



UNIVERSITÀ DI PARMA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile e Architettura

Ciclo XXXII

**UN SOLUTORE 2D ALLE ACQUE BASSE PARALLELIZZATO SU GPU
PER LA MODELLISTICA IDRODINAMICA A SCALA DI BACINO**

Relatore:

Chiar.ma Prof. Francesca Aureli

Tutor:

Chiar.mo Prof. Paolo Mignosa

Coordinatore del Dottorato:

Chiar.mo Prof. Andrea Carpinteri

Dottorando:

Federico Prost

Anni 2016/2019

*“... La vita non è aspettare che passi la tempesta,
ma imparare a ballare sotto la pioggia ...”*

Mahatma Gandhi

Ringraziamenti

Desidero ringraziare in special modo il mio Relatore Francesca Aureli per la disponibilità e la competenza con cui ha seguito e indirizzato questo lavoro di tesi. Desidero porgere un sentito ringraziamento al Professor Paolo Mignosa, mio Tutor, per la sua scrupolosa e continua curiosità, fonte di ispirazione. Ringrazio Renato Vacondio, per i preziosi e concreti suggerimenti che hanno costantemente stimolato la mia ricerca. Un grazie particolare va a Susanna Dazzi e ad Alessia Ferrari, per la pazienza e il costante supporto, e ad Alessandro Dal Palù, per i preziosi consigli sulla programmazione CUDA. Ringrazio di cuore anche la collega Valeria Todaro con cui ho condiviso una parte della ricerca. Grazie anche alla Professoressa Maria Giovanna Tanda, ad Andrea Maranzoni, a Marco d'Oria, ad Andrea Zanini e in generale a tutto il gruppo di ricerca di Idraulica e Costruzioni Idrauliche dell'Università degli Studi di Parma, per l'aiuto e per il clima positivo, costruttivo e stimolante che riesce a creare durante ogni giornata di lavoro.

Grazie ai miei genitori senza i quali nulla di tutto questo sarebbe stato possibile. Grazie a Giulia per tutto quello che ogni giorno condividiamo.

Abstract

Il presente studio si sviluppa nell'ambito delle tematiche relative alla simulazione di processi idraulici ed idrologici tramite modellazione numerica bidimensionale. Diversi studi in letteratura hanno dimostrato che l'approccio 2D alle acque basse può essere applicato con profitto alla simulazione dei fenomeni di allagamento anche al fine della progettazione di interventi di difesa e come ausilio alla stesura di piani di protezione civile. Al momento attuale tuttavia i modelli numerici di simulazione basati su tale approccio non sono diffusamente utilizzati dai portatori di interesse principalmente per l'onere computazionale dei tradizionali modelli seriali e per la scarsa flessibilità delle schematizzazioni di più frequente utilizzo che non consente l'applicazione dei codici alle situazioni di interesse pratico. Per superare queste limitazioni, già evidenti nel recente passato, è pertanto indispensabile giungere allo sviluppo di modelli 2D flessibili ed efficienti in grado di consentire la modellazione dei fenomeni di allagamento in maniera congiunta nel corso d'acqua e nell'area inondabile, possibilmente ad alta risoluzione. Ciò può essere ottenuto sia grazie alla crescente diffusione dei modelli digitali del terreno acquisiti con tecnica LiDAR alla risoluzione spaziale dell'ordine del

