



UNIVERSITÀ DI PARMA

DIPARTIMENTO DI MEDICINA E CHIRURGIA

**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN PSICOBIOLOGIA E
NEUROSCIENZE COGNITIVE**

I FATTORI EMOTIVI COINVOLTI NELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO: ANSIA DELLA MATEMATICA E DISCALCULIA

Relatrice:

Prof.ssa DOLORES ROLLO

Controrelatore:

Dott. FRANCESCO SULLA

Laureanda:

CHIARA BROCCUCCI

ANNO ACCADEMICO 2020 - 2021

INDICE

RIASSUNTO.....	3
INTRODUZIONE	4
CAPITOLO 1: GLI ASPETTI COGNITIVI DELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO	7
1.1 CHE COS'È L'APPRENDIMENTO.....	7
<i>1.1.1 Principali teorie.....</i>	<i>7</i>
1.2 APPRENDIMENTO E NEUROSCIENZE	9
1.3 APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA.....	12
<i>1.3.1 I precursori dell'apprendimento matematico.....</i>	<i>14</i>
<i>1.3.2 Tappe di acquisizione del conteggio</i>	<i>16</i>
<i>1.3.3 Errori comuni durante l'acquisizione dell'abilità di conteggio.....</i>	<i>19</i>
<i>1.3.4 La cognizione numerica.....</i>	<i>20</i>
1.4 LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA.....	21
CAPITOLO 2: GLI ASPETTI EMOTIVI DELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO	23
2.1 CHE COS'È L'ANSIA DELLA MATEMATICA	23
2.2 EZIOLOGIA DELL'ANSIA DELLA MATEMATICA	26
2.3 ANSIA DELLA MATEMATICA E CERVELLO	31
2.4 ANSIA DELLA MATEMATICA E PRESTAZIONI MATEMATICHE	34

CAPITOLO 3: ANSIA MATEMATICA E DISTURBI DELL'APPRENDIMENTO: IL CASO DELLA DISCALCULIA.....	37
3.1 CHE COS'È LA DISCALCULIA	37
3.1.1 <i>Diagnosi</i>	39
3.1.2 <i>Tipi di discalculia</i>	40
3.1.3 <i>Neuroscienze della discalculia</i>	42
3.2 ANSIA DELLA MATEMATICA E DISCALCULIA.....	43
3.3 INTERVENTI PER RIDURRE L'ANSIA DELLA MATEMATICA.....	46
CONCLUSIONI.....	52
BIBLIOGRAFIA.....	56

RIASSUNTO

La matematica è presente in tutti gli ambiti della nostra vita quotidiana e influenza in maniera importante sia il benessere fisico e mentale individuale sia il benessere economico collettivo. L'apprendimento della matematica è un processo complesso che ha inizio già dai primi anni di vita di un bambino e si basa sull'interazione di svariati fattori sia interni che esterni; esistono delle abilità matematiche innate (presenti anche in alcune specie animali), come il subitizing, la stima e il "senso del numero", che sono fondamentali ma non sufficienti per un corretto sviluppo delle competenze matematiche. Infatti, negli ultimi decenni, oltre a questi aspetti cognitivi, è stata studiata anche l'influenza che i fattori emotivi possono avere sull'apprendimento matematico: in particolare, è stato notato che spesso le difficoltà legate alla matematica (molto diffuse in tutto il mondo) sono causate da atteggiamenti ed emozioni negative nei suoi confronti.

Il principale fattore emotivo che è stato riscontrato, sia nei bambini che negli adulti, è l'ansia della matematica (MA): essa è stata definita da Richardson e Suinn (1972) come quella "sensazione di tensione che interferisce con la manipolazione dei numeri e la risoluzione di problemi sia nella vita quotidiana sia in ambito scolastico". Questa sensazione interferisce sia prima che durante lo svolgimento dei compiti matematici ed è stata associata a delle prestazioni scarse: ad oggi non è ancora chiara la direzione di questa relazione ma alcuni autori hanno ipotizzato che ci possa essere una relazione bidirezionale. L'ansia della matematica è presente anche in individui con difficoltà nell'apprendimento matematico come, ad esempio, la discalculia: le persone che ne soffrono, infatti, mostrano alti livelli di ansia della matematica ma, ad oggi, gli studi effettuati che possano fare luce sulla relazione di queste due dimensioni sono limitati.

INTRODUZIONE

I numeri (e tutto ciò che è collegato a essi) ci circondano fin dai primi anni di vita e un corretto sviluppo dell'apprendimento della matematica è fondamentale: le abilità matematiche, infatti, predicono il successo scolastico, una migliore qualità della vita e il benessere economico di un paese (Cragg & Gilmore 2014; Furlong, McLoughlin, McGilloway & Geary, 2016, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.32). L'acquisizione della matematica è data dal risultato dell'interazione tra diversi elementi come le strutture neurobiologiche innate, attività ed esperienze prescolari relative ai numeri (scolastiche ed extrascolastiche) e apprendimento intenzionale ed esplicito della matematica a scuola (Verschafeel, Van Dooren & De Smedt, 2012, cit. in Seel 2012, p. 2107). Questa materia spesso viene considerata sia dai bambini che dagli adulti molto complessa e non alla portata di tutti e, purtroppo, la percentuale degli individui che riportano difficoltà è abbastanza consistente, in particolar modo tra gli individui di sesso femminile (OECD, 2013).

L'apprendimento matematico può essere influenzato sia da fattori cognitivi che emotivi: il presente elaborato, attraverso una rassegna della letteratura scientifica, ha l'obiettivo di indagare la relazione tra i fattori emotivi, in particolare l'ansia della matematica (MA), l'apprendimento stesso e le difficoltà di apprendimento legate ad essa.

Nello specifico, il primo capitolo introduce gli aspetti dell'apprendimento in generale, le principali teorie a esso correlate e in che modo il nostro cervello apprende nuove azioni, nozioni e comportamenti. In particolare, viene approfondito il modo in cui viene appresa la matematica, i principi sui cui si basa, i precursori dominio-generalisti e dominio-specifici dell'apprendimento matematico, le principali tappe e gli errori più comuni

dell'acquisizione delle abilità di conteggio. Infine, vengono riportati brevemente i principali metodi didattici utilizzati in Italia per l'insegnamento della matematica a scuola.

Il secondo capitolo, invece, si concentra sugli aspetti emotivi connessi all'apprendimento matematico definendo cosa si intende per ansia della matematica e in cosa si differenzia rispetto ad altre forme di ansia come, ad esempio, l'ansia generale. L'MA è un costrutto complesso ed è negativamente correlato alla qualità della performance durante compiti matematici: la direzione di questa relazione, però, non è ancora stata trovata. Inoltre, viene effettuata una panoramica su quale possa essere l'eziologia dell'MA analizzando sia i fattori legati all'individuo che i fattori ambientali: l'emergere di questa condizione, infatti, non può essere attribuita solo a determinati fattori piuttosto che ad altri ma alla loro concomitanza. Per concludere, viene descritto in che modo l'ansia influenza l'attivazione cerebrale dei soggetti che ne soffrono e la relazione tra essa e le prestazioni durante un compito matematico, riportando le principali teorie discusse negli ultimi anni (teoria del deficit e modello dell'ansia debilitante).

Infine, il terzo e ultimo capitolo si concentra sulla relazione tra l'ansia della matematica e un disturbo dell'apprendimento specifico: la discalculia (DD). Esso introduce brevemente il disturbo riportando la definizione, i criteri diagnostici, le principali manifestazioni o tipi di discalculia e le recenti conoscenze neuroscientifiche che si hanno in merito. Inoltre, viene effettuata una rassegna degli studi che hanno cercato di comprendere la relazione tra DD e ansia della matematica nonostante siano in numero molto limitato: infatti, ad oggi non si hanno ancora chiari risultati in merito a questa relazione. Per concludere, considerata l'influenza negativa che l'MA ha sulle performance o sugli atteggiamenti in generale nei confronti della matematica (sia in individui con discalculia che senza), vengono riportati i principali interventi e strategie che potrebbero alleviare questa condizione rendendo l'apprendimento matematico meno difficoltoso.

Capitolo 1: GLI ASPETTI COGNITIVI DELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO

1.1 CHE COS'È L'APPRENDIMENTO

L'apprendimento può essere definito come un insieme di modificazioni che un organismo mette in atto nel corso dell'esistenza per adattarsi al meglio all'ambiente esterno (Nicoletti & Rumiati, 2011); si parla di apprendimento, però, solo nel caso in cui la risposta venga osservata anche in un momento successivo a quello che l'ha provocata la prima volta. Apprendere significa acquisire nuove conoscenze, comportamenti, abilità, valori, preferenze ecc. e può comportare la sintesi e l'elaborazione di diversi tipi di informazioni (Sahni, 2017). Bloom (1965) ha suggerito tre principali domini di apprendimento: cognitivo (calcolare, discutere, analizzare, problem solving ecc.), psicomotorio (ballare, nuotare, sciare, guidare una macchina ecc.) e affettivo (amare, apprezzare, temere ecc.); secondo l'autore questi domini non sono mutualmente esclusivi.

1.1.1 Principali teorie

Le teorie dell'apprendimento descrivono come avviene questo processo: lo studio scientifico dell'apprendimento iniziò all'alba del ventesimo secolo e, a oggi, i principali concetti e teorie includono teorie comportamentiste, psicologia cognitiva, costruttivismo, intelligenze multiple e la teoria dell'apprendimento situato (Ligorio & Cacciamani, 2013).

La prospettiva comportamentista si basa sull'idea che l'apprendimento consista in un cambiamento nel comportamento dovuto all'acquisizione, al rinforzo e all'applicazione di associazioni tra stimoli presenti nell'ambiente e le risposte osservabili dell'individuo; i comportamentisti sono interessati ai cambiamenti misurabili del comportamento (Nicoletti & Rumiati, 2011). Skinner (1953), com'è noto, propose la sua variante di

comportamentismo chiamata “condizionamento operante”: premiare le giuste componenti del comportamento più complesso lo rinforza e ne incoraggia la ripetizione. L'apprendimento è inteso come l'approssimazione graduale o successiva dei comportamenti parziali desiderati attraverso l'uso della ricompensa e della punizione (Skinner, 1953). L'applicazione più nota della teoria di Skinner è l'“istruzione programmata” in cui la giusta sequenza di comportamenti parziali da apprendere è specificata da un'analisi elaborata del compito.

La psicologia cognitiva, alla fine degli anni Cinquanta, contribuì a superare la visione comportamentista: le persone non vengono più viste come “collezioni di risposte a stimoli esterni” ma come “elaboratori di informazioni” (Nicoletti & Rumiati, 2011). La psicologia cognitiva, infatti, pose l'attenzione sui fenomeni mentali complessi (ignorati dai comportamentisti) e fu influenzata dalla diffusione dei computer ai quali venne paragonata la mente umana. L'apprendimento, quindi, viene inteso come l'acquisizione di conoscenza in cui la persona elabora, attraverso operazioni cognitive, le informazioni che assorbe e le immagazzina in memoria (Nicoletti & Rumiati, 2011). Di conseguenza, i metodi preferiti di istruzione sono le lezioni frontali e la lettura di libri di testo; dall'altra parte, colui che apprende è destinatario passivo della conoscenza da parte dell'insegnante.

Il costruttivismo emerse tra gli anni Settanta e Ottanta sostenendo che l'apprendimento non avviene in maniera passiva ma la persona stessa costruisce attivamente la propria conoscenza in interazione con l'ambiente e ristrutturando le strutture mentali (Ligorio & Cacciamani, 2013). Le numerose evidenze a sostegno della natura costruttiva dell'apprendimento erano in linea con le teorie di Piaget e Bruner. Per i costruttivisti l'insegnante diventa una guida cognitiva dell'apprendimento e non un trasmettitore di conoscenze.

Gardner (1983), contrariamente a quanto ipotizzato da altre teorie dell'apprendimento, sostenne che l'intelligenza non è dominata da una singola abilità generale e che, quindi, l'apprendimento non è un processo umano universale che tutti gli individui sperimentano secondo gli stessi principi. Egli dichiarò che il livello di intelligenza di ogni persona consiste, in realtà, in molte "intelligenze" distinte: logico-matematica, linguistica, spaziale, musicale, corporeo-cinestetica, interpersonale e intrapersonale.

Infine, la teoria dell'apprendimento situato sviluppata da Lave e Wenger (2006) riconosce che non esiste alcun apprendimento che non sia situato, sottolineando il carattere relazionale della conoscenza: l'apprendimento avviene in modo più efficace all'interno di una comunità di pratica che non sono limitate alle scuole ma riguardano anche altri ambienti come il posto di lavoro e le organizzazioni. Sergioanni (1994) rafforza l'idea che l'apprendimento è più efficace quando avviene in comunità: i risultati accademici e sociali migliorano quando le classi diventano "comunità di apprendimento" e l'insegnamento diventa incentrato sullo studente.

1.2 APPRENDIMENTO E NEUROSCIENZE

Lo sviluppo del cervello è influenzato sia dai geni che dall'ambiente: il termine "plasticità cerebrale" si riferisce al fatto che esso cambia e si adatta all'ambiente (Hohnen & Murphy, 2016). Quando compiamo un'azione, le cellule si attivano e i cambiamenti vengono cablati nel cervello, rafforzandosi quando esse vengono attivate simultaneamente e per molte volte (Hohnen & Murphy, 2016). La plasticità cerebrale è molto più efficace durante l'infanzia rispetto all'età adulta (Lillard & Erisir, 2011, cit. in Hohnen & Murphy 2016, p.76); il cervello, infatti, è chimicamente predisposto a essere modificato dall'esperienza durante il periodo di sviluppo fino a quando non raggiunge la

maturazione verso la terza decade di vita di un individuo (Spear, 2013, cit. in Hohnen & Murphy 2016, p.76).

Quando si compie un'azione viene inviato un segnale da un neurone all'altro creando così una connessione: quando essa viene ripetuta, viene attivato lo stesso circuito. Questo fa sì che avvenga il processo di mielinizzazione il quale aumenta l'efficienza, la coordinazione e l'equilibrio tra cellule (Fields, 2005; Zatorre, Fields & Johansen-Berg, 2012, cit. in Hohnen & Murphy 2016, p.78). Verso la fine del periodo sensibile avviene una fase finale di sviluppo chiamata "pruning" o "potatura": il cervello perde le connessioni che non sono considerate utili per l'ambiente in cui il cervello si sta sviluppando (Petanjek et al., 2011, cit. in Hohnen & Murphy 2016, p.78).

