una piattaforma sulla quale vengono convogliate, dopo la fase di condizionamento termico, le preforme ed evacuate le bottiglie. Nelle stazioni avvengono i processi di stiro-formatura e di deflusso dell'aria.

3.2.1. Le stazioni di stiro-formatura

Le parti di cui si compone ogni singola stazione sono:

Gruppo valvole

Lastra in alluminio sulla quale vengono alloggiati l'elettrovalvole, che comandano l'ingresso e l'uscita dell'aria compressa dalla stazione di stiro-formatura ed il funzionamento del cilindro a doppio effetto, tramite l'immissione d'aria di servizio.

Elettrovalvole

Valvole elettropneumatiche a controllo elettronico acquistate dalla Parker Lucifer SA, azienda specializzata in questo settore.

Condotti flessibili

Due condotti flessibili SAE 100 R1AT con filettatura G 3/4 per alte pressioni collegano il gruppo valvole al silenziatore ed al cilindro a doppio effetto.

Silenziatore

Utilizzato allo scarico per abbattere il rumore provocato dall'espulsione dell'aria tramite materiale fonoassorbente.

Anche questo componente è fornito da una ditta esterna, che realizza silenziatori adatti allo scarico di gas ad alta pressione: quello in questione garantisce buone prestazioni fino a 600 bar.

Supporto silenziatore

Il silenziatore viene avvitato (filettatura G 1 1/2) su un supporto realizzato in alluminio.

Cilindro a doppio effetto

Tramite aria di servizio comanda il movimento del pistone in acciaio C 45, che ospita al suo interno l'asta di stiro in acciaio temperato.

Stampo

Costituito da due semiforme in lega speciale di alluminio resistente allo stress meccanico e all'usura. La flessibilità con cui è stata realizzata questa macchina consente di effettuare l'operazione di sostituzione degli stampi in soli 10 minuti agendo su sei viti di fissaggio.

Osservazione: i due condotti flessibili vengono collegati, uno al gruppo valvole e al cilindro, l'altro al gruppo valvole e al supporto del silenziatore, tramite quattro nippli; si tratta di raccordi che servono per unire due tubi di diametro diverso o aventi diversa filettatura.



Fig. 3.1 - Particolare dell'accoppiamento fra condotto flessibile e nipplo.

3.3. OPERAZIONE DI STIRO-FORMATURA

Descriviamo ora il processo di formazione della bottiglia.

Dopo essere stata riscaldata attraverso un modulo di lampade a raggi infrarossi, la preforma viene presa da una stella dotata di pinze a passo variabile e da questa caricata nello stampo. A questo punto la preforma si trova collocata in una delle stazioni posizionate sulla piattaforma centrale della macchina ed ha così inizio l'operazione di stiro-formatura.

Lo stampo si chiude con un doppio bloccaggio meccanico a compensazione pneumatica degli sforzi in fase di soffiaggio.; dalla sua sommità fuoriesce solamente la *boga*, ovvero il collo della preforma. Un'elettrovalvola comanda l'ingresso dell'aria di servizio a 6 bar nel cilindro a doppio effetto. Inizia, quindi, la discesa del pistone che porta il *sigillo*, così viene chiamata la sua estremità, a battuta sulla boga e sullo stampo in modo da garantire la tenuta. Anche l'asta, che attraversa sia il cilindro che il pistone per tutta la loro lunghezza, scende e va a "*stirare*" la preforma che si trova, grazie al condizionamento termico, in condizioni di plasticità ottimali; da notare che l'asta, lunga (≈ 1 m) e stretta (10 mm di diametro), è mantenuta in asse per mezzo di due guide, realizzate in lega d'acciaio inossidabile austenitico al cromo-nichel, alloggiata all'interno del corpo del pistone, che ne impediscono l'inflessione. La fase di stiro è coadiuvata dalla fase di "*formatura*", la quale avviene in due tempi: iniettando aria ad una pressione di 10 bar prima e 40 bar successivamente. La prima operazione, che richiede un tempo di circa 0,35 secondi, serve per dare una prima impronta alla bottiglia; mentre la seconda, della durata di 1 secondo circa, spinge la bottiglia contro le pareti dello stampo facendole assumere la forma desiderata, rappresentata in negativo dallo stampo stesso.

L'ingresso dell'aria nella stazione di formatura, è comandato da un'elettrovalvola in grado di regolarne la pressione attraverso un elettromagnete. L'aria compressa, proveniente dal serbatoio d'accumulo, accede quindi al gruppo valvole e da questo, tramite il condotto flessibile, al cilindro ed al pistone; quest'ultimo, infatti, è cavo, ed oltre ad ospitare al suo interno l'asta e i relativi supporti, guida l'aria all'interno della preforma. Per questo il pistone è anche chiamato "ugello di soffiaggio".

MODELLO	ARIA DI FORMATURA PER 1,5 L	ARIA DI SERVIZIO
	Nm ³ /h 40 bar	NI/min 6 bar
BF6 R	620	1150
BF8 R	810	1500
BF10 R	1030	1750
BF12 R	1240	2100
BF14 R	1430	2450
BF16 R	1620	2800

Tabella 3.1 - Mostra la portata in volume dell'aria di formatura e di servizio richieste dai diversi tipi di soffiatrice.

3.4. ANALISI DEL DEFLUSSO DI GAS

L'operazione di deflusso dell'aria compressa, dalla stazione di formatura, avviene immediatamente dopo la fase di stiro-formatura, quando la bottiglia ha ormai assunto l'aspetto finale. Dopo aver comandato l'accesso dell'aria a 40 bar, all'interno della stazione di formatura per il riempimento della bottiglia, la valvola si chiude. In questo modo, viene isolato un volume d'aria che comprende la bottiglia, l'ugello di formatura, il cilindro a doppio effetto, il condotto flessibile ed il gruppo valvole. L'aria ivi racchiusa si trova sostanzialmente ad una temperatura di 10°C e ad una pressione che non è più i 40 bar iniziali, ma è scesa a 37 bar circa, per effetto dell'espansione subita all'apertura della valvola d'immissione nella stazione. A questo punto l'elettrovalvola di scarico si apre consentendo il deflusso del gas attraverso un secondo condotto flessibile di collegamento del gruppo valvole con il supporto del silenziatore; il silenziatore stesso serve per frenare il flusso d'aria e ridurre l'impatto acustico.

Da notare che, nonostante la presenza dell'impianto frigorifero, durante la fase di formatura ma in particolar modo di scarico dell'aria, si ha deposito di condensa all'interno dei condotti con addirittura la formazione, seppur in rarissimi casi, di ghiaccio in prossimità della valvola.

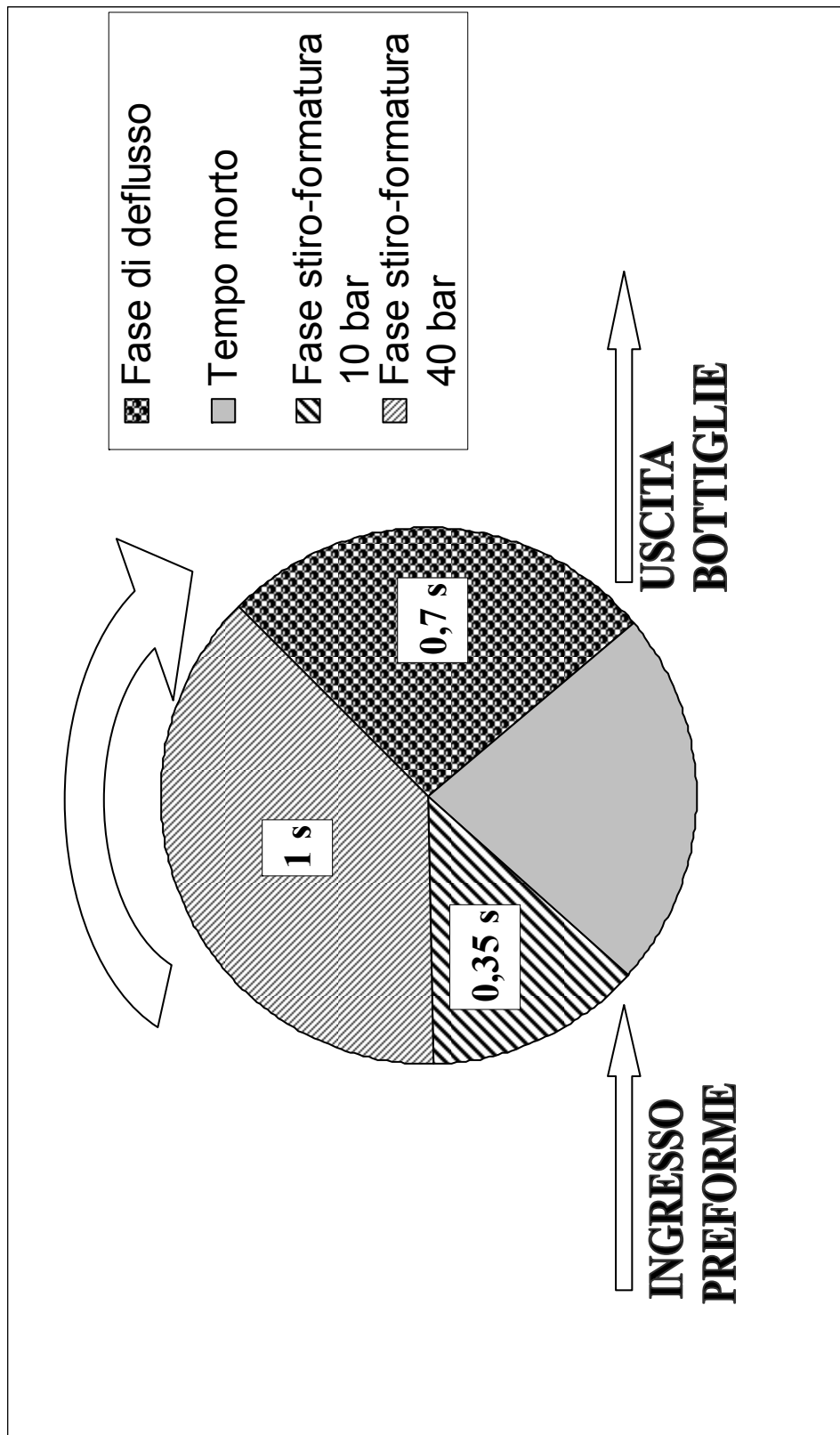


Fig. 3.2 – Illustrazione delle operazioni che avvengono sulla giostra.

La precedente figura mostra, in modo schematico, le operazioni che avvengono sulla piattaforma centrale durante la sua rotazione, fra l'ingresso della preforma e l'uscita del prodotto finito, con i relativi tempi di esecuzione. Si può notare come la fase di deflusso, necessaria sia alla fuoriuscita dell'aria, ma non al processo di formazione della bottiglia, vada ad incidere negativamente sul rendimento dell'impianto. Gli ingegneri della Simonazzi hanno ritenuto, pertanto, che un'eventuale abbattimento del tempo dedicato a questa fase del tutto "passiva", consentirebbe di incrementare la produzione oraria di bottiglie, senza compromettere la qualità del prodotto finito; la fase "attiva" di stiro-formatura, infatti, non verrebbe in alcun modo intaccata.

Lo scopo di questa tesi è stato quello di affrontare un problema reale di interesse industriale, riconducendolo allo studio del moto, attraverso un sistema termodinamico aperto, di un gas reale in regime non stazionario. L'ottimizzazione della geometria dei condotti, ha permesso di ridurre le perdite di carico incontrate dal gas reale e, di conseguenza, di incrementare il rendimento dell'impianto.

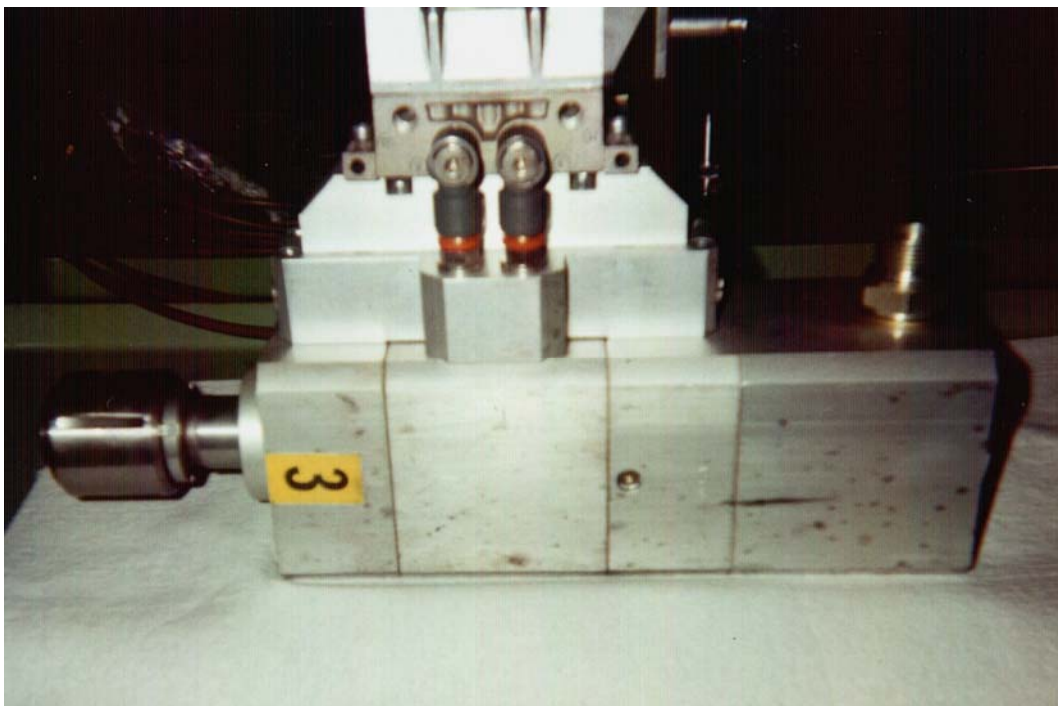


Fig. 3.3 - Vista laterale del cilindro a doppio effetto con meccanismo pneumatico di movimentazione del pistone.

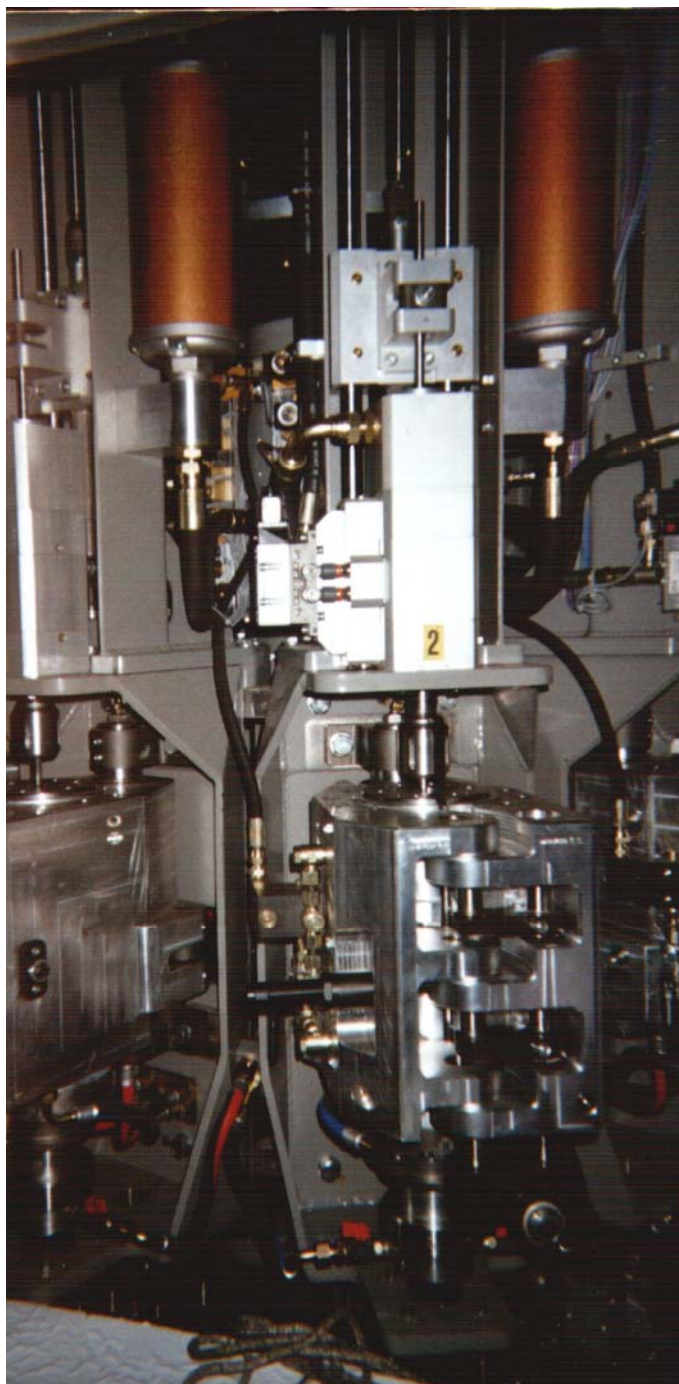


Fig. 3.4 - Immagine rappresentativa di una stazione di formatura.



Fig. 3.5 - Stampo che rappresenta in negativo la forma finale della bottiglia.

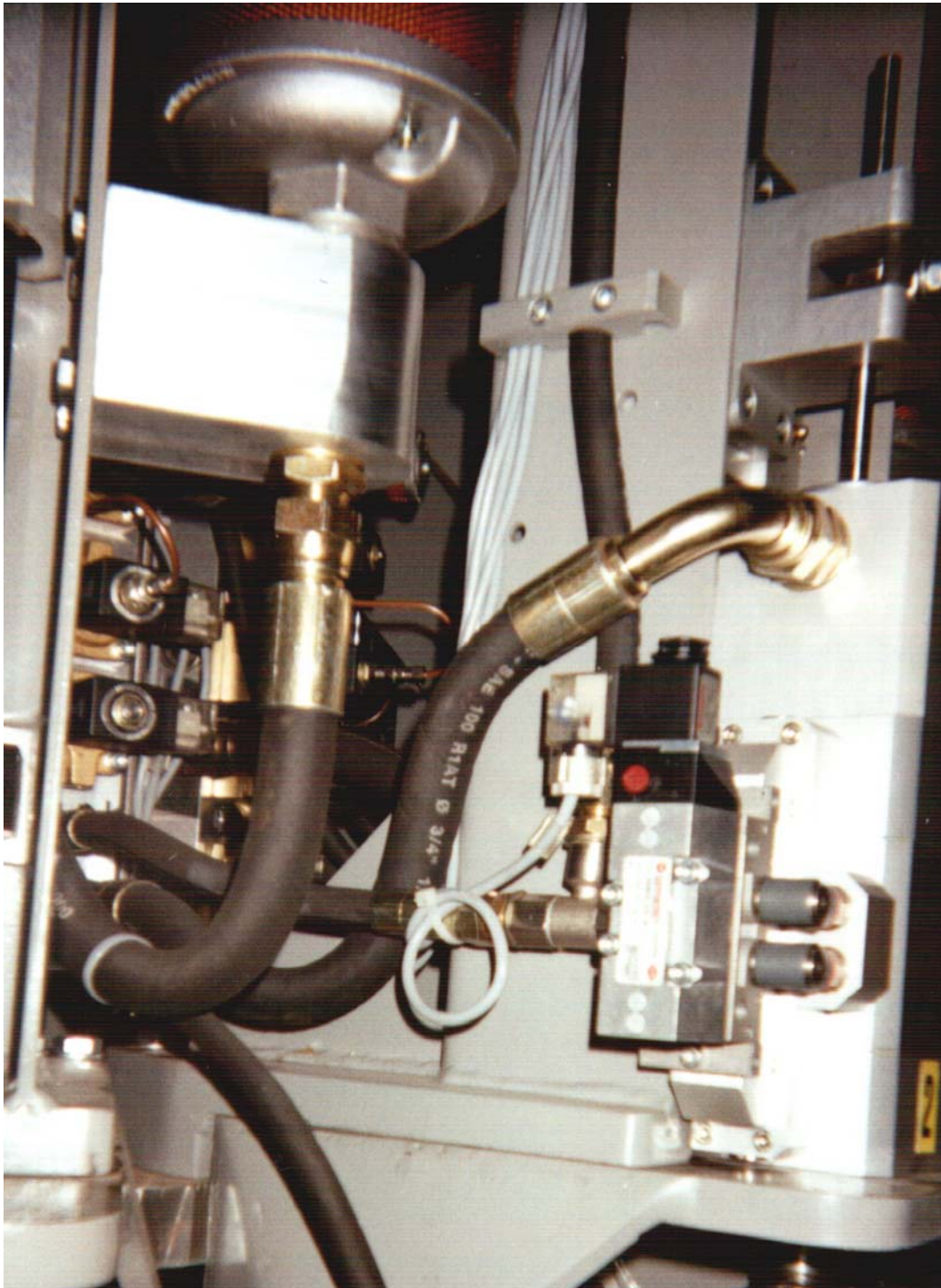


Fig. 3.6 - Particolare dei condotti flessibili di collegamento del gruppo valvole con il cilindro e con il supporto del silenziatore. In mezzo ad essi si vede il condotto di distribuzione dell'aria di servizio.

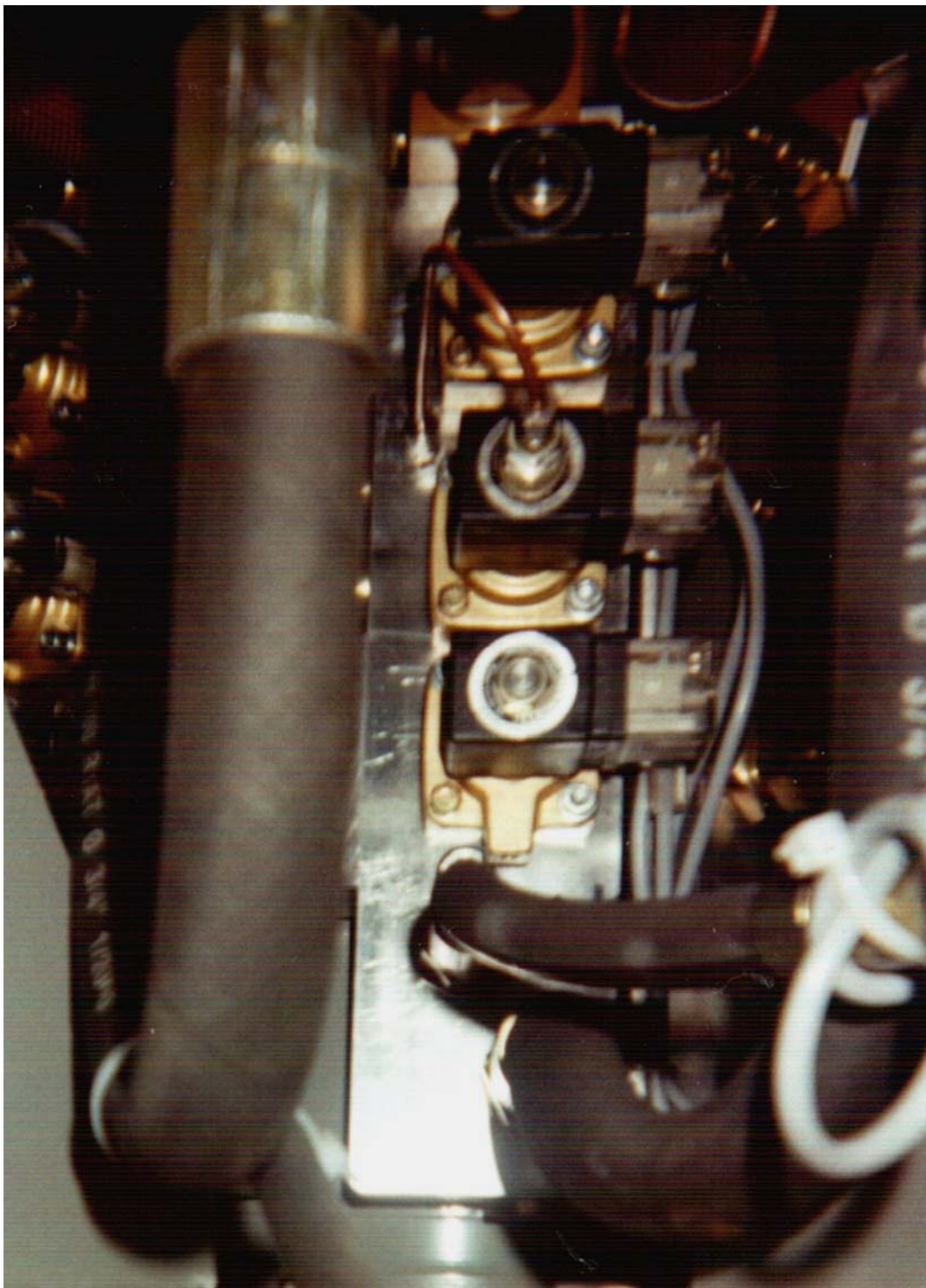


Fig. 3.7 - Gruppo valvole.

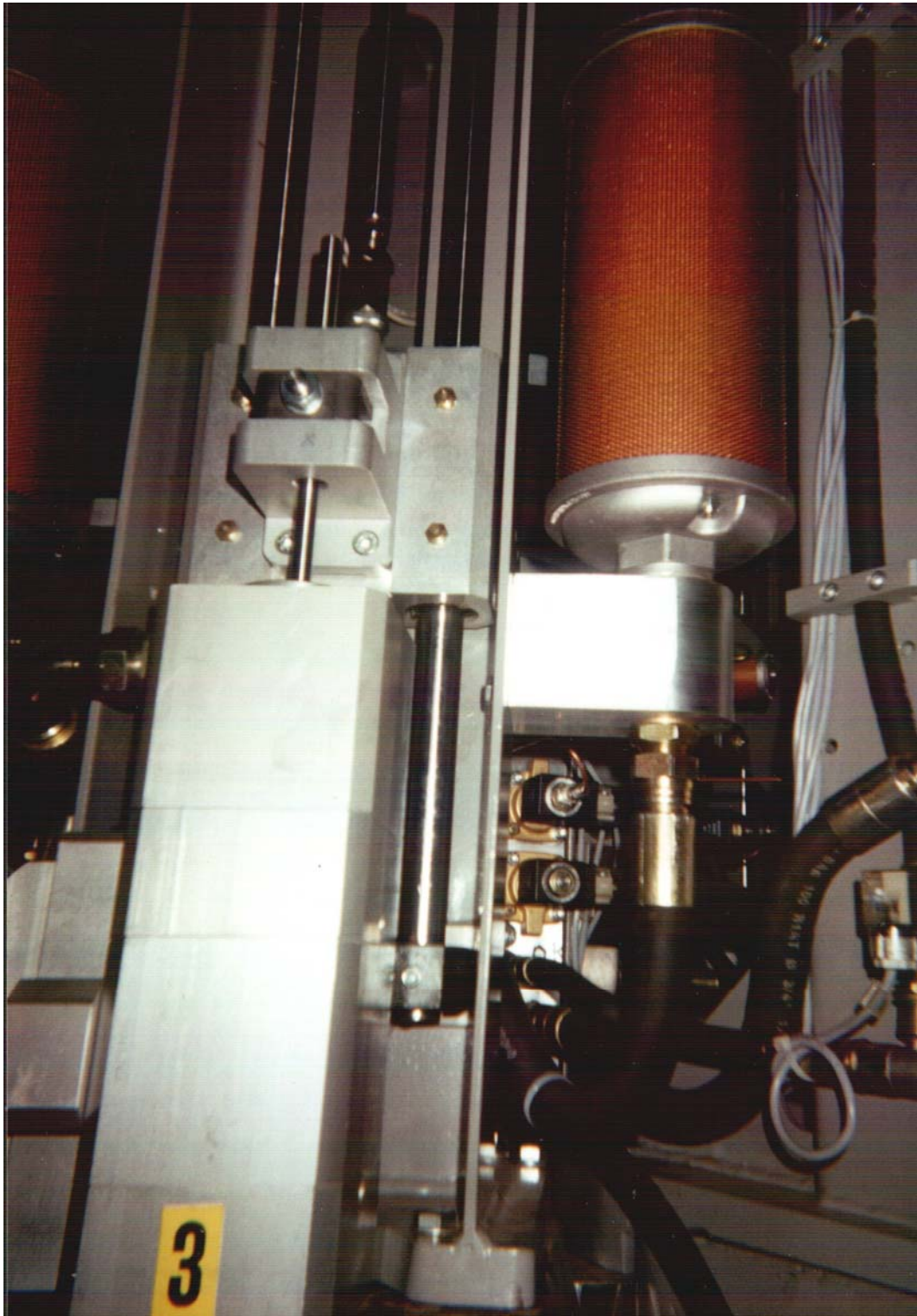


Fig. 3.8 - Figura che mette in evidenza il silenziatore ed il relativo supporto in alluminio.

CAPITOLO 4

SIMULAZIONE DI UN GAS IN MOTO NON STAZIONARIO

4.1. COSTRUZIONE DEL MODELLO

In questo capitolo si è tentato di creare un modello matematico che simulasse il processo di deflusso dell'aria compressa dalla stazione di formatura. Questa è stata una operazione tutt'altro che semplice, in quanto ci si è trovati di fronte al caso di un gas, in moto fortemente turbolento e in regime non stazionario, che in letteratura viene difficilmente trattato se non in casi molto particolari; tuttavia, la simulazione e la successiva ottimizzazione di un processo talmente rapido richiedeva, già di per sé, la realizzazione di un modello che, per essere valido, tenesse conto del maggior numero possibile di fattori in gioco e l'assunzione di ipotesi che non fossero troppo restrittive. Era necessario effettuare pertanto, un'indagine molto accurata e approfondita sulla fase di deflusso dell'aria, che ha portato, grazie anche alla collaborazione degli ingegneri della Simonazzi, all'acquisizione di una gran quantità di dati e informazioni in base ai quali è stato creato un modello che tiene conto dei molti fenomeni connessi con il deflusso del gas e fondato su ipotesi molto attendibili.

L'obiettivo era, partendo dall'istante in cui si chiude la valvola di mandata e viene isolato un volume d'aria compressa all'interno della stazione di formatura, verificare in quanto tempo avveniva il deflusso e, se possibile, su quali parametri intervenire per ridurre i tempi.

Di seguito, verranno presentati due modelli. Il primo,pretende di approssimare il comportamento dell'aria a quello dei gas perfetti; il secondo, meno restrittivo, considera l'aria come un gas reale. Vedremo come, il modello a gas perfetto ha permesso di approfondire, mediante un'analisi fisico-matematica, l'andamento qualitativo delle proprietà caratteristiche del gas all'interno del sistema aperto, durante il suo svuotamento.

4.2. MODELLO A GAS PERFETTO

Questo modello riconduce lo studio del deflusso dell'aria dalla stazione di formatura, al problema seguente.

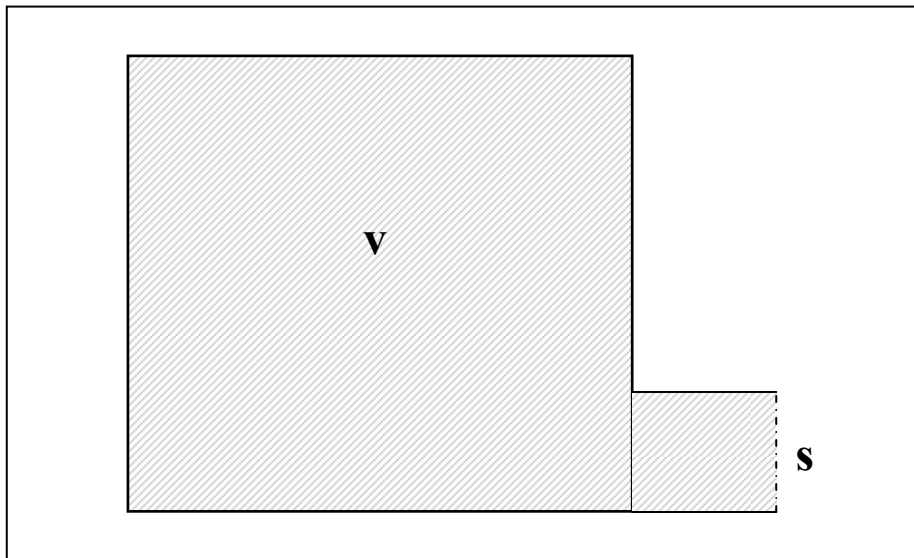


Fig. 4.1 - Schema di un sistema aperto con una sola sezione permeabile al passaggio di materia.

Si considera il sistema termodinamico costituito da un gas all'interno di un sistema aperto di volume noto; il sistema aperto è formato da pareti impermeabili ed è dotato di

una sezione permeabile dalla quale il gas può defluire. Inizialmente, la sezione di sbocco è chiusa e il sistema isola al suo interno il gas che si trova ad una pressione assoluta maggiore di quella atmosferica. Noto il volume del sistema chiuso, la superficie della sezione d'uscita, le condizioni termodinamiche iniziali e la natura del gas, si vuole studiare come avviene, una volta aperta la sezione di sbocco, il deflusso del gas nell'ambiente atmosferico.

In questo modello verranno formulate le seguenti ipotesi:

- si considera il gas perfetto e comprimibile;
- il sistema termodinamico è supposto fisicamente omogeneo (la densità è uguale in tutto il serbatoio);
- si suppone la trasformazione adiabatica, ipotesi abbastanza attendibile dato che il deflusso avviene in tempi molto brevi.

Per le grandezze in gioco la terminologia adottata è la seguente:

- V : volume del sistema chiuso iniziale [m^3];
- S : superficie della sezione di uscita del gas [m^2];
- ρ_{in} , p_{in} , T_{in} : densità [Kg/m^3], pressione [Pa] e temperatura [K] del gas nello stato fisico iniziale $\tau = 0$;
- $m(\tau)$: portata di gas uscente dal sistema [Kg/s];
- ρ , p , T : densità, pressione e temperatura del gas, sono funzioni incognite del tempo;
- p_0 : pressione del gas nell'ambiente esterno
- $W(\tau)$: velocità media del gas uscente dal sistema aperto [m/s];
- $M(\tau)$: massa di gas contenuto nel sistema aperto [Kg];
- β : coefficiente di perdita di carico assunto costante e dato dalla relazione

$$\frac{p - p_0}{\rho} = \beta \frac{W^2}{2} \quad (4.1)$$

- $T_{\text{riferimento}}$: temperatura arbitraria alla quale si assegna valore “0” di energia interna del gas [K];
- R : costante specifica dell’equazione di stato dei gas perfetti [J/Kg K];
- c_v : calore specifico a volume costante [J/Kg K];
- c_p : calore specifico a pressione costante [J/Kg K];
- $\gamma = c_p / c_v$;
- C : velocità del suono nel gas [m/s];
- Mach: numero di Mach.

Vediamo i legami che esistono tra massa, portata, velocità media e densità del gas.

La massa di gas contenuto nel sistema aperto di volume V è:

$$M(\tau) = \rho(\tau)V \quad (4.2)$$

Dalla equazione di bilancio della massa per sistemi aperti in regime transitorio, si ricava la portata uscente:

$$m(\tau) = -\frac{\partial M}{\partial \tau} = -V \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \quad (4.3)$$

La velocità media nella sezione di uscita del serbatoio è:

$$W(\tau) = \frac{m(\tau)}{\rho(\tau)S} = -\frac{V}{S} \frac{1}{\rho(\tau)} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \quad (4.4)$$

L’energia cinetica specifica del gas uscente è:

$$\frac{W^2}{2} = \frac{V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \quad (4.5)$$

Scriviamo, ora, l'equazione di bilancio energetico per il sistema aperto in questione, nelle ipotesi di gas perfetto e trasformazione adiabatica. Le grandezze che entrano in gioco sono:

1) energia uscente nel tempo $d\tau$

$$m \left[\frac{W^2}{2} + c_v (T - T_{\text{riferimento}}) \right] d\tau \quad (4.6)$$

2) lavoro uscente nel tempo $d\tau$

$$pSWd\tau = \frac{p}{\rho}(\rho SW) d\tau = m \frac{p}{\rho} d\tau = mRTd\tau \quad (4.7)$$

3) variazione di energia del sistema termodinamico in $d\tau$

$$-\frac{\partial [Mc_v (T - T_{\text{riferimento}})]}{\partial \tau} dt = \left[-c_v (T - T_{\text{riferimento}}) \frac{\partial M}{\partial \tau} - Mc_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \right] \quad (4.8)$$

L'equazione di conservazione dell'energia può quindi essere scritta nel modo

Energia uscente + Lavoro uscente = Diminuzione di energia

che in termini matematici assume la forma

$$m \left[\frac{W^2}{2} + c_v (T - T_{\text{riferimento}}) + RT \right] = -\frac{\partial M}{\partial \tau} c_v (T - T_{\text{riferimento}}) - Mc_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.9)$$

da cui si ottiene

$$m \left(\frac{W^2}{2} + RT \right) = -Mc_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.10)$$

Osservazione: nell'equazione di bilancio energetico, per semplicità, non si è tenuto conto che a causa delle perdite di carico, parte dell'energia cinetica si trasforma in energia termica incrementando così la temperatura del gas.

Ricordando le equazioni (4.2) e (4.3), l'equazione di bilancio diventa

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(\frac{W^2}{2} + RT \right) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial \tau}. \quad (4.11)$$

Introducendo nell'equazione (4.11) il termine $\frac{W^2}{2}$ dedotto dall'equazione di definizione di β (4.1)

$$\frac{W^2}{2} = \frac{p - p_0}{\rho \beta} \quad (4.12)$$

si ottiene l'equazione di bilancio energetico nella forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(\frac{p - p_0}{\rho \beta} + \frac{p}{\rho} \right) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.13)$$

La derivata della temperatura, ottenuta dall'equazione di stato

$$T = \frac{p}{\rho R} \quad (4.14)$$

è:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right) \frac{1}{R} \quad (4.15)$$

Introducendo l'equazione (4.15) nell'equazione (4.13), si ottiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(p \frac{1+\beta}{\beta} - \frac{p_0}{\beta} \right) = \frac{c_v}{R} \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{p}{\rho} \frac{c_v}{R} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \quad (4.16)$$

Ricordando che

$$R = c_p - c_v \quad \text{e} \quad \gamma = c_p/c_v \quad (4.17)$$

la (4.16) assume l'espressione:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[(p - p_0) \frac{\gamma - 1}{\beta} + p\gamma \right] = \frac{\partial p}{\partial \tau} . \quad (4.18)$$

Questa rappresenta l'equazione di bilancio energetico del gas perfetto, tenendo conto della perdita di carico concentrata e dell'equazione di continuità.

Ora occorre stabilire un legame tra p e ρ .

Dalle equazioni (4.5) e (4.12) si ricava:

$$\frac{W^2}{2} = \frac{V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 = \frac{p - p_0}{\beta \rho} \quad (4.19)$$

da cui risulta

$$\frac{p - p_0}{\beta} = \frac{V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \Rightarrow p = \frac{\beta V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 + p_0 \quad (4.20)$$

e la sua derivata

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\beta V^2}{2S^2} \left[2 \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^3 \right] = \frac{\beta V^2}{2\rho S^2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \right] \quad (4.21)$$

Inserendo le espressioni indicate nelle equazioni (4.20) e (4.21) nell'equazione di bilancio energetico (4.18), si ricava:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[\frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{2\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \frac{\gamma(1+\beta) + \beta - 1}{\beta} - \frac{\gamma S^2}{\beta V^2} p_0 \right] = 0 \quad \text{valida se } \rho \neq 0 \quad (4.22)$$

La soluzione di questa equazione differenziale del secondo ordine non lineare e in forma non normale (questo implica la non unicità del problema di Cauchy), fornisce la densità del gas, all'interno del sistema aperto, in funzione del tempo. Occorrono le condizioni iniziali:

$$\rho_{in} = \frac{p_{in}}{RT_{in}} \quad (4.23)$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)_{in} = -\frac{S}{V} \sqrt{\frac{2}{\beta} \rho_{in} (p_{in} - p_0)} \quad (4.24)$$

La (4.24) è stata ottenuta dall'equazione (4.19); il segno meno indica, come ci si attende, che all'apertura della sezione di uscita del sistema, la densità del gas diminuisce.

Conoscendo $\rho(\tau)$ si calcolano le seguenti grandezze:

- pressione del gas nel sistema tramite la (4.20);
- la temperatura dalla (4.14);
- la massa di gas contenuta nel sistema dalla (4.2);
- la portata in massa del gas uscente dalla (4.3);
- la velocità media sulla sezione di uscita con la (4.4);

- la velocità del suono nel gas con la seguente equazione

$$C(\tau) = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s=\text{cost}}} = \sqrt{\gamma RT(\tau)} \quad (4.25)$$

- il numero di Mach dall'equazione

$$\text{Mach} = \frac{W(\tau)}{C(\tau)} \quad (4.26)$$

4.2.1. Soluzione analitica del modello

Risolvere l'equazione (4.22) significa dunque, conoscere come variano nel tempo i parametri relativi al gas che consentono di avere un quadro completo del processo di scarico del sistema. Tuttavia, come vedremo in questo paragrafo, la soluzione di questa equazione è tutt'altro che semplice.

La prima osservazione che facciamo è la seguente:

$$\text{se } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho = \text{cost.} \quad (4.27)$$

ma ci aspettiamo che all'istante iniziale, in cui viene aperto il serbatoio, la densità diminuisca. Questa considerazione ci porta a seguire inizialmente le soluzioni date dalla

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{2\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau}\right)^2 \frac{\gamma(1+\beta) + \beta - 1}{\beta} - \frac{\gamma S^2}{\beta V^2} p_0 = 0 \quad (4.28)$$

che andiamo a studiare.

La (4.28) è, di fatto, un'equazione del tipo

$$F(y, y', y'') = 0, \quad (4.29)$$

che non contiene esplicitamente la variabile indipendente x e rientra in una categoria di equazioni del secondo ordine, che possono essere ridotte ad una di ordine inferiore.

Si può considerare y come la nuova variabile indipendente e $x = x(y)$ come incognita, per cercare soluzioni localmente invertibili.

Si pone, poi,

$$y'(x(y)) = u(y) \quad (4.30)$$

da cui

$$y'' = \frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \frac{dy}{dx} = u \frac{du}{dy}, \quad (4.31)$$

e inserendo quest'ultima espressione nell'equazione data, si ottiene

$$F\left(y, u, u \frac{du}{dy}\right) = 0, \quad (4.32)$$

che è un'equazione del primo ordine nell'incognita $u(y)$.

Detto

$$u = u(y, c_1), \quad c_1 \in \mathbf{R}, \quad (4.33)$$

l'integrale generale di tale equazione, ne segue che

$$y' = u(y, c_1), \quad (4.34)$$

che è un'equazione differenziale del primo ordine a variabili separabili.

Integrando si ottiene

$$x = \int \frac{dy}{u(y, c_1)} + c_2, \quad c_1, c_2 \in \mathbf{R}. \quad (4.35)$$

A queste soluzioni vengono aggiunte eventuali soluzioni, non localmente invertibili, del tipo $y = y_0$, dove $F(y_0, 0, 0) = 0$.