metro (o anche inferiore) sia grazie a tecniche di calcolo parallelo di recente sviluppo che sfruttano il linguaggio CUDA su scheda grafica. I modelli basati su tale architettura sono ormai in grado di simulare, con elevata accuratezza e ridotti tempi di calcolo, l'evoluzione dell'allagamento conseguente ad una esondazione od una rottura arginale, anche concomitante con una piena fluviale. È quindi evidente quanto il costante affinamento in termini di accuratezza ed efficienza computazionale degli strumenti di modellazione sia indispensabile per favorirne una più diffusa applicazione dando luogo a positive ricadute sociali, a salvaguardia di vite umane e beni mobili ed immobili. La tesi si concentra sullo studio dei principali processi che governano la formazione del deflusso di piena e sulla successiva implementazione di opportuni algoritmi all'interno di un codice già presente e utilizzato per simulazioni idrauliche relative a sola propagazione. La risoluzione delle equazioni alle acque basse per i fenomeni legati allo scorrimento superficiale presenta però diverse problematiche indotte soprattutto dalle modeste profondità idriche che governano tali processi. Per tale motivo si sono introdotte nel modello opportune formulazioni dei termini sorgente e tecniche alternative per l'individuazione delle grandezze indispensabili per il calcolo delle variabili all'intercella, al fine di pervenire ad una gestione integrata di trasformazione afflussi-deflussi e propagazione idraulica. Uno degli obiettivi della presente attività di ricerca è stato anche il superamento delle originarie limitazioni del modello disponibile. Ciò ha consentito di effettuare simulazioni ad alta risoluzione (2-10 m) a scala di bacino su domini di diverse centinaia di chilometri quadrati, con tempi di calcolo pari ad una frazione del tempo reale. Per consentire la gestione ed il trattamento del dato sulla base di modelli del terreno ad alta risoluzione, costituiti da molte decine di milioni di celle, è stato necessario sviluppare una parte specifica di codice, dedicata al pre-processamento delle griglie di input per consentire il superamento delle limitazioni dettate dalla memoria della CPU in fase di lettura iniziale delle mappe ad alta risoluzione.

Ulteriori obiettivi dello studio sono stati lo sviluppo e la successiva implementazione nel suddetto codice di un modello idrologico distribuito dedicato alla depurazione delle precipitazioni in ingresso per consentire la simulazione dei fenomeni

di scorrimento superficiale conseguenti ad eventi di precipitazione a scala di bacino. L'accoppiamento del modello di depurazione alle equazioni alle acque basse, sfruttando la parallelizzazione del codice attraverso l'architettura CUDA, garantisce la ricostruzione realistica dell'onda di piena osservata alla sezione di chiusura del bacino di interesse, consentendo la simulazione, in tempi di calcolo molto inferiori al tempo fisico, di processi che normalmente richiedono notevole potenza computazionale e tempi di simulazione molto lunghi. Per validare le modifiche apportate al codice preesistente si sono riprodotti numerosi casi test presenti in letteratura e si sono modellati diversi eventi reali occorsi nel recente passato su alcuni corsi d'acqua della regione Emilia-Romagna, al fine di valutare l'effettiva capacità del modello di ricostruire i fenomeni alluvionali oggetto di interesse.

Molta importanza dal punto di vista della simulazione di eventi reali riveste ovviamente la calibrazione dei modelli di simulazione che può essere condotta sulla base di osservazioni acquisite in corso d'evento. Con la finalità di sfruttare al meglio tale informazione è stata quindi implementata una procedura inversa, basata sui filtri di Kalman, avente la finalità di stimare i desiderati parametri idraulici ed idrologici sulla base delle osservazioni disponibili al fine di poter ricostruire al meglio eventi di piena osservati ed il comportamento reale del bacino.

Abstract

Sommario

Abstract	i
Sommario	v
Indice delle Figure	ix
Indice delle Tabelle	xvii
1. Introduzione	1
2. Modello Idraulico	7
2.1 Schema Numerico	7
2.2 Sviluppo del Codice CUDA.....	20
2.3 Termine Sorgente di precipitazione	24
2.3.1 Inserimento dell'informazione pluviometrica	24
2.3.2 Metodi per la depurazione della pioggia	25

3. Validazione del modello numerico	31
3.1 Soluzione analitica dell'onda cinematica	32
3.2 Casi test considerati.....	38
3.2.1 Casi test monodimensionali.....	39
3.2.2 Casi test bidimensionali.....	55
4. Applicazione del modello alla simulazione di eventi reali	91
4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza.....	92
4.1.1 Modello digitale del terreno (DTM).....	94
4.1.2 Dati pluviometrici.....	97
4.1.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio.....	100
4.1.4 Risultati e confronti	102
4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure	115
4.2.1 Modello digitale del terreno (DTM).....	117
4.2.2 Mappe radar di precipitazione	118
4.2.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio.....	120
4.2.4 Analisi di sensitività al passo della griglia di calcolo.....	122
4.2.5 Risultati e confronti	128
4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza.....	137
4.3.1 Modello digitale del terreno (DTM).....	139
4.3.2 Dati pluviometrici.....	141
4.3.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio.....	144
4.3.4 Risultati e confronti.....	146