Per ogni bambino è essenziale impegnarsi in un compito e che entri nel "ciclo di apprendimento" nel miglior modo possibile: il cervello apprende attraverso le azioni quindi far sì che il bambino "agisca" è fondamentale per imparare (Hohnen & Murphy, 2016). In classe, il bambino entra nel ciclo positivo di apprendimento quando sperimenta il successo che può essere sotto forma di completamento del compito e/o di feedback positivo da parte dell'insegnante: esso attiverà i sistemi di ricompensa nel cervello attraverso la dopamina che viene rilasciata a seguito di un'esperienza gratificante e spinge l'individuo a ripetere l'azione, aumentando la motivazione e l'attenzione (Sharo et al., 2009, cit. in Hohnen & Murphy 2016, p. 79).

Nel cervello sono stati identificati diversi sistemi di apprendimento che interagiscono tra loro e che possono essere modulati da vari fattori, tra cui gli stati emotivi e motivazionali (Thomas, Ansari & Knowland, 2018): un sistema, formato dall'ippocampo e dalle strutture che lo circondano, memorizza momenti specifici e produce la memoria episodica e autobiografica; all'interno della corteccia, vengono create associazioni tra informazioni percettive e risposte motorie, vengono individuati i complessi schemi

spaziali e temporali all'interno di questa conoscenza, formando così i "concetti" (alcune associazioni sono inconsce e coinvolgono le strutture emotive). Il cervello impara a controllare i sistemi dei contenuti specifici nella corteccia posteriore in modo che siano attivati nei contesti appropriati: il controllo coinvolge la corteccia prefrontale, la quale interagisce con le strutture limbiche per integrare la pianificazione con le emozioni. Esiste, inoltre, un sistema basato sulla ricompensa che elabora ciò che dobbiamo fare per ottenere ciò che vogliamo. Il sistema di apprendimento procedurale, invece, permette di imparare attività che vengono eseguite frequentemente in maniera inconsua (ad es. leggere, guidare ecc.). Le strutture coinvolte sono i circuiti ad anello esterno-interno che collegano la corteccia attraverso i gangli della base al talamo e viceversa e il cervelletto. Infine, il cervello può sfruttare i suoi circuiti diffusi per percepire e comprendere altre persone affinché le abilità possano essere apprese semplicemente osservando altre persone attraverso il "modellamento" e, attraverso il linguaggio, il cervello può costruire nuovi concetti e piani in modo tale che le abilità possano essere apprese attraverso l'istruzione (Thomas, Ansari & Knowland, 2018).

Oltre a questi sistemi multipli, c'è un principio più ampio che viene messo in atto: tutti i processi vengono resi automatici affinché avvengano rapidamente, con il minor sforzo cognitivo possibile: le abilità vengono progressivamente trasferite ai gangli della base e alle strutture cerebellari. Inoltre, più le conoscenze/abilità vengono utilizzate, più diventano automatiche, viceversa, meno vengono usate più è probabile che esse vadano perse: l'oblio avviene a un ritmo diverso nei vari sistemi di apprendimento (Thomas, Ansari & Knowland, 2018).

1.3 APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

La matematica solitamente viene definita come lo studio accademico delle quantità, dello spazio e della struttura attraverso la ricerca di modelli, la formulazione di nuove congetture e lo stabilire la verità attraverso la deduzione rigorosa da assiomi e definizioni opportunamente scelti. La matematica, però, coinvolge anche pratiche umane più formali legate al numero, allo spazio e ai modelli che sono presenti nelle attività come contare, localizzare, misurare, progettare, giocare e spiegare (Seel, 2012). Le abilità matematiche precoci, inoltre, predicono il futuro successo scolastico, finanziario e occupazionale e sono associate al benessere economico di un paese e alla qualità della salute fisica e mentale (Cragg & Gilmore, 2014; Furlong, McLoughlin, McGilloway & Geary, 2016; Geary, Hoard, Nugent & Bailey, 2013, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.32). In Italia sono emerse diverse criticità nella prestazione matematica di ragazzi e bambini attraverso il *Programma per la Valutazione Internazionale degli Studenti (PISA)*, lanciato dall'Organizzazione per la Cooperazione Economica e lo Sviluppo evidenziando che il nostro Paese si trova al terzo posto per quanto riguarda il gap di genere nella performance matematica e, nel mezzogiorno, la percentuale di studenti “top performer” è inferiore alla media nazionale (OECD, 2015, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.32). Facendo riferimento ai criteri diagnostici standard del DSM-5, solo allo 0,5-1% circa dei bambini che vengono segnalati come “aventi difficoltà di calcolo” potrebbe essere effettuata una diagnosi di disturbo specifico dell'apprendimento con compromissione del calcolo e, una percentuale tra il 2,5 e il 3,5% degli stessi, presenterebbero comorbidità con altri disturbi (Passolunghi, De Vita & Traficante, 2018, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.32).

L'apprendimento della matematica consiste nell'acquisizione di nuove conoscenze, competenze e abilità legate alla quantità, allo spazio e alla struttura; la sua acquisizione è

considerata il risultato della complessa interazione di vari elementi: strutture neurobiologiche innate e plastiche come gli schemi percettivi e di azione che permettono attività quantitative e spaziali di base (es. suddivisione e confronto di quantità), attività ed esperienze prescolari ed extrascolastiche relative ai numeri, e apprendimento intenzionale, esplicito e sistematico della matematica a scuola (Verschafeel, Van Dooren & De Smedt, 2012, cit. in Seel 2012, p. 2107).

Gelman e Gallistel (1978) hanno individuato cinque principi logici che sono alla base del concetto di numero: i primi tre riguardano “come contare”. Il primo è la “corrispondenza uno a uno” che consiste nel contare tutti gli oggetti di un insieme una volta sola: a ciascuno deve essere dato un solo cartellino numerico; il secondo è il principio dell’ordine stabile: si deve contare usando l’etichetta numerica in un determinato ordine il quale deve essere sempre uguale ogni volta (ad esempio: 1 viene sempre prima di 2 e 2 sempre prima di 3); il terzo principio è quello della cardinalità: il numero di elementi di un insieme corrisponde all’ultimo numero utilizzato per contarli. Quest’ultimo sarebbe più corretto chiamarlo “principio dell’ultimo numero contato” (Slater & Bremner, 2017).

Il quarto è il principio di astrazione, il quale afferma che il numero di un insieme è del tutto indipendente da qualsiasi qualità dei membri dell’insieme stesso: le regole per contare un insieme eterogeneo di oggetti sono identiche per un insieme omogeneo; infine, il quinto e ultimo principio è quello dell’irrelevanza dell’ordine: l’ordine in cui i membri di un insieme sono contati non fa differenza (ad esempio contando da destra a sinistra o viceversa si ottiene lo stesso risultato).

1.3.1 *I precursori dell'apprendimento matematico*

L'apprendimento matematico è un processo complesso in cui abilità cognitive dominio-generalì e dominio-specifiche entrano in gioco: esse vengono definite “precursori” in quanto cause o precondizioni dell'apprendimento stesso che permettono di predire il rendimento matematico dell'individuo negli anni seguenti (Passolunghi, Vercelloni & Shadee, 2007, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.33).

Tra le abilità dominio-specifiche si trova il “senso del numero”: è una capacità innata, non verbale e non simbolica, condivisa anche da specie animali non umane, la quale fa sì che gli individui percepiscano, rappresentino e manipolino informazioni numeriche in diversi contesti (Dehaene, 1997, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.38). A partire dai primi anni Ottanta, infatti, alcuni studi dimostrarono che l'essere umano possiede l'abilità di ragionare in modo matematico già dalla nascita (Butterworth, 1999; Dehaene, 1997; Gelman & Gallistel, 1978; Gelman & Meck, 1983; Gelman et al., 1986, cit. in Slater & Bremner 2017, p. 424): in particolare, Gelman e colleghi supportano questa ipotesi basandosi sugli studi effettuati dal loro gruppo di ricerca e quello di Starkey utilizzando il paradigma dell'abituazione (i bambini mostrano un interesse maggiore a uno stimolo nuovo piuttosto che a uno familiare). Starkey e Cooper (1980) hanno condotto un esperimento con bambini di quattro mesi per valutare se fossero in grado di discriminare i numeri. L'esperimento è composto da due fasi: nella prima hanno mostrato ai neonati, attraverso una serie di prove, un certo numero di punti che rimaneva costante in ogni prova; a un gruppo è stato mostrato un numero piccolo di punti (due o tre punti), all'altro un numero più grande (quattro o sei punti). Durante questa fase l'attenzione dei bambini verso il display declina. Nella seconda fase hanno indagato se il cambiamento del numero di punti potesse ripristinare l'interesse: Starkey e Cooper hanno rilevato che, quando il numero dei punti è piccolo, i bambini guardano il display con il nuovo numero

di punti per un periodo relativamente lungo e sembra riconoscano il cambiamento del numero.

Altre abilità dominio-specifiche sono l'abilità di discriminare e confrontare grandezze numeriche, di muoversi tra formati numerici diversi, di effettuare stime, di compiere trasformazioni numeriche, le abilità di conteggio, di ordinamento e di eseguire calcoli aritmetici semplici (De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018). Infine, esiste anche un'altra componente del senso del numero, l'"Approximate Numer System" (ANS), che permette di effettuare approssimazioni di grandi quantità di oggetti senza ricorrere al conteggio (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011).

Le abilità cognitive dominio-general, invece, sono trasversali ai diversi ambiti disciplinari e sono il substrato cognitivo sui si basano i processi di apprendimento: in particolare, ne fanno parte la memoria di lavoro (ML), le funzioni esecutive (FE) e la velocità di elaborazione (VE) (Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Passolunghi, Lanfranchi, Altoè & Sollazzo, 2015).

La memoria di lavoro è un magazzino di memoria a breve termine con capacità limitata che permette di immagazzinare informazioni ed elaborarle e manipolarle attivamente contemporaneamente durante lo svolgimento di un compito cognitivo (Baddeley, 1986; Miyake & Shah, 1999, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.34). Anche i compiti più semplici necessitano la ML in quanto permette il mantenimento temporaneo delle informazioni, l'elaborazione delle operazioni per convertire le informazioni in output numerici e il recupero delle procedure per la risoluzione del compito (De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018). Gli studi di Costa e colleghi (2018) hanno evidenziato che bambini con difficoltà matematiche presentano deficit anche nella memoria di lavoro ma la relazione tra ML e sviluppo dell'apprendimento della matematica è complessa e

dipendente da molti fattori (ad esempio l'età del bambino, il livello di esperienza, il compito usato per valutarla ecc.).

Le funzioni esecutive includono alcune abilità cognitive che consentono all'essere umano di controllare e regolare pensieri e azioni quando si trova in situazioni nuove o complesse (Miyake & Friedman, 2012, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.36). Esse comprendono l'abilità di aggiornare le informazioni (updating) cambiando le informazioni non rilevanti con altre funzionali al compito, l'abilità di inibire risposte automatiche (inibizione) e l'abilità di passare flessibilmente da un'idea a un'altra o una strategia, quando richiesto (flessibilità cognitiva) (Clements, Sarama & Germeroth, 2016, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.36). È stato riscontrato che bambini con scarse abilità matematiche hanno scarsa flessibilità cognitiva e tendenza a perseverare nelle risposte in quanto non riescono a cambiare strategie risolutive in modo flessibile (Passolunghi, Lanfranchi, Altoè & Sollazzo, 2015).

Infine, la velocità di elaborazione è la rapidità e l'efficienza con cui viene eseguito un compito cognitivo (Case, 1985, cit. in De Vita, Pellizzoni & Passolunghi 2018, p.37): gli studi di Gersten et al. (2005) e di Passolunghi et al. (2015) hanno evidenziato che la VE è un precursore altamente implicato nello sviluppo delle abilità matematiche precoci nella scuola dell'infanzia e primaria.

1.3.2 Tappe di acquisizione del conteggio

L'acquisizione del conteggio è un processo complesso che si basa su alcune abilità dette "pre-verbali" che l'essere umano possiede già dalla nascita (Antell & Keating, 1983; Izard, Sann, Spelke & Streri, 2009, cit. in VanMarle 2015, p.175); queste abilità sono l'acuità numerica, il processo di stima e il subitizing. L'acuità numerica viene definita come capacità di discriminare fra insiemi di differenti numerosità senza ricorrere al

conteggio (*Fig.1*): maggiore è la differenza tra i due numeri più rapidamente avverrà la discriminazione tra le due quantità (Landerl, 2013). Xu e Spelke (2000) hanno dimostrato che già dai primi mesi di vita i neonati possono discriminare insiemi con numerosità elevate se la differenza tra essi è sufficientemente grande.



Fig.1: la discriminazione tra due insiemi è più semplice quando la differenza è maggiore. Immagine tratta da “Fabbrini, A. (2016).

Un'altra abilità preverbale è il “subitizing” ovvero quel processo percettivo che permette di riconoscere fino a un massimo di 3-4 elementi in modo rapido e senza contare (*Fig.2*, Fabbrini, 2016). Nel caso in cui gli elementi presenti siano più di quattro, invece, interviene un'altra abilità definita “stima” (Lucangeli, 2012).

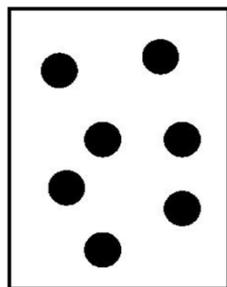


Fig. A

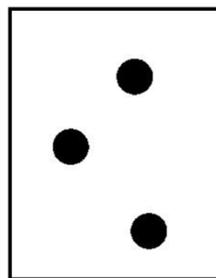


Fig. B

Fig.2: nell'immagine a sinistra per poter sapere con esattezza quanti elementi sono presenti è necessario ricorrere al conteggio mentre nell'immagine a destra attraverso il subitizing è possibile individuare il numero di elementi a colpo d'occhio. Immagine tratta da "Fabbrini, A. (2016).

Per passare dalle abilità preverbalì alla vera e propria capacità di contare è necessario mettere in relazione i concetti-numero con le parole-numero (Wynn, 1992, cit. in Lucangeli & Tressoldi 2002, p.710); in letteratura sono presenti due diverse versioni teoriche in relazione a questo passaggio: la teoria dei principi di conteggio e la teoria dei contesti diversi.