Individuato il tipo di equazioni al quale si riconduce la (4.28), vediamo ora di applicare questo modo di procedere al caso specifico.

Si pone

$$\dot{\rho} = u(\rho), \quad (4.36)$$

da cui

$$\ddot{\rho} = \frac{du}{d\tau} = \frac{du}{d\rho} \frac{d\rho}{d\tau} = u \frac{du}{d\rho} = uu' \quad (4.37)$$

Introducendo la (4.36) e la (4.37) nell'equazione (4.28), si ottiene

$$uu' - \frac{c}{2\rho} u^2 = c', \quad (4.38)$$

dove:

$$c = \frac{\gamma(1+\beta) + \beta - 1}{\beta} \quad (4.39)$$

$$c' = \frac{\gamma S^2 p_0}{\beta V^2} \quad (4.40)$$

Per risolvere l'equazione differenziale del primo ordine data dalla (4.38), si deve operare un ulteriore cambiamento di variabile:

$$z(\rho) = u^2, \quad (4.41)$$

da cui

$$z' = \frac{dz}{d\rho} = 2uu'. \quad (4.42)$$

Con le sostituzioni (4.41) e (4.42), la (4.38) diventa

$$z' = \frac{c}{\rho} z = 2c'. \quad (4.43)$$

La (4.43) è un'equazione differenziale lineare del primo ordine del tipo

$$z' + a(\rho)z = b(\rho), \quad (4.44)$$

la cui soluzione è

$$z(\rho) = e^{-A(\rho)} \left(\int b(\rho)e^{A(\rho)} d\rho + k \right), \quad (4.45)$$

dove

$$A(\rho) = \int a(\rho) d\rho \quad (4.46)$$

k = costante d'integrazione, che si determina tramite le condizioni iniziali.

Nel nostro caso è:

$$a(\rho) = -\frac{c}{\rho}, \quad (4.47)$$

$$b(\rho) = 2c', \quad (4.48)$$

$$A(\rho) = \int -\frac{c}{\rho} d\rho = -c \ln \rho, \quad (4.49)$$

$$\int b(\rho) e^{A(\rho)} d\rho = \int 2c' \rho^{-c} d\rho = \frac{2c'}{1-c} \rho^{1-c}. \quad (4.50)$$

Pertanto la soluzione della (4.43) diventa

$$z(\rho) = \rho^c \left(\frac{2c'}{1-c} \rho^{1-c} + k \right). \quad (4.51)$$

Ricordando le equazioni(4.36) e (4.41) la (4.51) può essere scritta come

$$\dot{\rho}^2 = \rho^c \left(\frac{2c'}{1-c} \rho^{1-c} + k \right), \quad (4.52)$$

da cui

$$\dot{\rho}^2 = \left(\frac{2c'}{1-c} \rho + k\rho^c \right) \quad (4.53)$$

e quindi

$$\dot{\rho} = \pm \sqrt{\frac{2c'}{1-c} \rho + k\rho^c}. \quad (4.54)$$

A questo punto è d'obbligo fare alcune considerazioni che ci permettono di capire l'andamento qualitativo delle soluzioni dell'equazione (4.22).

Come già si è detto, ci si aspetta che la densità diminuisca (almeno negli istanti immediatamente successivi all'apertura del sistema), cioè che la sua derivata sia negativa. Inizialmente, quindi, la soluzione cercata segue la legge di evoluzione

$$\dot{\rho} = -\sqrt{\frac{2c'}{1-c}\rho + k\rho^c}, \quad (4.55)$$

il cui campo di esistenza, da un punto di vista strettamente matematico, è dato da valori esterni di ρ :

$$\rho \leq 0 \vee \rho \geq \left(-\frac{2c'}{(1-c)k}\right)^{\frac{1}{c-1}}. \quad (4.56)$$

Il fenomeno fisico ci porta, tuttavia, ad escludere a priori il campo di validità per valori negativi di ρ .

Il radicando della (4.55) si annulla per $\rho = 0$ (caso da escludere) e per $\rho = \rho^*$, con

$$\rho^* = \left(-\frac{2c'}{(1-c)k}\right)^{\frac{1}{c-1}} \quad (4.57)$$

Quando $\rho = \rho^*$, abbiamo che la funzione, indicata in rosso nella figura 4.2,

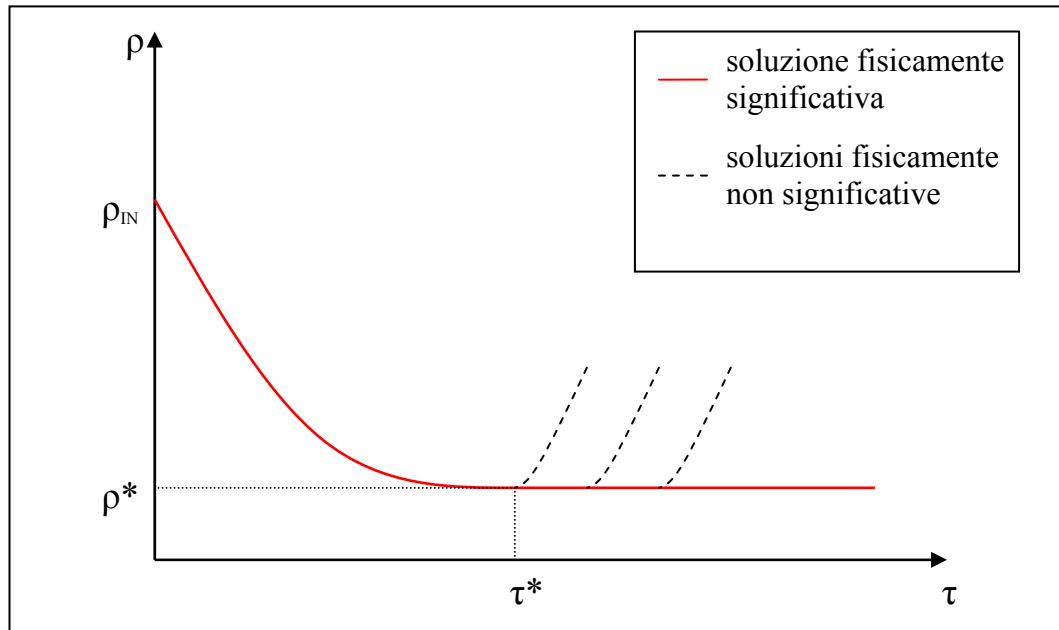


Fig. 4.2 - Rappresentazione grafica delle soluzioni dell'equazione differenziale del secondo ordine non lineare in forma non normale

$$\bar{\rho}(\tau) = \begin{cases} \rho \text{ soluzione di } \dot{\rho} = -\sqrt{\frac{2c'}{1-c}}\rho + k\rho^c & \text{per } \tau \leq \tau^* \\ \rho \text{ soluzione di } \dot{\rho} = 0 & \text{per } \tau \geq \tau^* \end{cases} \quad (4.58)$$

è C^1 ed è anche l'unica fisicamente significativa. Altre soluzioni C^1 (rappresentate in figura con linea tratteggiata) prevedrebbero una esplosione in tempo finito, e sono più precisamente le soluzioni di

$$\dot{\rho} = +\sqrt{\frac{2c'}{1-c}}\rho + k\rho^c \quad (4.59)$$

a partire da $\rho(\bar{\tau}) = \rho^*$ con $\bar{\tau} \geq \tau^*$.

Tali comportamenti sono esclusi dal fatto che lo svuotamento del sistema aperto avviene nell'atmosfera e questo fenomeno non giustifica un simile comportamento. Eventuali piccole oscillazioni di ρ , imputabili ad eventuali onde di pressione che si propagano nel condotto di scarico, sono invece escluse dall'analisi qualitativa dell'equazione differenziale considerata, in quanto se la soluzione ρ inizia a crescere,

continua a crescere poiché $\dot{\rho} > 0$. Da queste considerazioni, ne deduciamo che per il modello realizzato, il fenomeno fisico dello scarico del sistema ha termine dopo un tempo τ^* , cioè all'istante in cui si annulla la $\dot{\rho}$ espressa dalla (4.55).

Tornando all'equazione (4.55) e integrandola a partire dall'istante iniziale $\tau = 0$, si ottiene

$$\int_0^{\tau} d\tau = - \int_{\rho_{in}}^{\rho} \left(\frac{2c'}{1-c} \rho + k\rho^c \right)^{-\frac{1}{2}} d\rho \quad (4.60)$$

Si dice che l'equazione differenziale non lineare di partenza è stata “ridotta alle quadrature”, perché ci si è ricondotti a risolvere un integrale. Vediamo come si calcola.

Il secondo membro della (4.60) è un integrale del tipo

$$\int_{\alpha}^{\beta} x^m (a + bx^n)^p dx, \quad (4.61)$$

la cui funzione integrando

$$x^m (a + bx^n)^p, \quad (4.62)$$

moltiplicata per dx si dice differenziale binomio.

Gli integrali di forme differenziali binomie possono essere calcolati solo in casi particolari:

- 1° caso: p è intero.
- 2° caso: p non è intero, ma è intero $(m+1)/n$.
- 3° caso: p ed $(m+1)/n$ non sono interi, ma è intero $(m+1)/n+p$.

Il secondo membro della (4.60), non rientra in alcuno di questi casi; ciò significa che non si riesce a trovare una soluzione analitica del problema.

Pertanto, dopo aver ridotto alle quadrature l'equazione differenziale non lineare di partenza, che ci ha permesso di fare un'analisi qualitativa della soluzione, si è dovuto procedere numericamente.

4.3. SOLUZIONE NUMERICA DEL MODELLO

Per capire come si è proceduto, è necessario dare uno sguardo ai metodi numerici per risolvere le equazioni differenziali e al linguaggio di programmazione utilizzato

4.3.1. Funzioni solver di Matlab

MATLAB non è soltanto un linguaggio di programmazione, ma anche un ambiente software che consente di utilizzare in modo efficiente tale linguaggio. L'ambiente interattivo di MATLAB facilita la gestione di variabili, l'importazione e l'esportazione di dati, lo svolgimento di calcoli, la generazione di diagrammi, lo sviluppo di file da utilizzare per altre applicazioni di MATLAB stesso.

Le routine numeriche del linguaggio sono state provate e perfezionate attraverso anni di utilizzo e le loro capacità sono state notevolmente ampliate in questo periodo. MATLAB include vari moduli software aggiuntivi, chiamati *toolbox*, che svolgono compiti specializzati.

Molte funzioni del toolbox denominato *Control System* possono essere utilizzate per risolvere le equazioni differenziali a coefficienti costanti, come quelle viste. Queste funzioni altro non sono che metodi numerici per risolvere le equazioni differenziali.

L'operazione principale di un metodo numerico consiste nel convertire un'equazione differenziale in un'equazione di differenze che può essere programmata in un computer.

Gli algoritmi numerici si distinguono in parte per le procedure specifiche che adottano per ottenere le equazioni delle differenze. In generale, aumentando la precisione dei risultati, aumenta la complessità del programma. E' importante capire il concetto di

ampiezza del passo di programma e del suo effetto sulla precisione della soluzione. Iniziamo col descrivere il più semplice dei metodi numerici: *il metodo di Eulero*.

Il metodo di Eulero

Il metodo di Eulero è il più semplice algoritmo per risolvere numericamente un'equazione differenziale. Di solito, fornisce i risultati meno precisi, ma è anche la base per capire i metodi più sofisticati. Esaminiamo il metodo di Eulero applicato all'equazione differenziale generale del primo ordine

$$y' = f(t, y). \quad (4.63)$$

Dalla definizione di derivata, sappiamo che

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t}. \quad (4.64)$$

Se l'incremento di tempo Δt è abbastanza piccolo, la derivata può essere sostituita dall'espressione approssimata:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t}. \quad (4.65)$$

Sostituendo l'equazione (4.65) nella (4.63), si ottiene la formula approssimata:

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t f(t, y). \quad (4.66)$$

Supponiamo che il secondo membro dell'equazione (4.63) resti costante nell'intervallo di tempo $(t, t + \Delta t)$. L'equazione (4.66) può essere scritta in una forma più comoda:

$$y(t_{k+1}) = y(t_k) + \Delta t f[t_k, y(t_k)] \quad (4.67)$$

dove $t_{k+1} = t_k + \Delta t$. Questa equazione può essere applicata ripetutamente negli istanti t_k , inserendola in un ciclo *for*. Quanto più piccolo è Δt , tanto più accurate sono le ipotesi su cui si basa l'equazione (4.67). Questa tecnica che sostituisce un'equazione differenziale con un'equazione di differenze, rappresenta il metodo di Eulero. L'incremento Δt rappresenta *l'ampiezza del passo*.

Il metodo di Eulero presenta gli errori più grandi quando viene applicato per determinare soluzioni che cambiano rapidamente, in quanto il metodo si basa sul fatto che le variabili siano costanti all'interno dell'intervallo Δt . La precisione del metodo di Eulero può essere migliorata riducendo l'ampiezza del passo Δt . Tuttavia, se l'ampiezza del passo è troppo piccola, il tempo di elaborazione diventa più lungo e possono verificarsi degli errori cumulati maggiori per effetto degli arrotondamenti.

Il metodo di Runge-Kutta

Una tecnica per perfezionare il metodo di Eulero consiste nel migliorare l'approssimazione del secondo membro dell'equazione (4.63). La rappresentazione della serie di Taylor costituisce la base per vari metodi di risoluzione delle equazioni differenziali, inclusi i metodi di Runge-Kutta. La serie di Taylor può essere utilizzata per rappresentare la soluzione $y(t+h)$ in funzione di $y(t)$ e delle sue derivate, in questo modo:

$$y(t+h) = y(t) + hy'(t) + \frac{1}{2}h^2y''(t) + \dots \quad (4.68)$$

Il numero di termini mantenuti nella serie determina la sua precisione. Le derivate richieste sono calcolate dall'equazione differenziale. Se queste derivate possono essere calcolate, l'equazione (4.68) può essere utilizzata per avanzare nel tempo. In pratica, le derivate di ordine superiore possono essere difficili da calcolare, e la serie (4.68) viene troncata in corrispondenza di qualche termine.

I metodi di Runge-Kutta furono sviluppati a causa delle difficoltà di calcolo delle derivate. Questi metodi calcolano la funzione $f(t,y)$ in un modo che approssima la serie di Taylor. Il numero di termini della serie che viene duplicato determina l'ordine del metodo di Runge-Kutta. Così, un algoritmo di Runge-Kutta del quarto ordine duplica la serie di Taylor fino al termine h^4 . I metodi di Runge-Kutta del secondo ordine esprimono y_{k+1} in questo modo:

$$y_{k+1} = y_k + w_1 g_1 + w_2 g_2 \quad (4.69)$$

dove w_1 e w_2 sono fattori ponderali costanti e

$$g_1 = hf(t_k, y_k) \quad (4.70)$$

$$g_2 = hf(t_k + \alpha h, y_k + \beta hf_k) . \quad (4.71)$$

La famiglia degli algoritmi di Runge-Kutta del secondo ordine è caratterizzata dai parametri α , β , w_1 e w_2 . Per duplicare la serie di Taylor fino al termine h^2 , questi coefficienti devono soddisfare le seguenti relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 + w_2 = 1 \\ w_1 \alpha = \frac{1}{2} \\ w_2 \beta = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (4.72)$$

Quindi uno dei parametri può essere scelto in modo indipendente.

Oltre alle molteplici varianti degli algoritmi di Runge-Kutta, algoritmi più avanzati utilizzano un'ampiezza variabile del passo del programma. Questi algoritmi adottano ampiezze di passo più grandi quando la soluzione varia più lentamente.

Matlab dispone di funzioni, chiamate *solver*, che implementano i metodi di Runge-Kutta con un'ampiezza variabile del passo di programma. Queste funzioni sono: ode23, ode45 e ode113 (il prefisso ode sta per “ordinary differential equation” o “equazione differenziale ordinaria”).

La funzione ode23 applica una combinazione dei metodi di Runge-Kutta del secondo e del terzo ordine. La funzione ode45 usa una combinazione dei metodi di Runge-Kutta del quarto e del quinto ordine. In generale, ode45 è più rapida e più precisa, ma usa ampiezze di passo maggiori che possono produrre un grafico dalla soluzione non così regolare come quello prodotto dalla funzione ode23. Queste funzioni sono classificate, rispettivamente, come metodi risolutori di ordine basso e medio. La funzione ode113 si basa su un algoritmo di ordine variabile.

Matlab contiene quattro altre funzioni solver: ode23t, ode15s, ode23s e ode23tb. Alcune di queste funzioni sono classificate come *stiff* (complesse), adatte ,cioè, a risolvere equazioni differenziali complesse.

4.3.2. Applicazione delle funzioni solver al modello

Vediamo ora come ci si è serviti dei metodi numerici, analizzati nei paragrafi precedenti, per risolvere l'equazione differenziale (4.55) del modello di calcolo.

L'equazione (4.55) è dello stesso tipo dell'equazione (4.63). E' cioè un'equazione differenziale del primo ordine per la quale vale l'analogia

$$f(t, y) = -\sqrt{\frac{2c'}{1-c}} \rho + k\rho^c . \quad (4.73)$$

La funzione solver adottata per la soluzione di questa equazione differenziale è ode23.

La scelta di questa funzione è stata dettata dal presagio che si avesse a che fare con una variabile, ρ , che cambiasse molto rapidamente. Da cui l'esigenza di utilizzare un algoritmo che usasse ampiezze di passo ridotte per garantire più precisione alla soluzione.

La sintassi di base di una funzione solver ode23 per risolvere un'equazione differenziale del tipo $y' = f(t, y)$ è la seguente:

$$[t,y] = \text{ode23}(' \text{ydot}', \text{tspan}, \text{y0}) \quad (4.74)$$

dove

- ydot è il nome del file di funzione i cui input sono t e y e il cui output è un vettore colonna che rappresenta dy/dt , cioè $f(t,y)$. Il numero di righe in questo vettore colonna deve essere uguale all'ordine dell'equazione
- il vettore tspan contiene i valori iniziale e finale della variabile indipendente t e, facoltativamente, dei valori intermedi di t che la soluzione deve avere. Per esempio, se non sono specificati dei valori intermedi, tspan vale $[t_0, t_f]$, dove t_0 e t_f sono i valori iniziale e finale del parametro indipendente t
- il parametro y0 rappresenta il valore $y(t_0)$.
- il file di funzione deve avere due argomenti di input t e y anche per quelle equazioni in cui $f(t,y)$ non è una funzione di t (come nel caso dell'equazione 3.55).

Applicando dunque la sintassi alla funzione (4.55) si è scritta la seguente espressione:

$$[t,\rho] = \text{ode23}(' \text{ydot}', [0 \ t_f], \rho_{in}). \quad (4.75)$$

Il differenziale binomio della (4.55) è stato integrato a partire dall'istante iniziale($t_0 = 0$) ad un imprecisato tempo finale (t_f), sufficientemente grande da consentire il completamento del transitorio di scarico del sistema aperto. Il valore iniziale della densità (ρ_{in}), è invece noto dalla (4.23). Grazie quindi alla funzione solver di Matlab si è potuto risolvere numericamente il modello a gas perfetto e determinare l'andamento dei parametri caratteristici del gas.

Come verifica della correttezza della soluzione ottenuta, è stata applicata la funzione ode23 per determinare anche la soluzione dell'equazione differenziale di partenza (cioè prima di ridurla alle quadrature), verificandone l'uguaglianza.

La risoluzione dell'equazione differenziale di partenza (4.28), essendo del secondo ordine, è leggermente differente da quella appena vista. Quando si deve risolvere un'equazione del secondo ordine (il discorso può essere esteso ad equazioni differenziali di ordine n-esimo), la prima cosa da fare è spezzare l'equazione differenziale ordinaria in un sistema di equazioni del primo ordine. Per esempio, l'equazione

$$\ddot{X} + A\dot{X} + K^2X = 0 \quad (4.76)$$

può essere scritta come,

$$\dot{Y}_1 = Y_2 \quad (4.77)$$

$$\dot{Y}_2 = -AY_2 - K^2Y_1 \quad (4.78)$$

dove $Y_1 = X$ e $Y_2 = \dot{X}$.

Da questo punto in poi il procedimento è analogo a quello già visto per le equazioni del primo ordine. Ora il file di funzione, *ydot*, ha come input Y_1 , Y_2 e t , mentre come output \dot{Y}_1 e \dot{Y}_2 . Di conseguenza la condizione iniziale richiesta non è più soltanto $X(t_0)$ ossia ρ_{in} , ma anche $\dot{X}(t_0)$ cioè $\dot{\rho}_{in}$ dato dalla (4.24).

Applicata dunque alla (4.28), la sintassi della funzione *solver* è

$$[t,\rho] = \text{ode23}('ydot', [0 \ t_f], [\rho_{in} \ \dot{\rho}_{in}]). \quad (4.79)$$

4.3.3. Elaborazione dei dati del modello

Gli output del programma creato con MATLAB sono stati importati in Microsoft EXCEL XP attraverso il *toolbox* Excel Link. Questo è un software aggiuntivo di MATLAB 6 che relaziona i due ambienti permettendo un accesso sincrono ai dati

numerici da analizzare.

Il procedimento si è rivelato utile nella fase di importazione delle matrici da MATLAB ad EXCEL: così è stato possibile realizzare grafici e rielaborare i risultati ottenuti tramite fogli di calcolo elettronici.

4.4. APPLICAZIONE DEL MODELLO AL CASO IN STUDIO

Il modello a gas perfetto schematizzato per l'analisi del deflusso di un sistema aperto, si adatta molto bene al sistema di deflusso dell'impianto in studio. In questo paragrafo metteremo in evidenza come il problema che si sta studiando viene elaborato con il modello creato. Vedremo il modo scrupoloso con cui sono stati calcolati i parametri di input del modello e come vengono giustificate le ipotesi assunte.

4.4.1. Parametri relativi al gas

Nel caso dello svuotamento della stazione di stiro-formatura, il gas che stiamo considerando è aria. Tutti i parametri ad essa relativi, che rientrano fra le grandezze note del modello, sono stati ricavati da due testi qualificati: "*Handbook of thermodynamic tables and charts*" dell'autore Kuzman Ražnjevic e "*Thermodyanamics*" di Kenneth Wark, Jr.

4.4.2. Parametri geometrici

I parametri geometrici richiesti dal modello matematico sono due: volume occupato dall'aria compressa prima della fase di scarico e superficie della sezione d'uscita. Vediamo come sono stati determinati.

A) Volume

Il volume occupato dall'aria dopo la fase di stiro-formatura, un attimo prima dell'apertura della valvola di scarico, comprende i volumi interni di: bottiglia, pistone, parte posteriore del cilindro, tubo flessibile (in cui comprendiamo i due nippli di collegamento) e gruppo valvole. La geometria di questi condotti è abbastanza complessa e particolareggiata. Al fine di introdurre nel modello matematico un valore attendibile del volume, si è seguito un procedimento molto laborioso. Per prima cosa sono stati realizzati i modelli tridimensionali dei condotti occupati dall'aria; per fare questo si è utilizzato il sistema CAD 3D SolidWorks 2000. Si è riusciti così a riprodurre, in modo molto fedele, ogni minimo particolare del volume riempito dal gas. Tra le innumerevoli funzioni di cui dispone il sistema CAD impiegato, vi è anche quella denominata "*Mass Properties*" che consente di misurare le proprietà del modello 3D rappresentato, fra cui il volume.

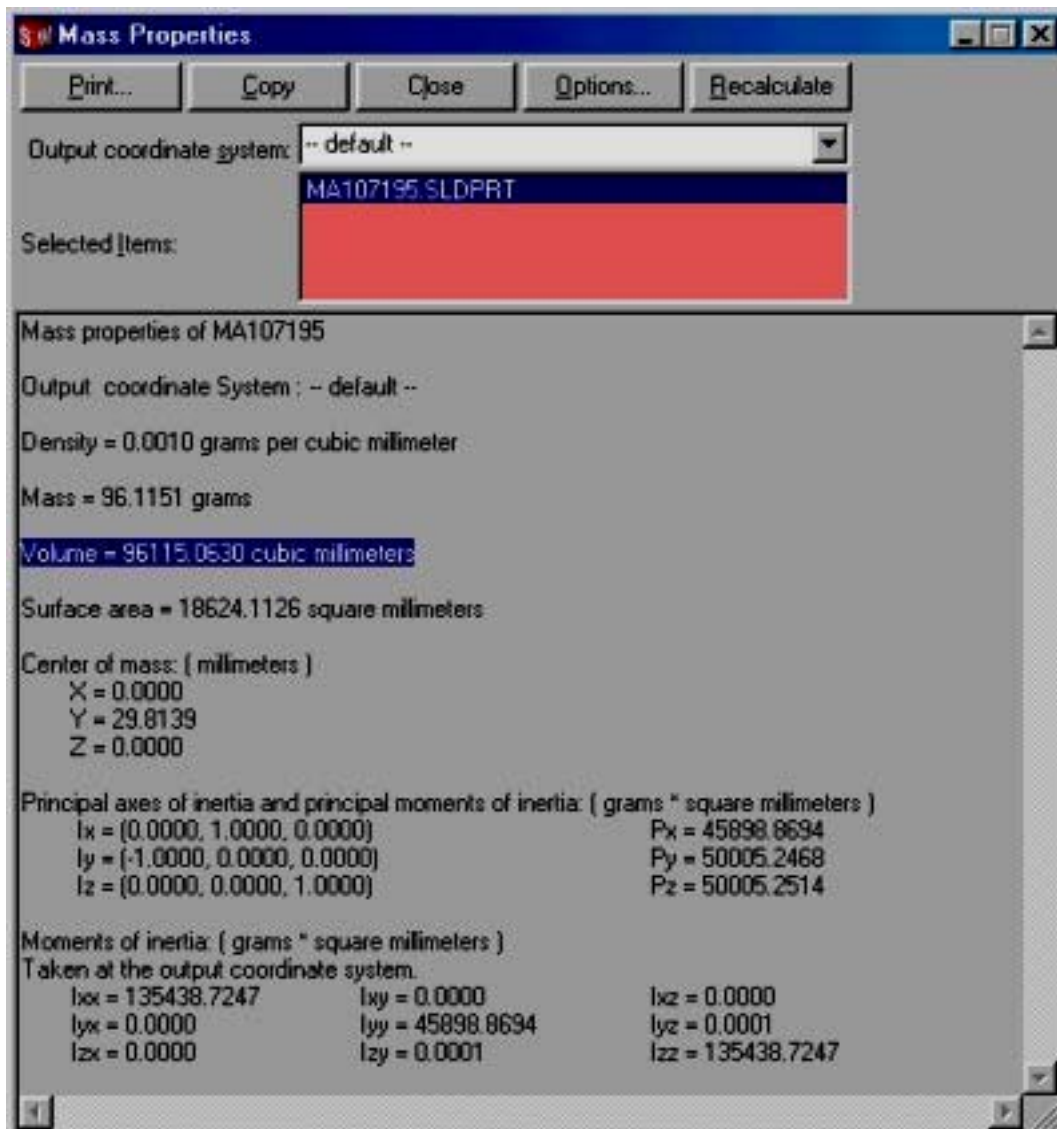


Fig. 4.3 - Immagine del tool relativo alle proprietà massiche rese disponibili da SolidWorks 2000.

Inserendo i valori, così trovati, del volume di ogni singola parte del condotto occupato dall'aria, in un foglio di calcolo elettronico in ambiente EXCEL, si è calcolato il volume d'aria totale che deve essere espulso.

N°	COMPONENTI	VOLUME (mm ³)
1	Bottiglia	1473296,462444
1	Sigillo	5540,339702
1	Pistone	69025,464352
1	Fondo cilindro	41564,941995
2	Niplo	9079,202769
1	Condotto flessibile	88357,293382
1	Gruppo valvole	72276,548730
	Volume Totale	1768219,456144

Fig. 4.4 - Foglio elettronico di Microsoft EXCEL utilizzato per il calcolo del volume.

B) Superficie della sezione d'uscita

La sezione che aprendosi consente il deflusso dell'aria utilizzata per la formazione della bottiglia durante la fase di formatura e che al termine di questa operazione rimane all'interno della stazione di stiro-formatura, è collocata in corrispondenza della valvola di scarico. Su indicazione della ditta costruttrice delle elettrovalvole, la superficie della sezione d'uscita è stata considerata equivalente a quella di una sezione circolare di diametro 15mm.

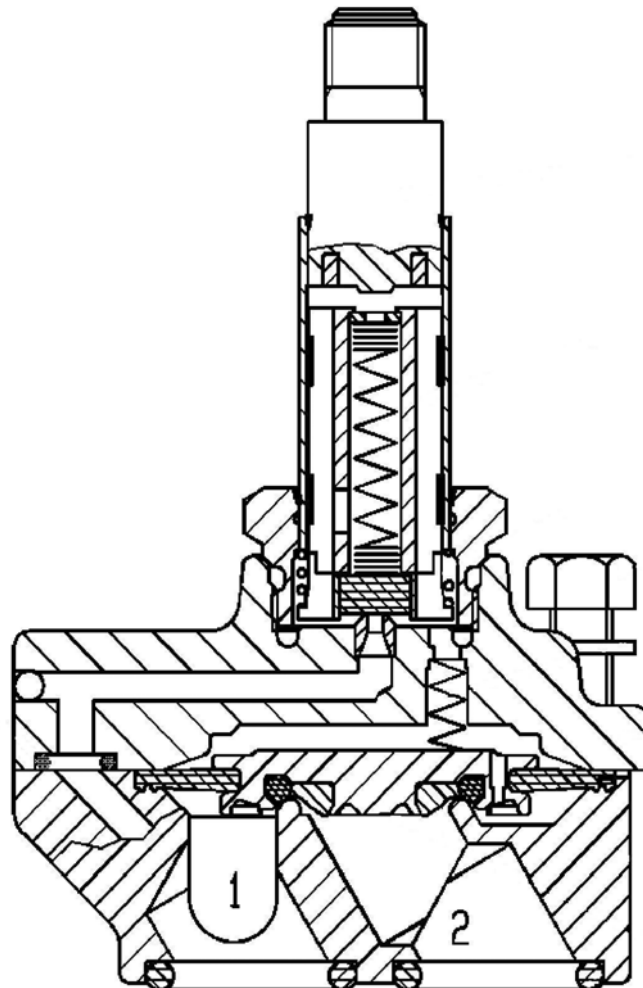


Fig. 4.5 - Vista in sezione dell'elettrovalvola di scarico.

4.4.3. Condizioni iniziali e al contorno

Ulteriori argomenti noti nel modello matematico devono essere:

- le condizioni termiche in cui si trova l'aria nel sistema termodinamico inizialmente chiuso, cioè pressione e temperatura che sono stati forniti dagli ingegneri di Simonazzi e densità ricavata, invece, dall'equazione di stato per i gas perfetti;
- le condizioni al contorno ovvero la pressione esistente all'esterno del sistema termico considerato; questa, altro non è che la pressione atmosferica.

Riassumendo, i parametri introdotti nel modello a gas perfetto del processo di deflusso della soffiatrice rotativa sono i seguenti:

Parametri relativi	γ	1.40
all'aria	R	287.041 J/Kg K
Parametri	V	$1768219.456144 \times 10^{-9} \text{ m}^3$
geometrici	S	$176.71 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
Condizioni	P_{in}	$37 \times 10^5 \text{ Pa}$
iniziali	T_{in}	283.15 K
	ρ_{in}	45.5241 Kg/m^3
condizioni al contorno	P_0	101325 Pa

Tabella 4.1 - Dati noti del modello a gas perfetto della fase di scarico della soffiatrice rotativa.

4.4.4. Giustificazione delle ipotesi

In questo paragrafo cercheremo di capire meglio i ragionamenti che stanno alla base delle ipotesi fatte.

Il sistema termodinamico in studio è stato ipotizzato fisicamente omogeneo in quanto abbiamo schematizzato la stazione di stiro-formatura come il sistema di figura 4.1, cioè come se tutte le perdite di carico, causate sia dalle accidentalità dei condotti interni attraversati dal deflusso dell'aria che dall'attrito dell'aria stessa contro le pareti rugose,

fossero concentrate sulla sezione d'uscita che si trova in prossimità della valvola di scarico e che rappresenta, in questo modo, l'unica ostruzione al processo di scarico. Si definisce quindi un fattore di perdita di carico β relativo a tale accidentalità dato dall'equazione (4.1), in cui si suppone che in ogni istante di tempo, successivo all'apertura della valvola, possa esistere una relazione di questo tipo fra:

- pressione $[p(\tau)]$ e densità $[\rho(\tau)]$ del gas immediatamente a monte della sezione d'uscita;
- pressione (p_0) del gas a valle della sezione d'uscita;
- velocità media $[W(\tau)]$ dell'aria in corrispondenza della sezione d'uscita.

Il valore di β è utilizzato come argomento di input dal modello matematico e, ragionevolmente, è ipotizzato costante. Per vedere com'è stato calcolato, si rimanda al *capitolo 5*.

Poiché, come abbiamo già accennato nel capitolo precedente, a detta degli ingegneri di Simonazzi, la fase di deflusso avviene in tempi molto brevi, circa $0.7 \div 0.8$ secondi, è lecito supporre che non vi siano scambi di calore significativi del sistema termodinamico con il contorno; per questa ragione si è fatta l'ipotesi di trasformazione adiabatica.

Per quanto riguarda il ragionamento che ha portato a considerare l'aria come un gas perfetto, dobbiamo spendere qualche parola in più. Siccome a priori non si conoscevano gli stati termodinamici in cui si trova il gas durante il deflusso, si è approssimata l'aria al comportamento dei gas perfetti alla luce delle condizioni termodinamiche iniziali. Note, infatti, le proprietà intensive del sistema termodinamico (e cioè pressione e temperatura) all'istante iniziale e in corrispondenza del punto critico dell'aria (tramite le tabelle termodinamiche di Kuzman Ražnjevic),

$$\begin{cases} p_c = 37.65754 \times 10^5 \text{ Pa} \\ T_c = 132.45 \text{ K} \end{cases} \quad (4.80)$$

sono state calcolate le **coordinate ridotte**:

$$\begin{cases} p_r = \frac{p}{p_c} \\ T_r = \frac{T}{T_c} \end{cases} \quad (4.81)$$

In funzione delle coordinate ridotte, il diagramma di *Nelson-Obert*, riporta i valori del fattore di compressibilità:

$$Z = f(p_r, T_r) . \quad (4.82)$$

Tale fattore, che abbiamo già trattato nel capitolo 1, consente di “misurare” lo scostamento di un gas reale dal comportamento di gas perfetto. Se, in corrispondenza dei valori assunti dalle sue coordinate ridotte, il fattore di compressibilità tende a 1, si può dire che il gas si comporta come gas perfetto.

Nel nostro caso, all’istante iniziale, è risultato:

$$\begin{cases} p_r \cong 0.98 \\ T_r \cong 2.14 \end{cases} \Rightarrow Z \cong 1 \quad (4.83)$$

Tutto questo però è vero solo nell’istante iniziale, e nulla ci vieta di pensare che durante il transitorio l’aria possa comportarsi in un modo non riconducibile a quello di un gas perfetto. Temendo che l’ipotesi di gas perfetto potesse essere non attendibile, è stato realizzato un secondo modello di calcolo: *il modello a gas reale*.

4.5. MODELLO A GAS REALE

Il modello a gas reale altro non è che il modello a gas perfetto in cui è stata abolita l'ipotesi di considerare l'aria come un gas ideale. Si assume ora, che il sistema aperto di figura 4.1, sia attraversato da un gas caratterizzato dall'equazione di stato di Van der Waals, nella forma che meglio descrive il comportamento dei gas lontano dal punto critico. Essa è

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad (4.84)$$

dove:

- R = costante specifica dei gas perfetti pari a 287.041 J/Kg K;
- a tiene conto dell'effetto provocato sulla pressione dalle forze di attrazione con cui le particelle di gas interagiscono. Il valore di a si ottiene dall'espressione

$$a = 3v_c^{*2} p_c \quad (4.85)$$

dove v_c^* è il volume specifico critico convenzionale e vale:

$$v_c^* = \frac{3}{8} R \frac{T_c}{p_c} \quad (4.86)$$

- b, chiamato covolume, tiene conto del volume delle molecole che non risulta più trascurabile rispetto a quello del sistema. La formula con cui si ricava è

$$b = \frac{v_c^*}{3} \quad (4.87)$$

Seguendo un procedimento analogo a quello visto per il modello a gas perfetto, vediamo come si modificano le relazioni fra le grandezze in gioco.

L'equazione di bilancio della massa per sistemi aperti in regime transitorio resta invariata; lo stesso non si può dire per l'equazione di bilancio dell'energia che andiamo a riscrivere.

La variazione dell'energia interna specifica di un gas reale è espressa da

$$du = c_v dT + \frac{a}{v^2} dv, \quad (4.88)$$

da cui risulta che l'energia uscente dal serbatoio nel tempo $d\tau$ è:

$$m \left[\frac{W^2}{2} + c_v (T - T_{\text{riferimento}}) - a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{riferimento}}} \right) \right] d\tau \quad (4.89)$$

In base all'equazione (4.84) il lavoro uscente nel tempo $d\tau$ diventa

$$pSWd\tau = \frac{p}{\rho} (\rho SW) d\tau = \left(\frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \right) mv d\tau \quad (4.90)$$

mentre la variazione di energia del sistema termodinamico in $d\tau$ è

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left[Mc_v (T - T_{\text{riferimento}}) - Ma \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{riferimento}}} \right) \right]}{\partial \tau} d\tau = \\ & = \left[-\frac{\partial M}{\partial \tau} c_v (T - T_{\text{riferimento}}) - Mc_v \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial M}{\partial \tau} a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{riferimento}}} \right) + Ma \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right] d\tau \end{aligned} \quad (4.91)$$

L'equazione di bilancio energetico del sistema termodinamico considerando il gas reale, diventa:

$$\begin{aligned} m \left[\frac{W^2}{2} + c_v (T - T_{\text{riferimento}}) - a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{riferimento}}} \right) + v \left(\frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \right) \right] = \\ = - \frac{\partial M}{\partial t} c_v (T - T_{\text{riferimento}}) - M c_v \frac{\partial T}{\partial t} - ma \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{riferimento}}} \right) + Ma \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (4.92)$$

da cui, con le dovute semplificazioni, si ottiene:

$$m \left[\frac{W^2}{2} + v \left(\frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \right) \right] = -M \left(c_v \frac{\partial T}{\partial t} - a \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right) \quad (4.93)$$

Ricordando le equazioni (4.2) e (4.3), l'equazione di bilancio energetico diventa

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(\frac{W^2}{2} + \frac{RT}{1-\rho b} \right) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.94)$$

Introducendo il termine $\frac{W^2}{2}$ ottenuto dalla equazione di definizione di β nell'equazione di bilancio, la (4.94) assume la forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(\frac{p-p_0}{\rho \beta} + \frac{RT}{1-\rho b} \right) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.95)$$

La derivata della temperatura ottenuta dall'equazione di stato di Van der Waals scritta esplicitando la temperatura:

$$T = \frac{1}{R} \left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v-b) = \frac{1}{R} \left(\frac{p}{\rho} - pb + pa - \rho^2 ab \right) \quad (4.96)$$

è:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} p - \frac{\partial p}{\partial \tau} b + a \frac{\partial \rho}{\partial \tau} - 2\rho \frac{\partial \rho}{\partial \tau} ab \right) \quad (4.97)$$

Utilizzando ancora l'equazione di Van der Waals, scriviamo il termine $\frac{RT}{1-\rho b}$ nel seguente modo:

$$\frac{RT}{1-\rho b} = \frac{RT}{1-\frac{1}{v}b} = \frac{RT}{v-b} \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} (p + \rho^2 a) \quad (4.98)$$

Sostituendo nell'equazione di bilancio la (4.97) e la (4.98), si giunge a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left(\frac{p-p_0}{\beta} + p + \rho^2 a \right) = \frac{c_v}{R} \left[\frac{\partial p}{\partial \tau} (1-\rho b) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} (-p + \rho^2 a - 2ab\rho^3) \right] \quad (4.99)$$

Dopo alcuni passaggi matematici si ottiene:

$$\frac{1}{\rho(1-\rho b)} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[\frac{p-p_0}{\beta} \frac{R}{c_v} + p \left(\frac{R+c_v}{c_v} \right) + \rho^2 a \left(\frac{R-c_v}{c_v} \right) + 2ab\rho^3 \right] = \frac{\partial p}{\partial \tau} \quad (4.100)$$

Inserendo le espressioni già viste:

$$\begin{cases} \frac{p-p_0}{\beta} = \frac{V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \\ p = \frac{\beta V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 + p_0 \\ \frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\beta V^2}{2\rho S^2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \right] \end{cases}$$

che esprimono il legame tra p e ρ , si ricava:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho(1-\rho b)} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[\frac{R}{c_v} \frac{V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{R+c_v}{c_v} \right) \frac{\beta V^2}{2S^2} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{R+c_v}{c_v} \right) p_0 + \right. \\ \left. + \left(\frac{R-c_v}{c_v} \right) \rho^2 a + 2ab\rho^3 \right] = \frac{\beta V^2}{2\rho S^2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.101)$$

Riordinando i termini della (4.101) si ottiene l'equazione finale:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left\{ (1-\rho b) \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{2\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \left[\frac{R}{c_v} \left(\frac{\beta+1}{\beta} \right) + 2 - \rho b \right] + \right. \\ \left. - \left(\frac{R}{c_v} + 2\rho b - 1 \right) \frac{aS^2}{\beta V^2} \rho^2 - \left(\frac{R}{c_v} + 1 \right) \frac{S^2}{\beta V^2} p_0 \right\} = 0 \quad \text{valida se } \rho \neq 0 \end{aligned} \quad (4.102)$$

Osservazione 1: nel procedimento seguito per trovare l'equazione (4.102) non sono state utilizzate le equazioni (4.17), in quanto valgono solo per i gas perfetti.

Osservazione 2: se a e b fossero nulli, cioè trascurabili, la (4.102) sarebbe identica alla (4.22) cioè all'equazione differenziale finale del modello a gas perfetto. Questo conferma la correttezza dell'equazione differenziale appena ottenuta.

Risolvendo questa equazione differenziale, che ancora una volta è del secondo ordine non lineare in forma non normale (rispetto alla (4.22) presenta solo un termine ρ^2 aggiuntivo), siamo in grado di determinare in ogni istante del transitorio la densità del gas e di risalire da questa a tutti i parametri significativi del deflusso del gas. Naturalmente, anche in questo caso, si è trovata la soluzione dell'equazione per via numerica utilizzando la funzione solver ode23 di Matlab nello stesso modo con cui si è risolta l'equazione differenziale del secondo ordine, incontrata nel modello a gas perfetto. Per prima cosa, cioè, si deve scindere l'equazione differenziale di partenza in un sistema di equazioni differenziali del primo ordine: in secondo luogo, si applica alla (4.102) la sintassi della funzione solver (4.79).

4.6. APPLICAZIONE DEL MODELLO A GAS REALE AL CASO IN STUDIO

L'applicazione del modello a gas reale al sistema in studio, richiede la definizione di ulteriori parametri, sia relativi al gas, sia relativi alle condizioni iniziali del fenomeno.