5. Calibrazione del modello con un metodo ES-MDA	155
5.1 Metodo ES-MDA.....	156
5.2 Accoppiamento di Parflood Rain e ES-MDA	159
5.3 Casi sintetici e risultati	160
5.4 Evento reale e risultati.....	166
6. Conclusioni	169
Bibliografia	173

Indice delle Figure

Figura 2.1: Struttura della griglia BUQ (a sinistra) e relativa allocazione in memoria (a destra)	20
Figura 2.2: Gruppi idrologici dei suoli.....	27
Figura 2.3: Valori del Curve Number CN per aree urbane	28
Figura 3.1: Schematizzazione del bacino V-shaped.....	34
Figura 3.2: Schematizzazione del dominio per i casi test 1D – 1, 2 e 3.....	40
Figura 3.3: Caso Test 1D - 1, idrogrammi di portata specifica alla sezione di chiusura	40
Figura 3.4: Caso Test 1D - 2, portata specifica nella sezione di chiusura al variare della pendenza della falda.....	42
Figura 3.5: Caso Test 1D - 3, idrogrammi di velocità alla sezione di chiusura per i casi test A e B.....	43
Figura 3.6: Caso Test 1D - 4, idrogrammi di velocità alla sezione di chiusura per i casi test A e B.....	46
Figura 3.7: Schematizzazione del dominio per il caso test 1D – 5.....	47

Indice delle Figure

Figura 3.8: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso A (condizioni I e II).....	49
Figura 3.9: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso B (condizioni I e II).....	49
Figura 3.10: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso C (condizioni I e II)	50
Figura 3.11: Caso Test 1D - 6, quota idrica iniziale nel campo di moto	51
Figura 3.12: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 160$ s.....	52
Figura 3.13: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 175$ s.....	52
Figura 3.14: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 220$ s.....	53
Figura 3.15: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 160$ s.....	53
Figura 3.16: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 175$ s.....	54
Figura 3.17: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 220$ s.....	54
Figura 3.18: Caso Test 2-D -1, dominio di calcolo	56
Figura 3.19: Caso Test 2D – 1, idrogramma di portata specifica in uscita dal nodo di outlet	56
Figura 3.20: Caso Test 2D –2, ietogramma di pioggia adottato in ingresso	58
Figura 3.21: Caso Test 2D – 2, idrogramma di portata specifica in uscita al nodo (500,400).....	58
Figura 3.22: Caso Test 2D – 3A, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo.....	60
Figura 3.23: Caso Test 2D – 3B, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo.....	60
Figura 3.24: Caso Test 2D – 3 A, passo di calcolo adimensionalizzato per le differenti griglie di calcolo	61
Figura 3.25: Caso Test 2D – 3 B, passo di calcolo adimensionalizzato per le differenti griglie di calcolo	62
Figura 3.26: Caso Test 2D – 3 A, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo, schema al II ordine	64

Figura 3.27: Caso Test 2D – 3 B, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo, schema al II ordine	64
Figura 3.28: Caso Test 2D - 4, dominio del caso B.2 con 10 x 10 edifici in linea.....	67
Figura 3.29: Caso Test 2D - 4, dominio del caso E.2 con 5 x 5 edifici in configurazione sfalsata	69
Figura 3.30: Caso Test 2D - 4, portata specifica per simulazioni in assenza di edifici ..	70
Figura 3.31: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t' per simulazioni in assenza di edifici	70
Figura 3.32: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in assenza di edifici	71
Figura 3.33: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di 10 x 10 edifici allineati	72
Figura 3.34: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di edifici in differenti configurazioni allineate	73
Figura 3.35: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di edifici in differenti configurazioni sfalsate	74
Figura 3.36: Caso Test 2D - 5: schematizzazione del bacino, dominio V-Shaped	75
Figura 3.37: Caso Test 2D - 5, griglia multirisoluzione utilizzata	76
Figura 3.38: Caso Test 2D - 5, idrogrammi di portata nella sezione terminale del versante e del canale	77
Figura 3.39: Caso Test 2D - 6, idrogrammi di portata specifica in alcuni nodi della griglia di calcolo	78
Figura 3.40: Caso Test 2D - 7, schematizzazione del test di Thacker con superficie idrica piana.....	79
Figura 3.41: Caso Test 2D - 7, andamento delle profondità idriche nei punti 1, 2 e 3, caso della superficie idrica piana	81
Figura 3.42: Caso Test 2D - 7, mappe delle quote idriche al variare del tempo, caso della superficie idrica piana	82