La teoria dei principi di conteggio (Gelman & Gallistel, 1978) sostiene che i bambini piccoli possiedono un concetto innato di numero che si evolve nell'acquisizione delle procedure di calcolo attraverso il principio della corrispondenza uno a uno, il principio dell'ordine stabile e il principio della cardinalità. Le parole-numero che vengono apprese dai bambini sono sistemate nella loro lista innata di "etichette-numero mentali" (Lucangeli & Tressoldi, 2002); Gallistel e Gelman (1992), inoltre, affermano che imparando a contare si formerebbe una "mappatura bidirezionale" tra le grandezze non-verbali e le parole-numero che consentirebbe l'uso e la specificità dei meccanismi analogici di quantificazione non verbale e di quelli verbali di conteggio.

La teoria dei contesti diversi (Fuson, 1991) attribuisce un'importanza minore alle strutture innate della conoscenza rispetto alla teoria dei principi di conteggio e sostiene che c'è una costante interazione tra le competenze innate e apprese. Secondo Fuson, i principi di conteggio e di calcolo, nonostante si basino su strutture specifiche e innate, si sviluppano progressivamente attraverso esercizi ripetuti e per imitazione. La costruzione

dei concetti numerici di sequenza, di conta e di valore cardinale vengono descritte dall'autrice attraverso diversi livelli evolutivi:

1. La sequenza di numeri è usata come stringa di parole, il bambino non sa che quantità rappresenta la parola-numero e non rispetta l'ordine (esempio: uno, due, sette, venti ecc.);
2. Si distinguono le parole-numeri ma la sequenza è unidirezionale in avanti e viene prodotta a partire dall'uno;
3. La sequenza può essere prodotta a partire da un numero qualsiasi ed è presente il concetto di prima e dopo (esempio: "due" viene prima di "tre");
4. Le parole-numero assumono identità propria e il bambino sa che i numeri si riferiscono a una determinata quantità;
5. La sequenza è usata come catena bidirezionale attraverso la quale operare in modi diversi (prime somme e sottrazioni).

1.3.3 Errori comuni durante l'acquisizione dell'abilità di conteggio

Durante l'acquisizione del conteggio possono presentarsi errori comuni che potrebbero persistere nel caso di bambini con discalculia. Gli errori più frequenti possono essere il sovra e sotto-conteggio in cui manca la corrispondenza tra la pronuncia del numero in sequenza e l'individuazione dell'oggetto; le omissioni ovvero alcuni oggetti non vengono contati soprattutto quando non sono disposti in modo ordinato; il doppio-conteggio in cui un oggetto viene contato più di una volta e, infine, usare l'etichetta sbagliata in quanto la sequenza di parole-numero non rispetta l'ordine di progressione. Questi errori solitamente rappresentano problemi di esecuzione e non di mancanza di conoscenza del principio di corrispondenza biunivoca se avvengono in età prescolare (Lucangeli, 2012).

Saper contare correttamente è importante perché questa abilità è alla base dell'apprendimento della matematica: per facilitare l'apprendimento del conteggio si possono posizionare gli oggetti da contare in modo ordinato e ben distanziati, far corrispondere il gesto del contare alla parola-numero e far sperimentare più possibile il bambino (Lucangeli & Tressoldi, 2002).

1.3.4 La cognizione numerica

Numerose ricerche scientifiche hanno dimostrato che nel cervello esistono specifiche aree che si occupano dell'elaborazione dell'informazione numerica: in particolare, il modello di Dehaene (1992) ha avuto numerosi riscontri in ambito neurologico. Esso è detto “modello del triplo codice” e sostiene che esistono tre codici di processamento dei numeri: il codice analogico rappresenta i numeri come numerosità, il codice verbale li rappresenta come sequenze sintatticamente organizzate di parole e, infine, il codice arabo li rappresenta come serie di cifre arabe.

L'apprendimento matematico, secondo la concezione attuale, avverrebbe tramite una serie di processi mentali che agiscono a livello cerebrale e si traducono in una serie di operazioni cognitive di comprensione, di produzione e di calcolo (Fabbrini, 2016). Bortolato (2002) sostiene che l'apprendimento matematico dovrebbe seguire tre processi fondamentali: il bambino inizialmente possiede abilità preverbali che gli permettono di osservare e organizzare le quantità (processi semantici: rappresentano la realtà così come appare ai nostri occhi. Esempio: il bambino sforzandosi impara che la parola-numero si riferisce a un concetto specifico di quantità) poi, attraverso i processi lessicali, egli diventa capace di associare la parola-numero al corretto numero arabo e viceversa (esempio: la parola “uno” si associa al numero 1 e viceversa) e, come ultimo passaggio,

il bambino apprende come le cifre si relazionano tra loro per formare i numeri attraverso regole precise (processi sintattici).

1.4 LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Nelle scuole italiane il metodo di insegnamento della matematica è rimasto invariato da decenni: il primo passaggio è l'insegnamento dei numeri naturali da 0 a 9 e il confronto tra essi (maggiore, minore o uguale), successivamente vengono svolte le prime addizioni e sottrazioni (entro il numero 9) e, infine, si passa all'insegnamento dei numeri un po' più complessi e dei raggruppamenti in decine; questo approccio viene definito "concettuale" in quanto si basa sulla trasmissione di concetti e regole da parte dell'insegnante (Fabbrini, 2016). L'approccio concettuale si avvale di diversi strumenti: alcuni esempi sono la linea dei numeri, i regoli e l'abaco. La linea dei numeri è composta dalle cifre da 0 a 9 che sono contrassegnate da tacche; per questo motivo, "visualizzare le quantità" risulta difficoltoso poiché i numeri dovrebbero essere rappresentati dagli spazi e non dalle tacche. I regoli sono un altro strumento utilizzato per avvicinare i bambini al calcolo matematico: sono delle aste colorate che rappresentano i numeri da 1 a 10 e ognuno di essi ha un colore diverso; tuttavia, hanno alcuni limiti come, ad esempio, il non avere una segmentazione interna che faciliterebbe la "visualizzazione" della quantità, richiedono una fase di apprendimento per associare la quantità al colore e non danno il senso di ordinalità perché esiste la quantità ma non il numero. Infine, l'abaco è lo strumento per eccellenza che permette di rappresentare i numeri in decine e unità e agevola la comprensione del valore posizionale delle cifre; come gli altri strumenti elencati sopra, però, anch'esso possiede dei limiti: non consente di lavorare sull'aspetto semantico del numero e, in alcuni casi, può ostacolare l'apprendimento del concetto numerico (Landerl, 2013).

Oltre all'approccio concettuale esiste anche l'approccio intuitivo il quale ha come obiettivo quello di considerare lo studente come attivo e "costruttore" delle proprie conoscenze: cerca di sfruttare e potenziare quelle competenze preverbalì innate di cui è dotato il bambino utilizzando strumenti diversi rispetto al metodo concettuale (Bortolato, 2002). Adrian Teffers ha ideato uno strumento chiamato Rekenrek che permette ai bambini di apprendere i numeri in un modo differente e più naturale: esso è formato da venti palline disposte su due file divise in gruppi da cinque (con due colori diversi). Il Rekenrek è raggruppato in cinque come le dita delle mani e risulta essere utile nel calcolo mentale in quanto fa sì che il bambino visualizzi le quantità in modo immediato (Frykholm, 2008). Il metodo intuitivo si basa sull'apprendimento analogico poiché, a differenza dell'apprendimento logico che necessita di ragionamenti precedenti per comprendere la realtà, l'individuo prima esamina la realtà e poi ricava i ragionamenti; l'apprendimento logico, infatti, presuppone delle conoscenze pregresse e questo lo rende più complesso (Fabbrini, 2016).

Capitolo 2: GLI ASPETTI EMOTIVI DELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO

2.1 CHE COS'È L'ANSIA DELLA MATEMATICA

I fattori cognitivi, quali intelligenza, memoria e velocità di processamento delle informazioni, vengono ritenuti cruciali durante l'apprendimento della matematica (Fuchs et al., 2010; Passolunghi et al., 2014, cit. in Cuder, Pellizzoni, De Vita & Passolunghi 2020, p.52); negli ultimi anni, però, i fattori emotivi sono stati considerati predittori delle acquisizioni matematiche al pari di quelli cognitivi (Cuder, Pellizzoni, De Vita & Passolunghi, 2020). Per questa ragione, Dowker, Sarkar & Rubinsten (2016) ritengono che l'ansia generale e l'ansia specifica per la matematica siano dei fattori di rischio per l'apprendimento della stessa. Lewis (1970) ha definito l'ansia generale come “una risposta disposizionale e disfunzionale a una situazione percepita come minacciosa” ma, se l'ansia viene provata in relazione a stimoli target, allora si parla di ansia specifica. Richardson e Suinn (1972) definiscono l'ansia della matematica (MA) come la “sensazione di tensione che interferisce con la manipolazione dei numeri e la risoluzione di problemi sia nella vita quotidiana sia in ambito scolastico”. Gli individui che soffrono di MA si trovano all'interno di un circolo vizioso: essi ottengono scarsi risultati nelle prove matematiche, evitano i corsi di aritmetica e sviluppano convinzioni negative riguardo alle proprie capacità matematiche e questo fa sì che sperimentino ancora più ansia ed evitamento di queste prove (Hembree, 1990; Ashcraft & Moore, 2009, cit. in Passolunghi, Caviola, De Agostini, Perin & Mammarella 2016, p.1).

Ashcraft e Moore (2009) hanno stimato che il 17% della popolazione mostra alti livelli di ansia della matematica mentre, in Italia, i dati del programma PISA 2012 (Program for International Student Assessment) che valuta gli apprendimenti ed è promosso dall'OECD evidenziano che il 43% degli studenti sperimentano sentimenti di tensione

durante lo svolgimento di un problema matematico (Cuder, Pellizzoni, De Vita & Passolunghi, 2020). Dal report sono emerse forti differenze di genere relative all'ansia: le ragazze dichiarano di sentirsi maggiormente in ansia rispetto ai ragazzi nonostante abbiano le stesse abilità disciplinari; inoltre, solo il 14% delle ragazze si iscrive a corsi universitari con discipline scientifiche (OECD, 2016). Lo studio di Hill e colleghi (2015) ha esaminato le differenze di genere in MA nella scuola primaria e nei primi anni della scuola secondaria evidenziando, in linea con i risultati di altri studi, che le bambine hanno punteggi più alti di ansia rispetto ai bambini. Altre ricerche presenti in letteratura sostengono che gli stereotipi di genere in matematica possono influenzare l'apprendimento e le performance in matematica delle bambine (Appel, Kronberger & Aronson, 2011; Flore & Wicherts, 2014; Spencer, Steele & Quinn, 1999, cit. in Hill et al. 2015, p.6). Inoltre, altri studi hanno mostrato che i bambini/ragazzi hanno una sicurezza maggiore in matematica e una migliore percezione di sé stessi come abili in questa materia rispetto alle bambine/ragazze e questo potrebbe giocare un ruolo nelle differenze di genere nell'ansia della matematica (Cvencek, Meltzoff & Kapur, 2014, cit. in Hill et al. 2015, p.6).

Alcuni studi considerano l'ansia della matematica come un'entità singola ma sembra che essa comprenda più componenti: Wigfield e Meece (1988) hanno evidenziato due dimensioni, una cognitiva e una affettiva. La dimensione cognitiva, etichettata come "preoccupazione", si riferisce alla preoccupazione per le proprie prestazioni e le conseguenze del fallimento mentre la dimensione affettiva, etichettata come "emotività", fa riferimento al nervosismo e alla tensione durante le verifiche e le rispettive risposte autonome (Liebert & Morris, 1967, cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.2).

È fondamentale capire se esiste una relazione tra l'ansia della matematica e altre forme d'ansia, in particolare l'ansia nei confronti dei test e ansia generale: alcuni studi hanno

evidenziato che questa relazione esiste ma l'ansia della matematica non può essere ridotta all'ansia generale o legata a una valutazione (Hembree, 1990; Ashcraft et al., 1998, cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.2). Altri studi, inoltre, hanno indagato se il livello d'ansia fosse significativamente maggiore rispetto all'ansia per altre materie: in particolare, Punaro e Reeve (2012) hanno comparato l'ansia per la matematica e letteratura in bambini australiani di nove anni. Dai risultati è emerso che i bambini hanno manifestato ansia per i compiti difficili sia in matematica che in letteratura ma la preoccupazione è risultata maggiore nel primo caso; inoltre, l'ansia per la matematica è correlata alle prestazioni mentre in letteratura ciò non avviene.

Gli atteggiamenti nei confronti della matematica, anche quelli negativi, non possono essere equiparati all'ansia della matematica dal momento che i primi sono basati su fattori motivazionali e cognitivi mentre l'MA è un fattore specificamente emotivo; tuttavia, esiste una correlazione tra le misure dell'atteggiamento e l'ansia della matematica (Dowker, Sarkar & Looi, 2016). L'MA sembra essere particolarmente correlata alla valutazione che un individuo ha di sé stesso nei confronti della matematica: coloro che credono di non essere bravi in matematica hanno maggiori probabilità di essere ansiosi evidenziando una relazione negativa (Hembree, 1990; Pajares and Miller, 1994; Jain and Dowson, 2009; Goetz et al., 2010; Hoffman, 2010, cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.3). Inoltre, l'atteggiamento verso la matematica include anche la concettualizzazione di cosa essa sia: molte persone considerano la matematica solo come "aritmetica insegnata a scuola", non tengono conto che essa è presente quotidianamente nelle nostre vite e questo potrebbe aumentare il rischio di sviluppare ansia per la matematica (Dowker, 2005).

I metodi che vengono usati solitamente per studiare il costrutto dell'ansia della matematica sono per lo più questionari e scale di valutazione che vengono somministrati

soprattutto agli adolescenti e adulti; il primo questionario che conosciamo è quello di Dreger e Aiken (1957) e i successivi esempi noti sono “Mathematics Anxiety Research Scalr” o MARS (Richardson & Suinn, 1972) e “Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales” (Fennema & Sherman, 1976, cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.4). Negli ultimi venti anni sono stati sviluppati dei questionari da somministrare a bambini di scuola primaria che includono scale di valutazione pittoriche come il “Mathematics Attitude and Anxiety Questionnaire” (Thomas & Dowker, 2000; Krinzinger et al., 2007; Dowker et al., 2012 cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.5). Il test le cui proprietà psicometriche sono state valutate più frequentemente è il MARS, sia nella sua versione originale che nei vari adattamenti, ed è risultato altamente affidabile (Dowker, Sarkar & Looi, 2016).