4.6.1. Parametri relativi al gas reale

In questo modello è necessario introdurre ulteriori parametri relativi all'aria considerata come gas reale, oltre a quelli già visti nella tabella 4.1 riferita ai gas perfetti; essi sono:

a	161.9286 (m ³ /Kg) ² Pa
b	1.2619x10 ⁻³ m ³ /Kg
c _v	716.4 J/Kg K

Tabella 4.2 - Parametri relativi all'aria considerata come un gas reale.

4.6.2. Condizioni iniziali

Un'altra considerazione importante, riguarda il modo in cui sono state calcolate le condizioni iniziali, che sono necessarie per la risoluzione della (4.102).

Per quanto riguarda la derivata della densità nell'istante iniziale, si è applicata pari pari l'equazione (4.24) che è stata dedotta dall'espressione dell'energia cinetica specifica del gas uscente (4.5) e dall'equazione di definizione di β (4.1).

Mentre la densità è stata calcolata, noti i valori di pressione e temperatura iniziali, applicando l'equazione di stato di Van der Waals. In questo modo si ottiene un valore pari a:

$$\rho_{in} = 46.9871 \text{ Kg/m}^3$$

che si discosta leggermente dal valore introdotto nel modello a gas perfetto.

4.7. ANDAMENTO DEI PARAMETRI CARATTERISTICI DEL GAS REALE IN FUNZIONE DI β

In questo paragrafo verranno rappresentati i risultati ottenuti dal calcolo numerico dell'equazione differenziale del secondo ordine, che caratterizza il deflusso di un gas reale in moto non stazionario da un sistema termodinamico aperto.

Questi risultati sono stati ottenuti introducendo nel modello matematico a gas reale, non solo i parametri noti riguardanti il gas coinvolto, la geometria dell'impianto in oggetto, le condizioni termodinamiche iniziali e al contorno, ma anche il coefficiente β che caratterizza le perdite di carico incontrate dal gas all'interno dei condotti. Questo fattore, che verrà accuratamente calcolato nel capitolo successivo, influisce in maniera significativa sull'andamento dei parametri che caratterizzano il gas durante il transitorio.

Le figure 4.6 – 4.12, mettono a confronto l'evoluzione nel tempo della densità, pressione, temperatura, massa, portata, velocità del gas e variazione del numero di Mach, in accordo con il modello dei gas reali, per tre ipotetici valori di β .

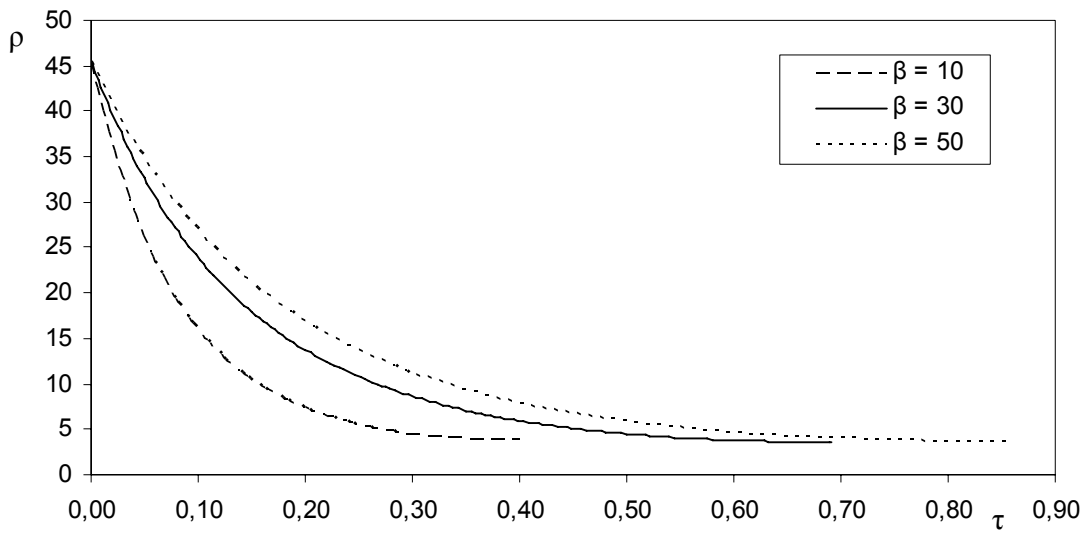


Figure 4.6. Densità dell'aria all'interno del sistema aperto durante il transitorio.

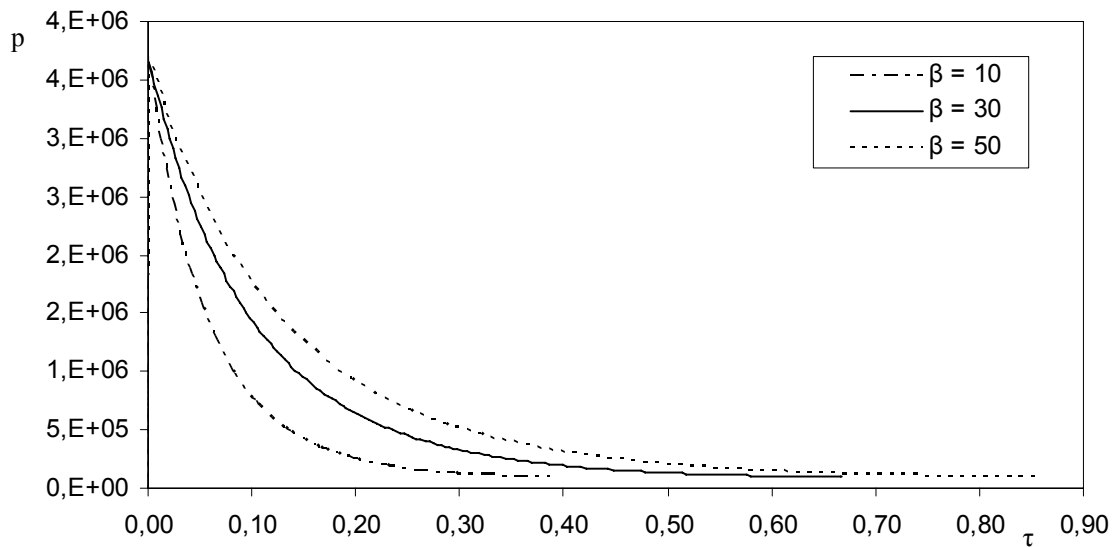


Figure 4.7. Pressione assoluta dell'aria all'interno del sistema termodinamico aperto durante il transitorio.

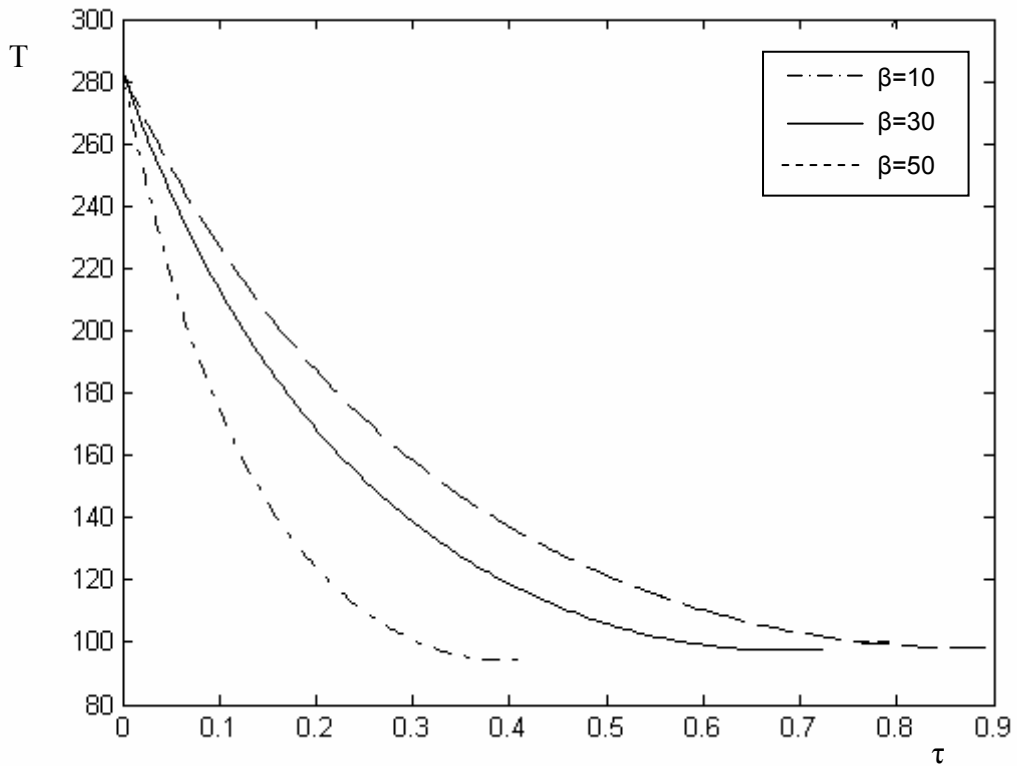


Figure 4.8. Temperatura dell'aria all'interno del sistema termodinamico aperto durante il transitorio.

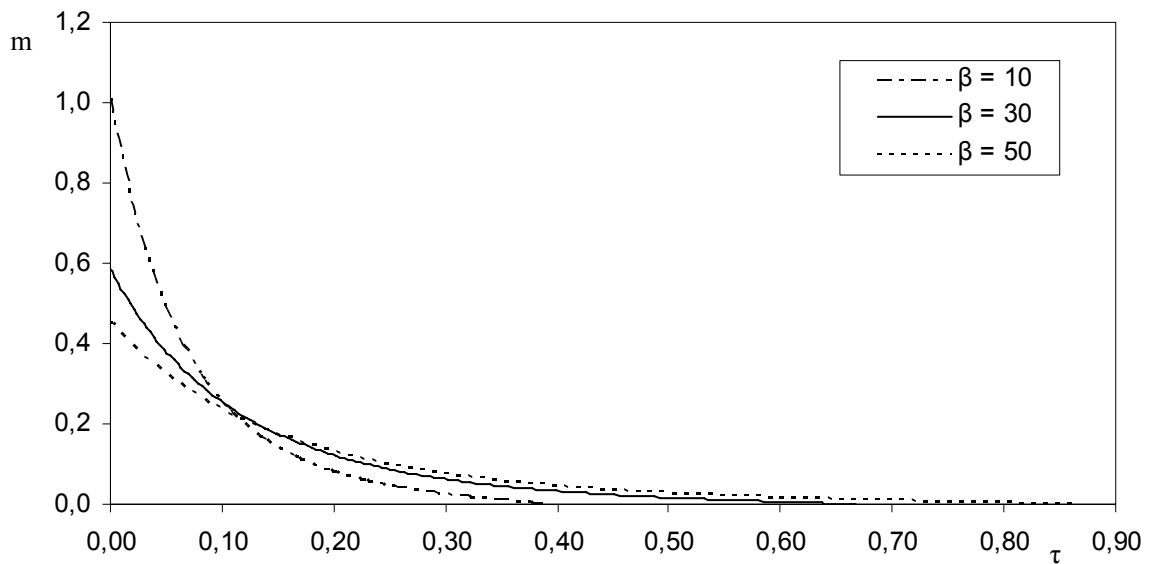


Figure 4.9. Portata d'aria uscente dal sistema aperto.

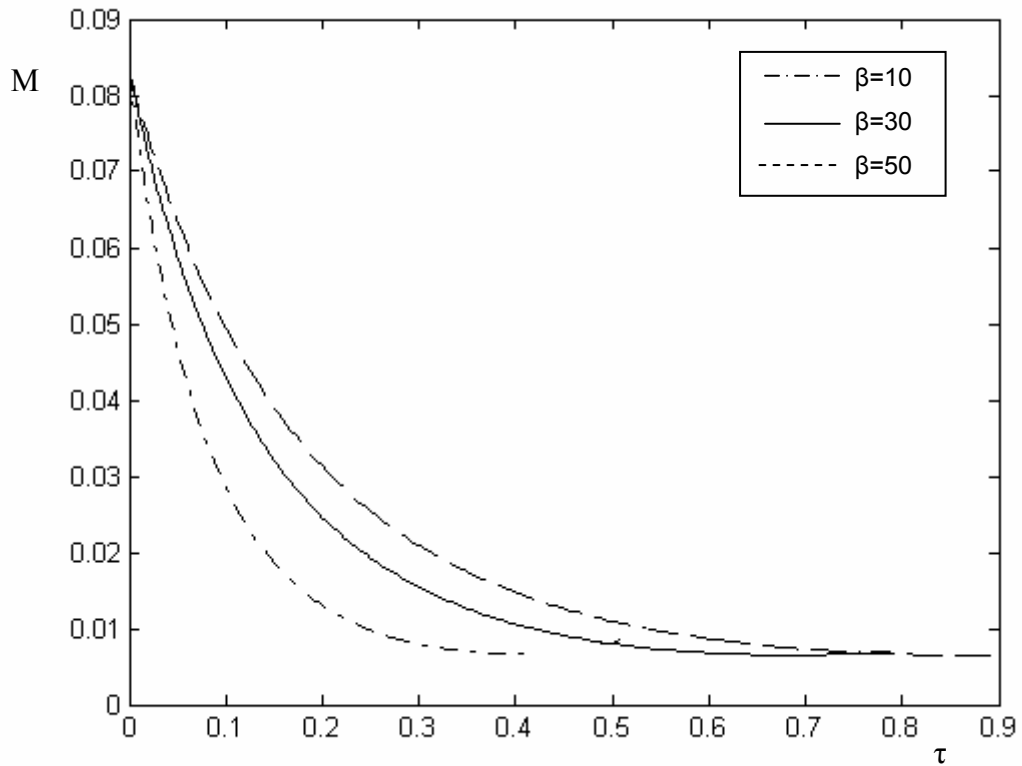


Figure 4.10. Massa dell'aria all'interno del sistema termodinamico aperto durante il transitorio.

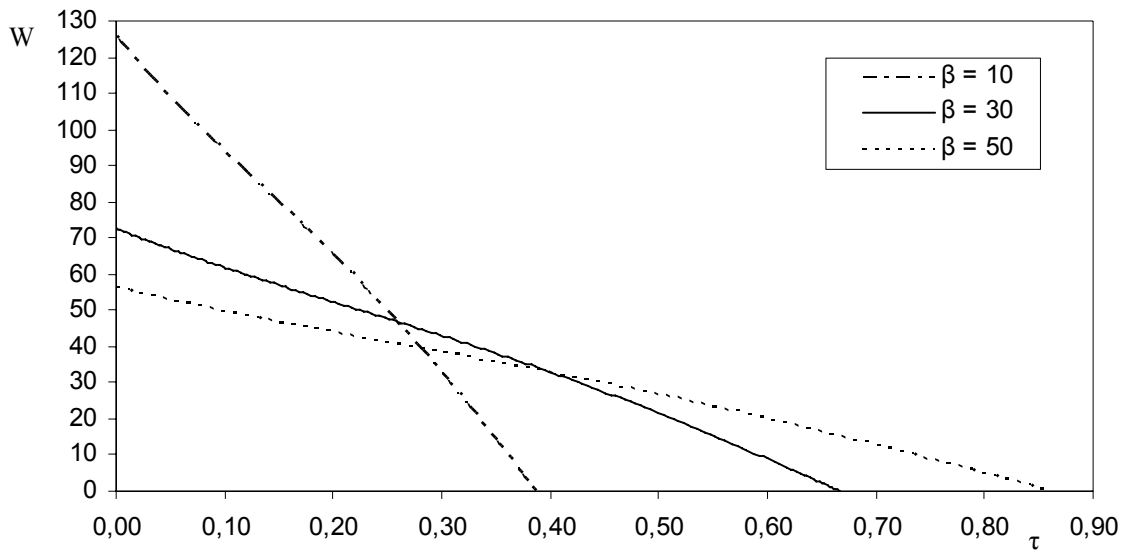


Figure 4.11. Velocità dell'aria in corrispondenza della sezione di uscita del sistema aperto durante il transitorio.

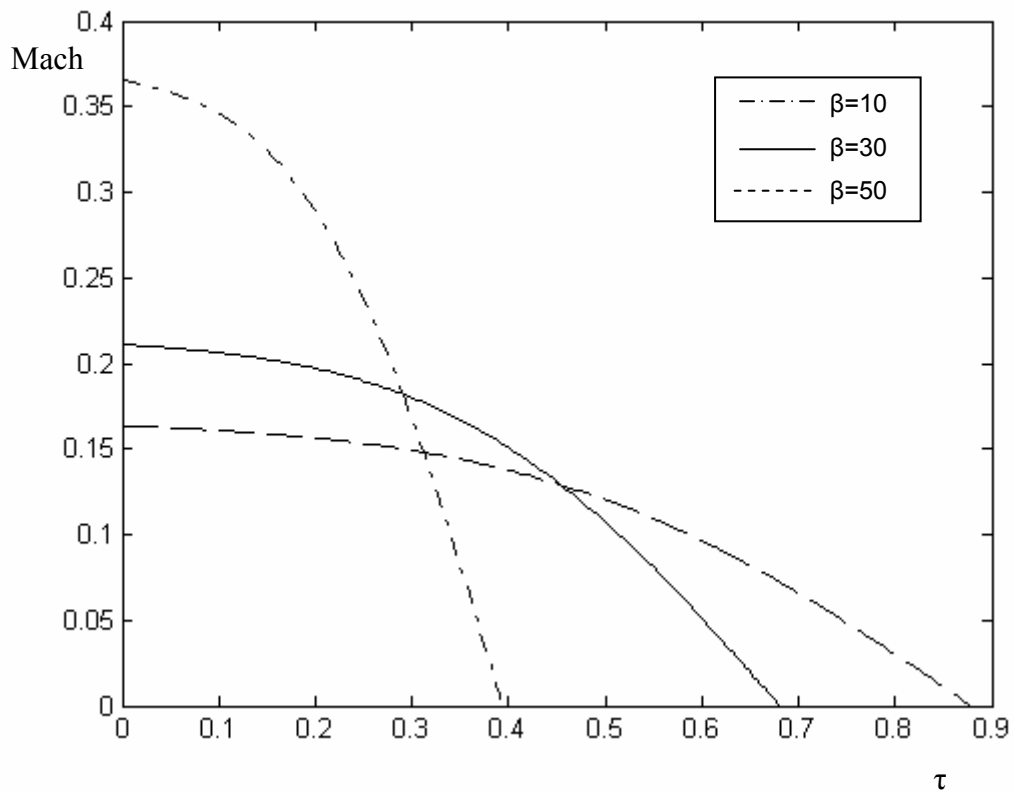


Figure 4.12. Variazione del numero di Mach durante il transitorio.

E' necessario fare alcune osservazioni.

Innanzitutto, bisogna dire che i grafici precedentemente illustrati, fanno giustamente riferimento alla sola fase transitoria. Se fossero stati mostrati i grafici ottenuti con il programma Matlab nella loro interezza (cioè per tempi anche superiori a quello di svuotamento), si sarebbe potuto osservare un andamento del tipo mostrato in figura 4.13, relativo in questo caso all'andamento della densità. Si può notare che la densità dopo l'istante in cui si annulla la sua derivata prima, comincia a salire. Questo fatto non deve però stupire. Infatti il grafico mostra le soluzioni date dal secondo fattore dell'equazione differenziale del secondo ordine (4.102):

$$(1-\rho b) \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} - \frac{1}{2\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right)^2 \left[\frac{R}{c_v} \left(\frac{\beta+1}{\beta} \right) + 2 - \rho b \right] +$$

$$-\left(\frac{R}{c_v} + 2\rho b - 1 \right) \frac{aS^2}{\beta V^2} \rho^2 - \left(\frac{R}{c_v} + 1 \right) \frac{S^2}{\beta V^2} p_0 = 0 \quad (4.103)$$

che è stato risolto numericamente tramite la funzione solver ode23 di Matlab. La (4.103), però, trascurava le soluzioni date dal primo fattore dell'equazione generale di partenza (4.102): $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$. La soluzione di questa equazione, non rappresentata graficamente, incontra la soluzione della (4.103) nell'istante in cui termina il transitorio, escludendo da questo istante in poi le soluzioni fisicamente inaccettabili relative all'equazione differenziale. Sono dunque da escludersi le soluzioni rappresentate graficamente relative a tempi superiori a quello di fine transitorio.

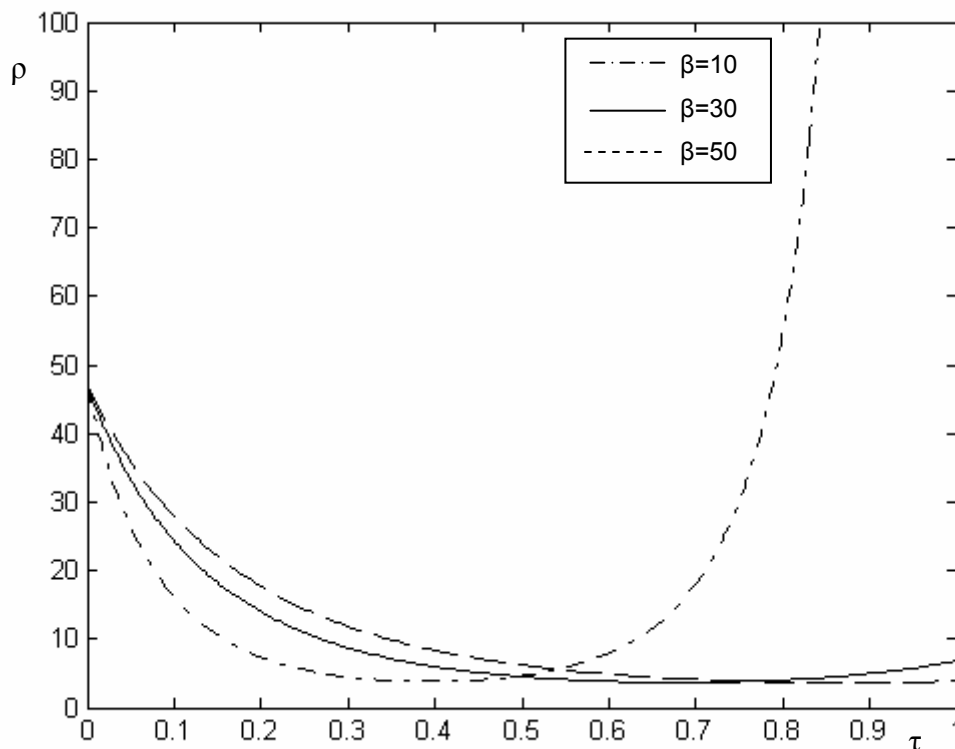


Figure 4.13. Andamento delle soluzioni dell'equazione differenziale (4.103).

Un'altra osservazione da fare riguarda la temperatura. Osservandone l'andamento nel tempo, si vede come essa raggiunga valori particolarmente bassi al termine del transitorio. Questo comportamento è dovuto al fatto che nell'equazione di bilancio energetico del sistema termodinamico, rappresentato dal gas all'interno della stazione di stiro-formatura, nel termine relativo all'energia interna del gas non si è tenuto conto che, a causa delle perdite di carico, si ha dissipazione di energia meccanica in energia termica, la quale va ad influire sulla temperatura all'interno del sistema. Tenere conto di questo calore prodottosi a causa delle irreversibilità, avrebbe complicato notevolmente il modello matematico. Inoltre non è del tutto sbagliato non considerare questo termine se si pensa che le perdite di carico sono state concentrate, per le ipotesi iniziali del modello, in corrispondenza della sezione di uscita.

Un'ultima considerazione da fare, riguarda il numero di Mach. Esso è dato dal rapporto fra la velocità dell'aria sulla sezione di uscita e la velocità del suono nell'aria stessa. Per i valori di β considerati, si nota che durante il transitorio questo rapporto rimane abbondantemente al di sotto dell'unità, il che ci permette di dire che l'aria esce dalla stazione di formatura con moto subsonico.

CAPITOLO 5

CALCOLO DEL FATTORE β

5.1. PREMESSA

In questo capitolo affronteremo il problema, lasciato in sospeso, di misurare il coefficiente β relativo alle perdite di carico del fluido all'interno dei condotti dell'impianto in esame. Questo fattore rientra fra gli argomenti di input di entrambe i modelli matematici del deflusso dell'aria. Prima di vedere com'è stato calcolato, cerchiamo di capirne il significato.

5.2. LE PERDITE DI CARICO

Il carico totale di una generica particella di un fluido reale (viscosità $\neq 0$), cioè la sua energia meccanica, non si mantiene costante mentre essa si muove di moto permanente lungo la propria traiettoria, ma va progressivamente diminuendo. La quantità di energia irreversibilmente dissipata dal fluido è comunemente detta perdita di carico. Le perdite di carico esprimono, per meglio dire, la trasformazione di energia meccanica del fluido in energia termica, cioè in calore. Supponendo di eliminare l'ipotesi di fluido ideale non viscoso, ne consegue pertanto che il teorema di Bernoulli non rappresenta più la conservazione dell'energia meccanica complessiva posseduta

dall'unità di massa del fluido in movimento (energia specifica): la viscosità del fluido causa l'insorgere di sforzi di tensione tangenziali il cui lavoro è fonte di dissipazione energetica. Queste perdite sono da considerarsi uniformemente distribuite lungo lo sviluppo del condotto percorso dal fluido e sono pertanto dette perdite distribuite. Esiste però un altro tipo di perdite di carico: le perdite concentrate riferibili a particolarità del condotto quali bruschi allargamenti o cambiamenti di sezione, curve repentine, presenza di valvole o altri organi di intercettazione.

5.2.1. Perdite di carico concentrate

L'importanza dello studio di queste situazioni sta nel fatto che esse sono quasi sempre accompagnate da una intensa dissipazione di energia meccanica. La causa di tale dissipazione è di norma il distacco della vena fluida dalla parete, accompagnato dalla formazione di zone dove ha luogo una intensa agitazione vorticoso di masse fluide sottratte al movimento generale di trasporto; per di più a valle di queste zone si hanno tratti di corrente fortemente ritardata, ove il fenomeno turbolento acquista particolare importanza. Il fenomeno di distacco e di formazione di vortici è legato alla presenza di una differenza di velocità attraverso la sezione del flusso e a alla conseguente produzione di un gradiente della pressione lungo lo scorrimento che può essere positivo, nel momento in cui avviene un rallentamento del movimento (canale divergente), oppure negativo a causa di un movimento accelerato del fluido (canale convergente). Quanto detto avviene in conformità all'equazione di Bernoulli.

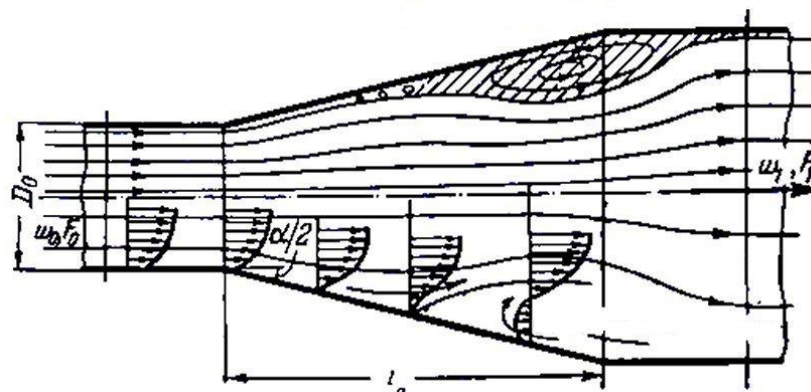


Fig. 5.1 – Fenomeno del distacco di una vena fluida con formazione di zone vorticoshe.

5.2.2. Perdite di carico distribuite

Le perdite di carico per attrito sono provocate dalla viscosità (sia molecolare che turbolenta) di liquidi e di gas reali. Prendono origine quando c'è movimento e sono il risultato di uno scambio di quantità di moto fra le molecole (regime laminare) o fra le diverse particelle (regime turbolento) degli strati adiacenti di liquido o di gas, che si spostano con velocità differenti. Nel caso di flusso interno(cioè quando il flusso avviene in uno spazio limitato) le perdite distribuite sono causate principalmente dall'attrito che nasce fra il fluido viscoso e le pareti del condotto. La viscosità del fluido causa cioè l'insorgere di sforzi tangenziali in corrispondenza delle pareti che rallentano decisamente gli strati di fluido adiacenti, con la conseguente formazione di uno strato limite dinamico il cui spessore diminuisce al crescere del numero di Reynolds; così per piccoli valori di Re esso sommergerebbe completamente le protuberanze costituenti la scabrezza, sicché questa non potrebbe esercitare influenza sul fenomeno turbolento; crescendo Re, ad un certo punto le protuberanze emergono a causa della diminuzione del substrato limite viscoso e questo causa il graduale intensificarsi della turbolenza prodotta dalle scie vorticosi e quindi della dissipazione energetica. Queste perdite hanno luogo su tutta la lunghezza del percorso.

5.2.3. Adimensionalizzazione delle perdite di carico

Tutte le forme di perdite di carico concentrate che interessano un flusso interno, si producono su una lunghezza più o meno grande del condotto e non si possono separare dalle perdite per attrito. Ciò nonostante, per comodità di calcolo, si è convenuto di considerare le perdite concentrate in una sezione e non comprendenti le perdite per attrito. Se ad esempio consideriamo un tratto convergente o divergente di un canale, si può intuire facilmente che le perdite di carico incontrate, sono da imputare sia alle forze d'attrito che nascono fra fluido e parete del condotto, sia al gradiente di pressione generatosi lungo il percorso e che causa la formazione di regioni in cui imperversa un moto vorticoso. L'insieme dei due contributi rappresenta la dissipazione energetica totale ed è calcolata seguendo il principio di sovrapposizione delle perdite, in

base al quale si considera la somma aritmetica delle perdite per attrito e delle perdite concentrate (o singolari):

$$\Delta H_{\text{tot}} = \Delta H_c + \Delta H_d \quad (\text{N/m}^2) \quad (5.1)$$

dove:

ΔH_{tot} = perdita di carico totale. Rappresenta la pressione totale perduta.

ΔH_c = perdite di carico singolari.

ΔH_d = perdite di carico per attrito.

Osservazione:

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} \quad (5.2)$$

è il carico totale o trinomio di Bernoulli. Se si considerano separatamente i tre addendi, si nota che la quota geodetica z rappresenta quella parte di energia potenziale che compete all'unità di peso del fluido per il fatto che essa occupa una determinata posizione nel campo gravitazionale; l'altezza cinetica $w^2/2g$ rappresenta l'energia posseduta dall'unità di peso del fluido per il fatto che è animata dalla velocità w : cioè l'energia cinetica specifica secondo la comune definizione. Infine l'altezza piezometrica p/γ (che sommata alla quota geodetica costituisce la quota piezometrica) viene designata come "energia di pressione".

In pratica, bisogna calcolare la grandezza ΔH_d , solamente per le singolarità che si producono su una distanza relativamente grande o quando è dello stesso ordine di grandezza di ΔH_c .

Nei calcoli idraulici attuali, ci si serve di un coefficiente di perdita di carico adimensionale; è comodo usarlo per il fatto che, nei flussi dinamicamente simili (similitudine geometrica dei condotti, identità dei numeri di Reynolds Re , identità della

scabrezza relativa), ha lo stesso valore qualunque sia la natura del liquido, la velocità dello scorrimento e le dimensioni dei condotti considerati.

Il coefficiente di perdita di carico β è il rapporto della pressione perduta ΔH sulla pressione dinamica nella sezione considerata F:

$$\beta = \frac{\Delta H}{\frac{\gamma w^2}{2g}} \quad (5.3)$$

così il valore numerico β dipende dalla pressione dinamica adottata nel calcolo e di conseguenza dalla sezione corrispondente.

In base al principio di sovrapposizione delle perdite che come detto risulta conveniente adottare, avremo:

$$\beta_{\text{tot}} = \beta_c + \beta_d \quad (5.4)$$

dove:

$\beta_d = \frac{\Delta H_d}{\frac{\gamma w^2}{2g}}$ è il coefficiente delle perdite di carico per attrito causate dallo “sfregamento” contro le pareti dell’accidentalità del condotto.

$\beta_c = \frac{\Delta H_c}{\frac{\gamma w^2}{2g}}$ è il coefficiente delle perdite di carico concentrate causate dall’accidentalità stessa del condotto.

w è la velocità media del flusso nella sezione F [m/s].

γ peso specifico del liquido o del gas in moto all’interno del condotto [N/m³].

F superficie della sezione considerata dell’elemento del condotto [m²]

Il principio di sovrapposizione delle perdite si applica, non solamente a un elemento isolato del condotto, ma al calcolo idraulico della condotta nel suo insieme. Questo

significa che le perdite trovate per gli elementi isolati di un condotto sono addizionate aritmeticamente fra loro, e questa somma ($\Delta H_{\text{globale}}$) è la perdita di carico totale dell'intera condotta.

Il principio di sovrapposizione delle perdite può essere applicato seguendo due metodi:

1) L'addizione dei valori assoluti della perdita di carico di ciascuno degli elementi isolati del circuito idraulico:

$$\Delta H_{\text{globale}} = \sum_{i=1}^n \Delta H_i \quad (5.5)$$

dove:

- i numero d'ordine degli elementi considerati del circuito;
- n numero totale degli elementi analizzati del circuito;
- ΔH_i perdita di carico totale dell'elemento i -esimo del circuito idraulico, calcolata tramite la seguente formula:

$$\Delta H_i = \beta_i \frac{\gamma_i w_i^2}{2g} \quad (5.6)$$

2) L'addizione dei coefficienti di perdita di carico, rapportati alla velocità w_0 , dei diversi elementi; l'espressione seguente dà la perdita di carico globale del circuito per mezzo del suo coefficiente di perdita di carico globale:

$$\beta_{0\text{globale}} = \sum_{i=1}^n \beta_{0i} \quad (5.7)$$

$$\beta_{0i} = \beta_i \frac{\gamma_0}{\gamma_i} \left(\frac{F_0}{F_i} \right)^2 \quad (5.8)$$

dove:

- β_{0i} coefficiente totale delle perdite di carico dell'elemento i -esimo del circuito idraulico, rapportata alla velocità media w_0 del flusso sulla

sezione F_0 adottata come riferimento.

β_i coefficiente totale delle perdite di carico dell'elemento i -esimo del circuito idraulico, rapportata alla velocità media w_i del flusso sulla sezione F_i del medesimo elemento.

La (5.7) è ottenuta dalla seguente espressione:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{globale}} &= \beta_{\text{globale}} \frac{\gamma_0 w_0^2}{2g} = \sum_{i=1}^n \beta_{0i} \frac{\gamma_0 w_0^2}{2g} = \\ &= \sum_{i=1}^n \beta_i \frac{\gamma_0}{\gamma_i} \left(\frac{F_0}{F_i} \right)^2 \frac{\gamma_0 w_0^2}{2g} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Se fosse $\gamma_i = \gamma_0$

$$\Delta H_{\text{globale}} = \sum_{i=1}^n \beta_i \left(\frac{F_0}{F_i} \right)^2 \frac{\gamma_0 w_0^2}{2g} \quad (5.10)$$

5.2.4. I coefficienti di perdita di carico distribuita

Il coefficiente di perdita di carico per attrito di ciascun elemento di una condotta, è espresso a partire dal coefficiente di perdita di carico per attrito dell'unità di lunghezza relativa dell'elemento considerato:

$$\beta_d = \lambda \frac{1}{D_H} \quad (5.11)$$

con:

λ coefficiente di perdita di carico per attrito dell'unità di lunghezza relativa dell'elemento del condotto studiato;

- l lunghezza dell'elemento calcolato (per i canali curvilinei, essa è misurata in corrispondenza dell'asse [m];
- D_H diametro idraulico della sezione considerata [m]. Esso è definito come il rapporto fra il quadruplo della superficie della sezione e il perimetro della stessa:

$$D_H = \frac{4F}{\Pi} \quad (5.12)$$

I coefficienti di perdita di carico λ e di conseguenza β_d , dipendono da due parametri: il numero di Reynolds Re e dal grado di rugosità delle pareti del canale $\bar{\Delta}$.

Il numero di Reynolds è definito come:

$$Re = \frac{wD_H}{\nu} \quad (5.13)$$

dove ν è il coefficiente di viscosità cinematica [m²/s], funzione sia della temperatura che della pressione (quest'ultima viene generalmente trascurata) del fluido in esame.

Per grado di rugosità si intende la scabrezza relativa

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{D_H} \quad (5.14)$$

è data dal rapporto fra la scabrezza Δ (altezza medi delle asperità della rugosità delle pareti del condotto) e il diametro idraulico del canale.

In definitiva dunque

$$\lambda = f(Re, \bar{\Delta}) \quad (5.15)$$

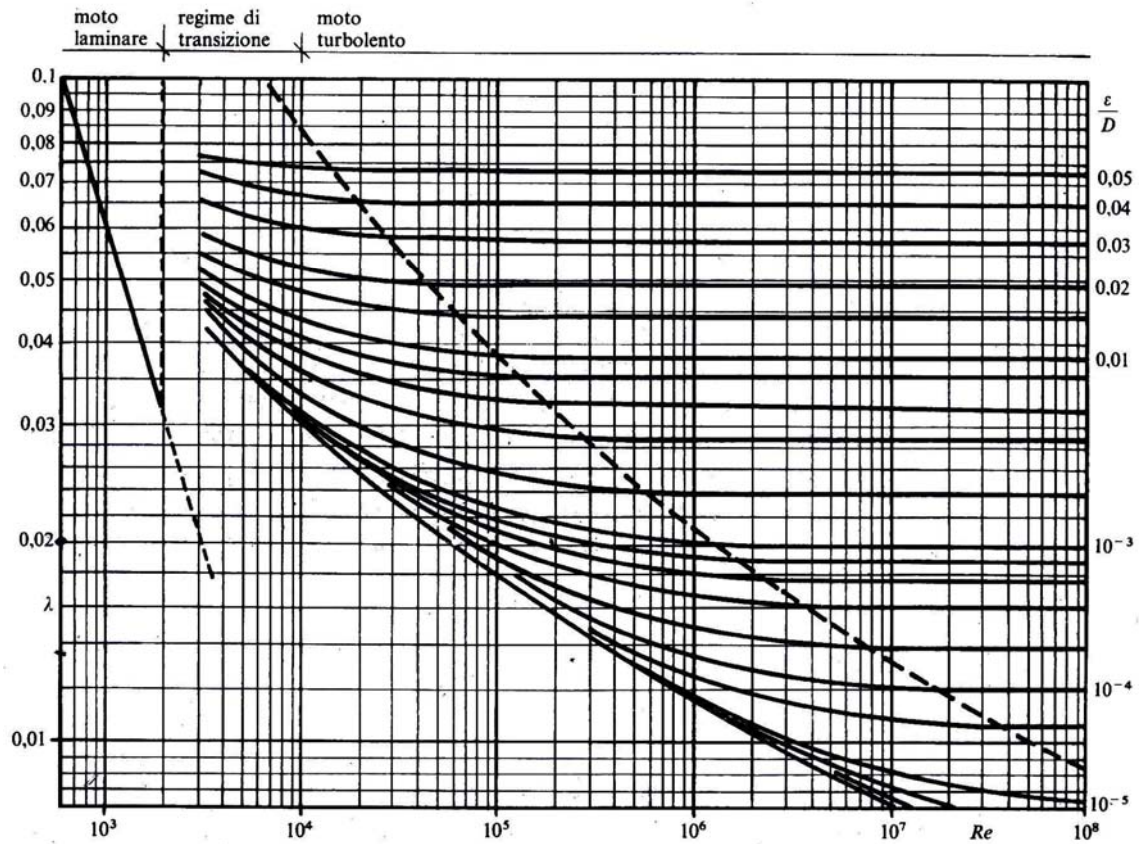


Fig. 5.2 – Diagramma di Moody per il calcolo del fattore d'attrito λ in funzione del numero di Reynolds e della scabrezza relativa.

Per mezzo di indagini sperimentali è stato possibile determinare la funzione (5.15), che viene di solito rappresentata sotto forma di grafico in coordinate doppio-logaritmiche; per condotti lisci il fattore di attrito dipende essenzialmente dal valore del numero di Reynolds valutato utilizzando il diametro idraulico, mentre su di esso influisce assai poco la forma della sezione del condotto. Per valori di Re corrispondenti al moto laminare ($Re < 2300$) si ha un andamento lineare; segue una zona di incertezza nella misura, corrispondente alla transizione tra il regime laminare e quello turbolento ($2300 < Re < 3500$), quindi il valore di λ torna a calare al crescere di Re fino ad un valore limite, al di sopra del quale λ è costante. Nel moto laminare le perdite di carico uniformemente distribuite dipendono linearmente dalla velocità media, mentre per elevati valori del numero di Reynolds (moto altamente turbolento esse dipendono dal quadrato della velocità media: la rugosità della parete ha l'effetto di aumentare il valore di λ e di diminuire quello di Re al di sopra del quale le perdite dipendono dal quadrato

della velocità media. Esistono, inoltre, dei diagrammi che forniscono la scabrezza relativa in funzione del tipo di materiale e della lavorazione.

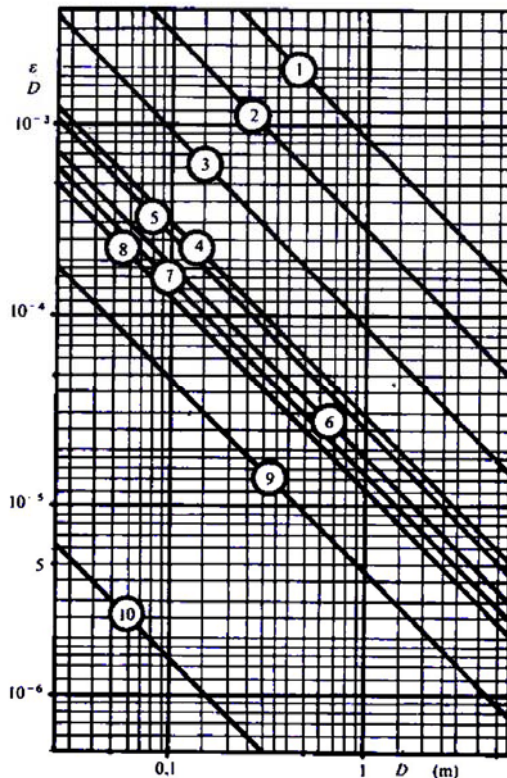


Fig.5.3 –Diagramma per il calcolo della scabrezza relativa di differenti materiali.

5.2.5. Il coefficiente di perdita di carico localizzata

Il coefficiente di perdita di carico per accidentalità β_c dipende, in primo luogo, dai parametri geometrici dell'elemento studiato del condotto e, inoltre, da alcuni fattori generati dal movimento, tra i quali ricordiamo:

- la distribuzione della velocità del flusso all'ingresso dell'elemento considerato del condotto; questa dipende dal regime di flusso, dalla forma dell'ingresso, dalla forma e dalla lunghezza dei diversi tronconi della condotta dagli ostacoli disposti a monte dell'elemento osservato, dalla lunghezza del troncone dritto che lo precede etc.;
- il numero di Reynolds Re ;

- il numero di Mach $M = w/a$ (dove a è la velocità di propagazione del suono nel mezzo considerato).