Indice delle Figure

Figura 3.43: Caso Test 2D - 7, condizione iniziale del test di Thacker con superficie idrica a forma di paraboloido	83
Figura 3.44: Caso Test 2D - 7, griglia a multirisoluzione adottata per il test di Thacker con superficie idrica a forma di paraboloido	85
Figura 3.45: Caso Test 2D - 7, profilo idrico lungo un piano verticale passante per il centro del paraboloido, caso della superficie idrica a forma di paraboloido	86
Figura 3.46: Caso Test 2D - 7, andamento nel tempo della quota idrica nell'origine del paraboloido al variare della griglia, caso della superficie idrica a forma di paraboloido	87
Figura 3.47: Caso Test 2D - 8, quota idrica al tempo $t=5400$ s.....	88
Figura 3.48: Caso Test 2D - 8, profili relativi alla quota e alla velocità idrica lungo la diagonale passante per i vertici dei paraboloidi	89
Figura 4.1: Bacini dei torrenti Parma e Baganza	93
Figura 4.2: Crollo del ponte storico della Navetta	94
Figura 4.3: Modelli digitali del terreno disponibili per i bacini di Parma e Baganza.....	95
Figura 4.4: Griglia a multirisoluzione spaziale a partire dalla griglia cartesiana a passo 2 m, bacino dei torrenti Parma e Baganza.....	96
Figura 4.5: Griglia a multirisoluzione spaziale a partire dalla griglia cartesiana a passo 4 m, bacino dei torrenti Parma e Baganza.....	97
Figura 4.6: Stazioni di misura presenti nel bacino dei torrenti Parma e Baganza	98
Figura 4.7: Ietogrammi di pioggia relativi all'evento modellato sui bacini di Parma e Baganza.....	99
Figura 4.8: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino di Parma e Baganza.....	101
Figura 4.9: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati nel bacino dei torrenti Parma e Baganza.....	102
Figura 4.10: Batimetria del bacino dei torrenti Parma e Baganza.....	103
Figura 4.11: Condizioni al contorno di livello e di portata alla cassa di espansione sul torrente Parma.....	104
Figura 4.12: Sezioni di confronto per il bacino dei torrenti Parma Baganza	105

Figura 4.13: Idrogramma di portata transitante nella Sezione 8	106
Figura 4.14: Idrogramma di portata transitante nella Sezione 10	107
Figura 4.15: Idrogramma di portata transitante nella Sezione 16	108
Figura 4.16: Estensione dell'allagamento rilevato e calcolato per l'evento alluvionale sui torrenti Parma e Baganza	110
Figura 4.17: Profondità idriche calcolate e perimetro rilevato dell'allagamento per l'evento alluvionale sui torrenti Parma e Baganza	111
Figura 4.18: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l'evento del 13/10/2014 sui bacini dei torrenti Parma e Baganza	112
Figura 4.19: Mappa delle massime profondità idriche per l'evento del 13/10/2014 sui bacini dei torrenti Parma e Baganza.....	113
Figura 4.20: Bacino del torrente Nure oggetto di studio	116
Figura 4.21: Sponda sinistra del torrente Nure in prossimità dell'abitato di Farini prima (sopra) e dopo (sotto) l'evento alluvionale del 13-15 settembre 2015	116
Figura 4.22: Modelli digitali del terreno disponibili per il bacino del Nure	118
Figura 4.23: Area di acquisizione del Radar meteorologico di Gattatico	119
Figura 4.24: Mappa dei totali di precipitazione dedotti dalle mappe radar	120
Figura 4.25: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino del Nure	121
Figura 4.26: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati per il bacino Nure.....	122
Figura 4.27: Batimetria utilizzata per la simulazione sul bacino del torrente Nure	123
Figura 4.28: Sezioni di chiusura dei sottobacini montani del bacino del Nure	124
Figura 4.29: Idrogrammi di piena ottenuti con le diverse griglie cartesiane	125
Figura 4.30: Griglia 1 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure.....	126
Figura 4.31: Griglia 2 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure.....	127
Figura 4.32: Griglia 3 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure.....	128
Figura 4.33: Livelli idrici registrati sul torrente Nure presso il ponte di Farini	130
Figura 4.34: Quote idriche massime rilevate (in rosso)e calcolate (in blu) nell'intorno dell'abitato di Farini.....	131