2.2 EZIOLOGIA DELL'ANSIA DELLA MATEMATICA

L'ansia della matematica comprende manifestazioni eterogenee ed è stata associata a un aumento dei costi sanitari (Duncan et al., 2007; Reyna et al., 2009, cit. in Rubinsten, Marciano, Levy & Cohen 2018, p.1) e a un basso status socioeconomico (Ritchie & Bates, 2013, cit. in Rubinsten, Marciano, Levy & Cohen 2018, p.1). Dal momento che questa condizione ha un forte impatto sulla vita di chi ne soffre e sulla società in generale, i ricercatori stanno cercando di comprendere quali siano le cause e i fattori di rischio dell'insorgenza della MA. Rubinsten e colleghi (2018) hanno descritto un modello sistemico in cui sono presenti vari fattori che potrebbero aumentare il rischio di manifestare ansia della matematica (*Fig.3*): questo modello viene definito bio-psico-sociale perché descrive come le variazioni individuali, le predisposizioni neuro-cognitive e genetiche, insieme allo stile genitoriale e sociale (fattori ambientali) possono influenzare i processi di apprendimento matematico e le funzioni emotive; esso

spiegherebbe anche l'eterogeneità dei sintomi e delle manifestazioni dell'ansia per la matematica. Questi fattori di rischio, inoltre, possono interagire o annullarsi a vicenda durante lo sviluppo (Cuder, Pellizzoni, De Vita & Passolunghi). Il modello di Rubinsten e colleghi si basa sul presupposto che i meccanismi dell'MA dipendono dall'interazione e la dinamica tra i vari fattori di rischio e dal cambiamento degli stessi durante lo sviluppo: i fattori ambientali possono agire come moderatori riducendo l'effetto delle predisposizioni ma possono anche agire come mediatori e influenzare le predisposizioni stesse (Rubinsten et al., 2018).

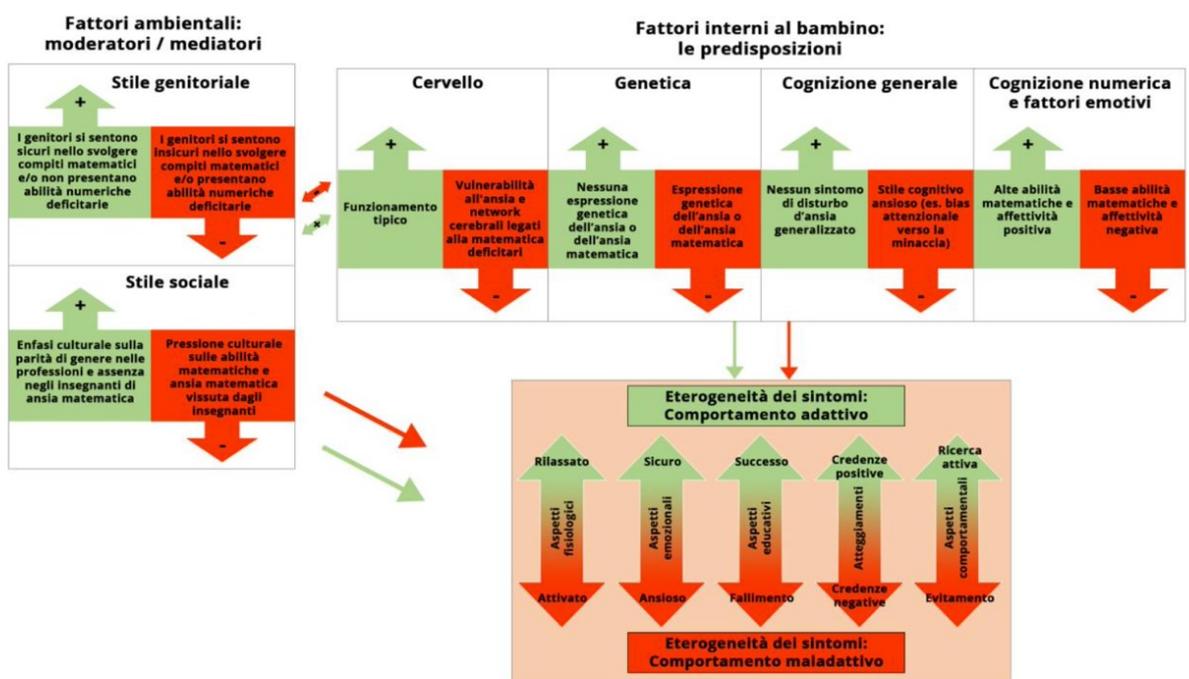


Fig.3: modello dinamico bio-psico-sociale di sviluppo dell'ansia della matematica. Immagine tratta da “Cuder, Pellizzoni, De Vita & Passolunghi (2020). Fattori emotivi e apprendimento: l'ansia per la matematica e i suoi effetti sull'apprendimento disciplinare. DOI: 10.13137/2039-8646/31021”

I fattori di rischio individuali descritti da Rubinsten e colleghi (2018) si riferiscono alle predisposizioni del bambino legate sia ai correlati neurali, alla genetica, alla vulnerabilità verso l'ansia in generale (disturbo d'ansia generalizzato, GAD), ai fattori affettivi e alle abilità numeriche di base.

Gli studi genetici possono rivelare se la predisposizione genetica possa essere una delle cause dello sviluppo dell'MA: uno studio su gemelli adolescenti monozigoti e dizigoti dello stesso sesso ha evidenziato che i fattori genetici rappresentano circa il 40% della varianza dell'ansia della matematica e che il 9% della varianza totale della MA deriva da geni legati al GAD (Wang et al., 2014). Secondo Dowker e colleghi (2016) è ragionevole pensare che non ci siano fattori genetici specifici legati all'ansia della matematica ma che essa sia il risultato dell'interazione tra predisposizione genetica e altri fattori ambientali e cognitivi.

Altri studi hanno dimostrato che esiste una connessione tra GAD e MA (Wang et al., 2014) e, soprattutto all'inizio dello sviluppo, i sintomi dell'ansia della matematica sono strettamente legati ai sintomi dell'ansia generale. Le persone intrinsecamente vulnerabili tendono ad avere tratti cognitivi legati all'ansia (ad esempio bias attenzionali maladattativi legati alla minaccia) e risposte neurofisiologiche maladattative: questo può essere un fattore di rischio per lo sviluppo di MA (Rubinsten et al., 2018). Lo studio di Cargnelutti e colleghi (2017), infatti, ha evidenziato che i bambini con ansia della matematica mostrano risposte neurofisiologiche legate all'ansia generale e un aumento dell'elaborazione emotiva negativa. Attualmente non ci sono prove sufficienti per concludere che il GAD agisca come predisposizione allo sviluppo di ansia della matematica ma queste due condizioni condividono alcuni sintomi come, ad esempio, la ruminazione indotta dall'ansia (pensieri ripetitivi su preoccupazioni personali negative): in particolare, negli individui con MA queste ruminazioni compromettono le risorse

cognitive come la memoria di lavoro con conseguenti prestazioni inferiori su compiti numerici (Beilock, 2010; Maloney & Beilock, 2012; Ramirez et al., 2016, cit. in Rubinsten et al. 2018, p.5).

L'ansia per la matematica è risultata essere associata con le competenze numeriche di base (ad esempio il conteggio semplice, Maloney et al., 2010; Rubinsten and Tannock, 2010; Rubinsten et al., 2012; Núñez-Peña and Suárez-Pellicioni, 2014, cit. in Rubinsten et al. 2018, p.5) e i ricercatori si sono chiesti se queste abilità carenti possano portare allo sviluppo di MA o viceversa: questa questione è tuttora in fase di discussione.

Per quanto riguarda i fattori individuali legati all'ansia della matematica, Chang e Beilock (2016) hanno evidenziato come i fattori affettivi, quali motivazione e autostima, possono svolgere un ruolo "protettivo": ad esempio, la motivazione matematica può aiutare a superare le risposte legate all'ansia.

I fattori individuali spiegano solo una parte dello sviluppo dell'ansia della matematica: uno studio su gemelli, infatti, ha mostrato come gran parte della varianza dell'MA viene attribuita a fattori ambientali non condivisi (Wang et al., 2014). Il modello di Rubinsten e colleghi (2018) prende in esame anche i fattori ambientali dal momento che i bambini passano la maggior parte del loro tempo a casa o a scuola e vengono fortemente influenzati dalle interazioni con i genitori, i membri della famiglia e dai pari.

È stato dimostrato che alcune pratiche genitoriali come la pressione per mantenere buoni risultati e il coinvolgimento nei processi di apprendimento della matematica possono aumentare l'ansia della matematica nei bambini (Roberts & Vukovic, 2011, cit. in Rubinsten et al. 2018, p.6). In particolare, i genitori che mostrano particolare ansia per la matematica possono elicitarla o intensificarla anche nei loro figli soprattutto quando essi riportano di essere coinvolti nello svolgimento dei compiti (Maloney et al., 2015). In letteratura sono presenti molti studi che riguardano soprattutto le madri (dal momento che

sono le più studiate) e lo studio di Daches Cohen e Rubinsten (2017) ha evidenziato che l'ansia dei figli è fortemente influenzata da quella delle madri e dai comportamenti materni. In particolare, i risultati dello studio dimostrano che una maggiore motivazione intrinseca verso la matematica è associata a maggiori abilità aritmetiche ed entrambe sono correlate negativamente con l'ansia della matematica; le pratiche materne più rigide sono legate a minore abilità aritmetica ma non a una minore motivazione intrinseca e, infine, quando i livelli di ansia delle madri sono alti i loro figli mostrano minore motivazione, abilità aritmetiche più scarse e livelli più alti di ansia.

Un altro fattore che è stato preso in considerazione è quello legato all'ambiente scolastico, in particolare, si è visto come insegnanti ansiose possono generare ansia nei loro studenti: ciò avviene con una certa asimmetria in quanto l'ansia delle insegnanti sembra intaccare il rendimento delle alunne femmine e non degli alunni maschi (Beilock et al., 2010, cit. in Rubinsten et al. 2018, p.7). Questo meccanismo di asimmetria di genere potrebbe essere dovuto all'acquisizione di stereotipi negativi sulle abilità matematiche, alimentando preconcetti e fondando stati emotivi ansiogeni nei confronti della matematica (Beilock, Gunderson, Ramirez & Levine, 2010, cit. in Cuder et al. 2020, p.58).

Infine, oltre alle predisposizioni biologiche e all'influenza degli stili genitoriali e di insegnamento, Rubinsten e colleghi (2018) hanno analizzato anche le norme culturali e le politiche nazionali. L'OECD (2013) ha evidenziato come i paesi con maggiori risultati in matematica hanno meno studenti con ansia della matematica e viceversa; le nazioni asiatiche mostrano un'elevata presenza di MA mentre le nazioni europee mostrano una percentuale minore di questa condizione (Lee, 2009, cit. in Rubinsten et al. 2018, p.7). Le differenze nelle percentuali e nella manifestazione dell'ansia della matematica

potrebbero essere attribuite alle norme culturali che variano da paese a paese (Rubinsten et al., 2018).

2.3 ANSIA DELLA MATEMATICA E CERVELLO

Le persone che soffrono di ansia per la matematica affermano di avere atteggiamenti negativi come, ad esempio, “disgusto” nei confronti della matematica (Cornell, 1999, cit. in Artemenko, Daroczy & Nuerk 2015, p.2), emozioni negative come tensione (Richardson & Suinn, 1972), frustrazione (Hembree, 1990, cit. in Artemenko, Daroczy & Nuerk 2015, p.2) ed emozioni legate ai risultati di apprendimento come vergogna e disperazione (Pekrun et al., 2002, cit. in Artemenko, Daroczy & Nuerk 2015, p.2). A livello neurale possono essere individuati due network che rappresentano l’emotività dell’MA: il circuito del dolore che coinvolge l’insula (Lyons & Beiklock, 2012, cit. in Artemenko, Daroczy & Nuerk 2015, p.2) e il circuito della paura centrato intorno all’amigdala (Young et al., 2012).

L’ansia della matematica suscita maggiore attivazione nel circuito di percezione del dolore, in particolare l’insula bilaterale dorso-posteriore e la corteccia medio-cingolata (Lyons & Beiklock, 2012, cit. in Artemenko, Daroczy & Nuerk 2015, p.2). L’insula è presumibilmente associata alla sensazione soggettiva di minaccia viscerale per l’imminente compito di matematica e di sollievo di fronte a un compito non matematico; l’attività legata al dolore è stata osservata quando gli individui con un alto livello di MA affrontano un compito di matematica ma non durante il compito stesso, spiegando come essi cerchino di evitare la matematica (Artemenko, Daroczy & Nuerk, 2015).

Un altro circuito che viene intaccato dall’ansia della matematica è quello della paura, in particolare, i bambini che ne soffrono mostrano iperattività e connettività anormale nell’amigdala basolaterale destra (Young et al., 2012). Kucian e colleghi (2018) hanno

indagato la relazione tra l'ansia della matematica e il volume della materia grigia attraverso MRI e hanno evidenziato come essa cambi la struttura del cervello, in particolare, riportano una riduzione del volume dell'amigdala destra. Inoltre, altri studi mostrano come l'input della corteccia prefrontale ventromediale verso l'amigdala abbia un ruolo nella riduzione delle risposte di paura e ansia (Milad et al., 2005, 2009; Gold et al., 2016; Ganella et al., 2017, cit. in Moustafa, Porter & Megreya 2019, p.2) ma, ad oggi, non ci sono ancora evidenze che la via "corteccia prefrontale ventromediale-amigdala" giochi un ruolo nel controllo cognitivo e nella riduzione dell'ansia anche nel caso dell'ansia della matematica (Moustafa, Porter & Megreya, 2019).