Tuttavia risulta di particolare importanza la forma del tronco do condotto, mentre è modesta l'influenza del valore di Reynolds. Questo perché, in prima approssimazione, in una accidentalità il moto è sempre altamente turbolento anche nei casi in cui il numero di Reynolds risulta relativamente basso. Data la modesta influenza Re , per i calcoli tecnici si impiegano delle tabelle o dei grafici che permettono di ottenere direttamente il valore di β_c per le diverse forme di accidentalità.

5.3. MODELLO DI CALCOLO DEL FATTORE β

Affrontiamo adesso il problema di misurare il coefficiente delle perdite di carico da introdurre nel modello matematico del deflusso dell'aria dalla soffiatrice in esame.

Il coefficiente β , definito in quella sede dalla (3.1), ha il significato di inglobare tutti i fattori delle perdite di carico incontrate dall'aria, misurati come se ciascuna di esse, anziché essere distribuite lungo la condotta, fosse invece posizionata in corrispondenza della sezione di uscita.

Sulla base di queste ipotesi il principio di sovrapposizione delle perdite di carico può essere formulato nel seguente modo:

$$\Delta H_{\text{globale}} = \beta_{\text{globale}} \frac{\rho w^2}{2} \quad (5.16)$$

dove:

w è la velocità media dell'aria in corrispondenza della valvola do scarico;

ρ è la densità dell'aria nel sistema termodinamico che abbiamo supposto fisicamente omogeneo

β_{globale} è il coefficiente delle perdite di carico incontrate dall'aria e conglobate sulla sezione di uscita

Dalla (5.16) e in base alle ipotesi fatte, si può scrivere il principio di sovrapposizione delle perdite riferito ai coefficienti (2° metodo) nella forma:

$$\beta_{\text{globale}} = \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (5.17)$$

$$\beta_i = \beta_{c_i} + \beta_{d_i} \quad (5.18)$$

dove:

- i è il numero i -esimo dell'elemento in esame del condotto;
- n è il numero totale degli elementi individuati all'interno del canale, che danno origine a perdite di carico;
- β_i è il coefficiente di perdita di carico complessivo dell'elemento i -esimo e, conformemente al principio di sovrapposizione delle perdite, è il risultato della somma algebrica tra il coefficiente di perdita di carico per attrito e il coefficiente di perdita di carico concentrata dell'elemento considerato.

β_{globale} è ciò che stiamo cercando e che andremo quindi a calcolare mediante il principio di sovrapposizione delle perdite.

5.3.1. Il testo utilizzato

Per il calcolo del coefficiente β_{globale} si è fatto riferimento ad un testo molto qualificato: "*Memento des pertes de charge*" di I.E. Idel'cik.. Questo libro, tradotto dal russo in lingua francese, presenta una vasta raccolta di tabelle e grafici che determinano il coefficiente adimensionale delle perdite di carico facendo riferimento a qualsiasi tipo di

situazione in cui potrebbe venire a trovarsi una corrente fluida. Troviamo infatti sezioni relative al calcolo del coefficiente β_d , delle perdite distribuite, per diversi tipi di rugosità e di sezione dei condotti; oppure diagrammi per il calcolo di β_c , relativo alle perdite concentrate, per ogni tipo di accidentalità, come ad esempio canali convergenti o divergenti, cambiamenti repentini di direzione, bruschi cambiamenti di sezione del condotto, presenza di griglie, silenziatori, valvole che ostruiscono il passaggio del fluido, etc. Grazie al modo scrupoloso e particolareggiato con cui questo testo affronta il problema delle perdite di carico, è stato possibile ricondurre ciascun elemento presente all'interno dei condotti della soffiatrice rotativa, allo studio di sistemi geometricamente simili ivi trattati, caratterizzati pertanto dal medesimo coefficiente di perdita.

5.3.2. Scelta dei parametri ignoti

Facciamo ora alcune considerazioni sulla scelta dei parametri che intervengono nel calcolo del coefficiente delle perdite β , ma che sono ignoti.

Riassumendo quanto detto nei paragrafi precedenti, riguardo ai coefficienti adimensionali relativi alle perdite di carico, possiamo dire che:

- β_c è funzione della geometria (si può trascurare ragionevolmente la dipendenza da Re)
- β_c è funzione della lunghezza e del diametro idraulico del condotto, del numero di Reynolds e della scabrezza relativa.

Risulta pertanto evidente che, per calcolare questi coefficienti, è necessario conoscere non solo la geometria delle condutture della soffiatrice, ma anche:

- velocità media dell'aria sulla sezione di uscita (w);
- viscosità cinematica dell'aria (ν);
- scabrezza delle pareti dei condotti attraversati (Δ).

Vediamo dunque le considerazioni che sono state fatte per la scelta di questi parametri. Per quanto riguarda la **geometria**, in gran parte i dati sono stati prelevati dai disegni, forniti dalla Simonazzi, dell'intera condotta interessata al passaggio dell'aria durante la fase di deflusso. Fanno eccezione i dati relativi alla valvola di scarico e al silenziatore per i quali è stato necessario contattare direttamente le rispettive ditte fornitrici. Altre informazioni geometriche, non disponibili sui disegni e rivelatesi, successivamente, necessarie (come ad esempio superficie libera di passaggio del fluido all'interno delle guide per l'asta di stiro oppure perimetro della sezione frontale delle guide stesse), sono state ricavate con l'ausilio della funzione, già citata, "*Mass Properties*" di cui il sistema CAD 3D SolidWorks 2000 dispone; essa fornisce precise informazioni sull'oggetto che viene selezionato, quali ad esempio la massa, il volume, la superficie ed il perimetro di ogni sua sezione. Naturalmente l'utilizzo di questa funzione ha richiesto la rappresentazione tridimensionale dei disegni bidimensionali a disposizione.

Oltre alla geometria, dalle tavole 2D è stato possibile conoscere la **rugosità**: $\Delta = 3.2 \mu\text{m}$ per ogni superficie interna del condotto.

La scelta riguardante il valore da attribuire alla velocità è stata dettata dal seguente ragionamento. Nel modello matematico del deflusso dell'aria dalla soffiatrice abbiamo considerato β_{globale} costante. In realtà, stiamo studiando un flusso di gas in regime non stazionario, per cui β_{globale} che fa riferimento sia alle perdite concentrate sia a quelle distribuite, non può essere costante, in quanto sebbene si possa trascurare la dipendenza del coefficiente di perdita concentrata dal numero di Reynolds, altrettanto non si può dire per il coefficiente relativo alle perdite distribuite. Pertanto sarebbe molto più corretto studiare come varia il coefficiente globale delle perdite di carico durante il transitorio di scarico, ossia per i valori decrescenti della velocità media, assunti dall'aria espulsa, in corrispondenza della sezione di uscita. Per fare questo, è necessario sapere come varia tale velocità nel tempo; ma è proprio quello che dobbiamo trovare tramite il modello matematico una volta determinato il coefficiente β_{globale} . Si è pensato allora, di procedere in questo modo: essendo noto il tempo necessario alla fase di deflusso ($0.7 \div 0.8$ s), è stato introdotto nel modello matematico un valore casuale di β_{globale} per effetto del quale il tempo calcolato da esso risultasse all'incirca quello effettivo; a questo punto, è stato determinato l'andamento della velocità media sulla sezione di uscita. Per

il calcolo del numerosi Reynolds, necessario alla determinazione del coefficiente β_{globale} , si è dunque fatto riferimento al range di velocità (la velocità massima, in corrispondenza dell'istante iniziale di apertura della valvola di deflusso, è risultata essere $\cong 60 \text{ m/s}$) così ricavato, salvo poi verificarne la correttezza.

Il calcolo del numero di Reynolds presuppone inoltre la conoscenza della **viscosità** cinematica dell'aria. Come abbiamo già detto essa dipende dalla temperatura, mentre l'influenza della pressione può essere trascurata. I valori della viscosità cinematica sono dunque tabulati in funzione della temperatura. Per determinare il numero di Reynolds si farà riferimento al valore assunto dalla viscosità dell'aria in corrispondenza del valore medio della temperatura e, poiché le temperature iniziale e finale dell'aria all'interno del sistema termodinamico considerato sono risultate essere 10°C e $5\div 6^\circ\text{C}$ rispettivamente (dati rilevati dal personale di Simonazzi), si è fatto riferimento nei calcoli a un valore di viscosità di $14.5 \text{ m}^2/\text{s}$ ($T_{\text{media}} = 7.5^\circ\text{C}$).

5.3.3. Esposizione dei calcoli effettuati

Nella condotta della soffiatrice interessata dal passaggio dell'aria durante la fase di scarico, sono state individuate trentadue elementi in corrispondenza dei quali si hanno perdite di carico. Ciascuno di questi elementi è stato ricondotto ad un sistema dinamicamente simile e, con l'ausilio dell'Idel'cik, ne è stato calcolato il coefficiente adimensionale relativo alle perdite di carico. Per maggior chiarezza questi elementi, partendo dalla bottiglia per arrivare al silenziatore, sono stati numerati in ordine crescente. Vediamo per ciascuno di essi come si è proceduto.

ACCIDENTALITÀ NELLA BOTTIGLIA

1) **Collo di bottiglia**

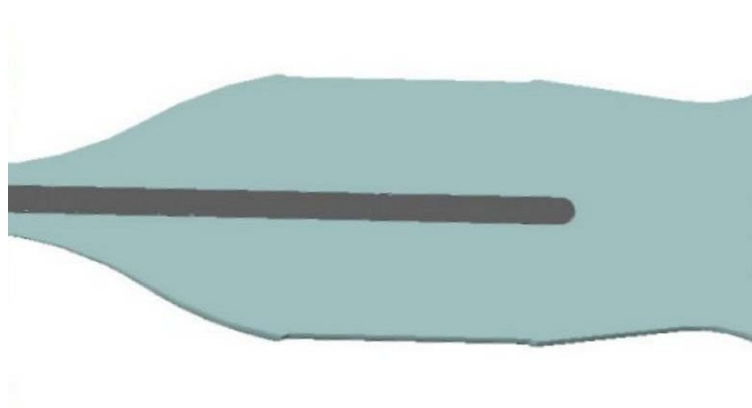


Fig. 5.4 – Immagine del collo della bottiglia con l’asta nel mezzo.

Il collo di bottiglia è stato schematizzato come un convergente curvilineo di sezione anulare.

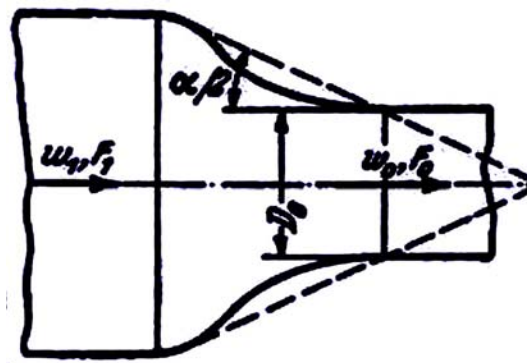


Fig. 5.5 – Convergente curvilineo.

Per questo tipo di accidentalità il coefficiente β si calcola con la formula:

$$\beta = \beta_d = \frac{\lambda_{an}}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left[1 - \left(\frac{F_0}{F_1} \right)^2 \right] \quad (5.19)$$

dove:

F_0 è l'area della sezione più stretta del convergente;

F_1 è l'area della sezione più larga del convergente;

α è l'angolo di convergenza;

λ_{an} è il coefficiente di perdita di carico per attrito e per unità di lunghezza relativa dell'elemento considerato e nel caso di sezione anulare. Esso è espresso dalla formula:

$$\lambda_{an} = k_3 \lambda \quad (5.20)$$

dove:

$k_3 = f(D_{int}/D_{est}, Re)$, è una funzione graficata, del rapporto fra il diametro del cilindro interno e di quello esterno, oltre che del numero di Reynolds;

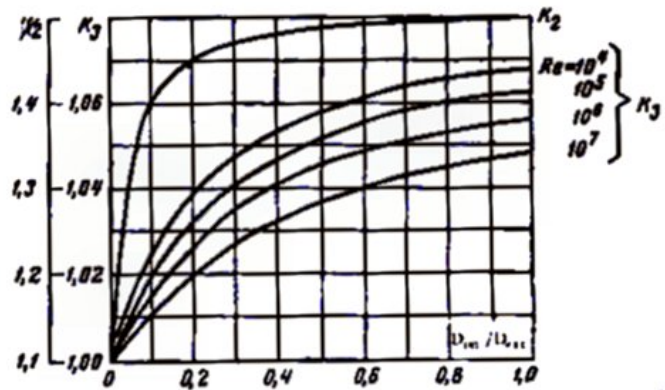


Fig. 5.6 – Grafico di k_3

λ è il coefficiente di perdita di carico per attrito e per unità di lunghezza relativa dell'elemento considerato e nel caso di sezione circolare. Questo termine per tutti i condotti industriali a sezione circolare è determinato dal diagramma di Moody e può essere espresso tramite la formula semplificata di Colebrook-White e valida nell'intervallo $0.00008 < \bar{\Delta} < 0.0125$:

$$\lambda = 0.1 \left(1.46 \bar{\Delta} + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{0.25} \quad (5.21)$$

con

$\bar{\Delta}$ scabrezza relativa data dalla (5.14);

Re numero di Reynolds espresso dalla (5.13), in cui D_H è il diametro idraulico della sezione ristretta del convergente:

$$D_H = \frac{4F_0}{\Pi_0} \quad (5.22)$$

dove Π_0 è il perimetro della sezione bagnata della sezione più ristretta del convergente.

Osservazione: Per snellire la trattazione, è bene fare qualche precisazione, in modo da evitare di essere troppo ripetitivi. Da ora in avanti, quando non verrà diversamente specificato, si considererà:

- λ espresso dalla (5.21);
- con pedice “0” le grandezze riferite alla sezione più ristretta dell’accidentalità considerata;
- con pedice “1” (in certi casi “2”) le grandezze riferite alla sezione più larga dell’accidentalità considerata;
- con D_H il diametro idraulico definito dalla (5.22), cioè facendo riferimento alla sezione ristretta della singolarità.
- F l’area, indicata dal pedice successivo, della sezione dell’accidentalità.

2) Uscita boga-ingresso sigillo

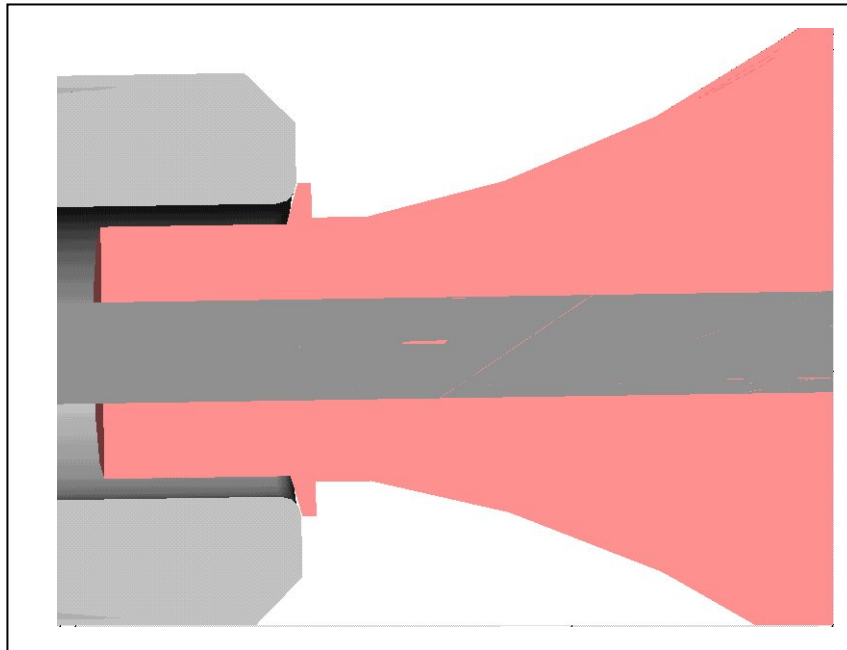


Fig. 5.7 – Immagine del collo di bottiglia a tenuta sul sigillo.

Questa accidentalità è schematizzata come un brusco allargamento per un flusso avente ripartizione uniforme della velocità.

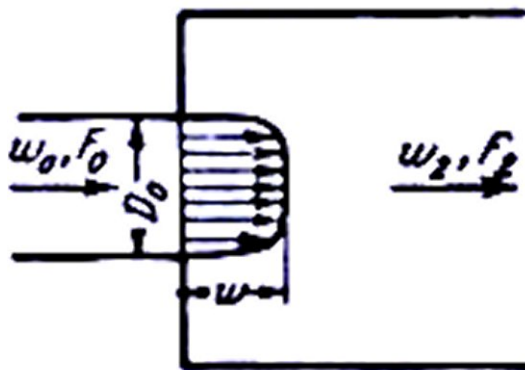


Fig.5.8–Brusco allargamento di sezione con velocità uniforme sulla sezione di ingresso.

Per questo tipo di accidentalità il coefficiente β si calcola con la formula:

$$\beta = \beta_c = \left(1 - \frac{F_0}{F_2}\right)^2 \quad (5.23)$$

In questo caso la perdita di carico è puramente di tipo concentrato, per cui β è funzione della sola geometria del condotto $\beta = f(F_0/F_2)$.

ACCIDENTALITA' NEL CILINDRO A DOPPIO EFFETTO

3) Allargamento nel sigillo

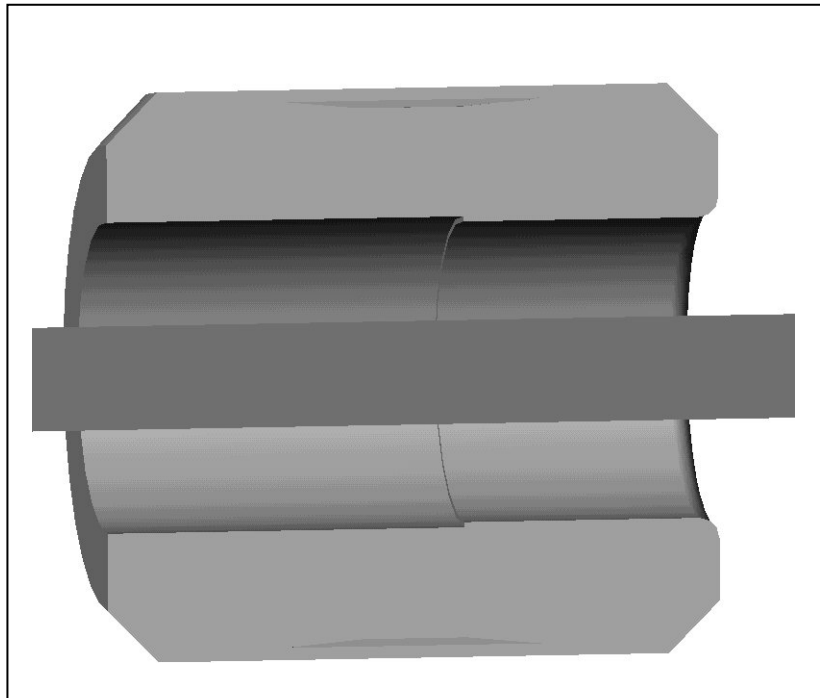


Fig. 5.9 – Allargamento di sezione nel sigillo.

Viene schematizzata, come la precedente: brusco allargamento per un flusso avente ripartizione uniforme della velocità. (Figura 5.8).

Anche in questo caso dunque $\beta = \beta_c = f(F_0/F_2)$ con f espressa dalla (5.23).

4) Ingresso nel pistone (o ugello di soffiaggio)

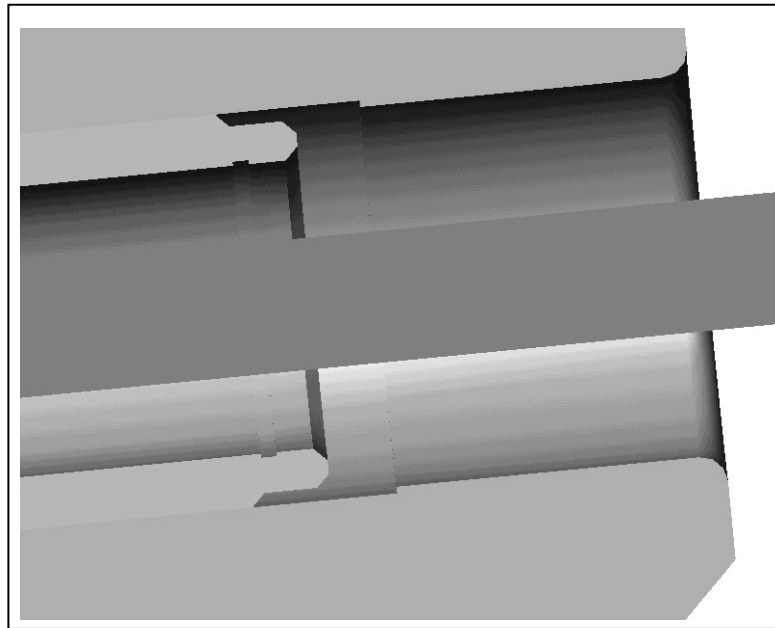


Fig. 5.10 – Ingresso pistone.

Questa singolarità è schematizzata come un condotto d'entrata avente un brusco restringimento e bordo di forma conica.

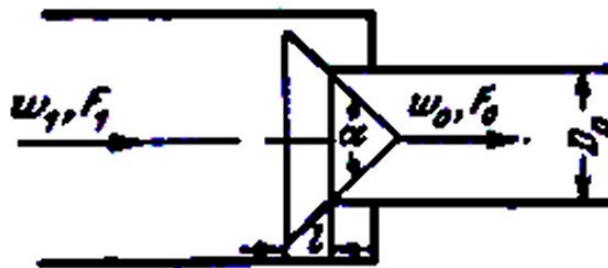


Fig. 5.11 – Restringimento a bordo d'ingresso di forma conica.

Il coefficiente β è espresso da:

$$\beta = \beta_c = \zeta' \left(1 - \frac{F_0}{F_1} \right) \quad (5.24)$$

dove

$$\zeta' = f\left(\alpha, \frac{1}{D_H}\right) \text{ ed è rappresentata graficamente.}$$

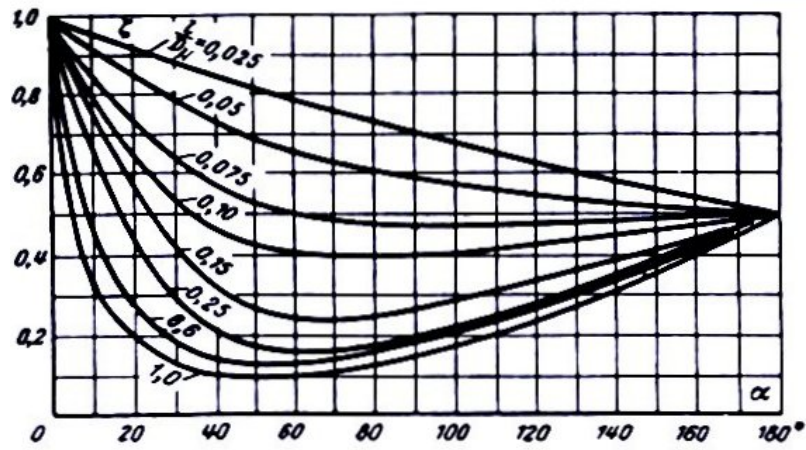


Fig. 5.12 – Grafico della funzione ζ'

5-6) Passaggio attraverso le due guide dell'asta di stiro

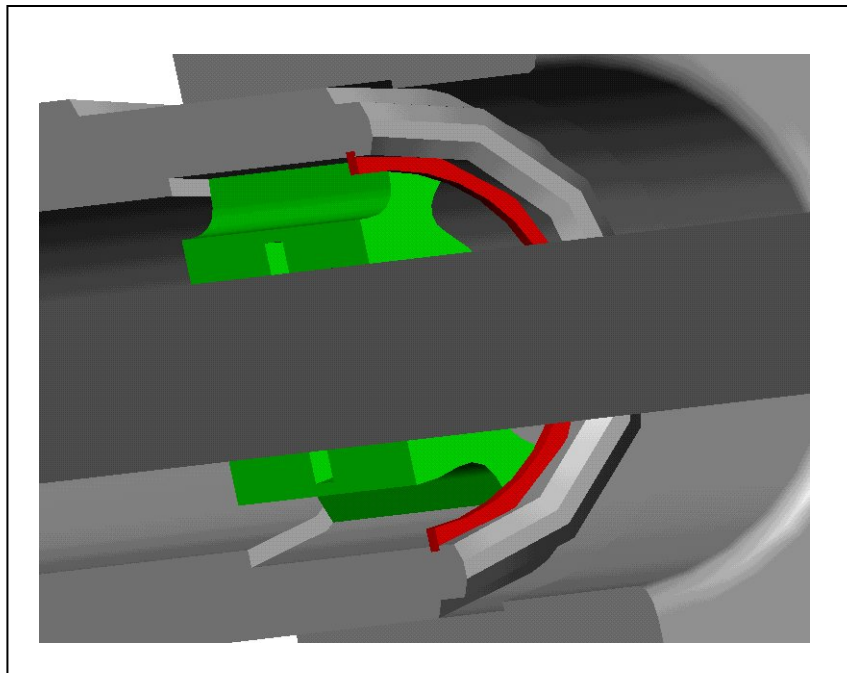


Fig. 5.13 - Vista in sezione della guida anteriore.

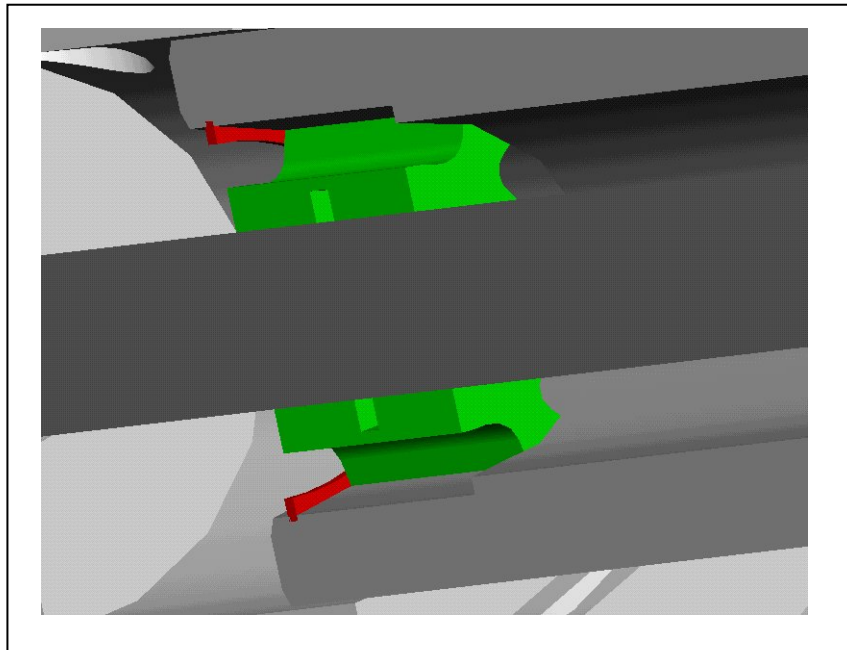


Fig. 5.14 – Vista in sezione della guida posteriore.

Entrambe le guide sono state schematizzate come griglie aventi un certa lunghezza e costituite da fori circolari passanti. Queste griglie hanno stessa lunghezza e stessa superficie della sezione libera di passaggio delle guide studiate.

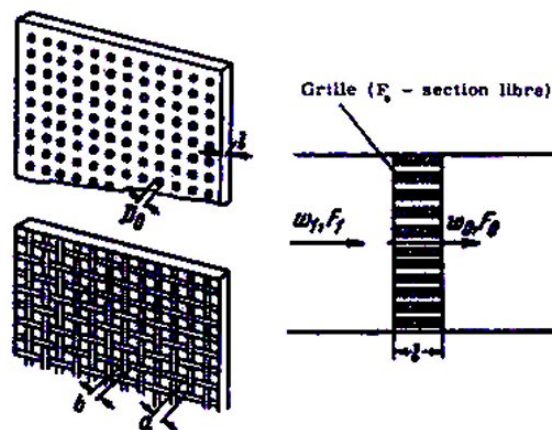


Fig. 5.15 – Griglie con cui vengono schematizzate le guide.

In questo caso il coefficiente di perdita di carico è dato dalla somma dei contributi dei coefficienti β_c e β_d , ed è espresso da:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = \left(\zeta_\varphi + \bar{\Delta}_0^{\text{Re}} \zeta_0 + \lambda \frac{1}{d_H} \right) \frac{1}{f^2} \quad (5.25)$$

in cui:

$$\zeta_\varphi = f \left(\text{Re}, \frac{F_0}{F_1} \right) \quad (5.26)$$

$$\bar{\Delta}_0^{\text{Re}} = f(\text{Re}) \quad (5.27)$$

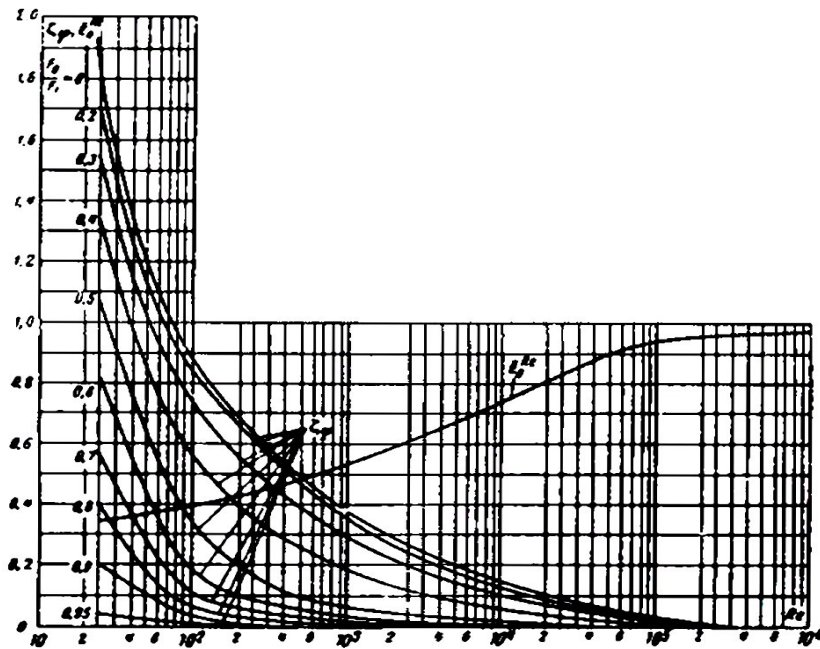


Fig. 5.16 – Grafico delle funzioni (5.26) e (5.27).

$$\zeta_0 = \left(0.5 + \tau \sqrt{1 - \bar{f}} \right) (1 - \bar{f}) + (1 - \bar{f})^2 \quad (5.28)$$

$$d_H = \frac{4f_0}{\Pi_0} \quad (5.29)$$

$$\bar{f} = \frac{F_0}{F_1} \quad (5.30)$$

dove:

F_0 è l'area della sezione libera della griglia;

F_1 è l'area della sezione del condotto a monte della griglia (nel nostro caso trattasi di sezione anulare);

f_0 è l'area di una singola cavità della griglia (coincidente in questo caso alla sezione di un foro circolare);

Π_0 è il perimetro di una singola cavità circolare;

$\tau = f\left(\frac{1}{d_H}\right)$ ed è rappresentata graficamente;

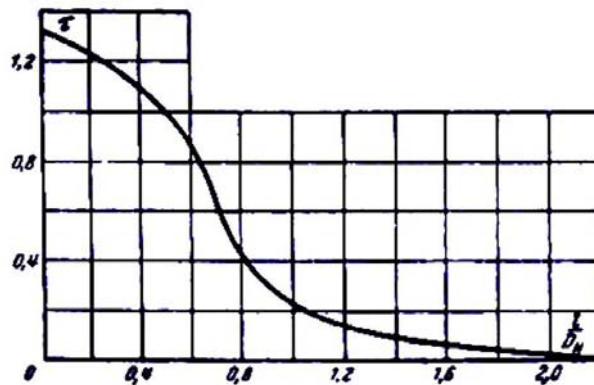


Fig. 5.17 – Grafico della funzione(5.30).

λ è espresso dalla (5.21) in cui ora Re e $\bar{\Delta}$ sono date da:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{D'_H} \quad (5.31)$$

$$Re = \frac{w d_H}{\nu} \quad (5.32)$$

in cui

D'_H è il diametro idraulico della sezione anulare situata a monte della griglia.

Osservazione: sebbene le due guide facciano riferimento alla medesima schematizzazione, i valori trovati di β sono differenti, in quanto le dimensioni delle sezioni a monte, dalle quali il coefficiente dipende, sono diverse tra loro. In particolare, essendo la sezione a monte della guida anteriore maggiore rispetto a quella relativa alla guida posteriore, il coefficiente della prima è decisamente maggiore della seconda.

7) Uscita pistone-ingresso parte posteriore cilindro

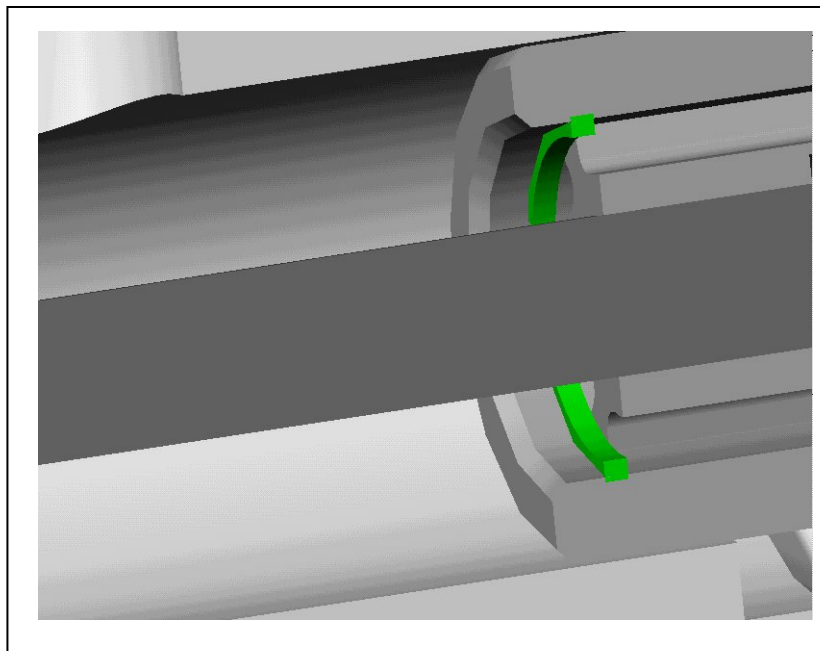


Fig. 5.18 – Vista in sezione dell'uscita del pistone.

Questa singolarità è stata ricondotta ad un brusco allargamento di sezione per un flusso avente ripartizione uniforme della velocità (Figura 5.8).

In questo tipo di singolarità il coefficiente di perdita di carico è funzione della sola geometria e più precisamente del rapporto fra l'area della sezione più stretta e l'area di quella più larga del condotto, secondo l'espressione già incontrata (5.23).

8) Curva a 90° nella parte posteriore del cilindro

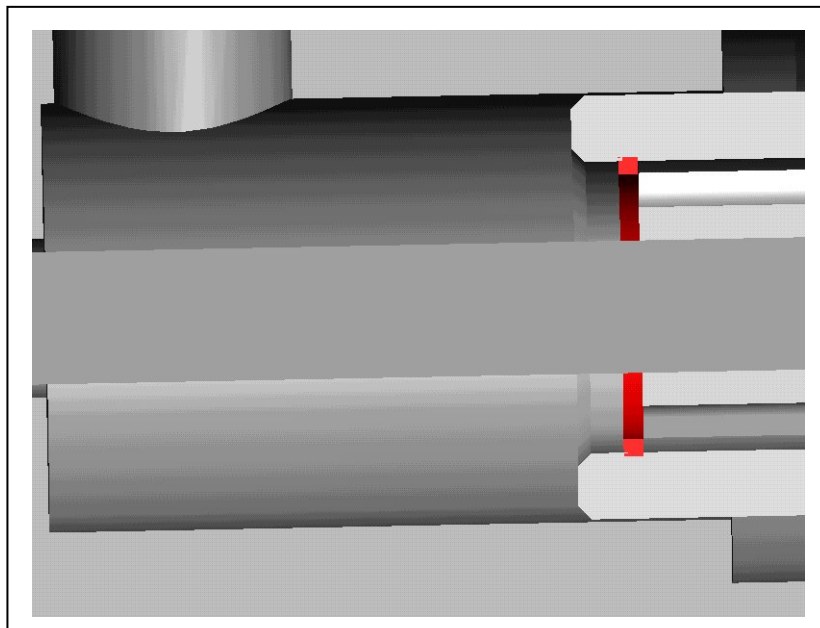


Fig. 5.19 – Vista in sezione della curva nella parte posteriore del cilindro.

L'accidentalità è stata ricondotta ad un brusco cambiamento di direzione con curva a 90° di sezione circolare.

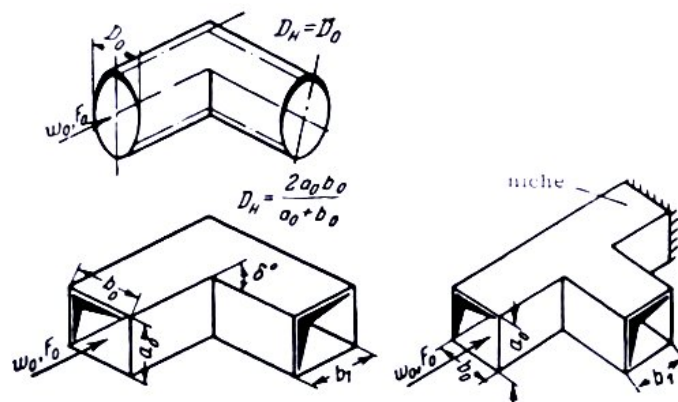


Fig. 5.20 – Curve di schematizzazione.

Il coefficiente cercato è:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = k_{\Delta} k_{Re} C_1 A \zeta_M \quad (5.33)$$

dove:

$$C_1 = f\left(\frac{a_0}{b_0}\right) \quad (5.34)$$

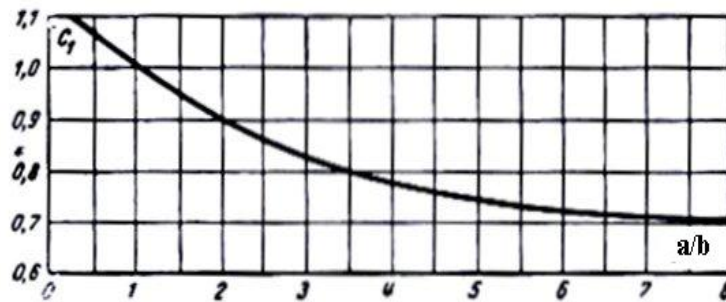


Fig. 5.21 – Grafico della funzione (5.34).

e per sezioni circolari è pari a 1;

$$A = f(\delta^\circ) \quad (5.35)$$

e per curve a 90° vale 1.2;

$$\zeta_M = 0.95 \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2.05 \sin^4 \frac{\delta}{2} \quad (5.36)$$

ed insieme alla (5.35) è determinato graficamente sulla curva $\zeta_M = f(\delta^\circ)$, dove si nota che per curve a 90° vale 0.9875.

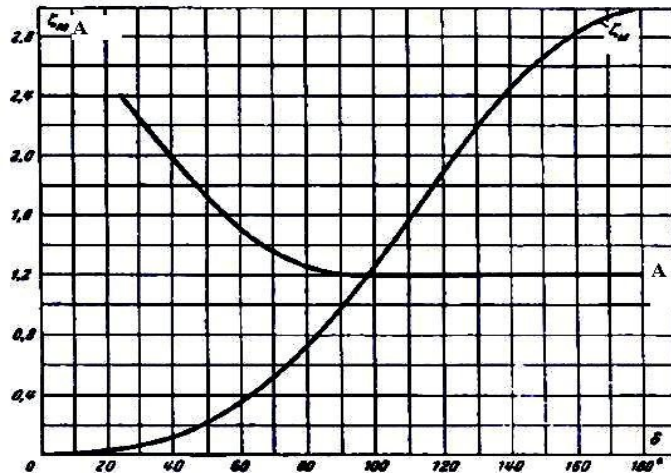


Fig. 5.22 – Grafici delle funzioni (5.35) e (5.36).

k_{Δ} , k_{Re} sono determinati in funzione di Re e $\bar{\Delta}$ dalla tabella seguente

$\bar{\Delta}$	Re			
	$3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$		$> 4 \cdot 10^4$	
	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}
0	$45 \lambda_{Re}$	1,0	1,1	1,0
0 - 0,001	$45 \lambda_{Re}$	1,0	1,0	$1 + 0,5 \cdot 10^3 \bar{\Delta}$
> 0,001	$45 \lambda_{Re}$	1,0	1,0	$\cong 1,5$

Fig. 5.23 – Tabella che determina k_{Δ} , k_{Re} .

dove λ_{Re} è uguale a λ dei condotti industriali lisci ($\Delta = 0$) e determinato in funzione di Re tramite la funzione:

$$\lambda_{Re} = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2} \quad (5.37)$$

valida per valori di $Re > 4 \times 10^3$ e rappresentata sul diagramma seguente.

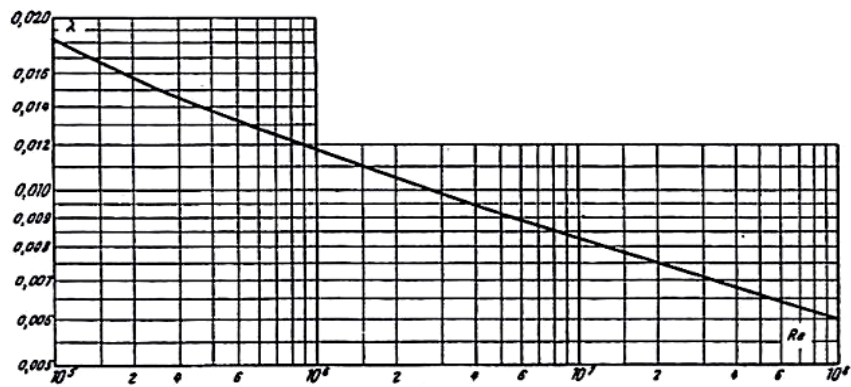


Fig. 5.24 – Grafico della funzione (5.37)

SINGOLARITA' INCONTRATE DURANTE L'INGRESSO NEI CONDOTTI
FLESSIBILI

9-21) Allargamento di sezione nella parte posteriore del cilindro/nel gruppo valvole

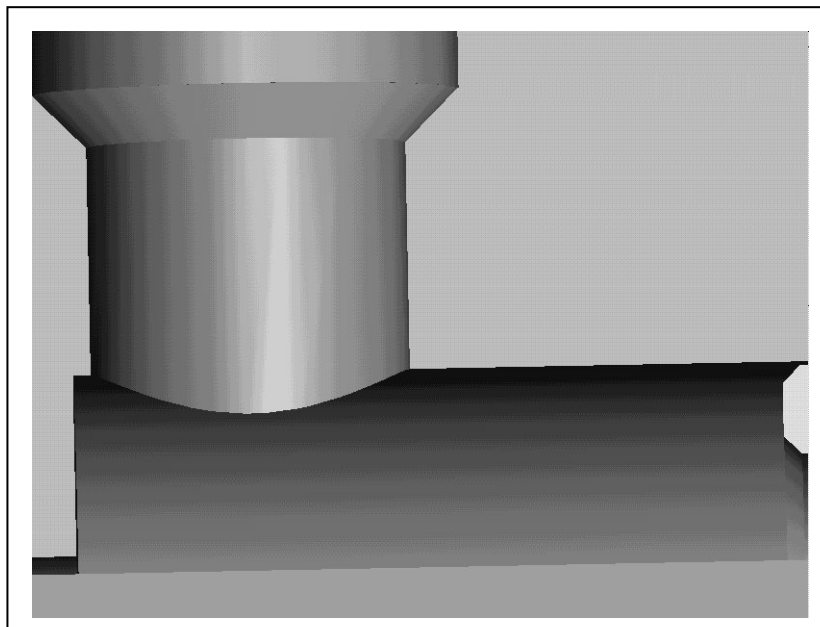


Fig. 5.25 – Vista in sezione dell'allargamento nella parte posteriore del cilindro.