Indice delle Figure

Figura 4.35: Quote e velocità idriche al passaggio del colmo presso l’abitato di Farini	132
Figura 4.36: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l’evento del 14/09/2015 sul bacino del torrente Nure	133
Figura 4.37: Mappa delle massime profondità idriche per l’evento del 14/09/2015 sul bacino del torrente Nure.....	134
Figura 4.38:Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione (confluenza torrenti Lardana e Lavaiana nel Nure presso Boli)	135
Figura 4.39: Bacino del torrente Enza oggetto di studio	138
Figura 4.40: Cedimento arginale sul torrente Enza in località Lentigione (RE)	139
Figura 4.41: Modelli digitali del terreno disponibili per il bacino del torrente Enza ...	140
Figura 4.42: Griglia di calcolo adottata per il bacino del torrente Enza.....	141
Figura 4.43: Stazioni pluviometriche identificate nel bacino del torrente Enza.....	142
Figura 4.44: Ietogrammi di pioggia per le stazioni pluviometriche sul bacino dell’Enza	143
Figura 4.45: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino dell’Enza ...	145
Figura 4.46: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati per il bacino dell’Enza	146
Figura 4.47: Batimetria utilizzata per la simulazione relativa al bacino dell’Enza	147
Figura 4.48: Sezioni di confronto per il bacino del torrente Enza.....	148
Figura 4.49: Traversa in località Guardasone sul torrente Enza	148
Figura 4.50: Idrogrammi di piena osservati e ricostruiti nella sezione 3 in località Vetto d’Enza	150
Figura 4.51: Idrogrammi di piena ricostruiti nella sezione 4 in località Guardasone...	151
Figura 4.52: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l’evento del 12/12/2017 sul bacino del torrente Enza	153
Figura 4.53: Mappa delle massime profondità idriche per l’evento del 12/12/2017 sul bacino del torrente Enza.....	154
Figura 5.1: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il dominio V-Shaped..	161
Figura 5.2: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA, caso 1 ...	163

Figura 5.3: Griglia multirisoluzione per il caso sintetico relativo al torrente Baganza	164
Figura 5.4: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA per il caso 2	165
Figura 5.5: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA per il caso reale.....	167

Indice delle Tabelle

Tabella 2.1: Classi di condizione di umidità antecedente AMC	28
Tabella 3.1: Soluzione analitica del problema cinematico sulla falda	37
Tabella 3.2: Andamento della precipitazione per il Caso test 1D - 3	45
Tabella 3.3: Pendenze del dominio ed intensità di precipitazione considerata	47
Tabella 3.4: Caso Test 2D – 3, set di velocità iniziali	59
Tabella 3.5: RMSE scarto quadratico medio delle velocità idriche simulate rispetto a quelle di moto uniforme	63
Tabella 3.6: Caso Test 2D - 4, caratteristiche dei casi analizzati	67
Tabella 3.7: Caso Test 2D - 4, differenti configurazioni con edifici in linea	68
Tabella 3.8: Caso Test 2D - 4, differenti configurazioni con edifici sfalsati	68
Tabella 4.1: Totali di pioggia cumulati per i pluviometri del bacino Parma Baganza ...	99
Tabella 4.2: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino dei torrenti Parma e Baganza.....	101
Tabella 4.3: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino del Nure.....	121

Indice delle Tabelle

Tabella 4.4: Tempi di calcolo e numero di celle per le diverse griglie analizzate	129
Tabella 4.5: Totali di pioggia cumulati per ciascuna stazione pluviometrica del bacino dell'Enza	144
Tabella 4.6: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino dell'Enza	145
Tabella 5.1: Relazione tra indice e valore di CN per il dominio V-Shaped	161
Tabella 5.2: Coefficienti di riferimento e stimati dal metodo per il caso 1	162
Tabella 5.3: Coefficienti di riferimento e stimati dal metodo per il caso 2	165
Tabella 5.4: Parametri stimati dal metodo ES-MDA per il caso reale	167