Tra la performance in compiti matematici e la memoria di lavoro (working memory, WM) esiste una relazione positiva e si pensa che quest'ultima possa avere un ruolo di mediazione sull'ansia della matematica durante lo svolgimento di attività matematiche (Passolunghi et al., 2016). L'ansia della matematica potrebbe compromettere le prestazioni della WM portando all'incapacità di imparare ed eseguire problemi matematici: per questo motivo Soltanlou e colleghi (2019) hanno ipotizzato che, se gli individui hanno una buona memoria di lavoro, l'MA potrebbe non compromettere tutte le loro risorse e, quindi, sarebbero in grado di imparare ed eseguire problemi matematici in condizioni d'ansia. Al contrario, Ramirez e colleghi (2013) hanno scoperto che gli individui con buona memoria di lavoro mostrano più sintomi di ansia della matematica e prestazioni peggiori rispetto a quelli con memoria di lavoro peggiore; i ricercatori hanno spiegato questo risultato ipotizzando che gli individui con buona WM per risolvere problemi matematici utilizzerebbero strategie che coinvolgono in maniera consistente la memoria e queste potrebbero essere compromesse dall'ansia stessa. Altri studi, infatti, hanno confermato l'influenza negativa dell'MA sulle capacità di memoria di lavoro (Lukasik et al., 2019, cit. in Moustafa, Porter & Megreya 2019, p.3).

Moustafa e colleghi (2019) hanno proposto un modello integrativo sulla relazione tra l'ansia della matematica e la compromissione di vari sistemi cognitivi quali la memoria di lavoro, l'attenzione e l'inibizione. Questo modello si basa sull'assunto che il processamento e la cognizione matematica coinvolgono diverse aree del cervello: i gangli della base, il cingolo anteriore, la corteccia prefrontale e l'amigdala. Inizialmente l'input percettivo viene proiettato dalle aree corticali sensoriali alle diverse aree corticali e sottocorticali per un'ulteriore elaborazione; le informazioni mantenute nella memoria di lavoro nella corteccia prefrontale aiutano l'esecuzione delle attività matematiche (processo top-down sui gangli della base, *Fig.4*).

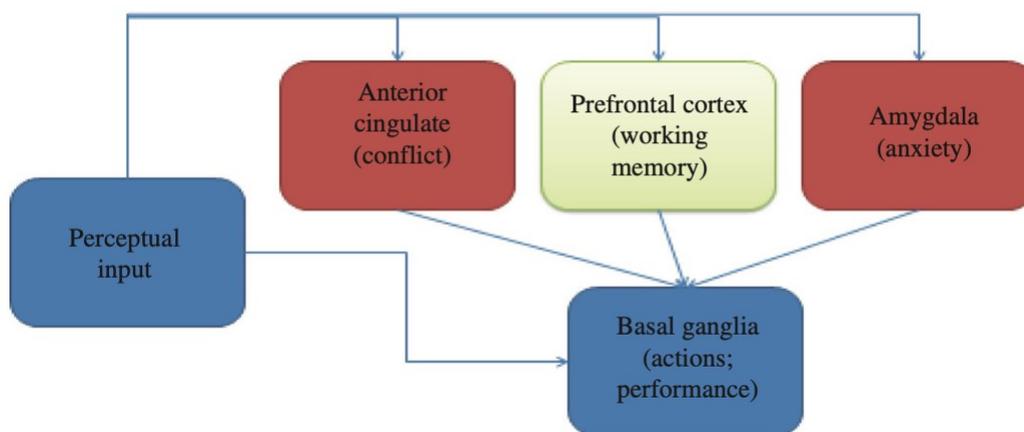


Fig.4: modello integrativo degli effetti dell'ansia della matematica sul cervello. I rettangoli rossi rappresentano le aree che sono iperattive mentre quelli verdi rappresentano le aree che sono "sottoattivate". Immagine tratta da "Moustafa, Porter & Megreya (2019). Mathematics anxiety and cognition: an integrated neural network model. DOI: 10.1515/revneuro-2019-0068"

L'ansia della matematica provoca un aumento dell'attivazione dell'amigdala (aumenta lo stress), della corteccia cingolata anteriore (percezione del conflitto) e compromette i

meccanismi di memoria di lavoro della corteccia prefrontale; queste perturbazioni hanno effetti top-down sui sistemi decisionali (gangli della base) e portano a risposte lente ed errate nelle attività matematiche (Moustafa, Porter & Megreya, 2019).

2.4 ANSIA DELLA MATEMATICA E PRESTAZIONI MATEMATICHE

Nella comunità scientifica c'è un ampio consenso sul fatto che l'ansia della matematica sia collegata a prestazioni matematiche più scarse: diversi studi, infatti, hanno mostrato correlazioni negative da piccole a moderate (Ashcraft & Krause, 2007; Devine et al., 2012; Zakaria et al., 2012; Jansen et al., 2013, cit. in Carey, Hill & Szücs 2016, p.1). Una possibile ragione di questa correlazione negativa potrebbe essere che le persone con alti livelli di ansia della matematica siano più propense a evitare attività e situazioni che coinvolgono la matematica (Dowker, Sarkar & Looi, 2016); inoltre, l'MA potrebbe influenzare le prestazioni in modo più diretto sovraccaricando la memoria di lavoro: le persone ansiose possono avere pensieri intrusivi che possono distogliere l'attenzione dal compito e sovraccaricare le risorse di WM (Ashcraft et al., 1998, cit. in Dowker, Sarkar & Looi 2016, p.4). Infine, è stata avanzata un'ulteriore ipotesi secondo cui gli individui altamente ansiosi possono sacrificare la precisione al fine di completare il compito più velocemente possibile e sfuggire alla situazione avversa più rapidamente (Ashcraft & Faust, 1994, cit. in Eden, Heine & Jacobs 2013, p.30).

La questione che necessita di ulteriori studi è se l'ansia della matematica sia una causa o una conseguenza di prestazioni scarse (Eden, Heine & Jacobs, 2013); conoscere la direzione di questa relazione potrebbe avere implicazioni importanti in ambito educativo e psicologico (Carey, Hill & Szücs, 2016).

L'ansia della matematica, quindi, potrebbe essere la causa di performance peggiori oppure la conseguenza e, sulla base di queste ipotesi, sono state formulate due teorie

opposte tra loro: la teoria del deficit e il modello dell'”ansia debilitante” (Carey, Hill & Szücs, 2016).

La teoria del deficit sostiene che precedenti deficit nelle prestazioni matematiche portano a ricordi di scarso rendimento in matematica generando ansia nei confronti di situazioni simili future (Hembree, 1990). Studi su bambini con difficoltà di apprendimento matematico hanno evidenziato alti livelli di ansia della matematica e questo fornirebbe supporto alla teoria del deficit; è probabile che, in alcuni casi, avere prestazioni matematiche particolarmente scarse nella prima infanzia possa far sviluppare MA (Passolunghi et al., 2016). Alcuni ricercatori, invece, hanno suggerito che l'ansia della matematica negli adulti potrebbe essere il risultato di un deficit nell'elaborazione numerica di base (Maloney et al., 2011, cit. in Carey, Hill & Szücs 2016, p.1). Il problema fondamentale di questi studi è che, non avendo seguito la traiettoria di sviluppo dell'MA nei partecipanti, gli autori non hanno potuto determinare la direzione della relazione tra prestazioni matematiche e MA (Carey, Hill & Szücs, 2016).

Al contrario, il modello dell'ansia debilitante sostiene che l'ansia possa influenzare le prestazioni nelle fasi di pre-elaborazione, elaborazione e recupero della conoscenza matematica: diversi studi suggeriscono che gli adulti con MA evitano di elaborare problemi matematici e questo causerebbe sia un apprendimento ridotto della matematica sia prestazioni scarse (Carey, Hill & Szücs, 2016). Inoltre, è stato osservato che gli stereotipi nei confronti della matematica possono portare a performance scadenti: ad esempio, presentando a delle donne un modello femminile che dubitava delle proprie abilità matematiche si è evidenziato come le loro prestazioni nel risolvere problemi matematici fossero peggiori rispetto al gruppo di controllo (Marx et al., 2013, cit. in Carey, Hill & Szücs 2016, p.4). I deficit osservati nelle donne sotto la “pressione degli stereotipi matematici” sembrano essere mediati da una compromissione della memoria di

lavoro supportando l'idea che l'ansia della matematica influenzi le prestazioni sovraccaricando le risorse di WM (Beilock et al., 2007, cit. in Carey, Hill & Szücs 2016, p.4).

Le prove dei vari studi sono in contrasto tra loro: alcuni studi forniscono dati che sembrano adattarsi alla teoria del deficit mentre altri forniscono più supporto al modello dell'ansia debilitante. Queste prove opposte potrebbero essere spiegate dalla natura stessa della relazione tra MA e prestazioni matematiche: in alcuni individui le scarse prestazioni potrebbero innescare ansia della matematica e questo potrebbe ridurre ulteriormente le loro prestazioni entrando in un circolo vizioso (Jansen et al., 2013, cit. in Carey, Hill & Szücs 2016, p.4). Nessuna delle due teorie può spiegare completamente la relazione tra le due misure e le prove ottenute dai diversi studi potrebbero suggerire una relazione bidirezionale tra MA e rendimento matematico: il cattivo rendimento potrebbe innescare MA in alcuni individui e quest'ultima potrebbe ridurre ulteriormente il rendimento stesso alimentando il circolo vizioso (Carey, Hill & Szücs, 2016).

Capitolo 3: ANSIA MATEMATICA E DISTURBI DELL'APPRENDIMENTO: IL CASO DELLA DISCALCULIA

3.1 CHE COS'È LA DISCALCULIA

Gli studenti con disturbi di apprendimento mostrano una percezione più bassa del valore di sé, un concetto di sé più negativo e, soprattutto, livelli di ansia più elevati (Alesi, Rappo & Pepi, 2012; Hall, Spruill & Webster, 2002, cit. in Rappo, Alesi & Pepi 2014, p.56). Nella fascia di età compresa tra 6 e 12 anni l'ansia da prestazione è la forma d'ansia prevalente in quanto per i bambini un adeguato rendimento in lettura, scrittura e matematica è uno dei principali compiti evolutivi, fondamentale per l'elaborazione dell'immagine e della strutturazione della personalità (Rappo, Alesi & Pepi, 2014).

Alcuni studi hanno dimostrato che esiste una relazione negativa tra l'ansia della matematica e la performance in compiti aritmetici (Dowker et al., 2016): si presume, infatti, che i bambini con difficoltà di apprendimento abbiano livelli più alti di ansia della matematica (Wu et al., 2014, cit. in Krucian et al. 2018, p.2). Quindi, i bambini che soffrono di disturbi dell'apprendimento della matematica, come la discalculia evolutiva (DD), sono di particolare interesse per indagare questa relazione (Krucian et al., 2018).

La discalculia evolutiva (DD) è un disturbo specifico e persistente dell'apprendimento che colpisce lo sviluppo e le prestazioni delle abilità aritmetiche (Kucian & Von Aster, 2015, cit. in Looi & Kadosh 2019, p.664); gli individui con discalculia hanno difficoltà nel riconoscimento di piccole quantità (subitizing), nel calcolare somme semplici, hanno uno scarso senso della grandezza e capacità limitate nel risolvere problemi aritmetici (Looi & Kadosh, 2019). Inoltre, alcuni studi sottolineano come la discalculia sia associata a una qualità della vita più bassa e peggiori condizioni di salute (ad esempio, a causa di

un'incapacità di gestire le finanze o opportunità di carriera limitate, Looi & Kadosh, 2019).

Ad oggi non c'è una definizione condivisa di discalculia in quanto i sistemi del numero e del calcolo sono molto complessi; l'ambito aritmetico, infatti, comprende almeno cinque aree che sono parzialmente indipendenti tra loro: l'apprendimento della lettoscrittura del numero, la capacità di costruirsi una rappresentazione mentale della linea dei numeri e di utilizzarla in varie attività, la capacità di calcolo a mente, l'apprendimento degli algoritmi del calcolo scritto e le capacità di stima numerica e di valutazione della quantità (Stella, 2018). L'apprendimento della lettura e scrittura del numero, a differenza dell'apprendimento della lettoscrittura del linguaggio, prevede una progressione lenta in corrispondenza con l'aumento della grandezza del numero stesso: il numero cambia valore (etichetta lessicale) in base al contesto e della posizione in cui si trova (Stella, 2018).

La classificazione ICD-10 (*International Classification of Diseases*) considera la discalculia come un "Disturbo di apprendimento specifico del dominio che emerge in una fase precoce dello sviluppo che non può essere spiegato da una scolarizzazione inappropriata o da carenti opportunità di apprendimento". Il DSM-5 (*Diagnostic and Statistical Manual for Mental Disorders*), invece, classifica la discalculia tra le difficoltà specifiche di apprendimento e viene definita come l'incapacità di eseguire prestazioni matematiche al livello previsto per età e intelligenza dell'individuo. Nel DSM-5 i disturbi specifici dello sviluppo delle abilità scolastiche sono raggruppati come dimensioni all'interno di un'unica categoria, in ognuna delle quali ci può essere un grado maggiore o minore di compromissione; questo cambiamento è stato introdotto per tenere conto dell'eterogeneità di questi disturbi rispetto ai profili di performance e alle comorbilità e per migliorare l'utilità clinica delle diagnosi del DSM.

La prevalenza di questo disturbo tra gli alunni di scuola primaria è di circa il 5% e spesso è associato ad altri disturbi mentali: molti bambini con questa diagnosi acquisiscono un atteggiamento negativo verso il conteggio e l'aritmetica che, a sua volta, potrebbe svilupparsi in un'ansia della matematica specifica o addirittura in una fobia scolastica generalizzata (Krinzinger & Kaufmann, 2006, cit. in Kaufmann & Von Aster 2012, p.767). Se non viene trattata in modo specifico, la discalculia persiste in età adulta e può compromettere in modo duraturo lo sviluppo della personalità, la formazione scolastica e professionale (Gerber, 2012; Butterworth, Varma & Laurillard, 2011, cit. in Kaufmann & Von Aster 2012, p.767).

3.1.1 *Diagnosi*

Dal momento che la discalculia nell'ultima edizione del DSM è stata classificata come una delle varie manifestazioni dei disturbi specifici dell'apprendimento (DSA) e non più come un disturbo a sé stante, la Consensus Conference nel documento pubblicato nel 2007 ha indicato diversi criteri diagnostici di inclusione ed esclusione per effettuare una diagnosi di DSA (Airipa Italia, 2020). Il criterio necessario per effettuare una diagnosi di DSA è quello di "discrepanza" tra le abilità nel dominio specifico e l'intelligenza generale; i domini specifici possono essere lettura, ortografia, grafia, numero, procedure esecutive del numero e calcolo. Un criterio di esclusione, invece, è la presenza di disturbi sensoriali o neurologici gravi, disturbi significativi della sfera emotiva e situazioni di svantaggio socio-culturale che interferiscono con le possibilità di istruzione (Airipa Italia, 2020).