Questo comportamento è schematizzato come un diffusore di forma conica.

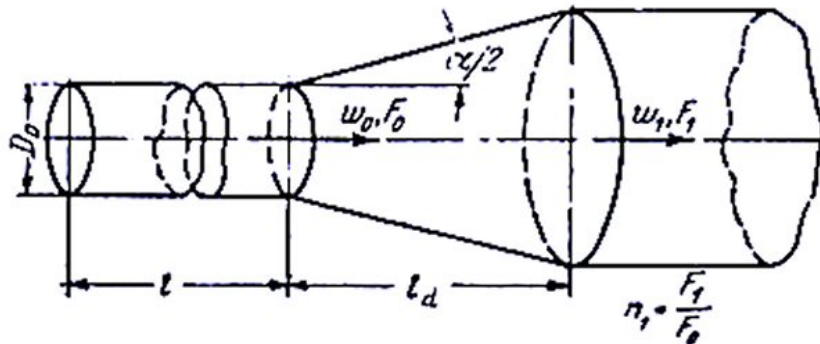


Fig. 5.26 – Schema di un diffusore conico.

In questo caso β è:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = \zeta_{\text{elarg}} + \zeta_f \quad (5.38)$$

dove:

$$\zeta_{\text{elarg}} = f \left(\alpha^\circ, \frac{F_0}{F_1} \right) \quad (5.39)$$

con la funzione f rappresentata dalle curve del grafico seguente.

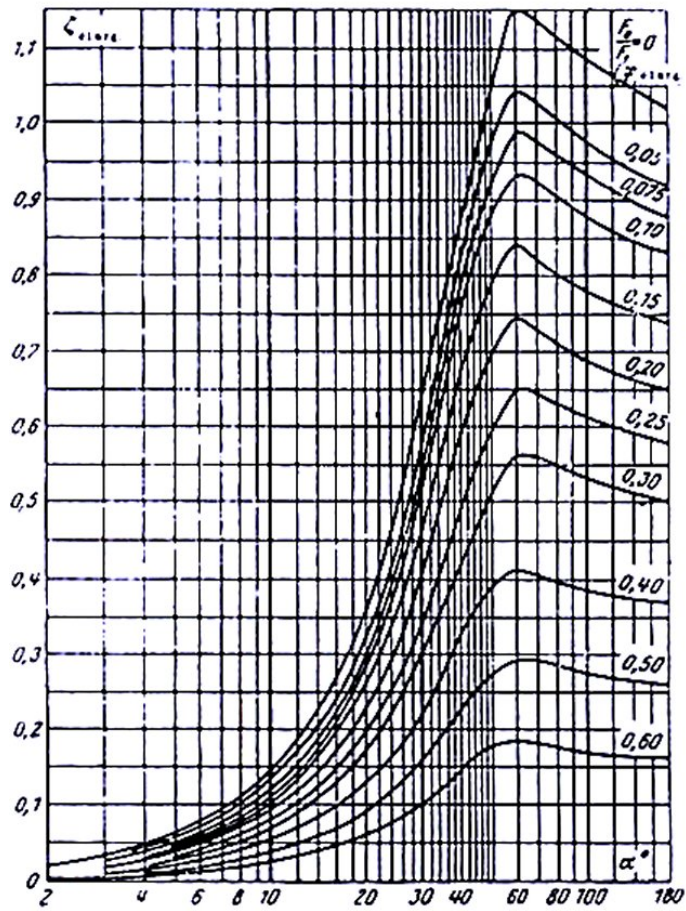


Fig. 5.27 – Grafico della (5.39).

$\zeta_f = f(\alpha^\circ, F_0/F_1)$ è espresso dalla (5.19).

10-22) Uscita cilindro/gruppo valvole-ingresso nipplo

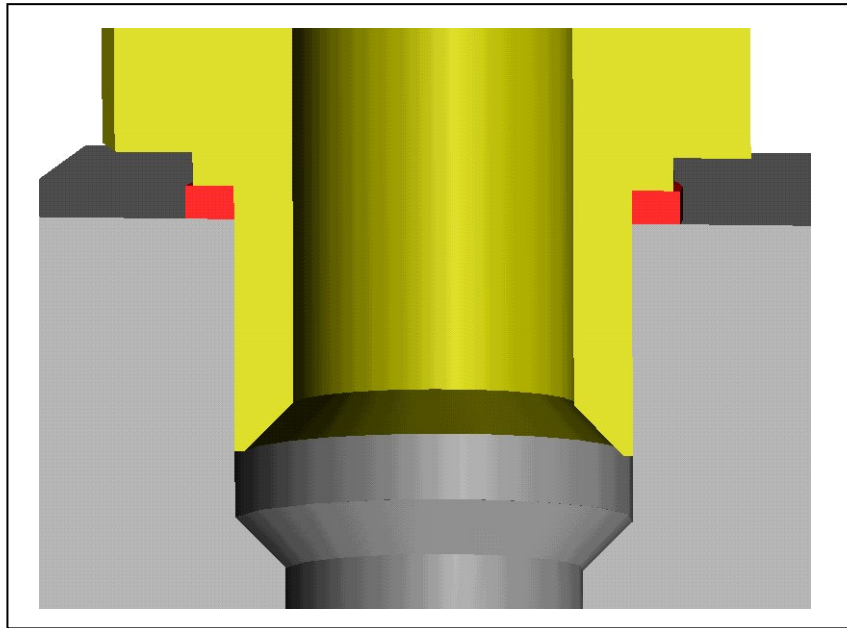


Fig. 5.28 – Vista in sezione dell'ingresso del nipplo.

Queste accidentalità sono schematizzate come restringimenti progressivi di sezione aventi, in particolare, convergenza rettilinea.

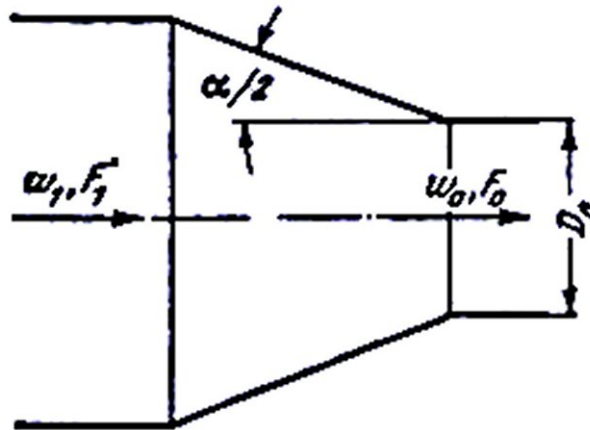


Fig. 5.29 – Schematizzazione di un convergente rettilineo.

In questo caso le perdite sono sia concentrate che distribuite, pertanto β è espresso da:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = \zeta' \left(1 - \frac{F_0}{F_1} \right) + \zeta_f \quad (5.40)$$

dove

$\zeta_f = f(\alpha^\circ, F_0/F_1)$ è espresso dalla (5.19);

$\zeta' = f\left(\alpha, \frac{1}{D_H}\right)$ ed è rappresentata graficamente.

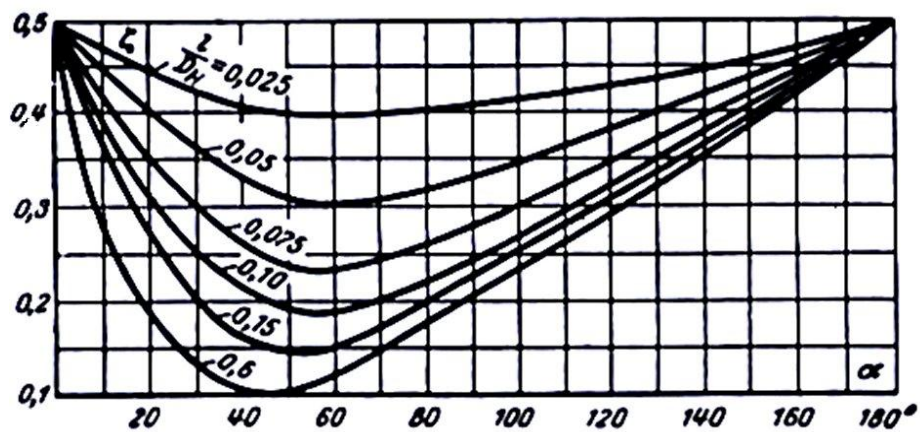


Fig. 5.30 – Rappresentazione grafica di ζ' .

11-23) Uscita nipplo-ingresso condotto flessibile

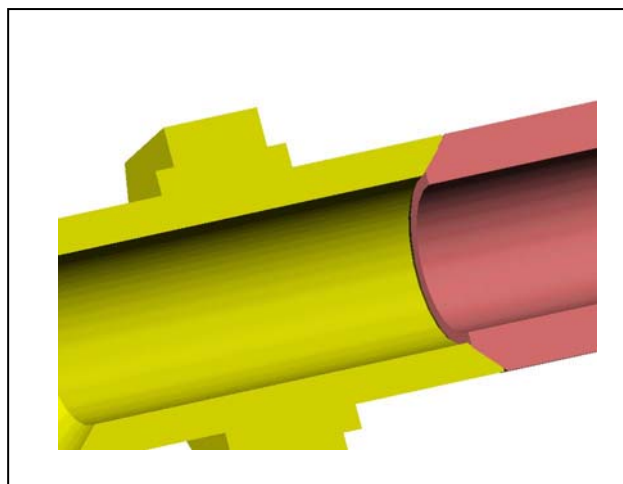


Fig. 5.31 – Vista in sezione del passaggio nipplo-condotto flessibile.

Questa singolarità è schematizzata come un brusco restringimento a spigolo vivo.

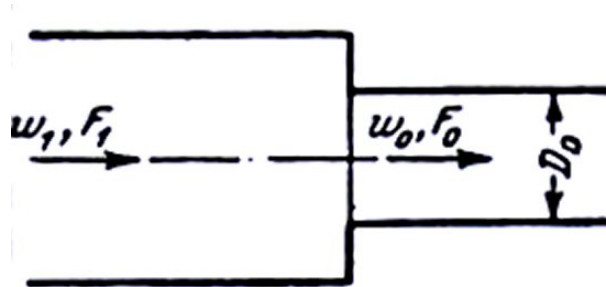


Fig. 5.32 Schematizzazione di un brusco restringimento di sezione a spigolo vivo.

Le perdite sono solamente di tipo concentrato:

$$\beta = \beta_c = 0.5 \left(1 - \frac{F_0}{F_1} \right) \quad (5.41)$$

ACCIDENTALITA' NEL CONDOTTO FLESSIBILE CHE COLLEGA IL CILINDRO AL GRUPPO VALVOLE

In questo caso si sono studiati i condotti considerandone la conformazione più probabile.

12) Curva nel collettore di collegamento con il cilindro

La singolarità è stata schematizzata come una curva a 90° arrotondata con $0.05 \leq r/D_H \leq 0.5$.

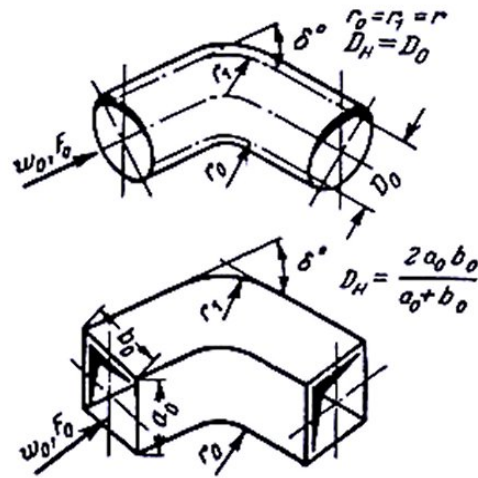


Fig. 5.33 – Curva a 90° arrotondata.

Le perdite di carico sono sia locali che distribuite:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = k_{\Delta} k_{Re} \zeta_M + \zeta_f \quad (5.42)$$

con:

$$k_{\Delta}, k_{Re} = f(\text{Re}, \bar{\Delta}) \quad (5.43)$$

ed f è una funzione tabulata

$\bar{\Delta}$	Re					
	3.10 ³ – 4.10 ⁴		4.10 ⁴ – 2.10 ⁵		> 2.10 ⁵	
	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}
0	64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	1,0	1,0	1,0
0 – 0,001	64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	λ/λ_f	1,0	$1 + \bar{\Delta} \cdot 10^3$
> 0,001	64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	$\approx 2,0$	1,0	$\approx 2,0$

Fig. 5.34 – Tabella da cui si determinano k_{Δ} e k_{Re} .

in cui troviamo:

λ dato dalla (5.21);

λ_1, λ_{Re} sono riferiti a condotti industriali lisci e si ricavano dalla (5.37).

$$\zeta_M = A_1 B_1 C_1 \quad (5.44)$$

dove:

$$A_1 = f(\delta^\circ) \quad (5.45)$$

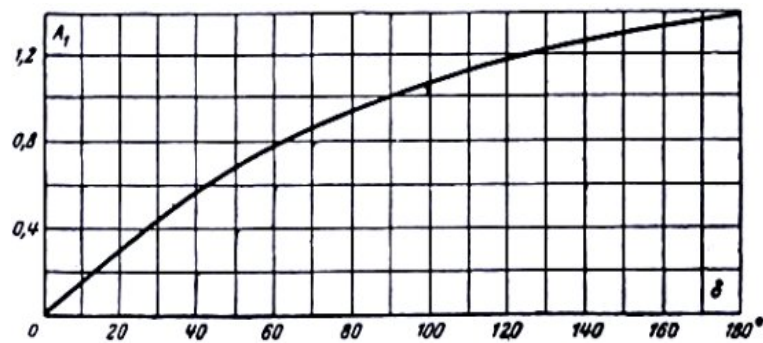


Fig. 5.35 – Rappresentazione grafica della funzione (5.45).

$$B_1 = f(r/D_H) \quad (5.46)$$

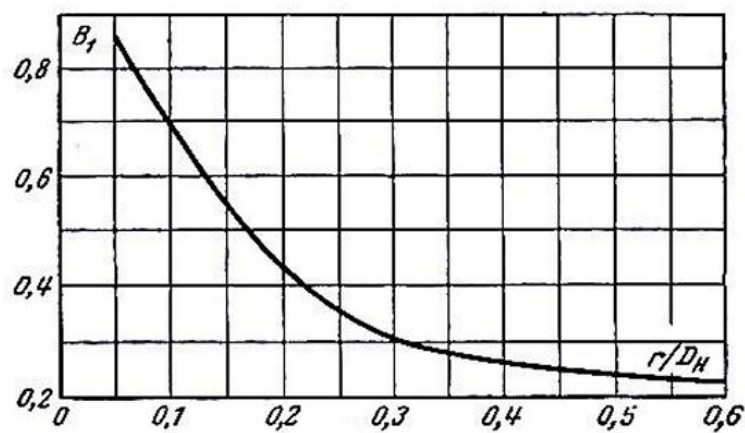


Fig. 5.36 – Rappresentazione grafica della funzione (5.46).

$$C_1 = f(a_0 / b_0) \quad (5.47)$$

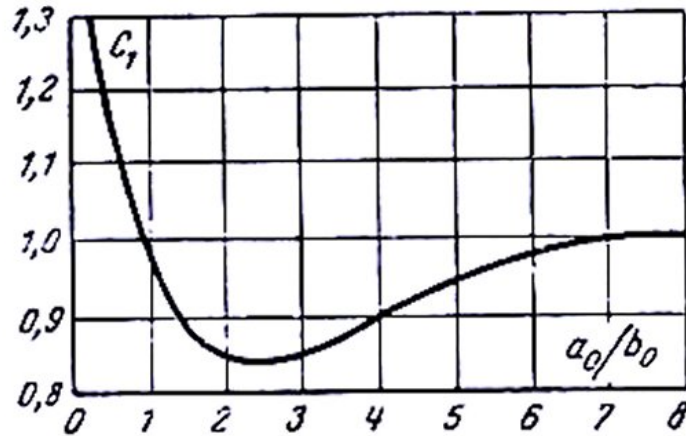


Fig. 5.37 – Rappresentazione grafica della funzione (5.47).

Infine:

$$\zeta_f = \left(1 + 0.0175 \frac{r}{D_H} \delta^\circ \right) \lambda \quad (5.48)$$

13) Singolarità lungo il percorso del condotto flessibile di collegamento del gruppo valvole con il cilindro

Questa è stata schematizzata come una doppia curva a pareti concentriche, per differenti valori di δ° e per $R_0/D_H \geq 0.5$.

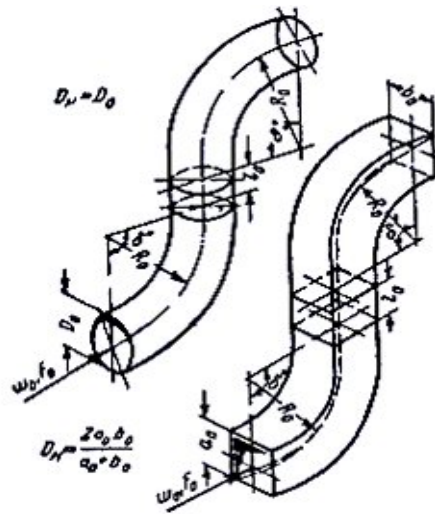


Fig. 5.38 – Schematizzazione della conformazione del condotto.

In questo caso si hanno perdite concentrate e distribuite:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = A\zeta' \quad (5.49)$$

in cui:

$$A = f\left(\frac{l_0}{D_H}\right) \quad (5.50)$$

con $\frac{l_0}{D_H}$ supposto uguale a "0";

$$\zeta' = k_\Delta k_{Re} \zeta_M + \zeta_f \quad (5.51)$$

dove:

$k_\Delta, k_{Re} = f(\text{Re}, \bar{\Delta})$ e f è una funzione che si ricava da tabella.

$\bar{\Delta}$	Re					
	$3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$		$4 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$		$> 2 \cdot 10^5$	
	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}
0	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	1,0	1,0	1,0
0 - 0,001	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	$1 + \bar{\Delta}^2 \cdot 10^6$	1,0	$1 + \bar{\Delta}^2 \cdot 10^6$
> 0,001	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	$\approx 2,0$	1,0	$\approx 2,0$

Fig. 5.39 – Tabella da cui si determinano k_{Δ} e k_{Re} .

in cui

λ è data dalla (5.21);

λ_{Re} si determina dalla (5.37);

$\zeta_M = A_1 B_1 C_1$ come abbiamo visto nella (5.44), dove ora A_1 , B_1 , C_1 sono rappresentate nei grafici (5.33), (5.34), (5.35).

$$\zeta_f = \left(\frac{l_0}{D_H} + 0.035 \frac{r_0}{D_H} \delta^\circ \right) \lambda \quad (5.52)$$

dove

$\frac{l_0}{D_H}$ è stato supposto uguale a 2;

δ° è supposto uguale a 120° ;

SINGOLARITÀ INCONTRATE DURANTE L'USCITA DAI CONDOTTI
FLESSIBILI

14-26) Passaggio condotto flessibile-nipplo

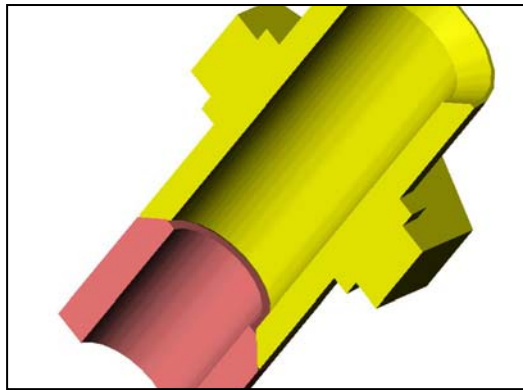


Fig. 5.40 – Vista in sezione dell'accidentalità.

Questa singolarità si schematizza come un brusco allargamento di sezione, per un flusso avente ripartizione uniforme della velocità (Figura 5.8).

Le perdite di carico sono esclusivamente locali, e anche in questo caso $\beta = \beta_c = f(F_0/F_2)$ con f espressa dalla (5.23).

15-27) Uscita nipplo-ingresso gruppo valvole/supporto silenziatore

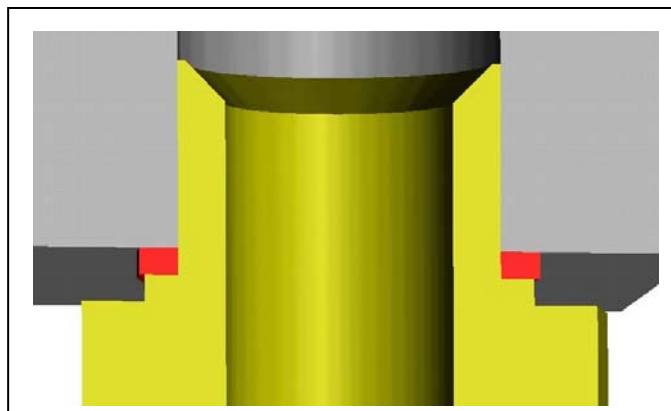


Fig. 5.41 – Vista in sezione dell'allargamento del condotto all'uscita del nipplo.

Questa accidentalità viene schematizzata con un diffusore conico (Figura 5.26).

Anche in questo caso dunque il coefficiente di perdita di carico è espresso dalla funzione vista nella (5.38).

ACCIDENTALITA' NEL GRUPPO VALVOLE

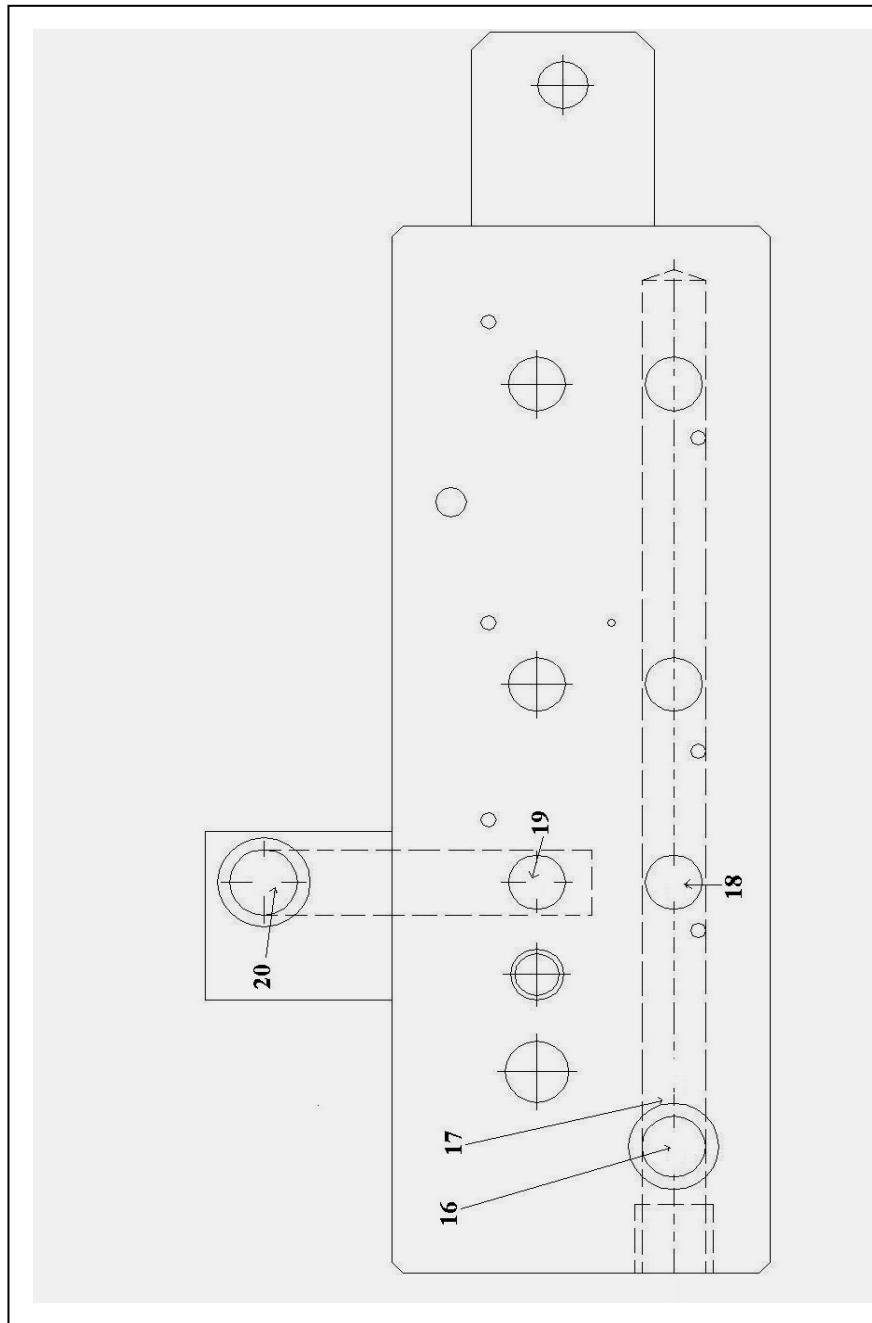


Fig.5.42 Gruppo valvole con relative perdite di carico indicate dalla numerazione.

16) Restringimento di sezione nel gruppo valvole

Questa singolarità è riconducibile ad un brusco restringimento di sezione con bordo d'entrata a spigolo vivo (Figura 5.32).

Il coefficiente in questi casi si determina con l'espressione (5.41) già incontrata.

17) Brusco cambiamento di direzione

Questa accidentalità è schematizzata come una brusca curva a 90° che presenta una nicchia.

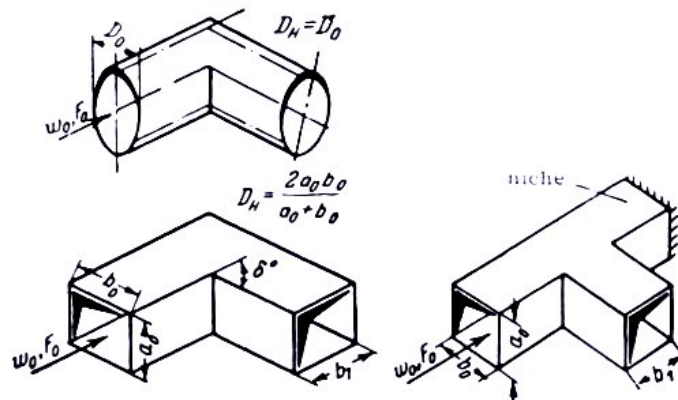


Fig. 5.43 – Curve di schematizzazione.

Il coefficiente di perdita si determina da:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = 1.2 \zeta_{s.n.} \quad (5.53)$$

dove:

$\zeta_{s.n.}$ è il coefficiente relativo alle brusche curve senza nicchia, il quale si determina tramite la (5.33).

18) Diramazione nel condotto interno del gruppo valvole

Si può schematizzare come una biforcazione (separazione delle correnti gassose) del tipo: $F_i + F_r > F_p$;

$$\begin{cases} F_i + F_r > F_p \\ F_r = F_p \\ 0 \leq \alpha \leq 90^\circ \end{cases} \quad (5.54)$$

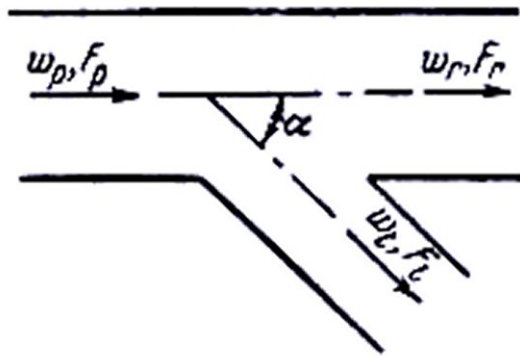


Fig. 5.44 – Schematizzazione di una biforcazione.

Per questa accidentalità il coefficiente si trova mediante la seguente espressione:

$$\beta = \frac{\zeta_{p.l.}}{\left(\frac{w_l}{w_p}\right)^2} \quad (5.55)$$

dove:

w_l è la velocità del fluido nel canale laterale;

w_p è la velocità del fluido nel canale principale;

il loro rapporto è dato da:

$$\frac{w_l}{w_p} = \frac{Q_l}{Q_p} \frac{F_p}{F_l} \quad (5.56)$$

dove Q, F indicano rispettivamente la portata e l'area nel canale specificato dal pedice.

$$\zeta_{p.l.} = A' \left[1 + \left(\frac{w_l}{w_p} \right)^2 - 2 \frac{w_l}{w_p} \cos \alpha \right] \quad (5.57)$$

valida per $\alpha = 90^\circ$ e $h_l/h_p \leq 2/3$

con

h diametro della sezione del canale indicato dal pedice.

A' è uguale a 1 per $w_l/w_p \leq 0.8$.

La funzione (5.57) è rappresentata graficamente in figura 5.45.

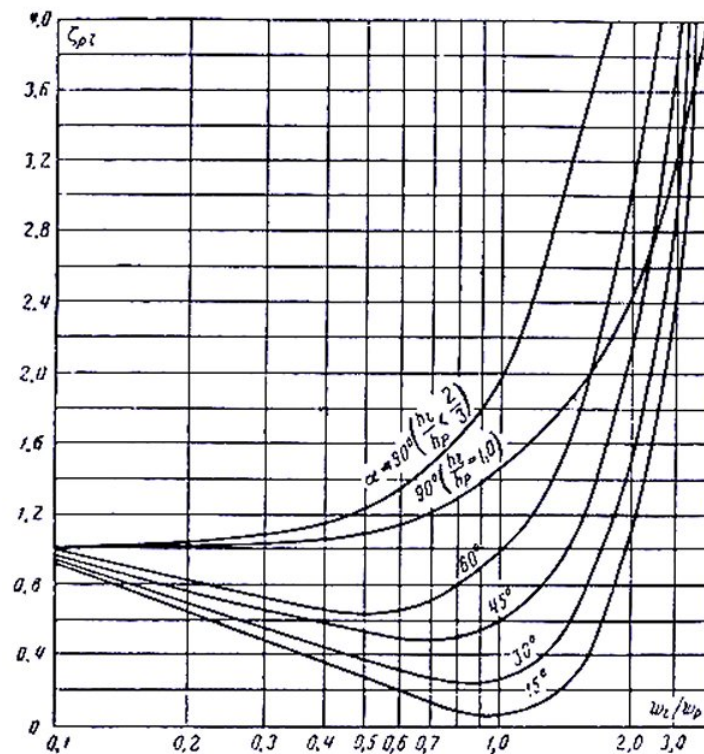


Fig 5.45 – Grafico della funzione (5.57).

19-20) Cambiamento di direzione nel gruppo valvole

Questa accidentalità è assimilabile ad una brusca curva a 90° (Figura 5.20).

Per questo tipo di singolarità il coefficiente β si determina tramite la (5.33) seguendo lo stesso procedimento già visto.

ACCIDENTALITÀ NEL CONDOTTO FLESSIBILE CHE COLLEGA IL GRUPPO VALVOLE AL SUPPORTO DEL SILENZIATORE

24) Curvatura presentata dal condotto flessibile all'uscita del gruppo valvole

Come abbiamo fatto per il precedente condotto flessibile, consideriamo uno dei possibili andamenti che questo tubo può assumere, in particolare quello che appare più probabile. La prima singolarità che si presenta all'uscita del gruppo valvole è una curvatura di circa 120° del condotto flessibile, con un rapporto $R_0/D_H = 1$.

Questa accidentalità viene schematizzata come una curvatura di sezione circolare avente pareti concentriche e un raggio di curvatura relativo al diametro idraulico del condotto che rientra nell'intervallo:

$$0.5 < \frac{R_0}{D_H} < 1.5 \quad (5.58)$$

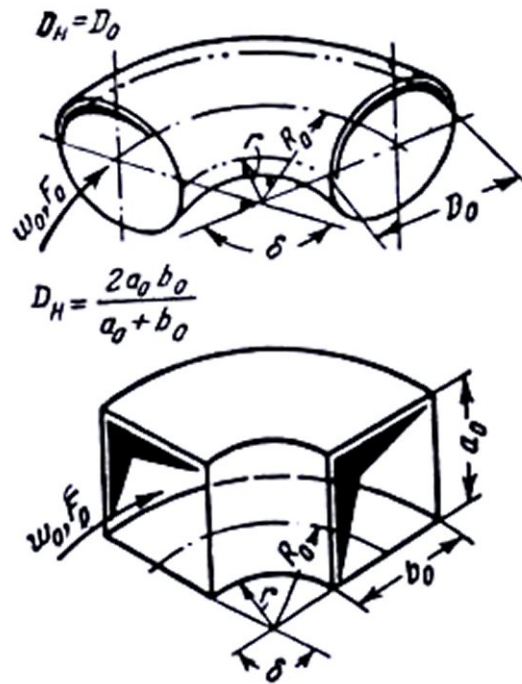


Fig. 5.46 – Schematizzazione della prima curvatura del condotto flessibile.

Il coefficiente di perdita di carico è la somma tra i coefficiente di perdita concentrata e distribuita e vale:

$$\beta = \beta_c + \beta_d = k_{\Delta} k_{Re} \zeta_M + \zeta_f \quad (5.59)$$

Questa espressione è analoga alla (5.42), ma solo nella forma; diversamente calcolate sono infatti le grandezze che in essa appaiono:

$$k_{\Delta}, k_{Re} = f\left(\text{Re}, \bar{\Delta}, \frac{R_0}{D_H}\right), \text{ si determina dalla tabella}$$

$\bar{\Delta}$	R_0/D_H										
	0,5 - 0,55					0,55 - 1,5					
	Re										
	3.10 ³ - 4.10 ⁴		> 4.10 ⁴			3.10 ³ - 4.10 ⁴		4.10 ⁴ - 2.10 ⁵		> 2.10 ⁵	
	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}		k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}	k_{Re}	k_{Δ}
0	45 λ_{Re}	1,0	1,0	1,0		64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	1,0	1,0	1,0
0 - 0,001	45 λ_{Re}	1,0	1,0	$1 + 0,5 \cdot 10^3 \bar{\Delta}$		64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	$\lambda_{\Delta}/\lambda_l$	1,0	$1 + \bar{\Delta} \cdot 10^3$
> 0,001	45 λ_{Re}	1,0	1,0	$\approx 1,5$		64 λ_{Re}	1,0	64 λ_{Re}	$\approx 2,0$	1,0	$\approx 2,0$

Fig. 5.47 Tabella relativa al calcolo di k_{Δ} , k_{Re} .

dove:

$\lambda, \lambda_{\Delta}$ sono uguali a λ dei tubi rugosi determina dalla (5.21);

λ_{Re}, λ_l sono uguali a λ dei tubi lisci industriali e calcolati dalla (5.37);

$\zeta_M = A_1 B_1 C_1$, dove $A_1 = f(\delta^\circ)$, $B_1 = f(R_0/D_H)$, $C_1 = f(a_0/b_0)$, sono determinati dai diagrammi successivi;

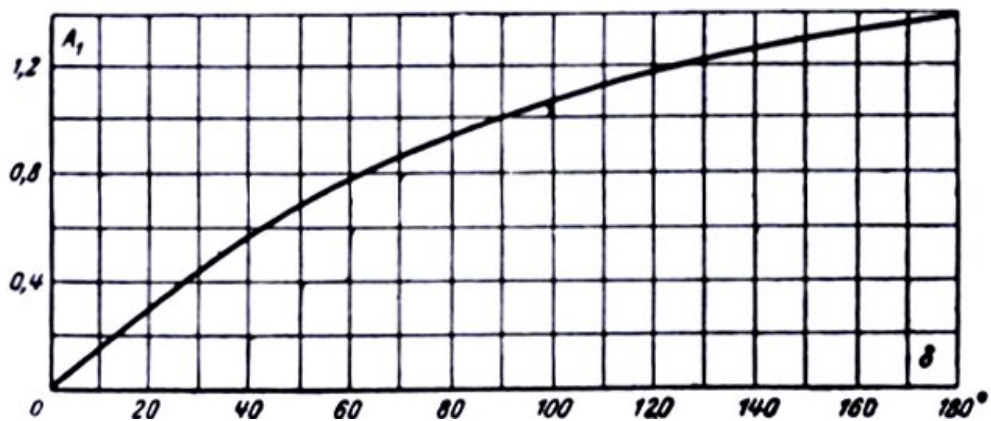


Fig 5.48 Grafico della funzione A_1 .

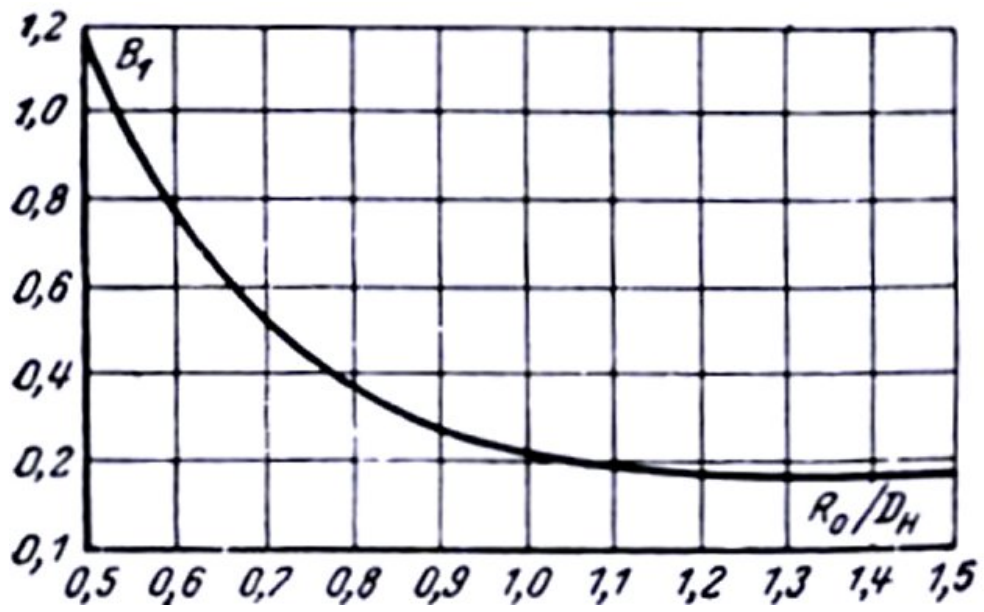


Fig. 5.49 Grafico della funzione B_1 .

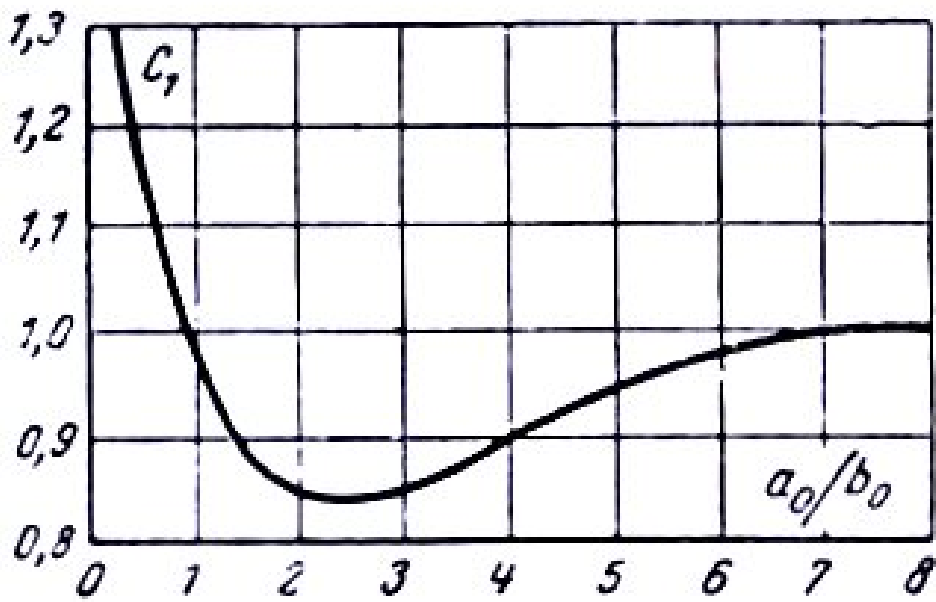


Fig. 5.50 Grafico della funzione C_1 .

inoltre

$$\zeta_f = 0.0175\lambda \frac{R_0}{D_H} \delta^\circ \quad (5.60)$$

in cui abbiamo supposto:

$$\begin{cases} \frac{R_0}{D_H} = 1 \\ \delta = 120^\circ \end{cases} \quad (5.61)$$

25) Curva del condotto che porta l'aria verso l'alto, al supporto del silenziatore

Procedendo lungo il condotto flessibile, si incontra una seconda singolarità del percorso dell'aria. Questa è rappresentata da una curva di circa 70° e un rapporto $R_0/D_H = 2$.

Anche questa accidentalità viene dunque schematizzata come una curvatura di sezione circolare avente pareti concentriche, ma un raggio di curvatura relativo al diametro idraulico del condotto che rientra nell'intervallo:

$$\frac{R_0}{D_H} > 1.5 \quad (5.62)$$

Il coefficiente è espresso dalla (5.59), dove i termini che compaiono sono ancora:

$k_\Delta, k_{Re} = f(Re, \bar{\Delta})$, che si determina da tabella;

$\bar{\Delta}$	Re					
	$3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$		$4 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$		$> 2 \cdot 10^5$	
	k_{Re}	k_Δ	k_{Re}	k_Δ	k_{Re}	k_Δ
0	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	1,0	1,0	1,0
0 - 0,001	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	$1 + \bar{\Delta}^2 \cdot 10^6$	1,0	$1 + \bar{\Delta}^2 \cdot 10^6$
> 0,001	$64 \lambda_{Re}$	1,0	$64 \lambda_{Re}$	$\approx 2,0$	1,0	$\approx 2,0$

Fig. 5.51 Tabella relativa al calcolo di k_Δ, k_{Re} .