1. Introduzione

Affrontata a partire dai primi anni '70 [1] in poi [2], [3], la modellazione numerica distribuita di fenomeni di scorrimento superficiale e contestuale propagazione nel reticolo fluviale è oggi sempre più applicata al fine di meglio comprendere e rappresentare le caratteristiche dei fenomeni alluvionali [4–11] che negli ultimi anni appaiono in sensibile incremento con conseguente aggravarsi delle ripercussioni sociali ed economiche. Le alluvioni che di recente hanno colpito molte popolazioni in ogni parte del mondo, quale prezzo da pagare per la sconsiderata gestione del territorio e conseguenti anche ai cambiamenti climatici, sono in generale caratterizzate da fenomeni di scorrimento superficiale rapidamente vario come conseguenza di improvvise e complesse risposte dei bacini a precipitazioni sempre più intense. Con una funesta prospettiva di continuo incremento, questi fenomeni si collocano tra i più pericolosi in Europa in termini di persone coinvolte e vittime con un impatto di oltre 5.8 miliardi di euro di perdita economica all'anno nel periodo 2013-2017 [12]. A causa inoltre della crescente urbanizzazione di aree a ridosso dei corsi d'acqua suscettibili di inondazione, un sempre crescente numero di persone risulta esposto ad elevato rischio alluvionale. Lo

sviluppo e l'applicazione di strumenti in grado di fornire rapide ed accurate previsioni utili alla gestione del rischio alluvionale risultano pertanto cruciali al fine di ottenere una riduzione dei danni conseguenti a tali fenomeni. Spesso nel passato sono stati utilizzati modelli idrologici od idrodinamici semplificati per modellare eventi di questo tipo a scala di bacino [13–16]. Sfortunatamente in generale gli approcci semplificati non sono però in grado di ricostruire adeguatamente le rapide risposte dei bacini fluviali ed i complessi fenomeni di scorrimento superficiale allo scopo di prevedere con accuratezza tiranti idrici e velocità locali della corrente in ogni punto del campo di moto. La ridotta rappresentazione della fisica dei fenomeni ha spesso inoltre come conseguenza una sensibile dipendenza dalla parametrizzazione dei modelli matematici semplificati adottati. I modelli idrologici per lo studio dei fenomeni di piena sono stati in passato caratterizzati da crescente grado di complessità a partire dai modelli concentrati che trattano il processo di trasformazione nella sua interezza comportandosi come una scatola nera in grado di trasformare una sollecitazione pluviometrica in ingresso in un idrogramma di piena in uscita, non in grado di rappresentare nel dettaglio la variabilità spaziale del fenomeno, [17], fino ai modelli distribuiti, in grado di operare a partire dalla distribuzione spaziale della sollecitazione idrometeorologica fornita in ingresso restituendo le caratteristiche della corrente idrica al variare della posizione sul bacino oggetto di studio e consentendo quindi di rappresentare in maniera dettagliata i reali meccanismi di propagazione [18–20]. Questi ultimi modelli hanno inoltre beneficiato in tempi recenti delle più avanzate tecnologie di telerilevamento che rendono possibile una conoscenza distribuita della geometria terrestre e delle forzanti idro-meteo [21].

In anni recenti molte investigazioni sono state condotte al fine di dimostrare che i modelli distribuiti 2D alle acque basse (*SWE*) possono essere utilizzati in modo assai soddisfacente per la modellazione di eventi di piena a scala di bacino, sia allo scopo di meglio comprendere quanto accaduto sul territorio in occasione di eventi reali, che con la finalità di mettere in opera misure di prevenzione dal danno alluvionale [4–6,8,10,21–23]. Nel loro complesso infatti i modelli idrodinamici completi bidimensionali sono in grado di simulare con accuratezza le dinamiche di scorrimento superficiale e di