In Italia un riferimento importante contenente i criteri per una corretta diagnosi di discalculia è il documento di accordo AID-AIRIPA (2012):

- il primo punto sottolinea l'importanza dell'utilizzo di prove standardizzate con adeguate proprietà psicometriche soprattutto per quanto riguarda la validità, l'attendibilità e le caratteristiche del campione di standardizzazione;
- viene considerata l'ipotesi di discalculia in presenza di punteggi critici collocati sotto il cut-off del quinto percentile (o due deviazioni standard) in almeno il 50% della batteria;
- le problematiche devono persistere nell'arco della storia scolastica del bambino;
- nei casi meno chiari è importante posticipare la diagnosi dopo un periodo di alcuni mesi di adeguata stimolazione delle componenti compromesse;
- la diagnosi può essere supportata dalla presenza di almeno alcuni indici clinici fra quelli solitamente associati alla discalculia (ad esempio segni neuropsicologici nei meccanismi sintattici visivo spaziali, nella memoria fonologica ecc.);
- il disturbo deve avere importanti conseguenze adattative;
- infine, devono essere rispettati i criteri adottati in generale per la diagnosi di DSA.

La diagnosi di discalculia non può essere effettuata prima della fine del terzo anno di scuola primaria e solitamente essa viene posta all'interno di una valutazione neuropsicologica più ampia così da poter definire anche altre caratteristiche del soggetto (attenzione, memoria, funzioni esecutive ecc., Cornoldi et al., 2012).

3.1.2 Tipi di discalculia

La discalculia è un disturbo delle abilità numeriche e aritmetiche e può manifestarsi con vari deficit tra cui difficoltà nell'enumerazione (ad esempio, il bambino non riesce a

imparare i numeri in sequenza), il non riuscire a effettuare la corrispondenza tra etichetta numerica ed elementi da contare, difficoltà nella lettoscrittura del numero, errori nella scrittura e riconoscimento dei segni delle operazioni, difficoltà nel “giudicare” le quantità e nell’apprendimento dei meccanismi di calcolo, problemi nell’acquisizione dei fatti aritmetici (memorizzazione delle tabelline, imparare le procedure delle operazioni scritte ecc.) e difficoltà nel giudizio delle grandezze (maggiore, minore, uguale, Stella, 2018). Le difficoltà che i bambini mostrano sono di diversi tipi ed è sempre più riconosciuto che la discalculia sia un disturbo eterogeneo; i fenotipi osservati potrebbero essere causati da una moltitudine di fattori neurocognitivi sottostanti (Rubinsten & Henik, 2009; Kaufmann et al., 2013; Skagerlung & Träff, 2016, cit. in Träff, Olsson, Östergren & Skagerlund 2017, p.2).

Alcuni autori hanno proposto una differenziazione tra discalculia primaria e secondaria: quella primaria è caratterizzata da un grave deficit nel funzionamento numerico e aritmetico causato da diversi fattori biologici sottostanti; gli individui con discalculia secondaria, invece, possiedono capacità numeriche compromesse e questo può essere spiegato da deficit “non numerici” (dell’attenzione o dei processi di memoria di lavoro, Kaufmann et al., 2013, cit. in Träff, Olsson, Östergren & Skagerlund 2017, p.2).

Dall’osservazione degli errori commessi dai bambini con difficoltà aritmetiche, Temple (1997) ha descritto tre tipi di discalculia evolutiva:

- discalculia semantica: difficoltà nella costruzione della rappresentazione della linea dei numeri, nell’effettuare calcoli a mente e nei processi di stima delle quantità. Si manifesta più precocemente e, oltre ad avere difficoltà a imparare la sequenza numerica, i bambini con discalculia semantica hanno problemi con la sequenza dei giorni della settimana e dei mesi dell’anno e nell’attribuire significato ai termini decine o centinaia (Stella, 2018);

- discalculia procedurale: ha un esordio più tardivo rispetto alla precedente ed è caratterizzata da difficoltà nell'acquisizione delle procedure e degli algoritmi implicati nel sistema di calcolo;
- discalculia per i fatti aritmetici: deficit nell'acquisizione dei fatti numerici all'interno del sistema di calcolo (ad esempio recupero delle tabelline, Lucangeli & Tressoldi, 2001).

3.1.3 Neuroscienze della discalculia

La discalculia è un disturbo molto eterogeneo e negli ultimi anni si è cercato di fare luce su quali possano essere i meccanismi alla base delle difficoltà degli individui che ne sono affetti (McCaskey et al., 2018). Già dalla scuola primaria le competenze matematiche coinvolgono una vasta gamma di abilità cognitive e, se esse risultano essere deficitarie, possono influenzare le prestazioni quali il ragionamento, la memoria di lavoro, la comprensione del linguaggio e la cognizione spaziale (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011). Dal momento che la discalculia è caratterizzata da un deficit di base nell'elaborazione dei numeri allora si dovrebbero trovare anomalie nella rete parietale che supporta l'enumerazione di piccoli insiemi di oggetti (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004, cit. in Butterworth, Varma & Laurillard 2011, p.1051) e il confronto di numerosità di matrici di punti (Piazza et al., 2010, cit. in Butterworth, Varma & Laurillard 2011, p.1051).

Recenti studi su bambini con discalculia hanno evidenziato un'attivazione ridotta di alcune aree del cervello durante attività di confronto di numerosità, di simboli numerici e durante compiti di aritmetica: rispetto al gruppo di controllo mostrano un'attivazione significativamente ridotta del solco intraparietale bilaterale (IPS, Mussolin et al., 2009, cit. in Butterworth, Varma & Laurillard 2011, p.1051). Inoltre, è stata osservata una

riduzione della materia grigia proprio nell'IPS, area nota per l'elaborazione numerica di base (Rykhlevskaia, Uddin, Kondos & Menon, 2009, cit. in Butterworth, Varma & Laurillard 2011, p.1051). Lo studio di Krucian e colleghi (2011) ha evidenziato anche una riduzione dell'attivazione del lobo parietale superiore rispetto ai controlli durante lo svolgimento di un compito di elaborazione numerica.

McCaskey e colleghi (2018) hanno effettuato uno studio longitudinale durato quattro anni confrontando bambini con discalculia e non: hanno prima somministrato test neuropsicologici e poi sottoposto i soggetti a risonanza magnetica funzionale fMRI, una volta all'inizio dell'esperimento e la seconda volta dopo quattro anni e due mesi (follow-up). I test neuropsicologici hanno valutato in particolare le abilità numeriche generali, il quoziente intellettivo, la memoria di lavoro, l'attenzione e la capacità di lettura; invece, durante la fMRI i soggetti nel gruppo sperimentale dovevano giudicare se una sequenza di numeri fosse in ordine e identificare se un determinato numero fosse presente. I risultati hanno mostrato che i bambini con DD sono migliorati nel tempo ma hanno manifestato comunque deficit persistenti nell'elaborazione dei numeri e nelle abilità aritmetiche rispetto ai coetanei del gruppo di controllo; i risultati di neuroimmagine hanno rivelato un aumento dell'attivazione cerebrale frontale e parietale nel tempo nei bambini con discalculia mentre i bambini del gruppo di controllo mostrano un'attivazione stabile nel corso dello sviluppo (McCaskey et al., 2018).

3.2 ANSIA DELLA MATEMATICA E DISCALCULIA

Negli ultimi anni alcuni studi sugli aspetti emotivo-motivazionali negli studenti con difficoltà di apprendimento hanno evidenziato l'esigenza di trovare dei modelli che possano analizzare la complessa relazione tra questi aspetti e gli interventi che si possono attuare sia a livello clinico che educativo (Rappo, Alesi & Pepi, 2014): a tal proposito il

modello della Ruota della Motivazione e del Coinvolgimento (*Motivation and Engagement Wheel*) sviluppato da Martin (2008) dà una chiave di lettura sia teorica che pratica delle dimensioni emotivo-motivazionali che stanno alla base del rendimento personale. Questo modello si basa su quattro dimensioni: cognitive adattative, comportamentali adattative, cognitive disadattative e comportamentali disadattative; tra le dimensioni cognitive disadattative si trova l'ansia, variabile critica soprattutto negli individui con disturbi dell'apprendimento (Martin, 2008). Dowker e colleghi (2016) hanno evidenziato che spesso i bambini con discalculia hanno comorbidità con altri disturbi psichiatrici quali depressione o ansia: quest'ultima è presente soprattutto nel contesto della matematica ed è associata ad alti livelli di stress. Ad oggi, però, non è chiaro se sia l'ansia della matematica a causare le difficoltà matematiche o viceversa dal momento che i dati raccolti sono contrastanti tra loro (Krucian et al., 2018).

Lo studio di Krucian e colleghi (2018), attraverso un compito di priming aritmetico-affettivo, ha cercato di analizzare la relazione tra l'ansia della matematica, le emozioni negative, le basse prestazioni e la discalculia. I partecipanti dello studio sono stati 172 bambini di età compresa tra 7 e 11 anni di cui circa la metà con diagnosi di discalculia; ai bambini è stato proposto un compito di priming affettivo: esso è una misura implicita e permette di comprendere le valutazioni che si attivano automaticamente dopo la presentazione di uno stimolo (Krause et al., 2012, cit. in Krucian et al. 2018, p.2). Nei compiti di priming affettivo la relazione affettiva tra lo stimolo principale e il bersaglio viene manipolata poiché la valenza dello stimolo principale può essere positiva, negativa o neutra: l'idea alla base di questi compiti è che i partecipanti sono più veloci a valutare uno stimolo target se lo stimolo "prime" presentato in precedenza ha la stessa valenza (tempi di reazione più brevi, Hermans et al., 1994, cit. in Krucian et al. 2018, p.2). In particolare, il compito utilizzato nello studio consisteva nella presentazione di uno

stimolo primario che poteva essere positivo, negativo, neutro o legato alla matematica prima di una semplice operazione aritmetica (addizione/sottrazione). I risultati hanno evidenziato che i bambini con DD hanno ottenuto risultati peggiori in tutti i test matematici e hanno mostrato livelli più elevati di ansia della matematica rispetto al gruppo di controllo (Krucian et al., 2018).

Rubinsten e Tannock (2010) avevano effettuato qualche anno prima uno studio simile utilizzando sempre compiti di priming affettivo: i risultati hanno evidenziato una forte relazione tra gravi difficoltà matematiche (DD) e paura soprattutto quando ai bambini è stato richiesto di decidere rapidamente se i problemi fossero corretti o meno. Per i bambini con discalculia le parole matematiche hanno avuto un'influenza ansiosa soprattutto nel caso di problemi aritmetici di addizione e moltiplicazione. I due autori hanno avanzato l'ipotesi secondo cui le difficoltà causate dai fattori biologici alla base della discalculia potrebbero portare all'ansia della matematica: i bambini con DD hanno una carenza innata nelle capacità di elaborare numeri, contare e calcolare e fin dalla tenera età si trovano a dover rispondere a "domande aritmetiche" per cui esiste una sola risposta corretta; questa condizione combinata alle aspettative di dover risolvere rapidamente questi problemi possono portare ad avere un atteggiamento negativo e verso l'"impotenza appresa" nei confronti dell'aritmetica in generale.

Devine e colleghi (2018), attraverso la somministrazione di questionari a bambini di scuola primaria e secondaria, hanno indagato prima la prevalenza di soggetti con discalculia e ansia della matematica poi la comorbidità di DD e MA. Dai dati è emerso che i bambini con DD mostrano una vasta gamma di livelli di ansia della matematica come i bambini del gruppo di controllo e il 78% dei bambini con discalculia non ha riportato un'elevata ansia della matematica; nell'intero campione la prevalenza di MA elevata è dell'11% mentre tra i partecipanti con DD è del 22%. Questo dato è in linea con

le ricerche precedenti ma ci fa capire che un'elevata ansia della matematica non è presente esclusivamente nei bambini con discalculia o difficoltà aritmetiche in contrasto con l'idea che l'ansia della matematica equivalga semplicemente a una bassa abilità matematica (Devine, Hill, Carey & Szücs, 2018).

Infine, Mutlu (2019) ha condotto uno studio per analizzare la relazione tra l'ansia della matematica e i risultati ottenuti in matematica da bambini frequentanti la classe terza primaria, sia con difficoltà matematiche che senza, utilizzando un metodo descrittivo. I partecipanti sono stati classificati in quattro gruppi: difficoltà di apprendimento della matematica, basso successo, normale e alto successo in base ai punteggi ottenuti nei test di rendimento in matematica. Confrontando i punteggi dell'ansia della matematica dei vari gruppi non sono state evidenziate differenze significative tra i punteggi medi dell'MA dei due gruppi inferiori (DD e basso successo) come tra i due gruppi superiori (successo normale e alto); però, è stata trovata una differenza significativa tra i punteggi medi dell'ansia tra il gruppo a basso successo e normale. L'autore ha ipotizzato che per alcuni studenti sia meglio mantenere livelli moderati di ansia della matematica per rendere il loro apprendimento e i materiali di prova moderatamente impegnativi ma, al contrario, livelli elevati di ansia hanno effetti negativi sulle prestazioni matematiche degli individui. Nel caso di studenti con DD alti livelli di ansia della matematica possono portare a effetti distruttivi in varie dimensioni e, in particolare, nel sovraccaricare la memoria di lavoro (Mutlu, 2019).

3.3 INTERVENTI PER RIDURRE L'ANSIA DELLA MATEMATICA

L'ansia della matematica influenza in modo negativo il rendimento degli individui, con e senza difficoltà o disturbi di apprendimento, che ne soffrono e per questo motivo da diversi anni i ricercatori stanno cercando varie strategie per poter mitigare i suoi effetti.

L'ansia della matematica, inoltre, è un costrutto complesso che viene influenzato da diversi fattori differenti in ogni individuo: per questo motivo è necessario pensare a diversi approcci per combatterla (Ramirez, Shaw & Maloney, 2018).