$\lambda, \lambda_{\Delta}$ sono uguali a λ dei tubi rugosi determina dalla (5.21);

λ_{Re}, λ_l sono uguali a λ dei tubi lisci industriali e calcolati dalla (5.37);

$\zeta_M = A_1 B_1 C_1$, dove $A_1 = f(\delta^\circ)$, $B_1 = f(R_0/D_H)$, $C_1 = f(a_0/b_0)$, sono determinati dai diagrammi successivi già visti nella singolarità precedente ad eccezione di B_1 :



Fig 5.52 – Grafico della funzione B_1 .

e ancora

$$\zeta_f = 0.0175 \lambda \frac{R_0}{D_H} \delta^\circ$$

in cui abbiamo supposto:

$$\begin{cases} \frac{R_0}{D_H} = 2 \\ \delta = 70^\circ \end{cases} \quad (5.63)$$

SINGOLARITA' NEL SUPPORTO SILENZIATORE

28) Allargamento di sezione nel supporto del silenziatore

Questa accidentalità è analoga ad un diffusore conico.

Come abbiamo già detto, il coefficiente è in parte dato dal contributo delle perdite concentrate, in parte da quelle distribuite e si calcola attraverso la (5.38), seguendo lo stesso procedimento visto.

ACCIDENTALITA' RAPPRESENTATA DAL SILENZIATORE

29) Ingresso nel silenziatore

Può essere ricondotto ad un restringimento progressivo di sezione, in particolare ad un convergente rettilineo (Figura 5.29).

Il coefficiente è calcolato tramite l'equazione (5.40), seguendone lo stesso procedimento.

30) Silenziatore

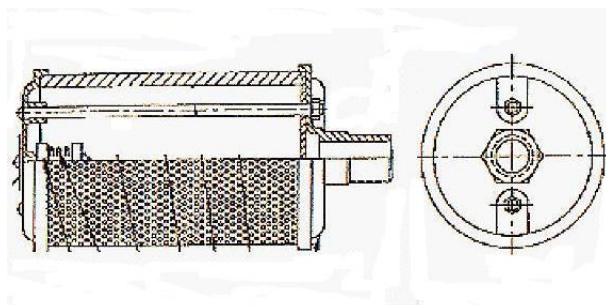


Fig. 5.53 –Silenziatore.

Questo elemento è stato schematizzato come una griglia posta all'uscita di un condotto, la cui superficie libera di passaggio è circa il 70% di quella totale.

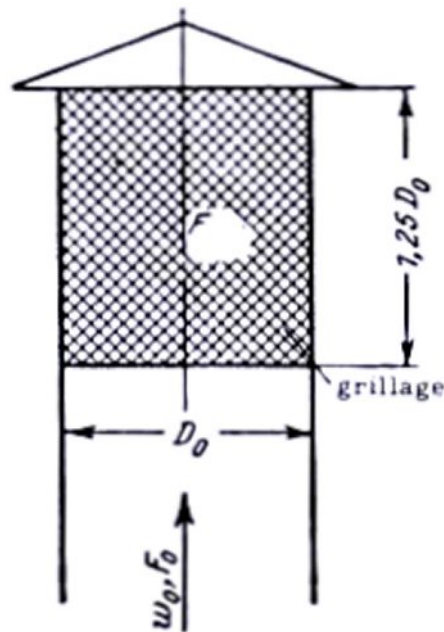


Fig. 5.54 Schematizzazione silenziatore.

In questa particolare situazione le tabelle riportano un coefficiente di:

$$\beta_{\text{silenziatore}} = 1.1 \quad (5.64)$$

In realtà osservando il grafico, fornito dalla ditta costruttrice, relativo alle perdite di carico nel silenziatore in questione in funzione della portata volumetrica, si può notare che le perdite di carico nel nostro caso sono decisamente trascurabili. Il volume d'aria che deve essere smaltito dalla soffiatrice è di fatto molto piccolo (poco maggiore del volume della bottiglia soffiata); di conseguenza, le portate in gioco sono talmente piccole da non rientrare fra quelle indicate dal grafico. (airflow \cong 5 SCFM)

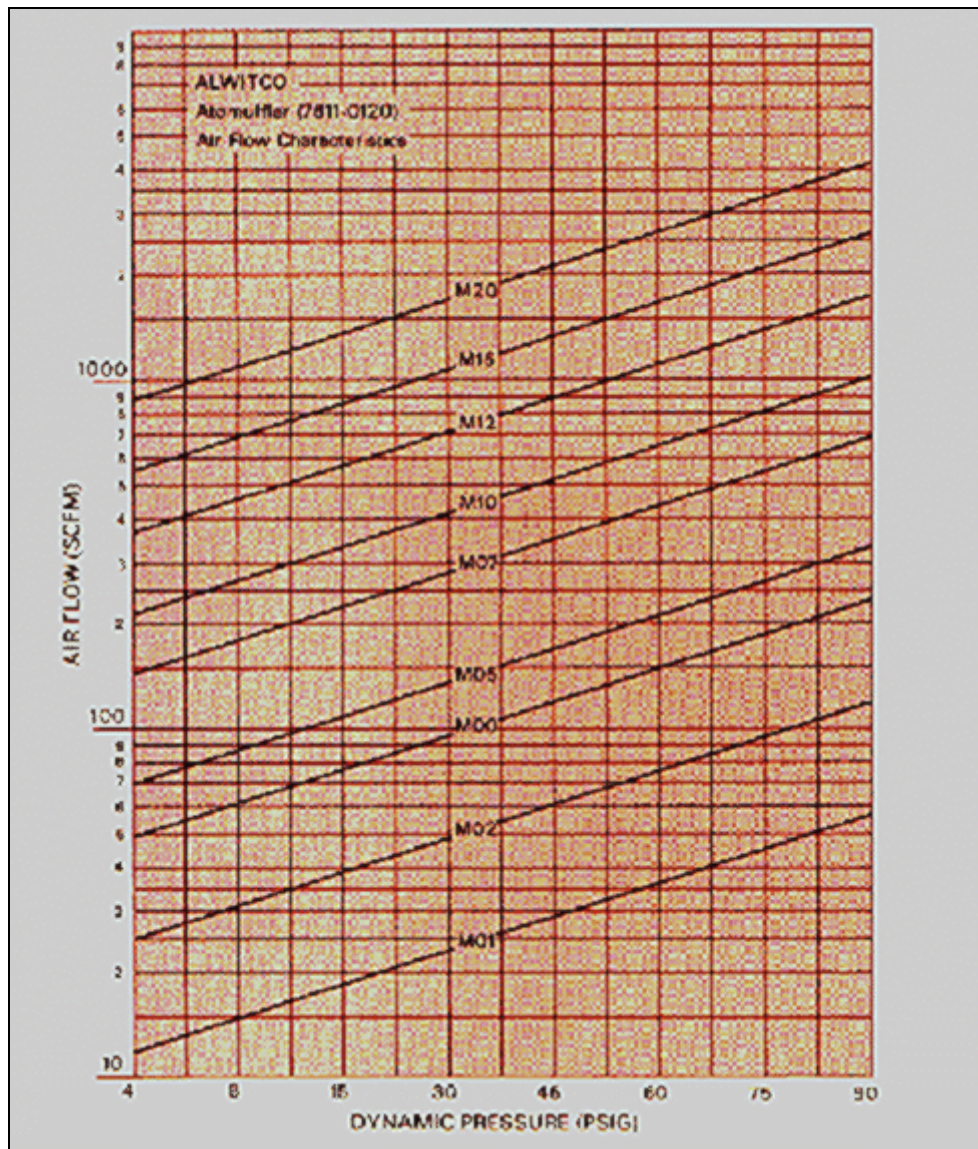


Fig.5.55 Andamento della pressione dinamica in funzione della portata in volume per le diverse classi di silenziatore (quello in esame è l' M20). [1SCFM = 28.6l/minuto; 1PSIG = 0.07 bar].

In ogni caso, per essere più cautelativi, consideriamo il valore di β stimato dalla (5.64) che è comunque piccolo.

31) PERDITA DI CARICO SULLA VALVOLA DI SCARICO

La valvola è stata schematizzata con un rubinetto avente otturatore piatto e situato su una chiusura avente pareti inclinate di 45° .

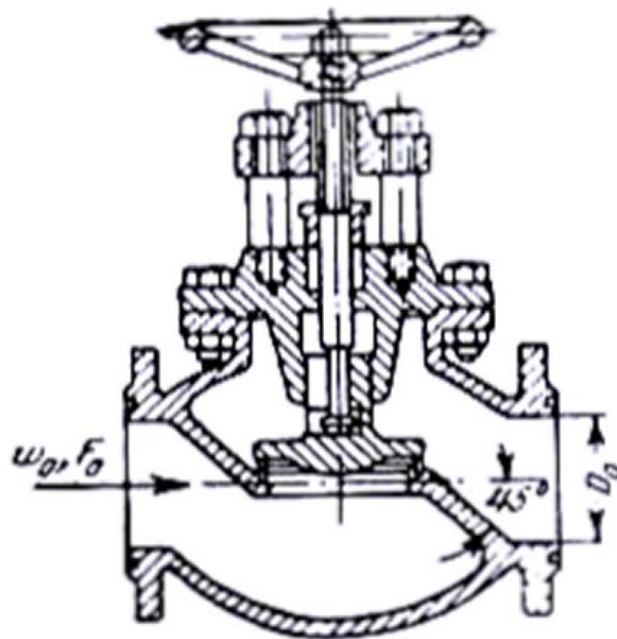


Fig. 5.56 Schema dell'elettrovalvola.

Il coefficiente di perdita di carico è risultato essere funzione del diametro del condotto in cui la valvola è posizionata.

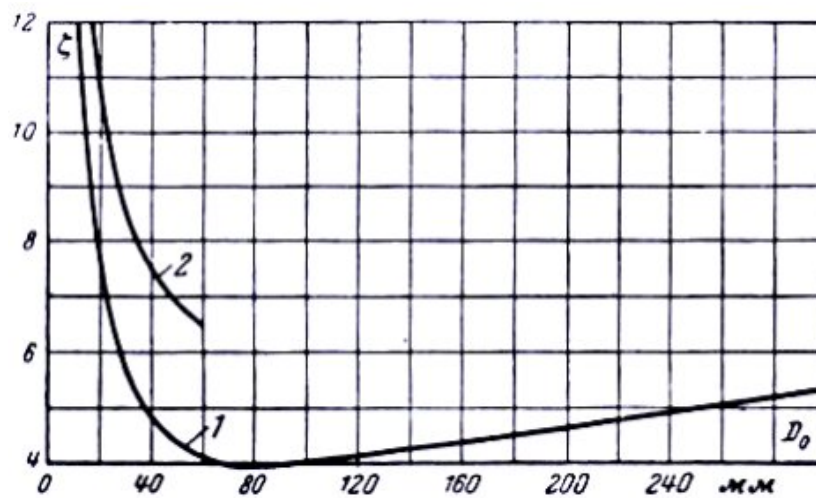


Fig. 5.57 Grafico delle perdite in funzione del diametro del condotto.

La figura(5.56) mostra graficamente la relazione:

$$\beta_{\text{valvola}} = f(D_0) \quad (5.65)$$

32) PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE

Dopo aver passato in rassegna tutte le accidentalità incontrate lungo i condotti e aver determinato per ciascuna di esse il coefficiente β , andiamo ora a considerare le perdite causate dall'attrito dell'aria contro le pareti dei condotti e cioè le perdite di carico distribuite.

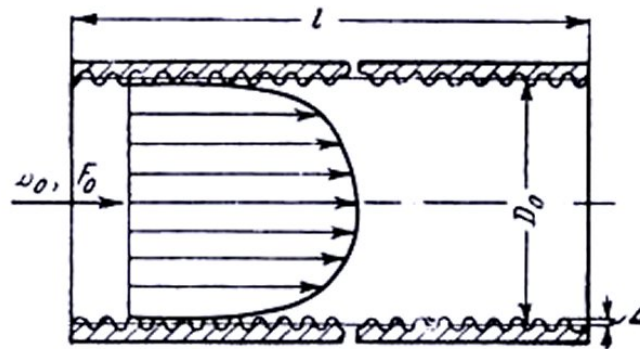


Fig. 5.58 – Condotto industriale a rugosità eterogenea.

Il coefficiente di perdita di carico distribuito, è stato definito dalla (5.11) come:

$$\beta_d = \lambda \frac{l}{D_H}$$

Noti la lunghezza e il diametro idraulico dei condotti, si tratta ora di valutare il coefficiente di perdita di carico dell'unità di lunghezza relativa di ciascun condotto.

Innanzitutto diciamo che i canali attraversati dall'aria durante il deflusso, hanno sezione o circolare o anulare. Per quanto riguarda i condotti a sezione circolare, facendo riferimento al caso di condutture industriali aventi rugosità eterogenea, λ è stata

calcolata tramite la (5.21). Nel caso invece di condotti a sezione anulare, si è dovuto moltiplicare il valore del coefficiente λ , misurato per condotti circolari, per un fattore correttivo (k_3 della 5.20) che è funzione di Re e del rapporto fra il diametro del cilindro interno e il diametro del cilindro esterno. Riassumendo quanto detto abbiamo la seguente situazione:

$$\begin{cases} \lambda = 0.1 \left(1.46\bar{\Delta} + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{0.25} & \text{per condotti circolari} \\ \lambda_{\text{an}} = k_3 \lambda & \text{per condotti anulari} \end{cases}$$

I condotti per i quali sono stati calcolati i coefficienti di perdita distribuita sono:

- bottiglia;
- sigillo;
- pistone;
- parte posteriore del cilindro;
- nippli (sono quattro, uno per ciascun collegamento dei due condotti flessibili);
- gruppo valvole.

Sommando tra loro i coefficienti trovati per ciascun condotto si determina il coefficiente globale delle perdite di carico distribuite dell'intera condotta, ossia il coefficiente n°32.

Osservazione: Non sono stati calcolati i coefficienti di perdita di carico distribuita per i due condotti flessibili, in quanto esso è già stato considerato nel calcolo del coefficiente globale di perdita di carico causata dall'accidentalità.

5.4. ESPOSIZIONE DEI RISULTATI

I calcoli precedentemente esposti, sono stati effettuati per alcuni dei valori assunti, durante la fase di scarico, dalla velocità media del gas sulla sezione d'uscita. Per rendere più agevole questa operazione, è stato realizzato un programma al calcolatore, in ambiente Matlab, che permette di implementare la procedura di calcolo dei coefficienti cercati. In questo modo si è potuto osservare come variavano i coefficienti di perdita di carico al variare della velocità media di uscita del gas, cioè durante il deflusso dell'aria.

Vediamo i risultati ottenuti

N°Perdite	W = 30 m/s	W = 40 m/s	W = 50 m/s	W = 60 m/s
1	0,009334388	0,008749741	0,008333418	0,008016776
2	0,245971021	0,245971021	0,245971021	0,245971021
3	0,005439063	0,005439063	0,005439063	0,005439063
4	0,208000000	0,208	0,208	0,208
5	9,806707284	9,697692307	9,558818322	9,45173329
6	5,002972681	5,000322902	4,915861981	4,850822713
7	0,354843397	0,354843397	0,354843397	0,354843397
8	1,269642857	1,269642857	1,269642857	1,269642857
9	0,172840143	0,172662254	0,172535581	0,172439238
10	0,113832407	0,113635365	0,113495053	0,113388336
11	0,110726644	0,110726644	0,110726644	0,110726644
12	0,413326529	0,391892732	0,373246054	0,359063939
13	1,423226111	1,36549324	1,298358143	1,247237408
14	0,049041558	0,049041558	0,049041558	0,049041558
15	0,283145947	0,282948905	0,282808593	0,282701875
16	0,202594274	0,202594274	0,202594274	0,202594274
17	1,463026297	1,544322581	1,544322581	1,544322581
18	1,280676238	1,280676238	1,280676238	1,280676238
19	1,540363167	1,57368	1,57368	1,57368
20	1,228694571	1,290333333	1,290333333	1,290333333
21	0,172840143	0,172662254	0,172535581	0,172439238
22	0,113832407	0,113635365	0,113495053	0,113388336
23	0,110726644	0,110726644	0,110726644	0,110726644
24	0,428648708	0,406348026	0,387013549	0,372308315
25	0,255172918	0,24678003	0,234515202	0,225172497
26	0,049041558	0,049041558	0,049041558	0,049041558
27	0,283145947	0,282948905	0,282808593	0,282701875
28	0,52302772	0,522838082	0,522703043	0,522600337
29	0,269228939	0,269011933	0,268857405	0,268739876
30	1,1	1,1	1,1	1,1
31	10	10	10	10
32	1,445035376	1,354527415	1,290077542	1,241058865
somma	39,93510494	39,79718862	39,39050228	39,07885208

Fig. 5.59 - Coefficienti di perdita di carico calcolati considerando la velocità sulla sezione di uscita.

La tabella precedente mostra i valori dei coefficienti ottenuti considerando quattro differenti valori della velocità media sulla sezione di uscita. Questi valori sono la velocità media massima (60 m/s) che si ha all'istante iniziale, cioè al momento in cui viene aperta la valvola di scarico; il valore medio (30 m/s) della velocità media sulla sezione di uscita e altri due valori intermedi fra di essi. Non è stato possibile prendere in considerazione dei valori troppo bassi della velocità in quanto avremmo ottenuto dei valori del numero di Reynolds talmente bassi da portarci fuori dal campo di validità del procedimento matematico adottato. Le tabelle a cui si è fatto riferimento, sono attendibili, infatti, per valori di Re che spesso non scendono al di sotto di un fattore 10^3 . Tuttavia, non era necessario indagare oltre, in quanto questi risultati sono già molto significativi.

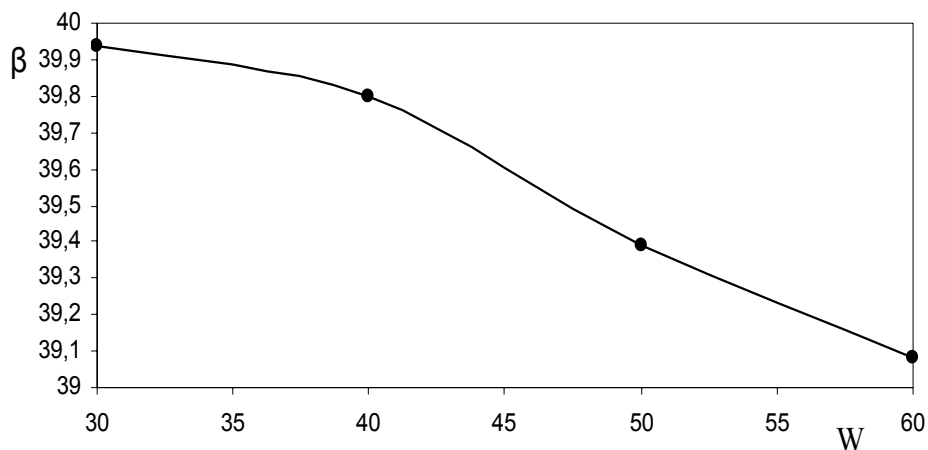


Fig. 5.60 - Grafico che riporta l'andamento del coefficiente β al variare della velocità media sulla sezione di uscita.

Dal grafico si può osservare come il coefficiente relativo alle perdite globali della condotta di scarico, sia quasi insensibile alle variazioni della velocità media sulla sezione di scarico. Questo risultato, non ha stupito affatto. Prima di svolgere questa trattazione teorica sulle perdite di carico, si era intuito che essendo i condotti molto corti e il regime di moto sicuramente turbolento, le perdite di carico concentrate dovevano essere sicuramente molto più rilevanti rispetto alle perdite distribuite. In effetti da questi risultati, si evince che il coefficiente, relativo a tali perdite, è non più del **5%** del coefficiente totale. Questo conferma quanto sperato e dimostra che se il coefficiente di perdita globale è per la maggior parte influenzato dalle perdite concentrate, allora è lecito considerarlo costante al variare della velocità di scorrimento del fluido. Questo si spiega per il fatto che il coefficiente relativo alle perdite di carico concentrate, dipende dalla geometria dei condotti mentre l'influenza del numero di Reynolds, e quindi della velocità media sulla sezione del condotto, può essere trascurata. Il fatto poi che al diminuire della velocità il coefficiente aumenta (come si può notare dal grafico), è da imputarsi all'incremento del coefficiente di perdita di carico distribuita e, più precisamente, del fattore λ relativo all'unità di lunghezza del condotto. Durante il calcolo dei coefficienti, infatti, si sono osservati dei valori del numero di Reynolds che oscillano intorno a $10^4 \div 10^5$; osservando il diagramma di Moody relativo a condotti industriali a rugosità eterogenea, si nota che siamo in una situazione in cui, a parità di scabrezza relativa, λ e di conseguenza β_d e $\beta_{globale}$ aumentano al diminuire di Re . Inizialmente, per cercare di migliorare l'accuratezza dei coefficienti, era stata considerata, per il calcolo del numero di Reynolds relativo ad ogni singolarità, non la velocità media sulla sezione di uscita, ma la velocità media locale. La condizione di conservazione della portata, fra la sezione più ristretta dell' i -esimo elemento e la sezione di uscita:

$$\rho_i w_i A_i = \rho_u w_u A_u \quad (5.66)$$

in cui si può considerare $\rho_i = \rho_u$, avendo supposto il fluido fisicamente omogeneo, permette di esprimere la velocità media locale w_i in funzione della velocità media w_u in corrispondenza della sezione di uscita. Introducendo nel procedimento matematico i

valori così calcolati delle velocità medie locali, in corrispondenza dei valori assunti dalla velocità media dell'aria sulla sezione di uscita durante il deflusso, si sono ottenuti i seguenti risultati:

N°Perdite	W = 30 m/s	W = 40 m/s	W = 50 m/s	W = 60 m/s
1	0,010501203	0,009325851	0,009816977	0,008949471
2	0,245971021	0,245971021	0,245971021	0,245971021
3	0,005439063	0,005439063	0,005439063	0,005439063
4	0,208000000	0,208	0,208	0,208
5	9,498631757	9,582355412	9,337075944	9,493376025
6	4,8792963	4,925208591	4,781292245	4,871483236
7	0,354843397	0,354843397	0,354843397	0,354843397
8	1,495675511	1,304209292	1,383039726	1,244697592
9	0,173090058	0,172747671	0,17289058	0,172638351
10	0,114019113	0,113653198	0,113805775	0,113536673
11	0,110726644	0,110726644	0,110726644	0,110726644
12	0,413326529	0,373246054	0,391892732	0,359063939
13	1,423226111	1,298358143	1,36549324	1,247237408
14	0,049041558	0,049041558	0,049041558	0,049041558
15	0,283332652	0,282966738	0,283332652	0,282850213
16	0,202594274	0,202594274	0,202594274	0,202594274
17	1,623998271	1,544322581	1,513600951	1,544322581
18	1,280676238	1,280676238	1,280676238	1,280676238
19	1,540363167	1,57368	1,57368	1,57368
20	1,342346563	1,290333333	1,251447607	1,290333333
21	0,173090058	0,172747671	0,17289058	0,172638351
22	0,114019113	0,113653198	0,113805775	0,113536673
23	0,110726644	0,110726644	0,110726644	0,110726644
24	0,428648708	0,387013549	0,406348026	0,372308315
25	0,255172918	0,234515202	0,24678003	0,225172497
26	0,049041558	0,049041558	0,049041558	0,049041558
27	0,283332652	0,282966738	0,283332652	0,282850213
28	0,523786163	0,523352087	0,523533958	0,523212081
29	0,269244706	0,268870706	0,269026294	0,268752328
30	1,1	1,1	1,1	1,1
31	10	10	10	10
32	1,655941221	1,471302123	1,548428101	1,412225709
somma	40,21810317	39,64188853	39,45857424	39,28992539

Fig. 5.61 - Coefficienti di perdita di carico calcolati considerando la velocità locale.

Rappresentando graficamente i valori ottenuti dei coefficienti di perdita di carico globale, si nota, com'era ovvio attendersi, che anche considerando le velocità locali del gas in ogni singolarità l'andamento ottenuto è rappresentato da una retta quasi orizzontale.

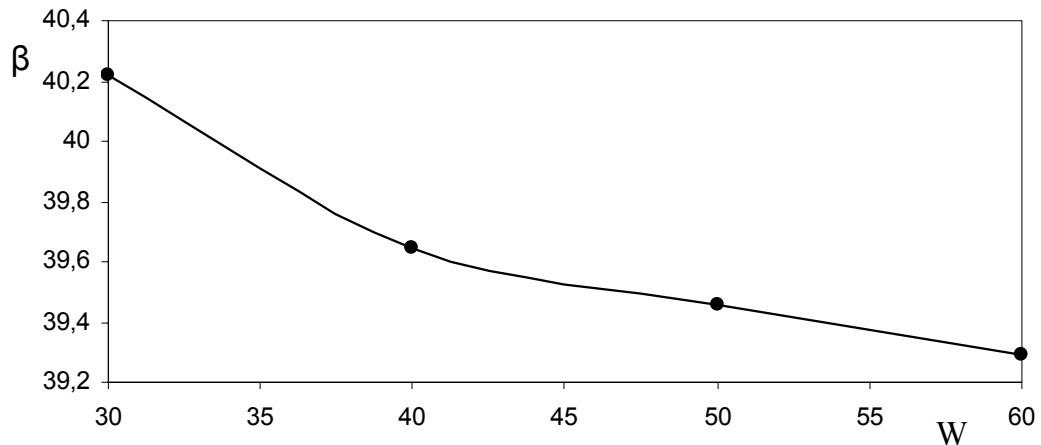


Fig. 5.62 - Grafico che riporta l'andamento del coefficiente β calcolato tenendo conto delle velocità medie locali, al variare della velocità media sulla sezione di uscita.

Alla luce di quanto detto sulla scarsa dipendenza del coefficiente di perdita di carico dal numero di Reynolds, risulta sconveniente considerare le velocità locali perché si ottengono i medesimi risultati attraverso un procedimento decisamente più complesso.

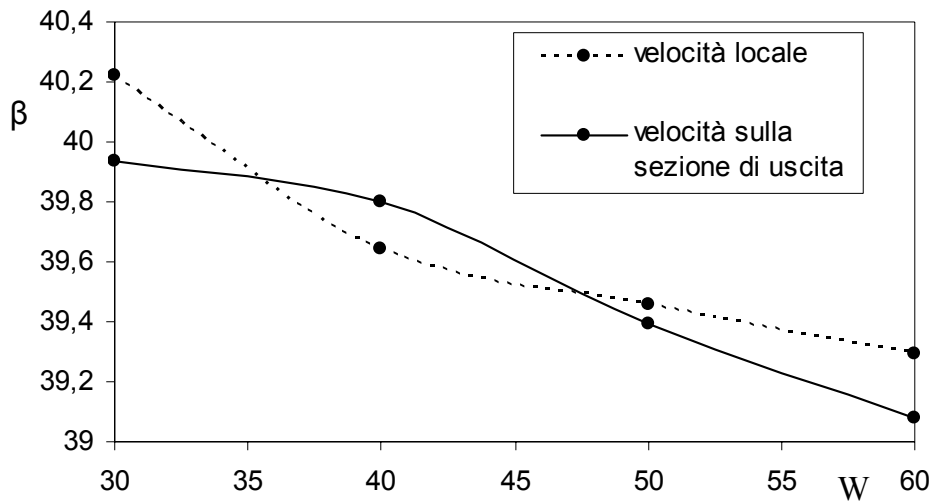


Fig. 5.63 - Rappresentazione grafica degli andamenti del coefficiente totale β calcolato con velocità locali e con velocità sull'uscita.

Concludendo questo capitolo, diciamo che è stata dimostrata la correttezza dell'ipotesi di partenza del modello matematico che simula la fase di deflusso, circa la costanza di β durante il transitorio. Facendo riferimento al β ottenuto considerando la sola velocità in corrispondenza della sezione di uscita, andremo ad introdurre nel modello matematico realizzato il valore calcolato per una velocità di 30 m/s, corrispondente al valore medio rilevato, sulla sezione di uscita, durante lo svuotamento.

CAPITOLO 6

RISULTATI DELLA SIMULAZIONE E OTTIMIZZAZIONE DEL RENDIMENTO

6.1. PREMESSA

Dopo una lunga indagine sia teorica che sperimentale sulle accidentalità presenti all'interno dei condotti interessati dal passaggio dell'aria durante la fase di deflusso, possiamo ora introdurre nel modello matematico a gas reale del transitorio di scarico, l'ultimo parametro di input che è stato oggetto di questa lunga indagine: il coefficiente di perdita di carico β .

In questo capitolo si metteranno in evidenza non solo i risultati ottenuti, ma anche i miglioramenti proposti per ottimizzare il rendimento dell'impianto che, come già è stato detto nei primi capitoli di questo lavoro di tesi, rappresenta una fase del tutto passiva per la realizzazione del prodotto finito, ma influisce sul rendimento della macchina.

6.2. ESPOSIZIONE DEI RISULTATI OTTENUTI

L'ultima operazione da fare dopo l'analisi effettuata sul coefficiente di perdita di carico e averne testato l'attendibilità mediante prove sperimentali, è introdurre l'espressione trovata del coefficiente di perdita complessivo nei modelli a gas perfetto e a gas reale che determinano, oltre al tempo necessario alla fase di scarico, i parametri significativi che caratterizzano il gas durante questo transitorio.

Nel capitolo 5, trattando del coefficiente β , si è dimostrato che a ragione lo si può considerare costante durante il transitorio, in quanto solo il termine relativo alle perdite di carico distribuite, che in questo caso è risultato essere circa il 5% del totale, risente in particolar modo della variazione del numero di Reynolds. Verrà dunque introdotto nei modelli realizzati di simulazione del deflusso, il coefficiente β corrispondente alla velocità media di uscita dell'aria, registrata in corrispondenza della valvola di scarico durante il transitorio. Da notare che questo valore è stato ipotizzato circa uguale a 30 m/s e che verrà confermato dai successivi risultati ottenuti; ma se così non fosse stato, per essere corretti, si sarebbe dovuto applicare un procedimento iterativo. Anche se, a onor del vero, come detto β non risente più di tanto del valore di velocità rispetto al quale viene calcolato.

6.2.1. Risultati dei modelli di simulazione a gas perfetto e a gas reale

In questo paragrafo verranno esposti i risultati ottenuti mediante il modelli a gas reale. Vedremo inoltre il confronto dei risultati così ottenuti, con quelli del caso particolare in cui si suppone il gas perfetto. Per fare questo si introducono nei modelli stessi, oltre ai parametri del gas in questione, ai parametri geometrici e alle condizioni iniziali e al contorno, che abbiamo già trattato nel capitolo 3, il valore del coefficiente β trovato teoricamente per una velocità media sulla sezione di uscita del gas pari a 30 m/s. Questo valore è:

$$\beta = 39.9351 \quad (6.1)$$

I risultati così ottenuti per il modello a gas reale sono :

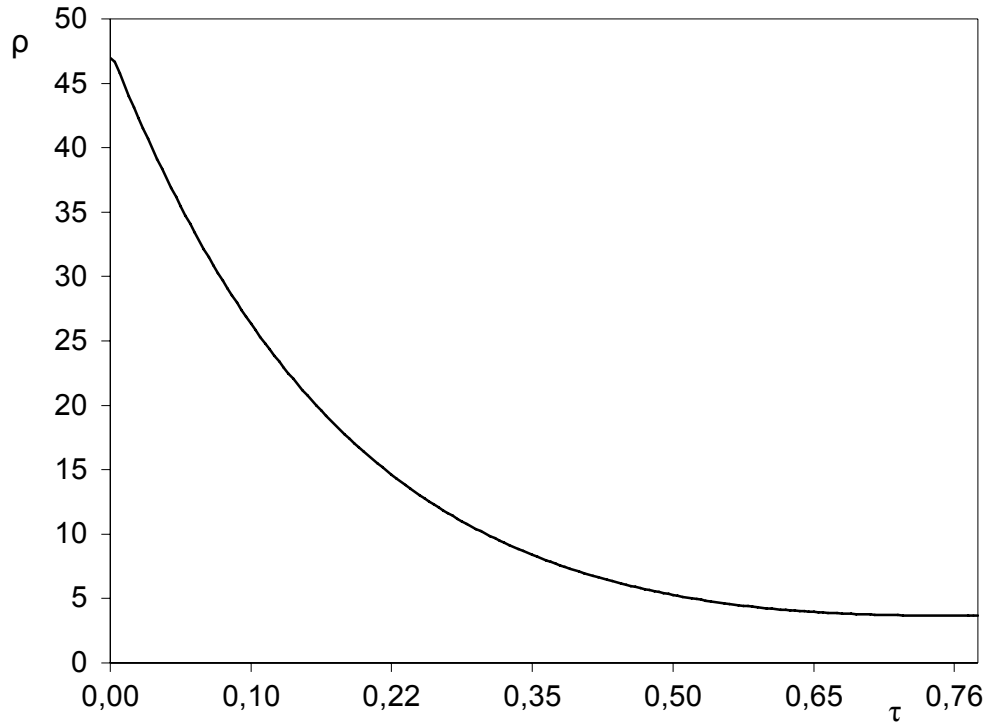


Fig. 6.1 – Andamento della densità dell'aria durante il transitorio.

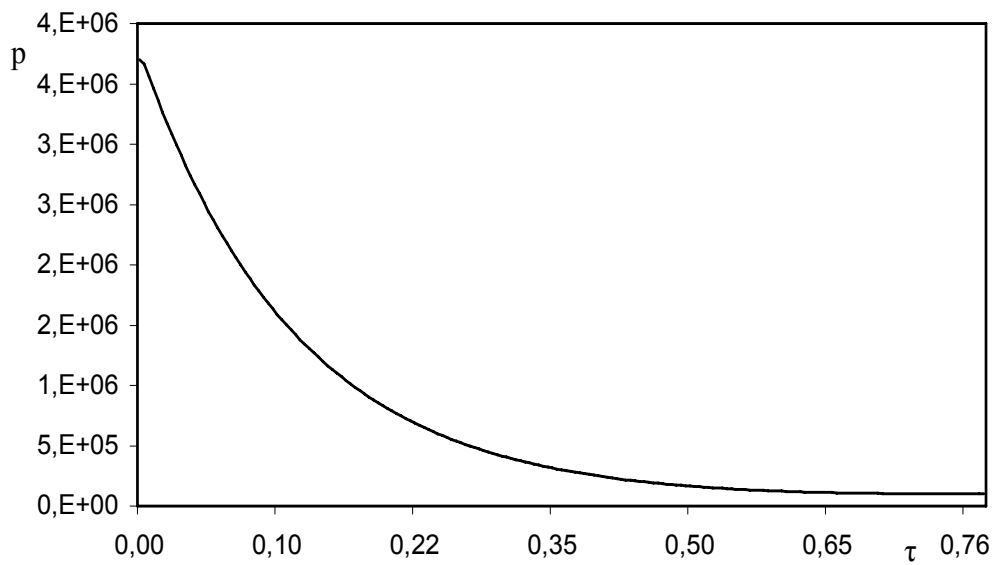


Fig. 6.2 – Andamento della pressione dell'aria durante il transitorio.

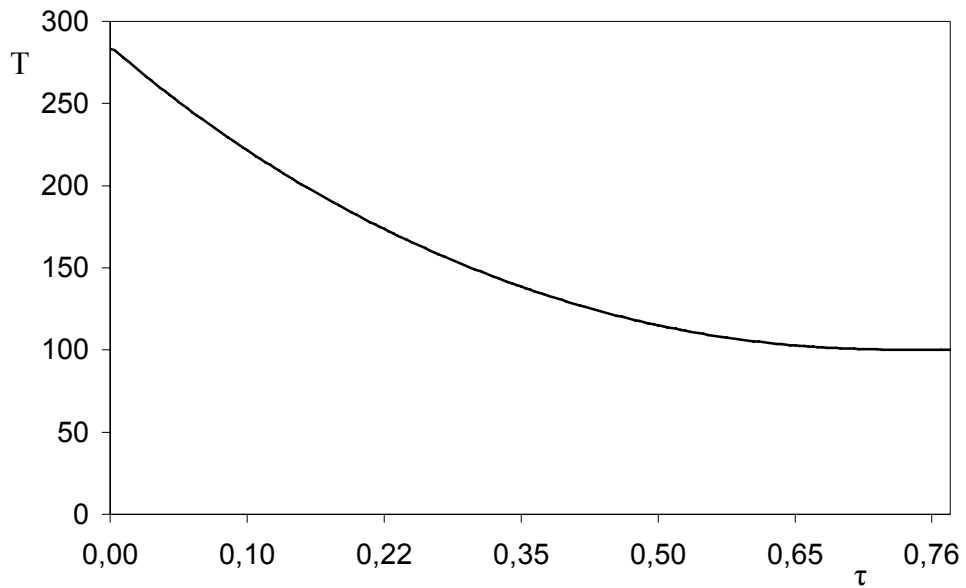


Fig. 6.3 – Andamento della temperatura dell'aria durante il transitorio.

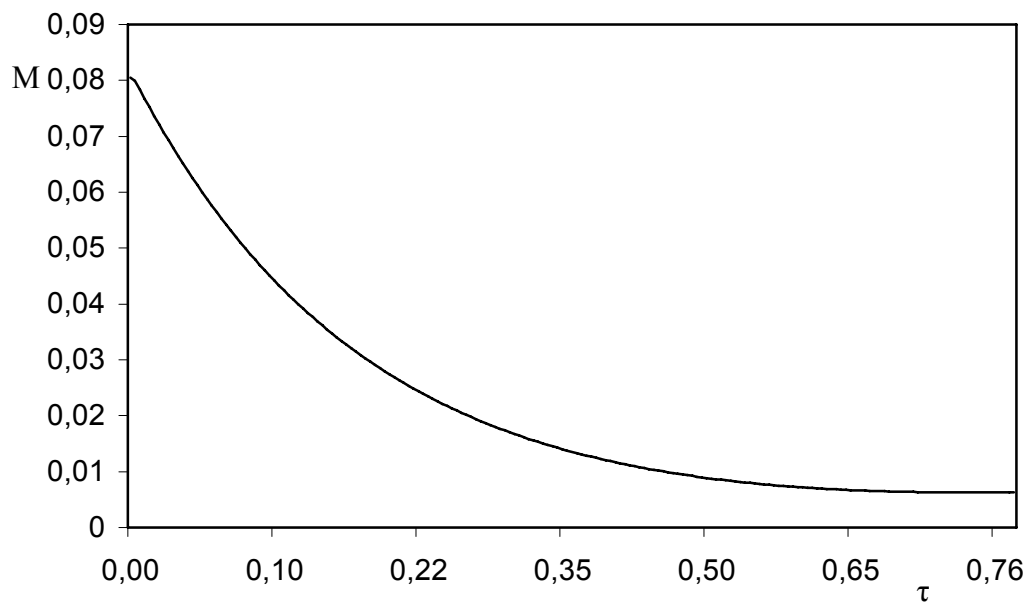


Fig. 6.4 – Andamento della massa d'aria presente all'interno della stazione di stiroformatura durante il transitorio.

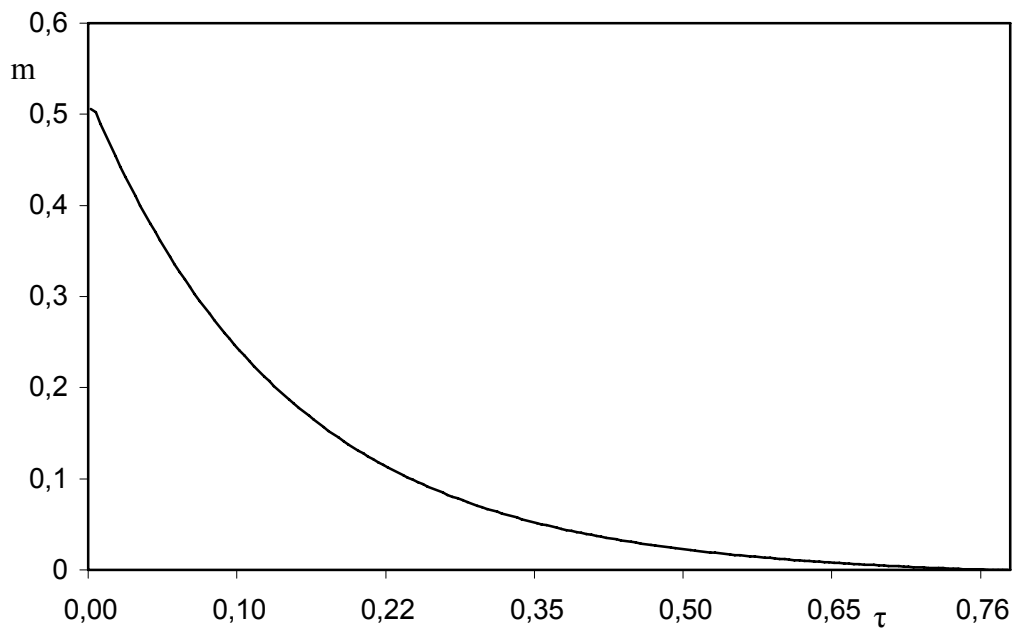


Fig. 6.5 – Andamento portata d'aria uscente dalla stazione di stiro-f durante il transitorio.

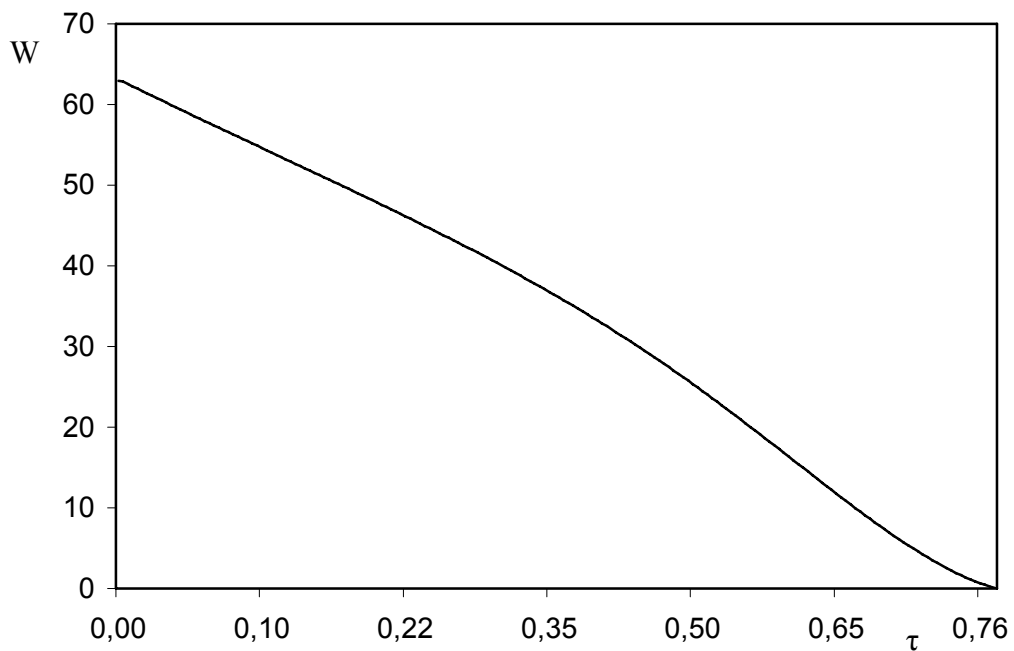


Fig. 6.6 – Andamento della velocità media sulla sezione di uscita durante il transitorio.