allagamento, sono meno dipendenti dalla parametrizzazione e possono fornire affidabili predizioni relativamente alla trasformazione afflussi-deflussi e della conseguente propagazione dei fronti di piena. Sfortunatamente questi modelli sono molto onerosi dal punto di vista computazionale se applicati alla simulazione di eventi di lunga durata su bacini di estesa dimensione ed in caso di risoluzione spaziale elevata [24]. L'adozione di una risoluzione spaziale grossolana alla scala di bacino può infatti purtroppo inficiare l'adozione di un modello completo in termini di accuratezza della ricostruzione. Tra i modelli completi più di frequente adottati per la risoluzione delle equazioni del movimento, quelli alla *Godunov* ai volumi finiti del tipo *shock capturing* si dimostrano particolarmente adatti a risolvere i complessi fenomeni di moto rapidamente variato che possono manifestarsi su un bacino fluviale, anche in presenza di termini sorgente di natura pluviometrica. Possono tuttavia sorgere problemi di natura numerica all'applicazione di tali modelli relativamente alla modellazione di fenomeni di scorrimento su una topografia accidentata quando la corrente è caratterizzata da tiranti idrici di limitatissima o limitata entità. Per evitare il collasso dei modelli a causa delle instabilità numeriche che possono ingenerarsi al movimento dei fronti d'onda oggetto di interesse, in presenza di pendenza e resistenza e con la finalità di rendere migliore l'efficienza computazionale, approssimazioni di diversa natura sono state nel passato implementate nei codici di calcolo [5,25–29].

L'approssimazione cinematica (*KWA*) semplifica l'equazione di bilancio dei flussi di quantità di moto trascurando i termini inerziali e di pressione. Questo tipo di semplificazione è stata molto popolare agli albori della modellazione numerica per l'efficienza computazionale e la robusta capacità di individuazione dei percorsi di propagazione che la caratterizzano. Il modello diffusivo (*DWA*) prevede invece che nell'equazione del movimento vengano trascurati i termini inerziali, degradando il sistema iperbolico originario ad un modello parabolico. Questo secondo tipo di semplificazione è tradizionalmente accettata sulla base dell'assunzione che l'allagamento delle regioni pianeggianti è caratterizzato da una propagazione che può in qualche misura intendersi come lenta. Come avviene per l'approssimazione cinematica

anche per quella diffusiva si ottiene un sistema di equazioni semplificato la cui risoluzione offre positive ricadute in termini di contenimento dei tempi di calcolo. Sfortunatamente, purtroppo, nelle regioni caratterizzate dalla presenza di infrastrutture stradali, ferrovie, rilevati arginali od in ambiente urbano dove le dinamiche di allagamento possono essere fortemente influenzate dalla presenza di strade ed edifici ed ove le principali variabili del fenomeno variano rapidamente nello spazio e nel tempo, la simulazione dei fenomeni di allagamento condotta con modelli semplificati può dare origine ad approssimazioni non accettabili [30]. Per questa ragione sarebbe infatti opportuno effettuare analisi in corso di simulazione allo scopo di valutare, sulla base di opportune metodologie e della conoscenza di alcuni parametri, se per il fenomeno in esame il modello semplificato rappresenti un'accettabile approssimazione delle equazioni alle acque basse e quindi l'algoritmo semplificato possa essere adottato con confidenza. Uno dei possibili parametri da investigarsi può ad esempio essere rappresentato dal numero d'onda cinematico (*kinematic wave number*), funzione della pendenza del fondo e della profondità idrica che rappresenta l'importanza relativa dei differenti termini dell'equazione di bilancio del flusso della quantità di moto. Al contrario un modello completo può essere adottato in qualsiasi circostanza e con un elevato grado di dettaglio, fatto salvo che sia adeguatamente nota la geometria del dominio, e viene per questa ragione preferito [31].

L'efficienza computazionale è senz'altro della massima importanza nella simulazione numerica di eventi alluvionali alla scala di bacino con la finalità di prevenzione dei disastri e protezione civile. Il numero delle celle di calcolo può infatti essere assai elevato qualora bacini fluviali di svariate centinaia di chilometri quadrati debbano essere rappresentati con una risoluzione spaziale adeguata a descrivere correttamente le caratteristiche geometriche del territorio, delle opere infrastrutturali, del costruito e del reticolo fluviale. In aggiunta la complessità computazionale supera quella della tradizionale modellazione idrodinamica fluviale. Per questa ragione esclusivamente l'adozione di una tecnologia computazionale ad alta efficienza può permettere una drastica riduzione dei tempi di calcolo. Ciò permetterebbe ad esempio