Secondo alcuni autori, gli interventi che mirano a migliorare le abilità matematiche degli studenti possono essere efficaci anche per ridurre l'ansia della matematica: Supekar e colleghi (2015) hanno dimostrato che un programma intensivo di 8 settimane di tutoraggio individuale riduce l'ansia della matematica nei bambini e hanno ipotizzato che l'esposizione alla matematica potrebbe migliorare non solo le abilità aritmetiche ma potrebbe anche ridurre l'ansia attraverso la desensibilizzazione. Un altro studio che ha dato risultati coerenti con quelli ottenuti da Supekar e colleghi è quello di Passolunghi, De Vita e Pellizzoni (2020): le autrici si sono poste come obiettivo quello di verificare e confrontare gli effetti di diversi tipi di interventi sull'MA nei bambini di scuola primaria. I bambini sono stati divisi in tre gruppi e sottoposti a tre differenti tipi di interventi: il primo si basa su strategie per ridurre l'ansia della matematica (riconoscimento e gestione dei sentimenti di ansia), il secondo sul miglioramento delle abilità e delle strategie matematiche (esercizi specifici di matematica e discussione di strategie per imparare a risolvere compiti di calcolo) e, infine, il terzo si basa sulla lettura e illustrazione di fumetti (condizione di controllo). I risultati ottenuti hanno mostrato che l'intervento sulle abilità matematiche non ha influenzato e migliorato solo queste ultime ma ha anche contribuito a una diminuzione del livello di MA; la formazione sull'ansia della matematica, invece, ha mostrato effetti solo nella riduzione del livello di ansia e non c'è stato alcun miglioramento delle abilità matematiche (Passolunghi, De Vita & Pellizzoni, 2020).

Spesso l'ansia della matematica di adulti importanti nella vita dei bambini, come i genitori e gli insegnanti, è associata a risultati più scarsi in compiti matematici: i figli di genitori con alta MA imparano meno matematica durante la prima elementare rispetto ai

figli di genitori con bassa MA (Berkowitz et al., 2015, cit. in Schaeffer, Rozek, Berkowitz, Levine & Beilock 2018, p.1). Migliorare le interazioni durante lo svolgimento di compiti aritmetici tra genitori e figli dovrebbe ridurre l'associazione negativa tra ansia della matematica dei genitori e i pessimi risultati in matematica dei bambini; Schaeffer e colleghi, per questo motivo, hanno creato un'applicazione per iPad attraverso cui i genitori quotidianamente proponevano un problema di matematica sotto forma di storia. Le famiglie sono state divise in due gruppi: al gruppo sperimentale è stato consegnato l'iPad con l'applicazione da utilizzare quotidianamente mentre al gruppo di controllo veniva chiesto di leggere un brano senza contenuti aritmetici. I risultati hanno evidenziato che nelle famiglie del gruppo di controllo c'è una relazione negativa continua (fino alla fine della terza elementare) tra l'ansia della matematica dei genitori e i risultati in matematica dei bambini mentre, nelle famiglie del gruppo sperimentale, le interazioni positive tra genitori e figli hanno stimolato l'apprendimento della matematica da parte dei bambini e hanno migliorato anche l'atteggiamento e le convinzioni dei genitori sulla matematica stessa (Schaeffer et al., 2018).

Altri studi hanno osservato che i genitori che usano giochi da tavolo ricchi di numeri possono portare a dei benefici come, ad esempio, migliorare la rappresentazione numerica dei bambini (Laski & Siegler, 2014, cit. in Ramirez, Shaw & Maloney 2018, p.156). Giochi e piattaforme interattive potrebbero incoraggiare gli studenti a impegnarsi di più con la matematica e valutarla come piacevole (Ramirez, Shaw & Maloney, 2018).

Quando gli studenti si trovano in situazioni accademiche stressanti, secondo il modello biopsicosociale di "sfida e minaccia" di Blascovich e Mendes (2010), possono valutare la situazione come una sfida da poter superare o come una minaccia da evitare: questo dipende dalla valutazione della situazione stessa e delle risorse personali necessarie per affrontare adeguatamente le richieste (ad es. auto-efficacia, intelligenza, motivazione

ecc.). Questa strategia viene denominata “cognitive reappraisal” (o rivalutazione cognitiva) e comporta la riorganizzazione di una situazione potenzialmente in grado di suscitare emozioni in modo tale da cambiare l’impatto emotivo prima che la risposta emotiva sia stata completamente attivata (Gross, 2008; Gross & Thompson, 2007; Goldin & Gross, 2010, cit. in Pizzie, McDermott, Salem & Kraemer 2020, p.1272). Essa potrebbe rappresentare la strategia chiave per migliorare le performance in matematica quando lo stress e l’ansia avrebbero un impatto negativo sulle prestazioni (Pizzie, McDermott, Salem & Kraemer, 2020). Nel loro studio, Pizzie e colleghi, hanno confrontato due gruppi di partecipanti: un gruppo veniva istruito a seguire la strategia di rivalutazione cognitiva mentre i soggetti del secondo utilizzavano la propria strategia per risolvere problemi matematici e analogie. I risultati hanno mostrato che la rivalutazione cognitiva è una strategia promettente per ridurre la risposta emotiva negativa alla matematica e per migliorare le prestazioni degli individui con alti livelli di ansia della matematica; inoltre, è stato evidenziato che l’MA è associata all’aumento di atteggiamenti negativi e che la rivalutazione può attenuarli. I soggetti sono stati sottoposti anche a fMRI e i risultati supportano l’idea che la rivalutazione cognitiva per la matematica attiva una rete di regioni simili alla rivalutazione di altri stimoli affettivi negativi; oltre a ciò gli autori hanno riportato un aumento dell’attività di regioni associate alle capacità aritmetiche, in particolare l’IPS bilaterale, nella condizione di reappraisal e un conseguente miglioramento delle prestazioni soprattutto negli individui con elevata ansia della matematica. Sembrerebbe che, aiutando gli individui a ridurre la loro reazione emotiva negativa alla matematica, la rivalutazione potrebbe consentire agli studenti di impegnare ulteriormente le risorse di cognizione numerica e avere una migliore precisione durante i compiti di matematica (Pizzie, McDermott, Salem & Kraemer, 2020).

Un altro importante fattore che interviene come mediatore tra l'ansia della matematica e la performance è la metacognizione: Lai e colleghi (2015) hanno effettuato uno studio per verificare se la metacognizione possa contrastare la relazione negativa tra MA e performance e hanno investigato la relazione tra MA e metacognizione in bambini con diversi livelli di difficoltà aritmetiche. I bambini con discalculia, oltre ad avere risultati scarsi nella risoluzione di problemi aritmetici, tendono a sovrastimare le loro abilità aritmetiche (capacità metacognitive limitate), a rispondere impulsivamente, a non verificare o valutare le risposte e ad accontentarsi della prima risposta nei compiti di matematica (Bryant et al., 2000, cit. in Lai et al. 2015, p.4). I risultati dello studio di Lai e colleghi hanno rivelato che la metacognizione matematica ha mediato la relazione tra MA e la performance nella risoluzione dei problemi matematici; per quanto riguarda le differenze di gruppo nella metacognizione e nell'MA, i bambini con basso rendimento hanno livelli più bassi di ansia della matematica rispetto ai bambini con discalculia, i quali hanno mostrato anche deficit nell'immagine di sé. Questo dato indica che i bambini con difficoltà di apprendimento hanno sperimentato un notevole fallimento e un feedback di competenza negativo a scuola; queste esperienze probabilmente verrebbero interiorizzate e rappresentate in una visione più negativa di sé. Gli interventi potrebbero focalizzarsi proprio sulla valutazione che i bambini hanno in merito alle proprie capacità aritmetiche, soprattutto nel caso di difficoltà e disturbi di apprendimento, in quanto la metacognizione sembrerebbe essere un buon mediatore tra ansia della matematica e performance (Lai et al., 2015).

Infine, di recente è stato proposto un altro metodo che potrebbe mitigare gli effetti dell'ansia della matematica attraverso la riduzione delle emozioni negative durante la fase anticipatoria di situazioni legate alla matematica; per molti studenti, infatti, semplicemente anticipare una "situazione matematica" può produrre una grande quantità

di stress e pensieri negativi legati all'incapacità di risolvere problemi (Samuel & Warner, 2019). La ricerca pilota di Samuel e Warner (2019) è stata condotta per determinare in che misura la somministrazione di un intervento di mindfulness all'interno di una classe di matematica potrebbe ridurre l'ansia di anticipazione ed esecuzione di compiti aritmetici e aumentare l'autoefficacia negli studenti universitari. La mindfulness è una pratica contemplativa intensa e intenzionale sul momento presente e coinvolge la respirazione profonda e le tecniche di meditazione (Kabat-Zinn, 2003; Kabat-Zinn & Hanh, 2009; Williams & Kabat-Zinn, 2011, cit. in Samuel & Warner 2019, p.2); poiché la mindfulness si basa anche sull'uso della memoria di lavoro nel tentativo di dedicare piena attenzione a un compito interrompe la ruminazione e fa sì che essa sia disponibile per lo svolgimento del compito (Lu, 2015, cit. in Samuel & Warner 2019, p.2). I risultati dell'esperimento hanno rivelato che gli studenti che hanno ricevuto l'intervento di mindfulness hanno riportato punteggi più bassi di ansia della matematica e un aumento dei punteggi di autoefficacia matematica entro la fine del semestre; i risultati ottenuti dopo un anno sono simili ai precedenti (l'ansia della matematica è diminuita negli studenti che hanno ricevuto il trattamento nel corso dell'intero anno). Inoltre, per gli studenti l'intervento è stato particolarmente efficace quando veniva ripetuto quotidianamente. Questi risultati, però, non possono ancora essere generalizzati a un campione più ampio in quanto i soggetti sperimentali sono meno di 30 e dovrebbe essere replicato con un numero più alto di individui e con studenti di altri corsi universitari (Samuel & Warner, 2019).

CONCLUSIONI

Il presente elaborato, attraverso una rassegna della letteratura scientifica, ha cercato di indagare gli aspetti cognitivi ed emotivi legati all'apprendimento della matematica: in particolare, è stato analizzato il ruolo dell'ansia della matematica a livello generale e nel caso specifico dei disturbi dell'apprendimento matematico. L'obiettivo della tesi è stato quello di analizzare in che modo gli aspetti emotivi dell'apprendimento matematico possano influenzare e/o essere influenzati dagli aspetti cognitivi e capire se, nei casi in cui vi sia un deficit nell'apprendimento stesso, le emozioni negative come l'ansia della matematica (MA) possano causare o essere una conseguenza di tali deficit.

L'apprendimento della matematica è un processo complesso che coinvolge vari network cerebrali ed è fondamentale capire quali fattori possano favorire od ostacolare un corretto processo di apprendimento. A livello cognitivo esistono delle abilità innate fondamentali che predicono il rendimento matematico futuro di un soggetto: queste abilità sono necessarie ma non sufficienti se non "allenate" nel modo opportuno attraverso la pratica e l'insegnamento della matematica a scuola. A volte queste abilità risultano essere deficitarie, come nel caso della discalculia, rendendo l'apprendimento matematico difficoltoso. In questa rassegna sono state analizzate soprattutto le componenti emotive con un focus particolare sul ruolo dell'ansia della matematica, sia negli individui a sviluppo tipico che in soggetti con diagnosi di discalculia. L'ansia della matematica è un fenomeno che ha suscitato grande interesse nella comunità scientifica negli ultimi decenni in quanto è stato ripetutamente dimostrato che essa influisca negativamente sulle performance durante lo svolgimento di compiti aritmetici. La prevalenza stimata di questa condizione è di circa il 17% nella popolazione generale ed è maggiore tra le femmine rispetto ai maschi; inoltre, secondo i dati del programma PISA 2012, una percentuale

ancora più consistente di studenti (circa 43%) dichiara di provare sentimenti di tensione durante lo svolgimento di compiti matematici. Studiare questo fenomeno è molto importante in quanto esso influisce negativamente sui pensieri e atteggiamenti nei confronti della matematica, la quale risulta essere fondamentale nella vita quotidiana di un individuo e, secondo vari autori, le abilità matematiche predicono il futuro successo scolastico, occupazionale e finanziario e sono state associate a una migliore qualità della vita (sia fisica che mentale) e al successo economico di un paese.

La relazione negativa tra MA e performance scadenti è stata documentata da diversi studi ma ancora non si conosce la direzione di questa relazione: secondo la teoria del deficit l'ansia della matematica sarebbe una conseguenza di deficit nelle prestazioni matematiche preesistenti; il modello dell'ansia debilitante, invece, sostiene che l'ansia della matematica sia la causa di prestazioni scadenti. I dati ottenuti dai vari studi a sostegno delle due teorie sono in contrasto tra loro: ciò potrebbe essere spiegato dal fatto che la relazione tra l'MA e il rendimento matematico sia molto più complessa e bidirezionale cioè che questi due costrutti si possano influenzare vicendevolmente.

Infine, sulla base della relazione negativa tra ansia e prestazioni, l'elaborato si è concentrato sull'analisi specifica dell'ansia della matematica nel caso dei disturbi dell'apprendimento focalizzandosi sulla discalculia evolutiva. Ad oggi gli studi che hanno affrontato questo argomento non sono molti e i risultati non sempre sono convergenti: alcune ricerche hanno evidenziato che i soggetti con discalculia riportano più alti livelli di MA rispetto ai coetanei a sviluppo tipico mentre risultati di altre ricerche in cui i soggetti erano stati divisi in base al rendimento hanno mostrato che non c'è differenza significativa nei livelli di ansia tra i soggetti con DD rispetto a soggetti con basso rendimento.

Questa rassegna ha permesso di effettuare una panoramica generale sugli aspetti cognitivi ma in particolare su quelli emotivi coinvolti nell'apprendimento della matematica e di

analizzare se e quale relazione ci sia tra ansia della matematica e disturbi dell'apprendimento matematico. In seguito all'analisi della letteratura scientifica si può concludere che lo studio di queste tematiche vada approfondito, soprattutto per quanto riguarda la relazione tra MA e DD dal momento che le ricerche a riguardo sono limitate. In futuro questi dati potrebbero essere utili sia in ambito clinico che educativo affinché si possano trovare interventi e/o strategie ottimali per ridurre il disagio provocato dall'ansia della matematica sia negli individui a sviluppo tipico ma soprattutto in soggetti affetti da disturbi dell'apprendimento matematico che riscontrano già ulteriori difficoltà a causa del disturbo stesso.