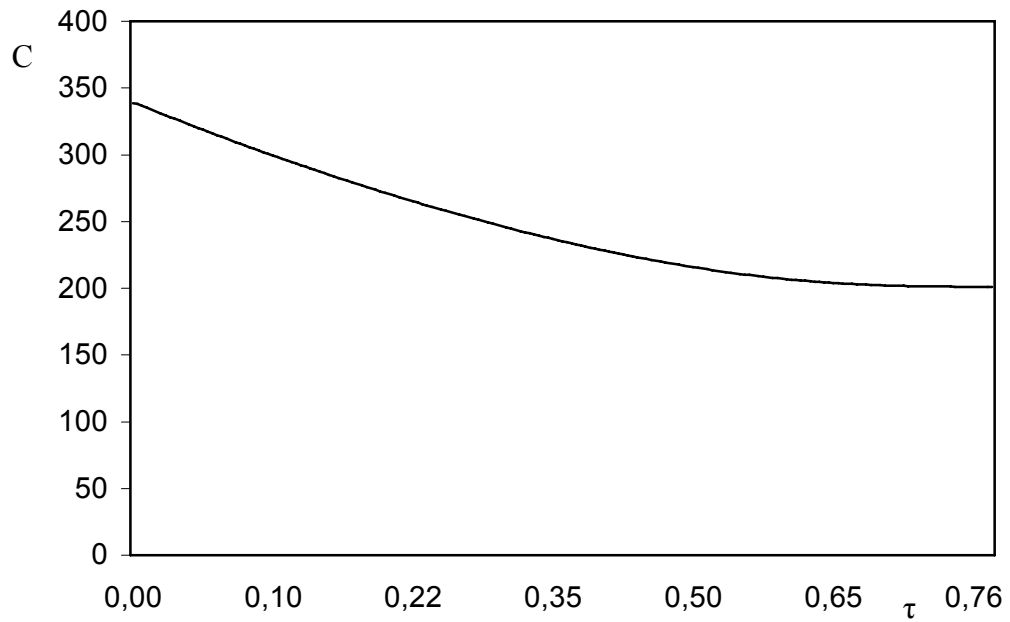


Fig. 6.7 – Andamento della velocità di propagazione del suono nel mezzo(aria)durante il transitorio.

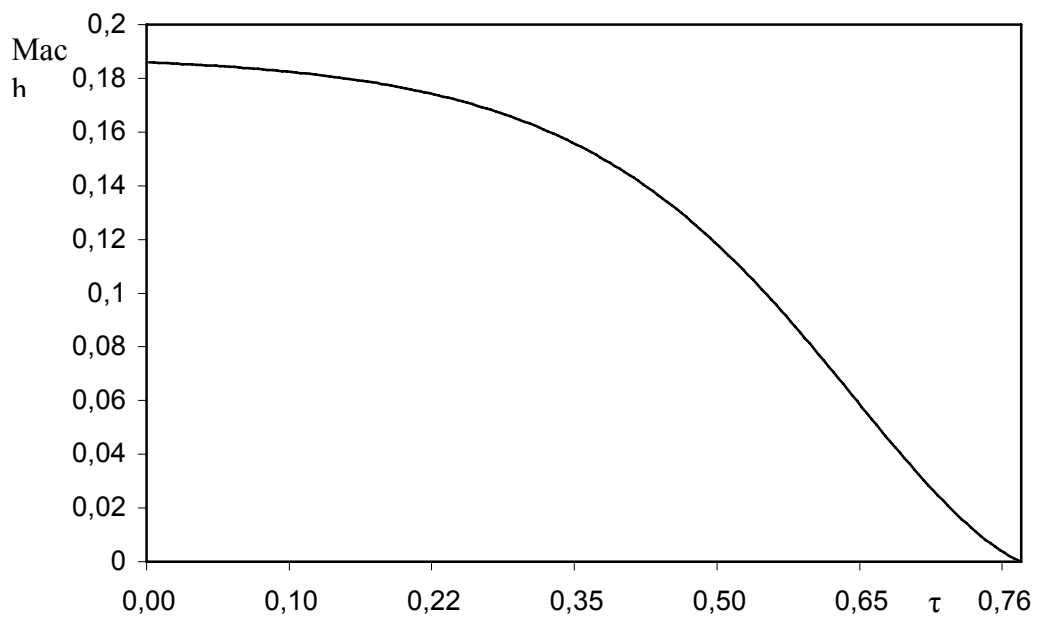


Fig. 6.8 – Variazione del numero di Mach durante il transitorio.

6.3. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI CON IL MODELLO A GAS REALE

Dall'analisi dell'andamento dei grafici, che rappresentano la simulazione di un sistema aperto costituito da un gas reale in moto non stazionario, e che caratterizzano il l'aria all'interno della stazione di stiro-formatura, siamo in grado di stabilire il tempo necessario al compimento della fase di deflusso dell'impianto in studio. In particolare modo, osservando l'istante di tempo in cui la derivata della densità del gas si annulla (coincidente con l'istante in cui la pressione all'interno del sistema raggiunge il valore atmosferico), si è riscontrato un tempo necessario alla fase di scarico pari a:

$$t = 0.7705 \text{ s} \quad (6.2)$$

Questo risultato è esattamente ciò che si sperava di ottenere. Il tempo effettivo, rilevato dagli ingegneri di Simonazzi, richiesto dall'impianto per l'espulsione dell'aria, resasi necessaria per realizzare una bottiglia da un litro e mezzo, è infatti oscillante fra $0.7 \div 0.8$ s.

Il grafico 6.6, raffigurante l'andamento della velocità, evidenzia inoltre la correttezza del valore medio della velocità sulla sezione permeabile al passaggio di materia, sulla base del quale è stato calcolato il coefficiente di perdita di carico globale β .

Il grafico 6.8, che esprime il numero di Mach durante il transitorio, ci dice che il fenomeno avviene con moto sicuramente subsonico, essendo i valori decisamente inferiori all'unità durante tutto l'arco di tempo.

Osservando poi i risultati ottenuti dai due modelli realizzati (figura 6.9), quello che considera l'aria come un gas perfetto e quello che al contrario la considera come un reale, si nota una notevole somiglianza.

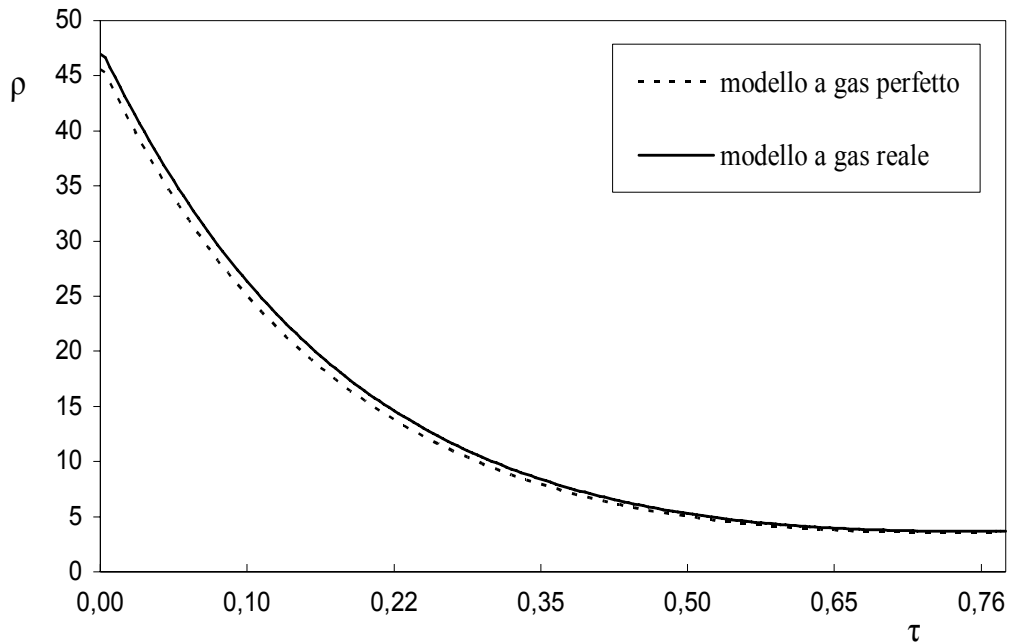


Fig. 6.9 – Confronto tra l'andamento della densità dell'aria nel modello a gas perfetto e nel modello a gas reale, durante il transitorio.

Questo significa che è lecito considerare il comportamento dell'aria durante il transitorio analogo a quello di un gas perfetto. Questa considerazione può essere dimostrata analiticamente. Si tratta semplicemente di andare a determinare l'andamento del fattore di compressibilità Z , che misura lo scostamento di un gas dal comportamento dei gas perfetti. Esso si ottiene non soltanto per via grafica con il diagramma di Nelson-Obert già incontrato, ma anche analiticamente. Il fattore di compressibilità è definito da

$$Z = \frac{pv}{RT} \quad (6.3)$$

Ricordando la (4.86) si ottiene

$$Z = \frac{3}{8} \frac{p_r}{T_r} v_r^* \quad (6.4)$$

dove:

p_r è la pressione ridotta;

T_r è la temperatura ridotta;

$v_r^* = \frac{v}{v_c^*}$ è il volume ridotto specifico convenzionale.

Noti da tabelle i valori di temperatura critica T_c , pressione critica p_c e di conseguenza del volume specifico critico convenzionale v_c^* , dagli andamenti pressione e temperatura del gas reale durante il transitorio, si ottengono i seguenti risultati.

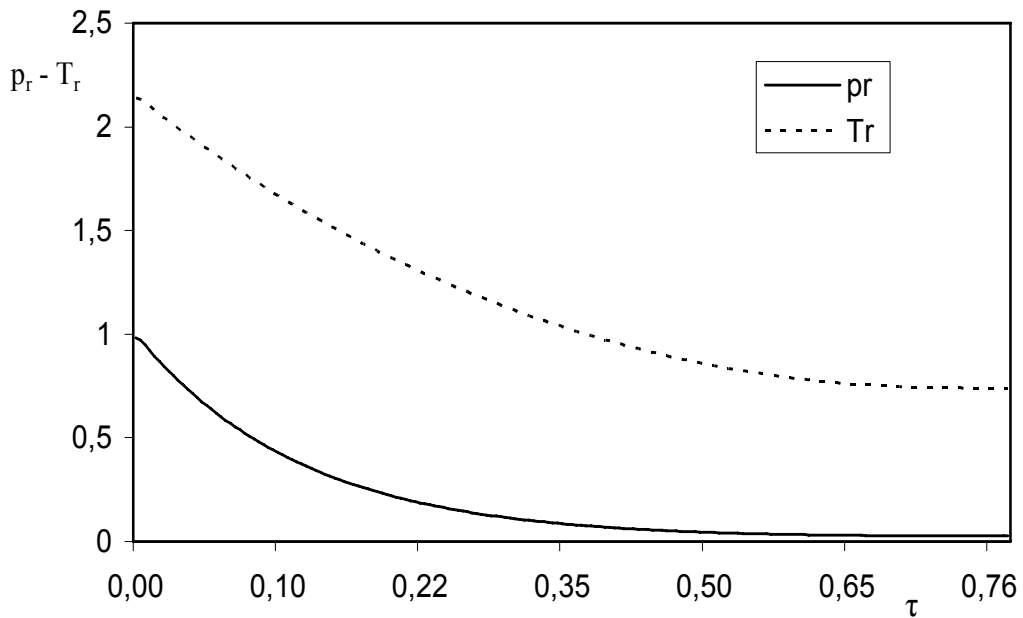


Fig. 6.10 – Andamenti della pressione e temperatura ridotta durante il transitorio.

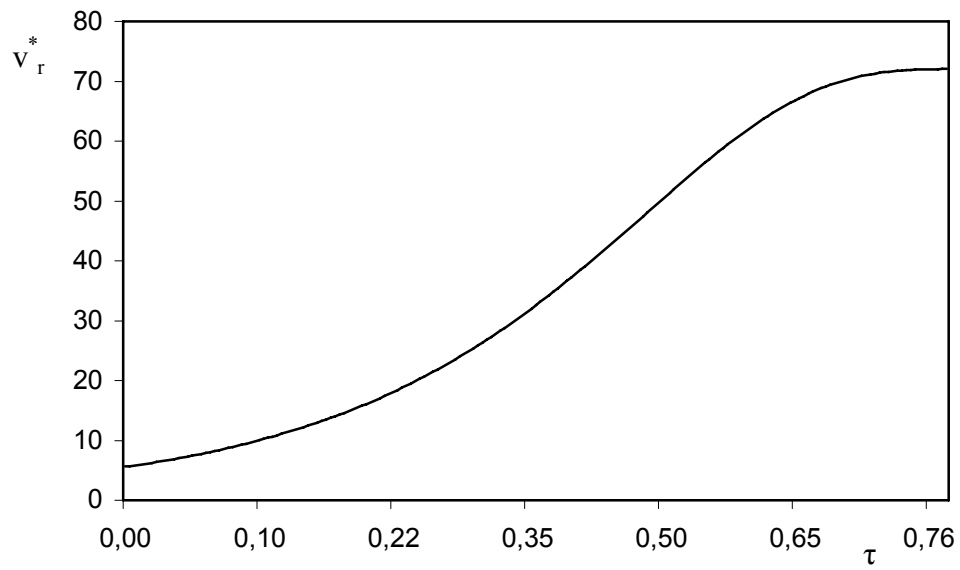


Fig. 6.11 – Andamento del volume specifico ridotto convenzionale durante il transitorio.

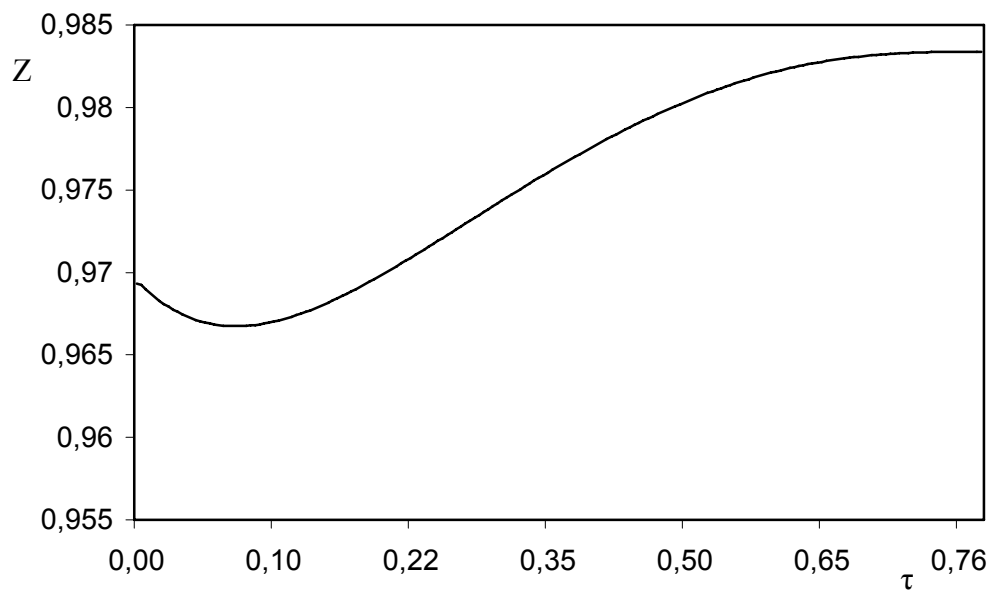


Fig. 6.12 – Andamento del fattore di compressibilità durante il transitorio.

Dal grafico relativo all'andamento nel tempo del fattore di compressibilità, si nota che esso non si discosta troppo dall'unità per tutta la durata del transitorio. Questo ci consente di affermare che l'aria si comporta come un gas perfetto.

6.4. OTTIMIZZAZIONE DEL RENDIMENTO

In questo paragrafo verranno mostrati gli interventi proposti per migliorare il deflusso dell'aria e ridurre in questo modo il tempo ciclo dell'impianto. Il tempo necessario al deflusso dell'aria è di fatto una fase passiva nel processo, che porta alla realizzazione delle bottiglie in PET. Pertanto, una riduzione dei tempi ad essa dedicati, vorrebbe dire aumentare il rendimento della macchina cioè la sua produzione oraria, senza compromettere la qualità del prodotto finito.

Le migliorie studiate sono state il frutto di una indagine molto oculata non solo sull'effetto che queste potevano avere sul tempo di svuotamento, ma anche sui costi aggiuntivi che l'azienda avrebbe dovuto sostenere.

Si è tentato dunque di intervenire su quelle accidentalità che, dallo studio dei coefficienti di perdita di carico, sembravano rappresentare il maggiore ostacolo al passaggio dell'aria.

6.4.1. Intervento sulla guida posteriore

Come abbiamo già avuto modo di vedere, il maggiore ostacolo al deflusso dell'aria è rappresentato dalle due guide dell'asta di stiro-formatura, alloggiata all'interno del pistone. Si è subito notato che la guida posteriore poteva benissimo svolgere il compito di supportare l'asta anche se spostata di qualche centimetro indietro e precisamente all'esterno del cilindro. Il grosso vantaggio di questa operazione è che in questo modo la guida non costituisce più un'ostruzione per l'aria che può ora defluire liberamente.

Si è cercato inoltre di raccordare meglio il brusco allargamento di sezione che il gas incontra entrando nella parte posteriore del cilindro all'uscita del pistone. Per passare da una sezione stretta ad una più grande con la minor perdita di carico possibile, la

migliore soluzione è la disposizione progressiva dell'allargamento: il diffusore. Le perdite di carico in un diffusore sono sia concentrate, dovute al gradiente positivo di pressione, che distribuite, per l'attrito contro le pareti rugose del condotto. Esiste un angolo ottimale per il quale si ottengono le minime perdite. Questo angolo per un diffusore rettilineo a sezione circolare può essere calcolato con la formula di Johnston:

$$\alpha_{\text{opt}} = 0.43 \left(\frac{\lambda}{k_1} \frac{n+1}{n-1} \right) \quad (6.5)$$

dove:

n è il rapporto dell'allargamento del diffusore;

k_1 è un coefficiente funzione del profilo della velocità all'entrata del diffusore.

Utilizzando le tabelle di calcolo del coefficiente β proposte dal testo adottato ("Memento des pertes de charge"), si è schematizzata la singolarità numero 7 relativa al passaggio dell'aria dal pistone al cilindro, non più come un brusco allargamento di sezione, ma come un diffusore avente angolo di divergenza ottimale e distribuzione uniforme della velocità sulla sezione d'ingresso.

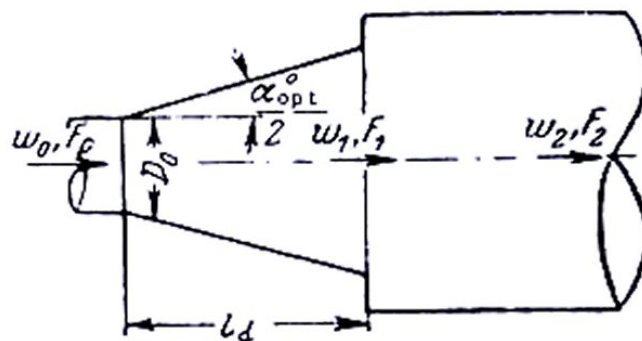


Fig. 6.13 – Diffusore con angolo ottimale del divergente.

Il coefficiente di perdita di carico β è espresso da:

$$\beta = \beta + \beta = (1 + \sigma)\zeta \min \quad (6.6)$$

Per determinare i valori delle grandezze che compaiono nella (6.6) si è proceduto nel modo seguente:

Note F_0 e F_2 , rispettivamente superfici delle sezioni anulari di diametro 20 mm e 10 mm la prima, e 32.4 mm, 10 mm la seconda, supposto $l_d = 30$ mm, si è determinato α_{opt} da diagramma, in funzione di $n = \frac{F_2}{F_0}$ e del rapporto l_d/D_H , con $D_H = 4F_0/D_H$ diametro

equivalente della sezione più stretta.

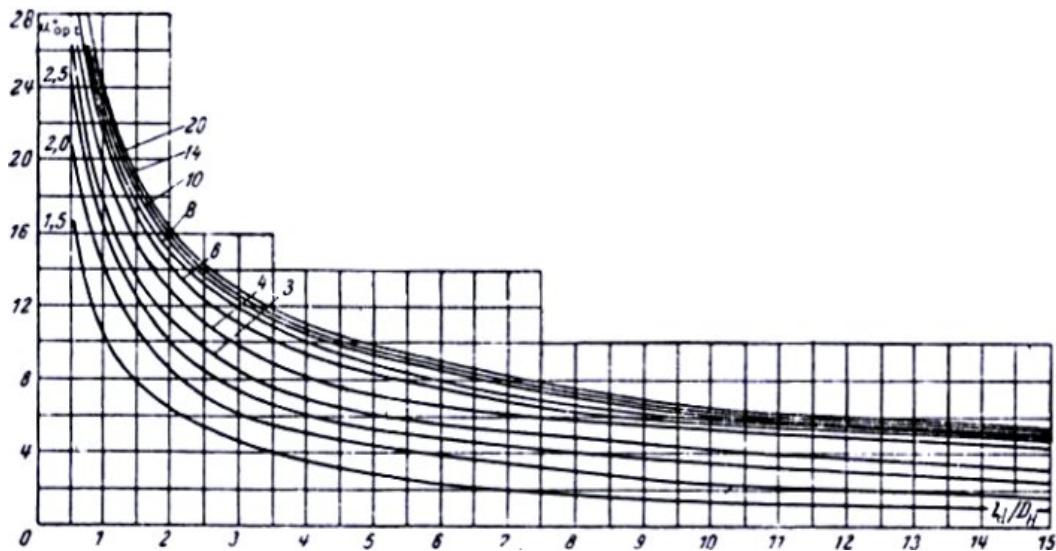


Fig. 6.14 – Rappresentazione grafica di α_{opt} .

Noto α_{opt} , e quindi F_1 , si è trovato σ dal grafico che la esprime in funzione di F_0/F_1 .

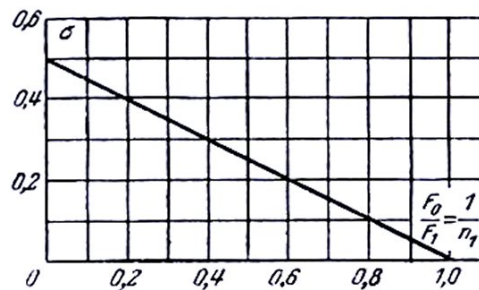


Fig. 6.15 – Rappresentazione grafica della funzione σ .

Sempre da diagramma, ma in funzione di n e l_d/D_H si ottiene ζ_{\min} , dove:

$$n = \frac{F_1}{F_0} = \left(1 + 2 \frac{l_d}{D_H} \operatorname{tg} \frac{\alpha_{\text{opt}}}{2} \right)^2 \quad (6.7)$$

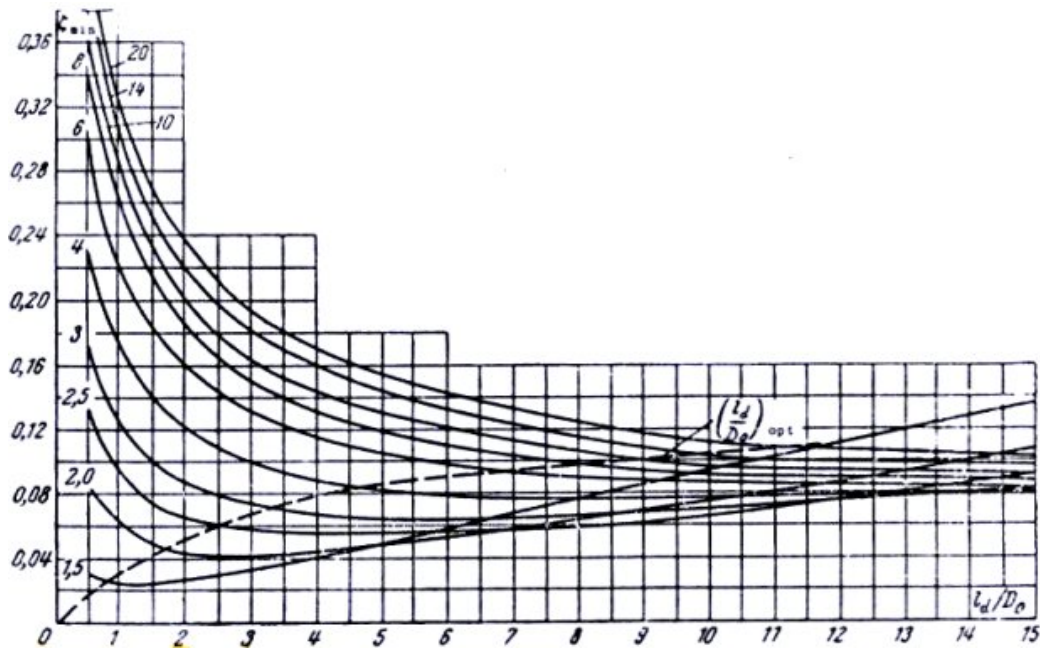


Fig. 6.16 – Andamento grafico della funzione ζ_{\min} .

I risultati ottenuti sono:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{\text{opt}} = 8.5^\circ \\ \sigma = 0.25 \\ \zeta_{\min} = 0.07 \end{array} \right\} \rightarrow \beta_7 = 0.0875$$

6.4.2. Intervento sul supporto del silenziatore

Facendo sempre riferimento ad un diffusore avente angolo ottimale di divergenza, si è ridotto il coefficiente β della singolarità numero 28 relativa ad un allargamento di sezione all'interno del supporto del silenziatore che avveniva con una divergenza non ottimale.

Note F_0 e F_2 , rispettivamente superfici delle sezioni circolari di diametro 24.117 mm e 44.847 mm, e supponendo $l_d = 40$ mm, seguendo lo stesso procedimento visto in precedenza, si è ottenuto:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{\text{opt}} = 11^\circ \\ \sigma = 0.25 \\ \zeta_{\text{min}} = 0.09 \end{array} \right\} \rightarrow \beta_{28} = 0.1125$$

6.4.3. Ottimizzazione della guida anteriore

Il discorso fatto per la guida posteriore non vale per la guida anteriore. Essa infatti non può essere portata fuori dal condotto di passaggio dell'aria, in quanto causerebbe l'inflessione se non la rottura dell'asta. Si tratta dunque di intervenire su di essa in modo da ridurre l'azione frenante nei confronti del getto d'aria. Dalla schematizzazione delle due guide in griglie forate, si è osservato che il coefficiente di perdita di carico, è fortemente influenzato non solo dalla superficie della sezione libera di passaggio della griglia, ma anche dal rapporto fra questa e l'area della sezione situata immediatamente a monte della griglia stessa. Si è pertanto cercato di ricostruire la guida anteriore dell'asta tenendo conto di queste considerazioni e disegnando i condotti in modo tale che il flusso d'aria in uscita dalla bottiglia non incontrasse sul suo cammino troppe accidentalità. Il risultato finale è il seguente:

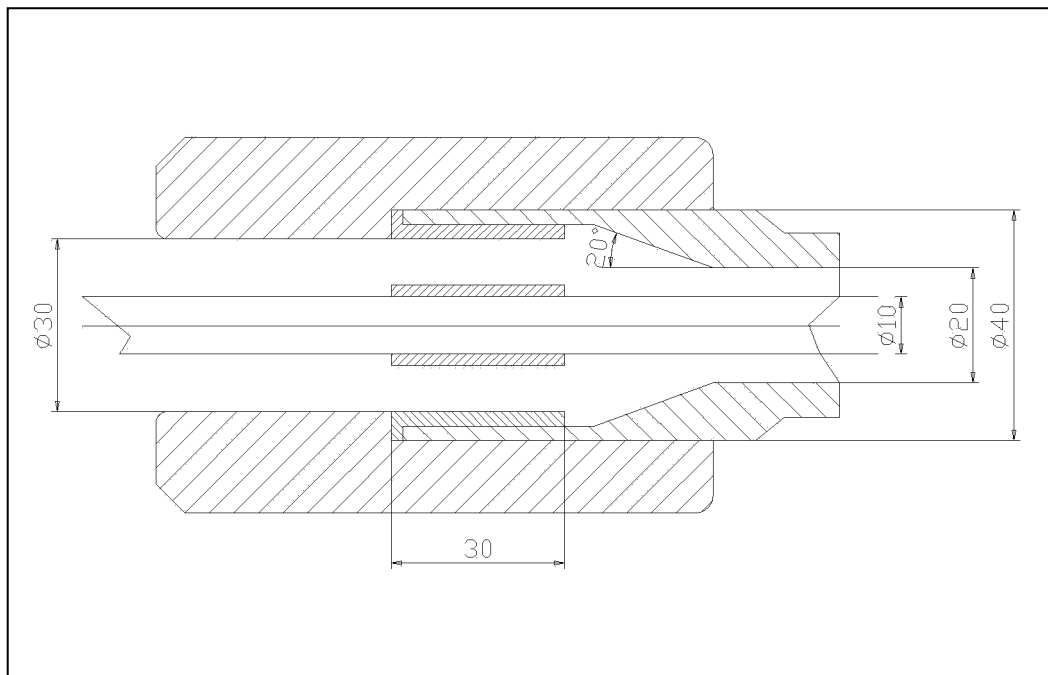


Fig. 6.17 - Rappresentazione schematica delle modifiche apportate

I cambiamenti apportati riguardano il sigillo, che non presenta più l'accidentalità n°3 rappresentata dal brusco allargamento di sezione al suo interno e nemmeno la singolarità n°4 dovuta al brusco restringimento di sezione fra l'uscita del sigillo stesso e l'ingresso del pistone. Anche il pistone è stato modificato ma soltanto nella sua parte anteriore; esso è ora configurato in modo tale che avvitando su di esso il sigillo, si va a serrare la guida, che presenta una sezione libera di passaggio ben più grande di prima, fra i due componenti evitando così di doverla bloccare tramite un anello elastico di sicurezza che causava fra l'altro non pochi problemi (è capitato di trovarlo all'interno della bottiglia). Il condotto interno del pistone si riconduce al diametro originale tramite

un convergente. Come si può notare il flusso d'aria all'uscita della bottiglia trova un condotto molto più regolare e ben raccordato senza più incontrare bruschi restringimenti di sezione. Da notare che i pezzi sono stati modificati mantenendone costante lo spessore per preservarne la robustezza.

Si affronta ora il calcolo delle accidentalità così modificate. Poiché si è già dimostrato che il coefficiente di perdita di carico globale non è influenzato considerevolmente dal numero di Reynolds, si farà ora riferimento ad una velocità media di uscita dell'aria durante il deflusso di 30 m/s.

- **Accidentalità n°2**

Questa singolarità riguarda il brusco allargamento di sezione nel passaggio dell'aria dalla bottiglia al sigillo. Il calcolo del coefficiente β si effettua nello stesso modo visto nel capitolo 5, tenendo conto che in questo caso si passa da una sezione anulare, avente diametro interno ed esterno rispettivamente di 10 mm e 21.76 mm, ad una sezione anulare di diametri 10 mm e 30 mm. Dalla (5.23) si ottiene:

$$\beta_2 = 0.2842.$$

- **Accidentalità n°5**

L'accidentalità n°5 si riferisce al passaggio dell'aria attraverso la guida anteriore. Con questa nuova configurazione si è portata la superficie della sezione libera di passaggio della guida da un valore di 95.8153 mm² ad un valore di 345.08 mm²; il rapporto fra questa superficie e la superficie della sezione del condotto immediatamente a monte della guida, è passato da 0.3176 a 0.5492. Con questi risultati, tramite la solita schematizzazione della guida con una griglia, si perviene al valore del coefficiente β applicando la (5.25) che risulta essere

$$\beta_{\text{guida}} = 1.4586$$

Nell'accidentalità n°5 si comprende oltre alla guida, la singolarità in più che si ha con questa configurazione e che è rappresentata dal convergente a valle della guida stessa.

Questa accidentalità è schematizzabile come un convergente rettilineo.

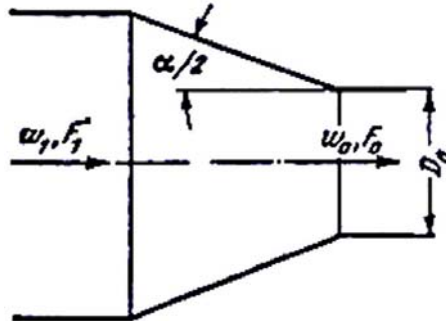


Fig. 6.18 – Convergente rettilineo.

Il coefficiente di perdita di carico per questo tipo di singolarità si ricava dalla

$$\beta = \beta_c + \beta_d = \zeta' \left(1 - \frac{F_0}{F_1} \right) + \zeta_f \quad (6.8)$$

analoga alla (5.40), dove:

$\zeta_f = f(\alpha^\circ, F_0/F_1)$ è espresso dalla (5.19);

$\zeta' = f\left(\alpha, \frac{1}{D_H}\right)$ ed è rappresentato graficamente

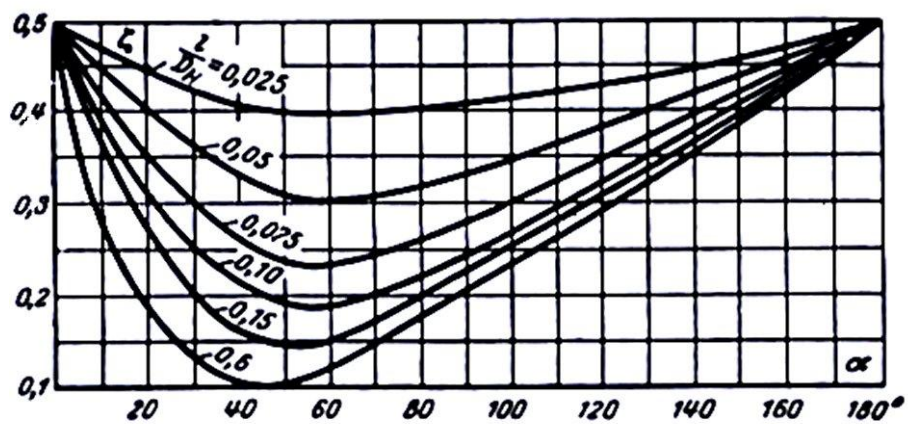


Fig. 6.19 – Rappresentazione grafica di ζ' .

Proprio facendo riferimento a questo grafico, al fine di ridurre al massimo il coefficiente ζ' , si è scelto l'angolo di convergenza, e di conseguenza la lunghezza l del convergente stesso, tramite cui si passa dalla sezione anulare di diametro esterno 35 mm a quella inferiore di diametro esterno 20mm:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l}{D_H} = 2 \\ \alpha = 40^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \zeta' = 0.1$$

Noto α si determina ζ_f , da cui

$$\beta_{\text{convergente}} = 0.142$$

Applicando ora il principio di sovrapposizione delle perdite di carico all'accidentalità n°5, si ottiene

$$\beta_5 = \beta_{\text{guida}} + \beta_{\text{convergente}} = 1.6006$$

A questo punto si calcola il coefficiente di perdita di carico globale, relativo all'intera condotta di scarico dell'aria con le modifiche introdotte. Attraverso un foglio di calcolo elettronico si ottiene la tabella seguente.

N°Perdite	OTTIMIZZAZIONE (w=30 m/s)
1	0,009334388
2	0,284225464
3	0
4	0
5	1,600632066
6	0
7	0,0875
8	1,269642857
9	0,172840143
10	0,113832407
11	0,110726644
12	0,413326529
13	1,423226111
14	0,049041558
15	0,283145947
16	0,202594274
17	1,463026297
18	1,280676238
19	1,540363167
20	1,228694571
21	0,172840143
22	0,113832407
23	0,110726644
24	0,428648708
25	0,255172918
26	0,049041558
27	0,283145947
28	0,1125
29	0,269228939
30	1,1
31	10
32	1,530839273
βTotale	25,9588052

Tabella 6.1 - Foglio di calcolo dei coefficienti di perdita di carico relativi al condotto ottimizzato.

In questa tabella riassuntiva compaiono, oltre ai coefficienti delle perdite relative alle accidentalità ottimizzate, anche quelli già calcolati per tutte le altre singolarità della condotta di scarico in corrispondenza della velocità media di uscita dell'aria durante il transitorio. Si osserva, inoltre, che il coefficiente n°32, somma di tutti i coefficienti di perdite distribuite, è aumentato. Questo è dovuto al fatto che anch'esso è stato ricalcolato tenendo conto della nuova geometria dei condotti.

Dalla tabella si può notare come il coefficiente globale di perdita di carico sia notevolmente diminuito:

$$\beta_{\text{Totale}} = \xrightarrow{\text{inizialmente}} 39.93510494 \xrightarrow{\text{ottimizzato}} 25.9588052$$

Le figure seguenti mostrano la rappresentazione tridimensionale della geometria dei condotti sia prima che dopo le modifiche migliorative.

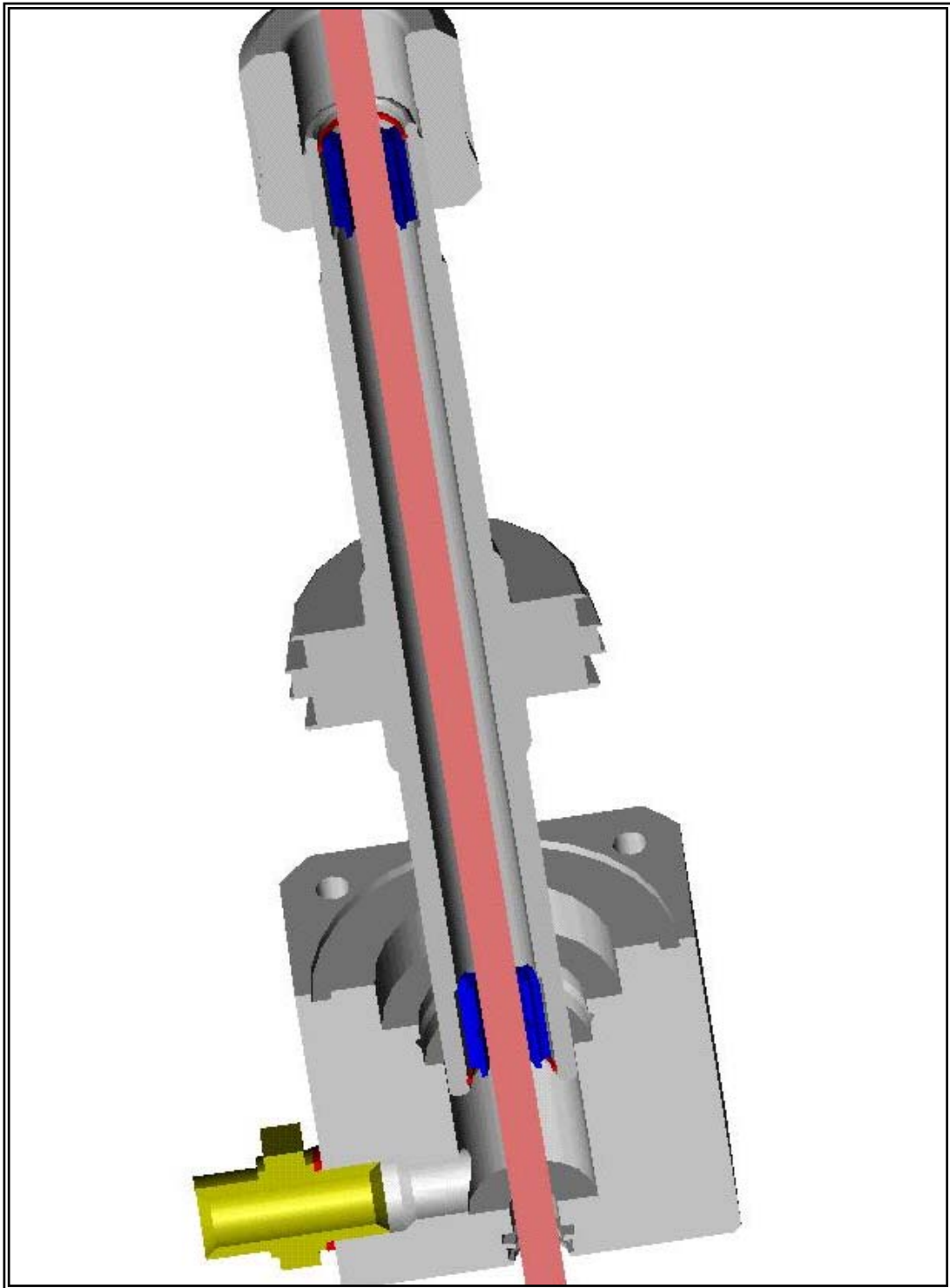


Fig. 6.20 - Vista in sezione del cilindro a doppio effetto originale.

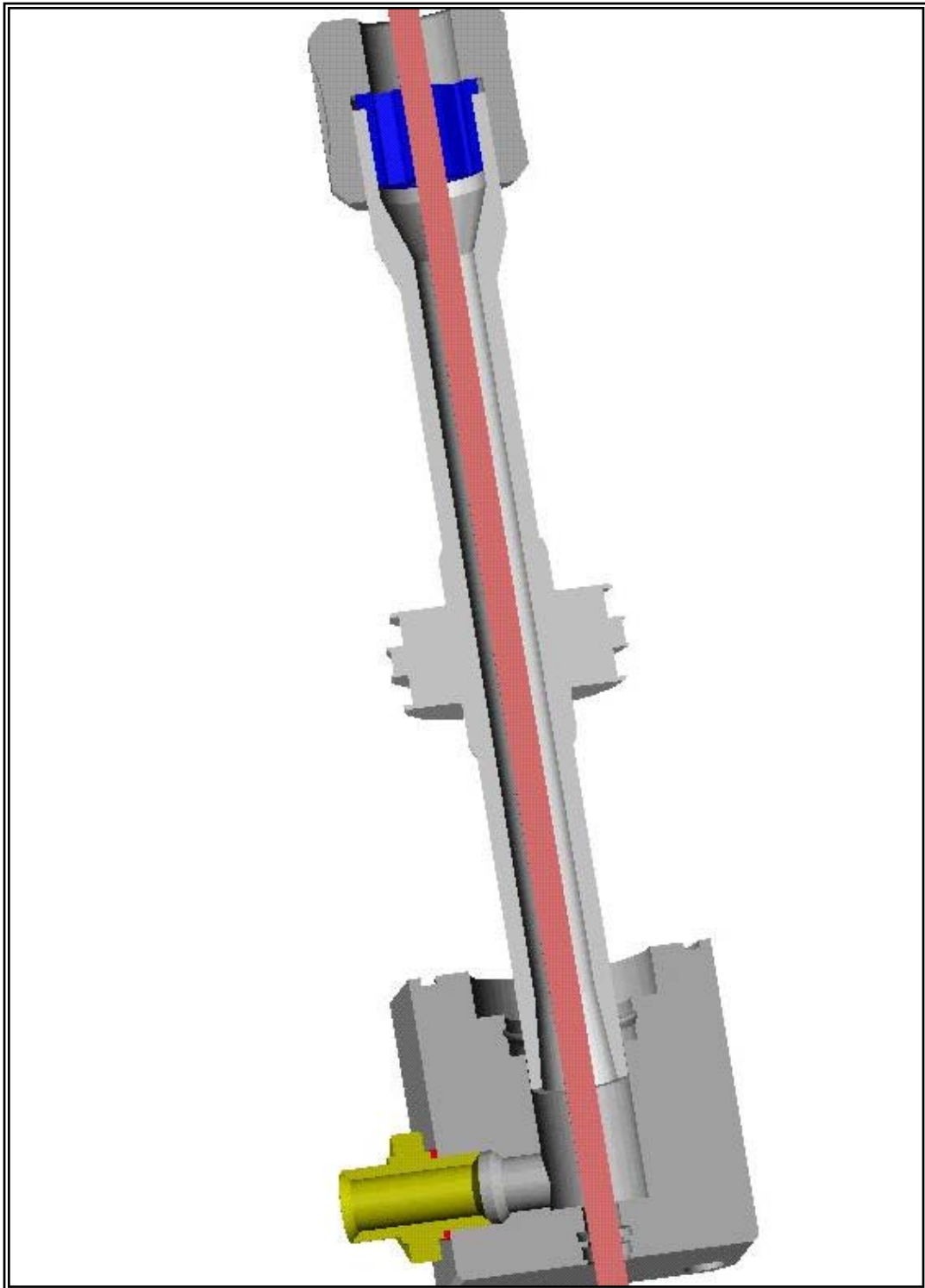


Fig. 6.21 – Vista in sezione del cilindro a doppio effetto ottimizzato.

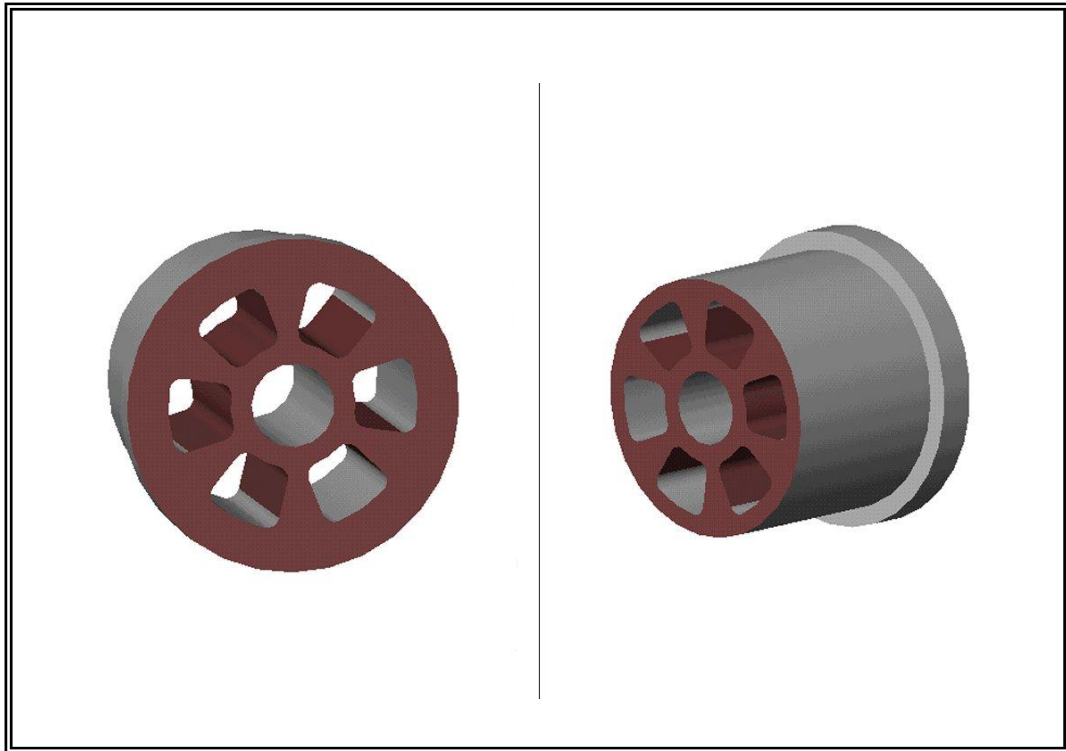


Fig. 6.22 - Viste della guida anteriore originale

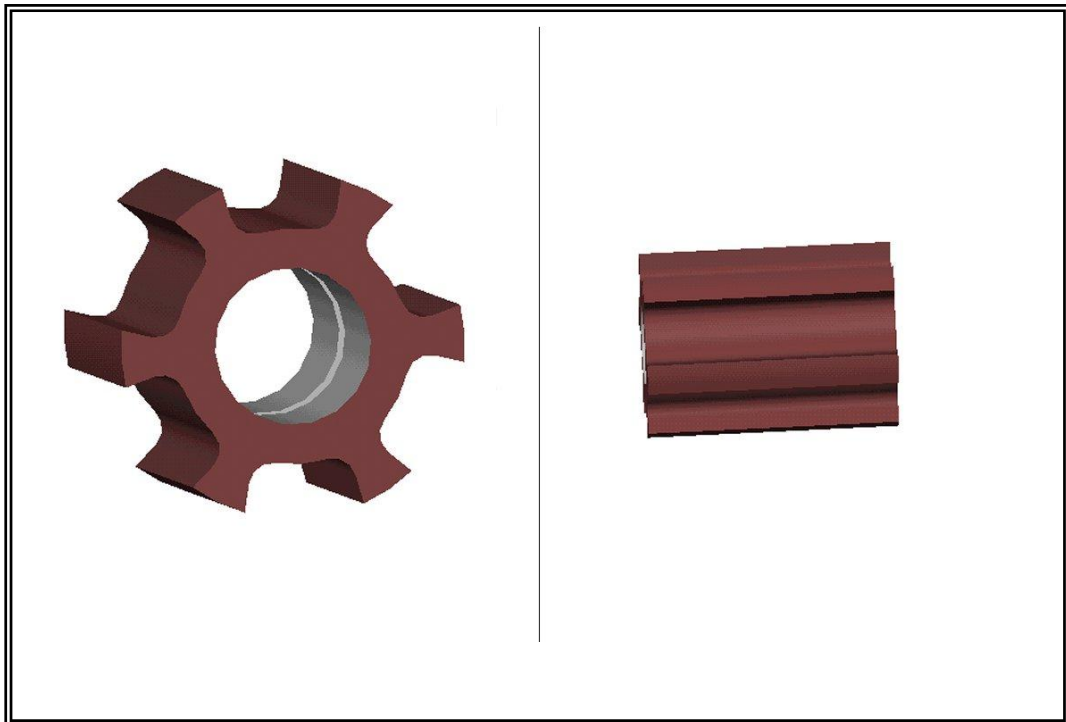


Fig. 6.23 – Viste della guida anteriore ottimizzata.

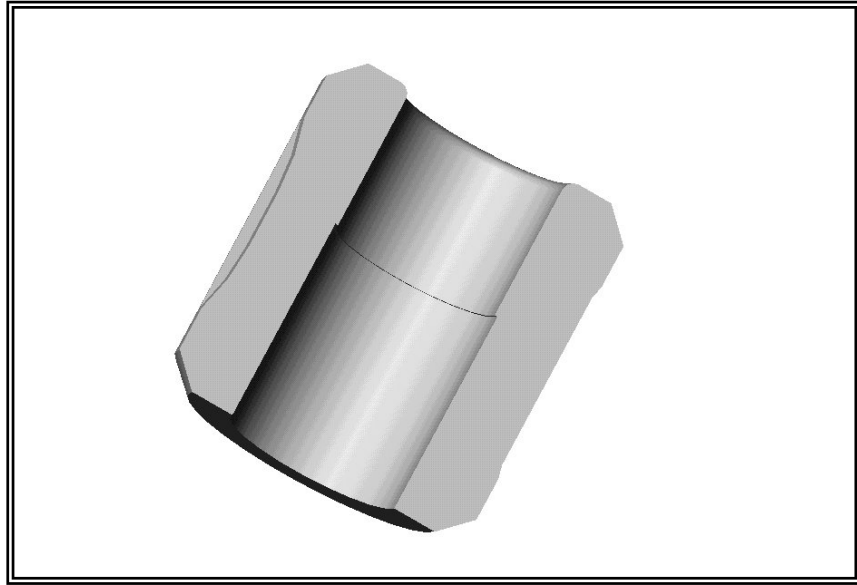


Fig. 6.24 – Vista in sezione del sigillo originale

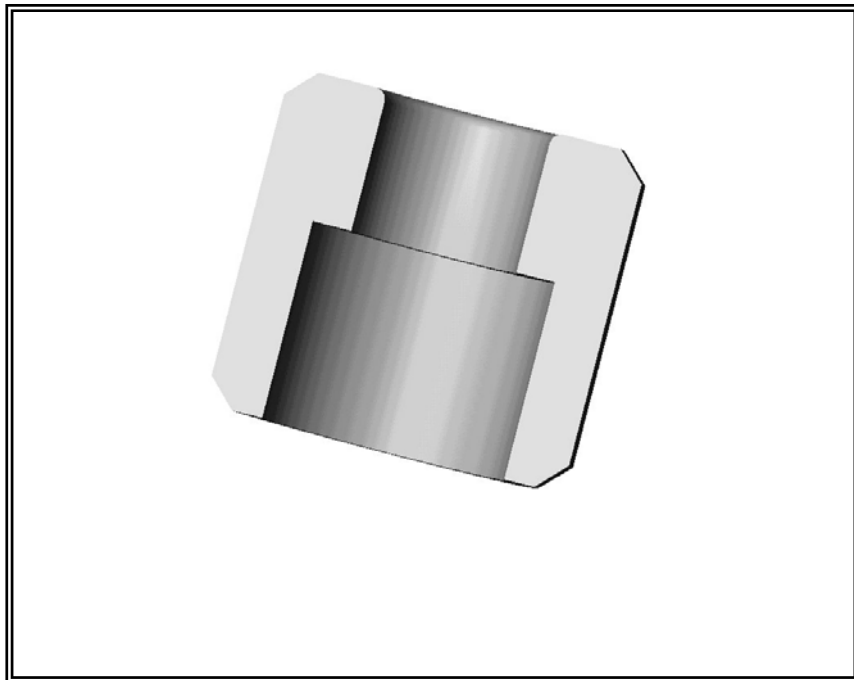


Fig. 6.25 – Vista in sezione del sigillo ottimizzato..

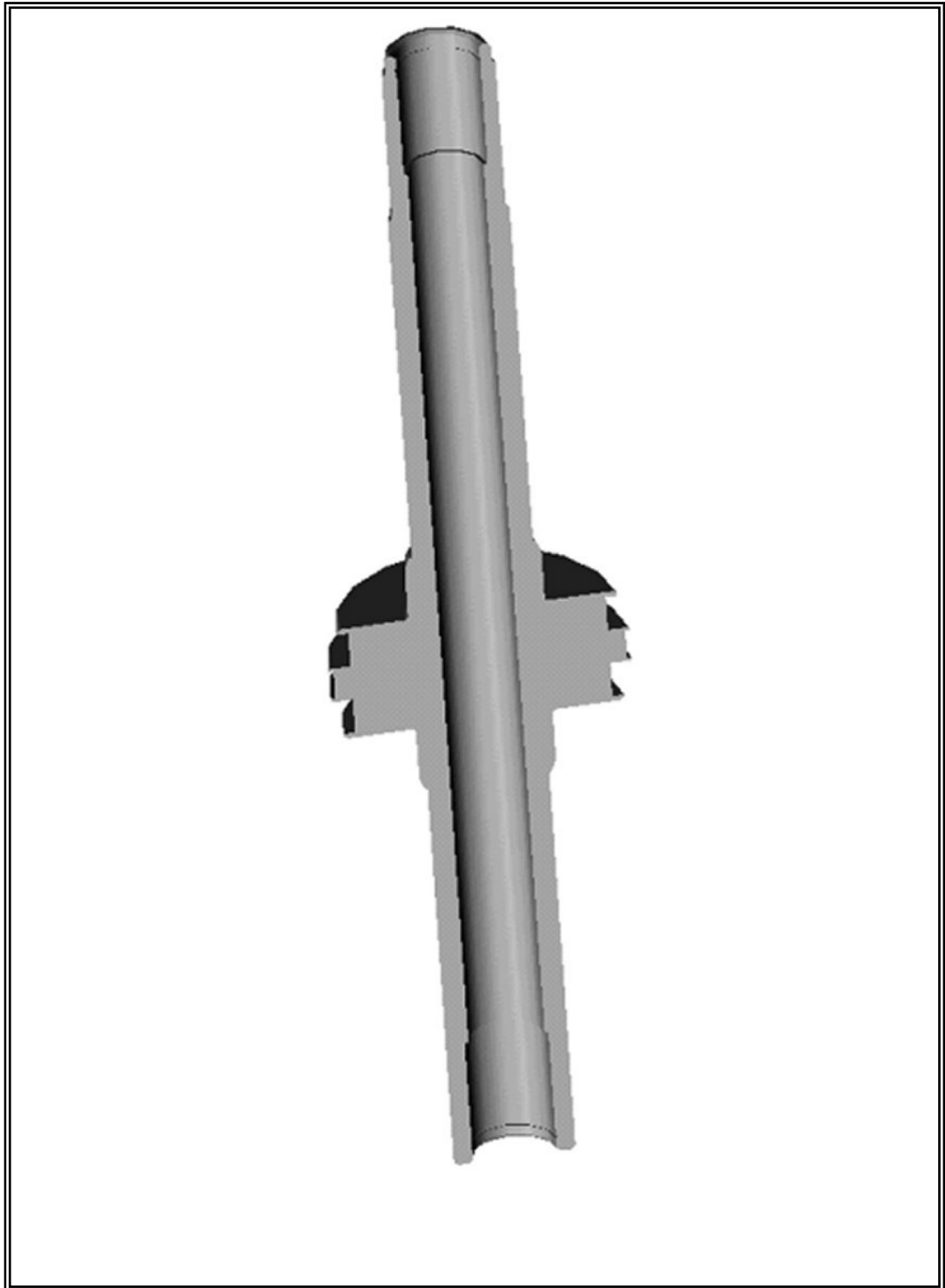


Fig. 6. 26 - Vista in sezione del pistone originale.

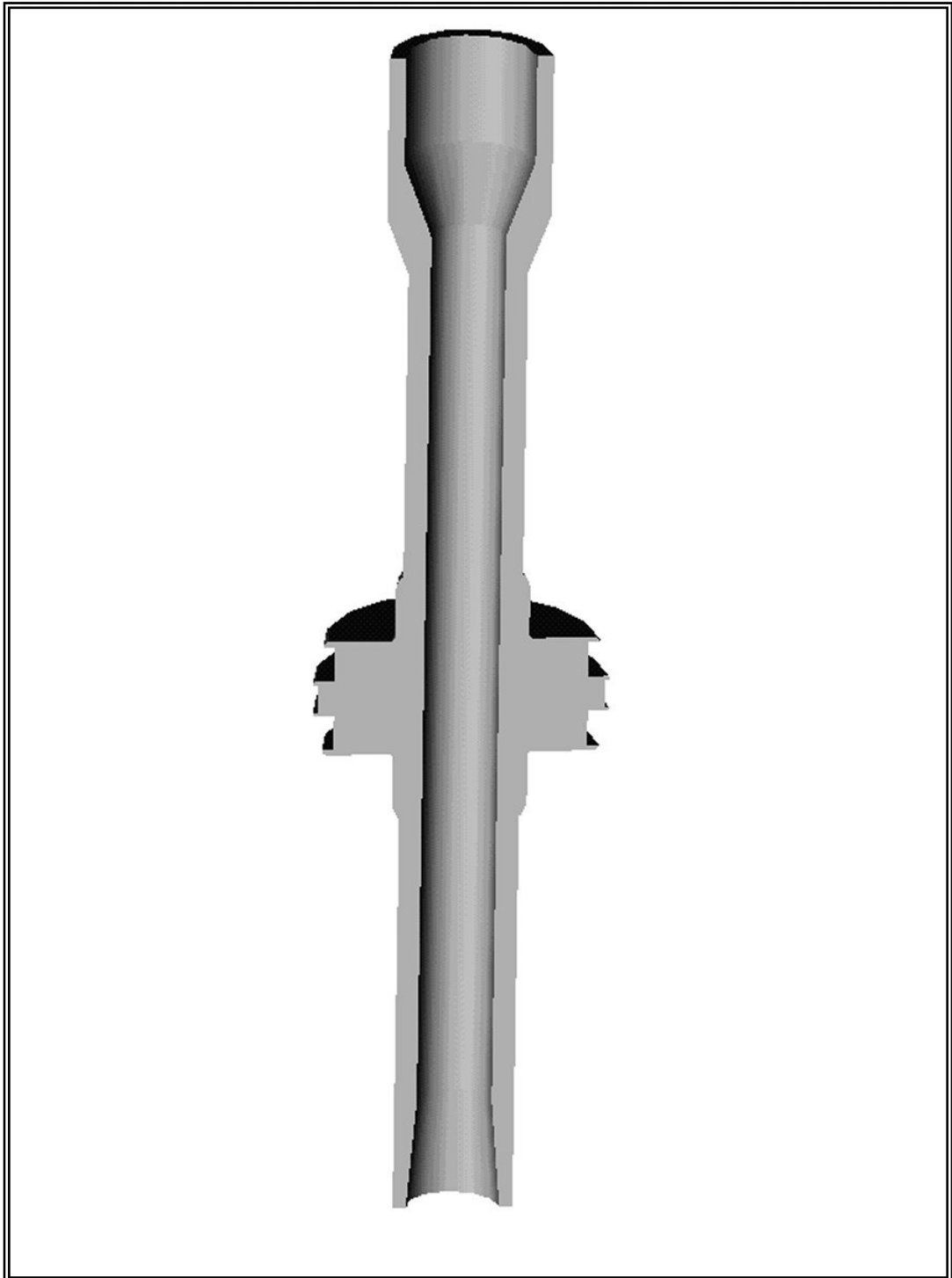


Fig. 6.27 Vista in sezione del pistone ottimizzato.

6.4.4. Risultati relativi alla fase di deflusso ottimizzata

Introducendo il valore di β_{totale} , relativo al condotto ottimizzato, nel modello matematico a gas reale che simula il processo di deflusso, si riuscirà a valutare quanto incide la diminuzione delle perdite di carico ottenuta, sul tempo di svuotamento. Si deve puntualizzare però che oltre al coefficiente β_{totale} , si è modificato un secondo parametro fra quelli che devono essere inseriti nei modelli di simulazione: il volume del sistema termodinamico considerato. Questo parametro è stato ricalcolato esattamente allo stesso modo, e cioè tramite la funzione “Mass Properties” di SolidWorks e foglio di calcolo di Excel. Il nuovo volume introdotto nei modelli che fanno riferimento al sistema ottimizzato è:

$$V = 1788692.305659 \times 10^{-3}$$

Confrontando i risultati prima e dopo l’ottimizzazione dei condotti, si ottiene:

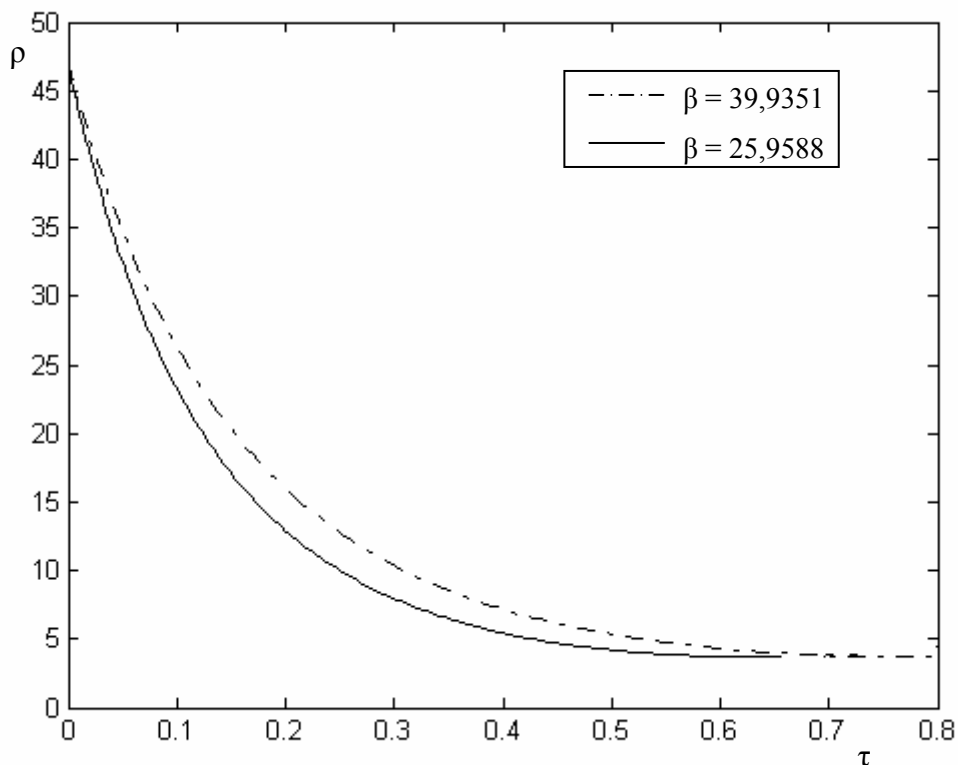


Fig. 6.28 – Andamento della densità dell’aria durante il transitorio.

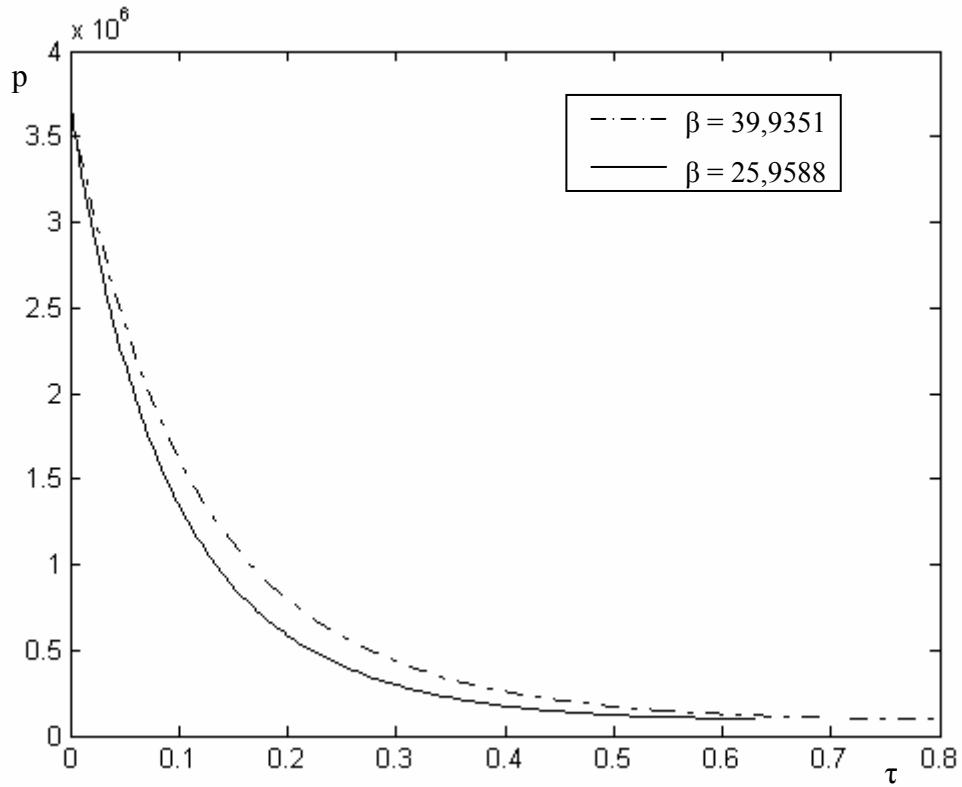


Fig. 6.29 – Andamento della pressione dell'aria durante il transitorio.

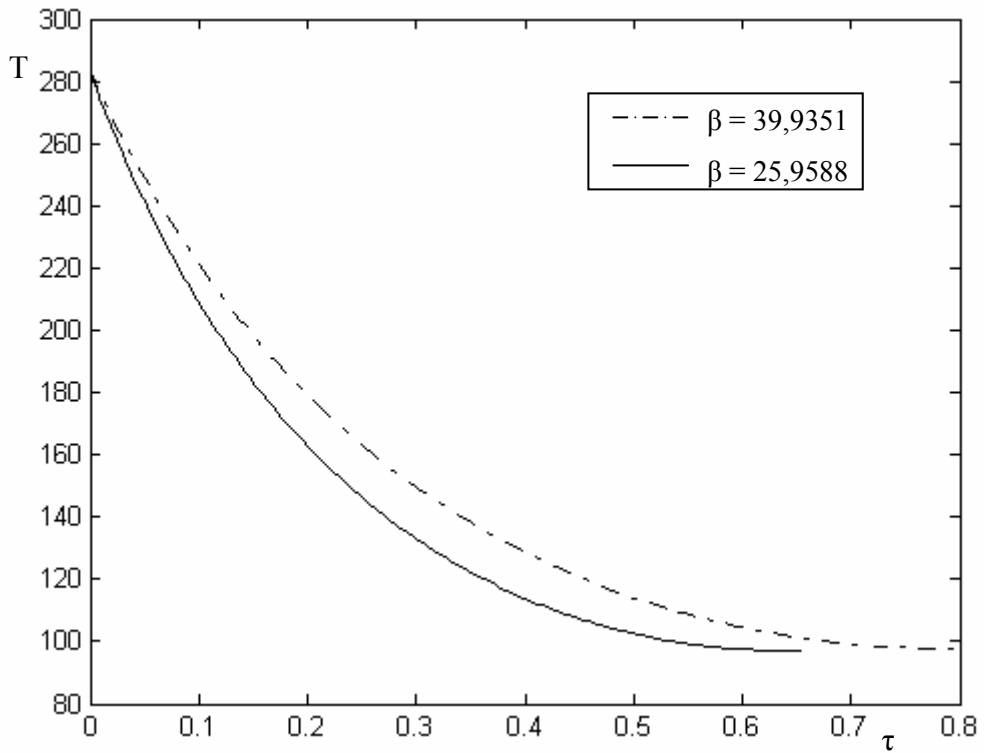


Fig. 6.30 – Andamento della temperatura dell'aria durante il transitorio.

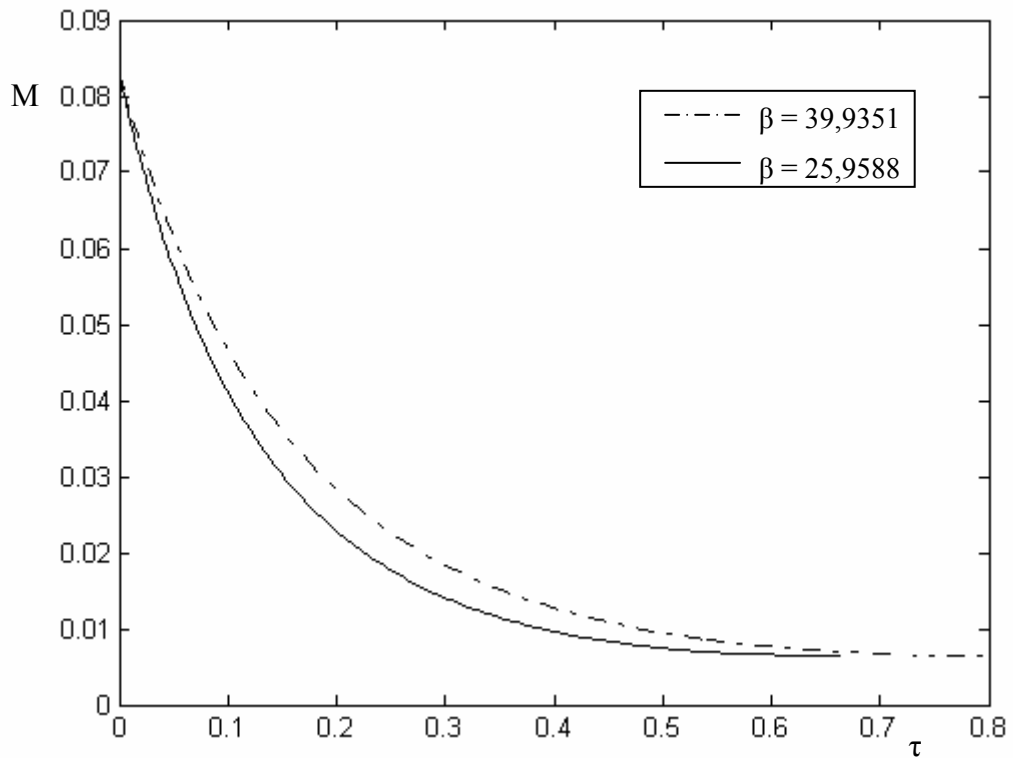


Fig. 6.31 – Andamento della massa d'aria presente all'interno del sistema durante il transitorio.

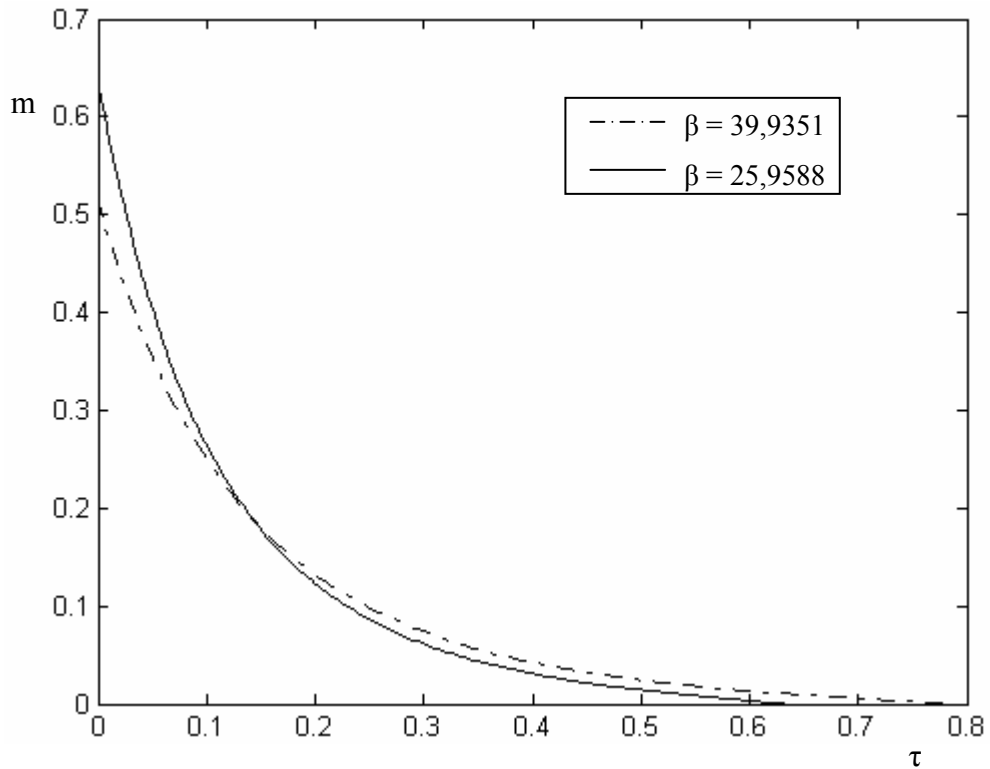


Fig. 6.32 - Andamento della portata d'aria presente all'interno della stazione di stiro-soffiaggio durante il transitorio.

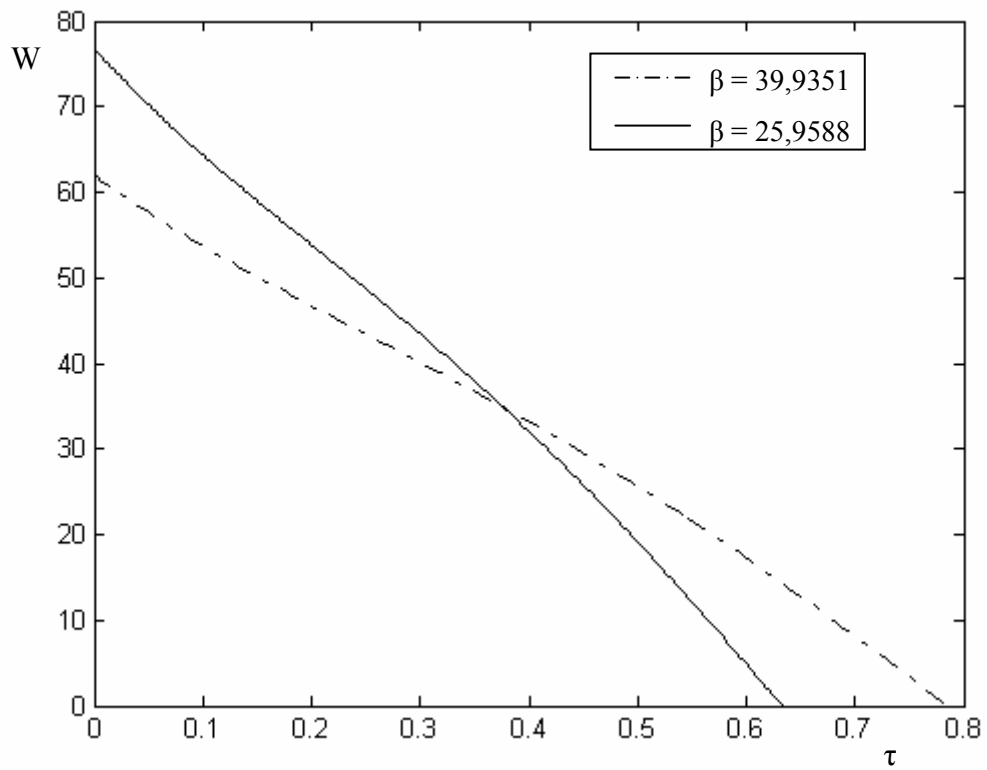


Fig. 6.33 – Andamento della velocità media sulla sezione di uscita durante il transitorio.

6.5. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI

Dai risultati ottenuti si è riscontrato un tempo necessario alla fase di scarico ottimizzata pari a:

$$t = 0.6287 \text{ s} \quad (6.9)$$

Questo significa che con una riduzione del coefficiente di perdita di carico totale del 35%, si è ottenuto una diminuzione del tempo necessario all'espulsione dell'aria utilizzata pari al:

$$20 \% \quad (6.10)$$

Queste percentuali sono piuttosto rilevanti, soprattutto se si considera che sono stati ridotti al minimo i costi che le operazioni di ottimizzazione richiedono. Volendo si sarebbero potute apportare modifiche anche nel gruppo valvole, ridisegnando i condotti interni di passaggio dell'aria; si è infatti osservato dai valori dei coefficienti β , che nel supporto valvole sono concentrate molte perdite di carico, per le innumerevoli curve che vi si trovano. Questa è però una zona della macchina molto delicata, poiché qui risiedono le elettrovalvole che comandano non soltanto l'aria principale, ma anche l'aria di servizio. I miglioramenti ottenuti in questo caso, non avrebbero giustificato gli elevati costi di intervento. C'è da dire inoltre, che agendo sulle sole perdite di carico non si riescono ad ottenere vantaggi, in termini di tempo di svuotamento, molto migliori di quelli già ottenuti. Il grafico riportato qui di seguito mette in relazione il tempo necessario al deflusso dell'aria in funzione del coefficiente di perdita globale del sistema.

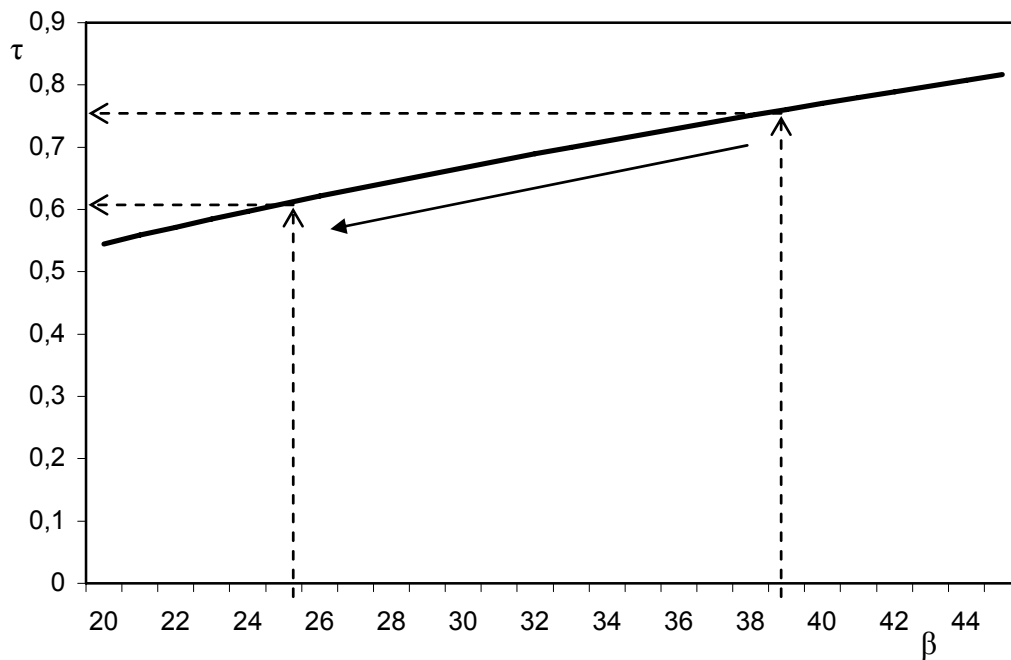


Fig. 6.34 - Andamento della durata del transitorio in funzione del coefficiente β_{Totale} .

Rimane da fare un'ultima considerazione. Durante lo studio del modello matematico di simulazione del transitorio, si è osservato che per ridurre ulteriormente il tempo di svuotamento dell'aria, oltre che sulle perdite di carico, si potrebbe agire su un altro parametro: la temperatura dell'aria all'inizio del transitorio. Se l'aria anziché a 10 °C si trovasse all'inizio della fase di scarico a temperatura maggiore, ad esempio 50 °C, la sua densità sarebbe decisamente inferiore e, di conseguenza, anche la massa di gas contenuta all'interno della stazione di stiro-formatura e che deve essere smaltita, si ridurrebbe. E' logico quindi pensare, e il modello lo ha dimostrato, che il tempo necessario a fare uscire il gas dalla macchina risulta essere minore, perché minore è la quantità d'aria da smaltire. Inoltre, l'aumento della temperatura iniziale dell'aria richiederebbe solamente un minor raffreddamento dopo la compressione da parte dell'impianto frigorifero.

Facendo un esempio, se nel modello a gas reale applicato al sistema ottimizzato si portasse la temperatura dell'aria ad inizio transitorio da 10 °C a 50 °C, si otterrebbe

$$t = 0.5610 \text{ s}$$

il che significherebbe un guadagno ulteriore di circa 6 centesimi di secondo senza comunque comportare alcuna spesa aggiuntiva.

6.6. CONCLUSIONI

In questo lavoro di tesi si è realizzato un modello matematico in grado di simulare, con una certa attendibilità, il processo di deflusso di aria compressa da una stazione di formatura. Il modello di simulazione è basato sui principi di termodinamica che governano il flusso di uscita di un gas reale comprimibile da un sistema aperto. Come caso particolare, si è applicato il modello matematico nell'ipotesi di considerare l'aria come un fluido per il quale vale la legge di stato dei gas perfetti.

Ci si è trovati a dover risolvere un'equazione differenziale non lineare del secondo ordine, la cui soluzione, dopo alcune considerazioni di tipo fisico-tenico, è stata ottenuta per via numerica. La soluzione dell'equazione, mediante le funzioni solver di Matlab, ha permesso di determinare i parametri termodinamici che caratterizzano il sistema aperto durante il moto non stazionario del fluido. Le ipotesi formulate e i parametri calcolati sono il risultato di un approfondito studio del fenomeno e sono quindi da considerarsi particolarmente attendibili.

Tramite un'indagine teorica si sono riuscite a quantificare le perdite di carico causate da ciascun elemento dei condotti di passaggio dell'aria e a individuare quali interventi effettuare per ridurne l'entità. Si è quindi valutato l'effetto che le perdite di carico hanno sul tempo di svuotamento.

Le modifiche proposte hanno portato ad una riduzione del coefficiente totale di perdita di carico del 35 %, che corrisponde ad ottenere un calo intorno al 20 % del tempo necessario per completare la fase di scarico. I vantaggi che ne conseguono, in termini di rendimento produttivo, giustificano pienamente lo sforzo economico che questi interventi richiedono.

Si è inoltre dimostrato che, durante tutto il processo di deflusso, il comportamento dell'aria può essere assimilato a quello dei gas perfetti.

Al di là dell'ottimizzazione proposta, è interessante il modo in cui è stato affrontato un problema, come quello di deflusso da un sistema aperto di un gas reale in regime non stazionario, che difficilmente viene trattato in letteratura, ma che trova una vasta applicazione nella realtà. Il modello realizzato rappresenta infatti un valido strumento mediante il quale è possibile capire in che misura, ogni singola accidentalità del percorso effettuato dall'aria, rallenta il transitorio di scarico. Si è notato nel complesso, che il tempo necessario alla fuoriuscita del gas dalla stazione di stiro-formatura tende a ridursi piuttosto lentamente a fronte di una diminuzione delle perdite di carico.

Eventuali sviluppi futuri potrebbero riguardare gli effetti prodotti da altri parametri importanti, come ad esempio la temperatura iniziale dell'aria, riguardo alla quale in questa indagine è stato dato solo un accenno.

Bibliografia

- [1] **Giusti E.**, *“Esercizi e complementi di analisi matematica”*, Bollati Boringhieri, Vol. 2, Torino, 1992.
- [2] **Casadio G.**, *“Integrazione delle funzioni razionali e integrali generalizzati”*, Pitagora Editrice, Bologna, 1975.
- [3] **Idel’cik I.E.**, *“Memento des pertes de charge”*, Editions Eyrolles, Traduit du russe par madame M. Meury, 1986.
- [4] **Cocchi A.**, *“Elementi di Termofisica generale e applicata”*, Progetto Leonardo, Bologna, 1990.
- [5] **Spiga M.**, *“Lezioni di Fisica Tecnica”*, Esculapio – Progetto Leonardo, Bologna, 2000.
- [6] **Palm III W. J.**, *“Matlab 6 per l’ingegneria e le scienze”*, McGraw – Hill, 2000.
- [7] **Minelli G.**, *“Misure meccaniche”*, Patron Ed., Bologna, 1974.
- [8] **Kenneth Wark, jr.**, *“Thermodynamics”*, McGraw-Hill, 5 ed., New York, 1988.
- [9] **Raznjevic K.**, *“Tabelle termodinamiche”*, Del Bianco Editore, Udine, 1971.
- [10] **Morandi G.**, *“Macchine ed apparecchiature a vapore e frigorifere”*, Pitagora Editrice, Bologna, 1974.
- [11] **Nuovo C.**, *“Manuale dell’ingegnere”*, HOEPLI, 2000

- [12] **Greitzer E.M.**, Tan C.S., e Graf M.B., Internal Flow, Cambridge University Press, 2004
- [13] **Abramowitz M.** e Stegun I.A., Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications Inc., New York, 1972.
- [14] **Barman T.L.**, Dabney J., e Richert N., Advanced Engineering Mathematics with Matlab, Brooks/Cole, Pacific Grove, 200