BIBLIOGRAFIA

- Airipa Italia. (2020, April 5). *I Disturbi Specifici dell'Apprendimento (diagnosi)*.
<https://www.airipa.it/link-utili/cosa-sono-i-dsa/i-disturbi-specifici-dellapprendimento-diagnosi/>
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, 5th Edition: DSM-5* (5th ed.). American Psychiatric Publishing.
- Artemenko, C., Daroczy, G., & Nuerk, H. C. (2015). Neural correlates of math anxiety – an overview and implications. *Frontiers in Psychology*, 6.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01333>
- Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197–205.
<https://doi.org/10.1177/0734282908330580>
- Blascovich, J., & Mendes, W. B. (2010). Social Psychophysiology and Embodiment. *Handbook of Social Psychology*. Published.
<https://doi.org/10.1002/9780470561119.socpsy001006>
- Bortolato, C. (2002). *Calcolare a mente. Esercizi secondo l'approccio analogico-intuitivo*. Centro Studi Erickson.
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science*, 332(6033), 1049–1053. <https://doi.org/10.1126/science.1201536>
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szűcs, D. (2016). The Chicken or the Egg? The Direction of the Relationship Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance. *Frontiers in Psychology*, 6. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01987>
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2016). How is anxiety related to math performance in young students? A longitudinal study of Grade 2 to Grade 3

children. *Cognition and Emotion*, 31(4), 755–764.

<https://doi.org/10.1080/02699931.2016.1147421>

Chang, H., & Beilock, S. L. (2016). The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: a review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 33–38.

<https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.011>

Cornoldi, C., Lucangeli, D., Marchiori, M., Passolunghi, M. C., Savelli, E., Stella, G., Tressoldi, P., & Vio, C. (2012, October). *LA DIAGNOSI DI DISCALCULIA. Documento di* *Accordo.* [https://www.airipa.it/wp-](https://www.airipa.it/wp-content/uploads/2018/09/DocumentoDiscalculia_AID_AIRIPA-1.pdf)

[content/uploads/2018/09/DocumentoDiscalculia_AID_AIRIPA-1.pdf](https://www.airipa.it/wp-content/uploads/2018/09/DocumentoDiscalculia_AID_AIRIPA-1.pdf)

Cuder, A., Pellizzoni, S., De Vita, C., & Passolunghi, M.C. (2020). Fattori emotivi e apprendimento: l'ansia per la matematica e i suoi effetti sull'apprendimento disciplinare. *QuaderniCIRD. Rivista Del Centro Interdipartimentale per La Ricerca Didattica Dell'Università Di Trieste*, 50–63.

Daches Cohen, L., & Rubinsten, O. (2017). Mothers, Intrinsic Math Motivation, Arithmetic Skills, and Math Anxiety in Elementary School. *Frontiers in Psychology*, 8. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01939>

De Vita, C., Pellizzoni, S., & Passolunghi, M. C. (2018). I precursori dell'apprendimento matematico. *QuaderniCIRD. Rivista Del Centro Interdipartimentale per La Ricerca Didattica Dell'Università Di Trieste*, 31–45. <https://doi.org/10.13137/2039-8646/22745>

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1–2), 1–42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-n](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n)

Devine, A., Hill, F., Carey, E., & Szűcs, D. (2018). Cognitive and emotional math problems largely dissociate: Prevalence of developmental dyscalculia and mathematics

anxiety. *Journal of Educational Psychology*, 110(3), 431–444.

<https://doi.org/10.1037/edu0000222>

Dowker, A. D. (2005). *Individual Differences in Arithmetic: Implications for Psychology Neuroscience and Education*. Hove: Psychology Press.

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? *Frontiers in Psychology*, 7.

<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508>

Eden, C., Heine, A., & Jacobs, A. M. (2013). Mathematics Anxiety and Its Development in the Course of Formal Schooling—A Review. *Psychology*, 04(06), 27–35.

<https://doi.org/10.4236/psych.2013.46a2005>

Fabbrini, A. (2016). *La matematica senza Piaget. Il metodo analogico nella scuola primaria*. Doc Player. <https://docplayer.it/11489012-La-matematica-senza-piaget.html>

Frykholm, J. (2008). *Learning to Think Mathematically with the Rekenrek*. Cloudbreak Pub.

Fuson K.C. (1991). Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In *Les chemins du nombre*, eds. J. Bideaud, C. Meljac, J.P. Fischer (Lille: Presses Universitaires de Lille).

Gallistel C.R., Gelman R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.

Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences* (1st ed.). Basic Books.

Gelman R., Gallistel C.R. (1978). *The child understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Hembree, R. (1990). The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 33. <https://doi.org/10.2307/749455>

- Hill, F., Mammarella, I. C., Devine, A., Caviola, S., Passolunghi, M. C., & Szűcs, D. (2016). Maths anxiety in primary and secondary school students: Gender differences, developmental changes and anxiety specificity. *Learning and Individual Differences, 48*, 45–53. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.02.006>
- Hohnen, B., & Murphy, T. (2016). The optimum context for learning; drawing on neuroscience to inform best practice in the classroom. *Educational & Child Psychology, 33*(1), 75–90.
- Kaufmann, L., & Aster, M. V. (2012). The Diagnosis and Management of Dyscalculia. *Deutsches Aerzteblatt Online*. Published. <https://doi.org/10.3238/arztebl.2012.0767>
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage, 57*(3), 782–795. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.01.070>
- Kucian, K., McCaskey, U., O’Gorman Tuura, R., & Von Aster, M. (2018). Neurostructural correlate of math anxiety in the brain of children. *Translational Psychiatry, 8*(1). <https://doi.org/10.1038/s41398-018-0320-6>
- Kucian, K., Zuber, I., Kohn, J., Poltz, N., Wyschkon, A., Esser, G., & von Aster, M. (2018). Relation Between Mathematical Performance, Math Anxiety, and Affective Priming in Children With and Without Developmental Dyscalculia. *Frontiers in Psychology, 9*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00263>
- Lai, Y., Zhu, X., Chen, Y., & Li, Y. (2015). Effects of Mathematics Anxiety and Mathematical Metacognition on Word Problem Solving in Children with and without Mathematical Learning Difficulties. *PLOS ONE, 10*(6), e0130570. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130570>

- Landerl, K. (2013). Development of numerical processing in children with typical and dyscalculic arithmetic skills—a longitudinal study. *Frontiers in Psychology*, 4. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00459>
- Lave, J., & Wenger, E. (2006). *L'apprendimento situato. Dall'osservazione alla partecipazione attiva nei contesti sociali*. Erickson.
- Lewis A. (1970). The ambiguous word "anxiety". *Int J Psychiatry.*; 9:62-79
- Ligorio, B., & Cacciamani, S. (2013). *Psicologia dell'educazione*. Carocci.
- Looi, C. Y., & Kadosh, R. C. (2019). Dyscalculia. *The Cambridge Encyclopedia of Child Development*, 664–669. <https://doi.org/10.1017/9781316216491.106>
- Lucangeli, D. (2012). *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*. Giunti editore.
- Lucangeli, D., & Tressoldi, P. (2001, August). *La discalculia evolutiva*. <https://www.airipa.it/wp-content/uploads/2013/04/Discalculia-1.pdf>
- Lucangeli, D., & Tressoldi, P. (2002). Lo sviluppo della conoscenza numerica: alle origini del “capire i numeri.” *Giornale Italiano Di Psicologia*, 701–723.
- Maloney, E. A., Risko, E. F., Ansari, D., & Fugelsang, J. (2010). Mathematics anxiety affects counting but not subitizing during visual enumeration. *Cognition*, 114(2), 293–297. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2009.09.013>
- Martin, A. J. (2008). Enhancing student motivation and engagement: The effects of a multidimensional intervention. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 239–269. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2006.11.003>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0023749>
- McCaskey, U., von Aster, M., Maurer, U., Martin, E., O’Gorman Tuura, R., & Kucian, K. (2018). Longitudinal Brain Development of Numerical Skills in Typically Developing

Children and Children with Developmental Dyscalculia. *Frontiers in Human Neuroscience*, 11. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2017.00629>

Most influential theories of learning. (2016, February 24). International Bureau of Education. <http://www.ibe.unesco.org/en/geqaf/annexes/technical-notes/most-influential-theories-learning>

Moustafa, A. A., Porter, A., & Megreya, A. M. (2020). Mathematics anxiety and cognition: an integrated neural network model. *Reviews in the Neurosciences*, 31(3), 287–296. <https://doi.org/10.1515/revneuro-2019-0068>

Mutlu, Y. (2019). Math Anxiety in Students With and Without Math Learning Difficulties. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 11(5), 471–475. <https://doi.org/10.26822/iejee.2019553343>

Nicoletti, R., & Rumiati, R. (2011). *I processi cognitivi*. Il Mulino.

ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD) (2013), PISA 2012 results: ready to learn: students' engagement, drive and self-beliefs (volume III): preliminary version, OECD, Paris, France. (2016), PISA 2015 results: Excellence and Equity in Education, (Volume I), OECD, Paris, France.

Passolunghi, M. C., Caviola, S., De Agostini, R., Perin, C., & Mammarella, I. C. (2016). Mathematics Anxiety, Working Memory, and Mathematics Performance in Secondary-School Children. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00042>

Passolunghi, M. C., de Vita, C., & Pellizzoni, S. (2020). Math anxiety and math achievement: The effects of emotional and math strategy training. *Developmental Science*, 23(6). <https://doi.org/10.1111/desc.12964>

- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G., & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 135*, 25–42. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.001>
- Pizzie, R. G., McDermott, C. L., Salem, T. G., & Kraemer, D. J. M. (2020). Neural evidence for cognitive reappraisal as a strategy to alleviate the effects of math anxiety. *Social Cognitive and Affective Neuroscience, 15*(12), 1271–1287. <https://doi.org/10.1093/scan/nsaa161>
- Punaro, L., & Reeve, R. (2012). Relationships between 9-Year-Olds' Math and Literacy Worries and Academic Abilities. *Child Development Research, 2012*, 1–11. <https://doi.org/10.1155/2012/359089>
- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in Early Elementary School. *Journal of Cognition and Development, 14*(2), 187–202. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.664593>
- Ramirez, G., Shaw, S. T., & Maloney, E. A. (2018). Math Anxiety: Past Research, Promising Interventions, and a New Interpretation Framework. *Educational Psychologist, 53*(3), 145–164. <https://doi.org/10.1080/00461520.2018.1447384>
- Rappo, G., Alesi, M., & Pepi, A. (2014). Ansia, autostima e self-handicapping: un confronto tra bambini con discalculia e apprendimento nella norma. *Psicologia Clinica Dello Sviluppo, 53*–73. <https://doi.org/10.1449/77110>
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology, 19*(6), 551–554. <https://doi.org/10.1037/h0033456>

- Rubinsten, O., & Tannock, R. (2010). Mathematics anxiety in children with developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 6(1), 46. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-6-46>
- Rubinsten, O., Marciano, H., Eidlin Levy, H., & Daches Cohen, L. (2018). A Framework for Studying the Heterogeneity of Risk Factors in Math Anxiety. *Frontiers in Behavioral Neuroscience*, 12. <https://doi.org/10.3389/fnbeh.2018.00291>
- Sahni, B. K. (2017). *MPC-001: Cognitive psychology, learning and memory (IGNOU MA Psychology HelpBook)* (1st ed.). MeetCoogle.
- Samuel, T. S., & Warner, J. (2019). “I Can Math!”: Reducing Math Anxiety and Increasing Math Self-Efficacy Using a Mindfulness and Growth Mindset-Based Intervention in First-Year Students. *Community College Journal of Research and Practice*, 45(3), 205–222. <https://doi.org/10.1080/10668926.2019.1666063>
- Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Berkowitz, T., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2018). Disassociating the relation between parents’ math anxiety and children’s math achievement: Long-term effects of a math app intervention. *Journal of Experimental Psychology: General*, 147(12), 1782–1790. <https://doi.org/10.1037/xge0000490>
- Seel, N. M. (2012). *Encyclopedia of the Sciences of Learning* (2012th ed.). Springer.
- Sergiovanni, T. J. (1994). Organizations or Communities? Changing the Metaphor Changes the Theory. *Educational Administration Quarterly*, 30(2), 214–226. <https://doi.org/10.1177/0013161x94030002007>
- Skinner, B. F. (1953). *Science and human behavior*. New York, NY: Free Press.
- Slater, A., & Bremner, J. G. (2017). *An Introduction to Developmental Psychology*. Wiley.
- Soltanlou, M., Artemenko, C., Dresler, T., Fallgatter, A. J., Ehrlis, A. C., & Nuerk, H. C. (2019). Math Anxiety in Combination With Low Visuospatial Memory Impairs Math

Learning in Children. *Frontiers in Psychology*, 10.

<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00089>

Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210(4473), 1033–1035. <https://doi.org/10.1126/science.7434014>

Stella, G. (2018). *Mio figlio non riesce a leggere e...* Giunti EDU.

Supekar, K., Iuculano, T., Chen, L., & Menon, V. (2015). Remediation of Childhood Math Anxiety and Associated Neural Circuits through Cognitive Tutoring. *Journal of Neuroscience*, 35(36), 12574–12583. <https://doi.org/10.1523/jneurosci.0786-15.2015>

Temple, C.M. (1997). *Developmental cognitive neuropsychology*. London: Psychology Press.

Thomas, M. S. C., Ansari, D., & Knowland, V. C. P. (2018). Annual Research Review: Educational neuroscience: progress and prospects. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 60(4), 477–492. <https://doi.org/10.1111/jcpp.12973>

Träff, U., Olsson, L., Östergren, R., & Skagerlund, K. (2017). Heterogeneity of Developmental Dyscalculia: Cases with Different Deficit Profiles. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.02000>

VanMarle, K. (2015). Foundations of the Formal Number Concept. *Evolutionary Origins and Early Development of Number Processing*, 175–199. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-420133-0.00007-7>

Wang, Z., Hart, S. A., Kovas, Y., Lukowski, S., Soden, B., Thompson, L. A., Plomin, R., McLoughlin, G., Bartlett, C. W., Lyons, I. M., & Petrill, S. A. (2014). Who is afraid of math? Two sources of genetic variance for mathematical anxiety. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 55(9), 1056–1064. <https://doi.org/10.1111/jcpp.12224>

Wigfield, A., & Meece, J. L. (1988). Math anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of Educational Psychology*, 80(2), 210–216.
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.2.210>

World Health Organization. (1992). *The ICD-10 Classification of Mental and Behavioural Disorders: Clinical Descriptions and Diagnostic Guidelines* (1st ed.). World Health Organization.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1–B11. [https://doi.org/10.1016/s0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/s0010-0277(99)00066-9)

Young, C. B., Wu, S. S., & Menon, V. (2012). The Neurodevelopmental Basis of Math Anxiety. *Psychological Science*, 23(5), 492–501.
<https://doi.org/10.1177/0956797611429134>