l'allestimento di sistemi di allarme in corso d'evento sulla base delle risultanze del calcolo effettuato a partire da previsioni idro-meteo in tempo reale per fenomeni rapidi caratterizzati da tempi di evoluzione dell'ordine delle poche ore [32–38]. Schemi numerici paralleli basati su tecniche MPI (*Message Passing Interface*) o GPU (*Graphic Processing Units*) capaci di permettere simulazioni altrimenti proibitive grazie agli elevati rapporti tra tempi fisici simulati e tempi di calcolo sono di recente stati sviluppati [39]. La maggioranza dei modelli accelerati su GPU è tuttavia basata sull'adozione di griglie di calcolo Cartesiane aventi risoluzione uniforme, caratterizzate da due maggiori limitazioni: (i) la medesima risoluzione deve essere adottata nella descrizione dell'intero dominio, (ii) la forma del dominio deve essere comunque rettangolare, qualsiasi sia il numero di celle facenti parte del bacino di interesse potenzialmente destinate ad essere coinvolte dall'allagamento. L'adozione di griglie a struttura non uniforme ha di recente riscosso notevole interesse nella letteratura del settore [34,40–42]. La possibilità di adottare una risoluzione elevata e griglie multi-risoluzione permette infatti di ottenere un'accurata descrizione della topografia anche in quelle aree in cui la presenza di opere infrastrutturali e rilevati arginali può fortemente condizionare le dinamiche di allagamento. Talvolta elementi infrastrutturali lineari o sub-lineari del tipo di quelli citati vengono trattati come elementi monodimensionali in corrispondenza dei quali vengono introdotte opportune condizioni interne, assumendo che il moto sia monodirezionale ed ortogonale agli stessi nel caso della loro traccimazione [43,44]. Questo tipo di schematizzazione conduce purtroppo ad un'elevata complessità nell'allestimento dei modelli ed impedisce la corretta riproduzione dei fenomeni locali che possono manifestarsi in corrispondenza degli elementi citati all'atto della propagazione dei fronti di allagamento.

Obiettivo di questo studio è pertanto l'implementazione dell'evoluzione di un modello parallelizzato su GPU per la risoluzione delle equazioni idrodinamiche alle acque basse nell'approccio bidimensionale, basato su un nuovo tipo di griglia non uniforme denominata BUQ (*Block-Uniform-Quadtree*) per la simulazione di processi di trasformazione afflussi-deflussi e propagazione idrodinamica alla scala di bacino

idrografico [39,42]. Il modello è caratterizzato da una discretizzazione esplicita centrata ai volumi finiti che soddisfa la condizione statica di acqua in quiete (*C-property*), accurato al secondo ordine nel tempo e nello spazio e basato sulla ricostruzione di una profondità idrica positiva all'intercella. Per la particolare struttura dell'algoritmo di risoluzione lo schema è stabile dal punto di vista numerico anche all'atto della propagazione di flussi di scorrimento superficiale di limitata profondità. La particolare struttura della griglia di calcolo adottata permette di assicurare un'elevata risoluzione ove desiderato, per tutte le celle appartenenti ad un certo insieme di elementi computazionali, denominato blocco, consentendo altresì diverse risoluzioni per i blocchi adiacenti [45] comportando quindi una significativa riduzione dei tempi di calcolo e della memoria allocata rispetto alle tradizionali griglie Cartesiane ad alta risoluzione.

La tesi è così organizzata: nel capitolo 2 viene descritto il modello idraulico sviluppato per la simulazione numerica distribuita di fenomeni di scorrimento superficiale; successivamente a scopo di validazione, vengono presentati nel capitolo 3, i risultati relativi alla simulazione¹ di numerosi casi test mono e bidimensionali tipicamente affrontati in letteratura, mentre nel capitolo 4 si mostrano i risultati ottenuti dall'applicazione del modello alla simulazione di alcuni eventi alluvionali su bacini reali di alcuni corsi d'acqua della regione Emilia-Romagna. Nel capitolo 5, infine, si è affrontata la possibilità di calibrare il modello con un innovativo metodo ES-MDA (*Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation*) [46,47] basato sui filtri di Kalman che attraverso un processo iterativo di simulazioni prevede di tarare i desiderati parametri idraulici ed idrologici sulla base delle osservazioni disponibili. Nel capitolo 6 sono tratte alcune conclusioni in merito allo studio condotto e si fa cenno a possibili sviluppi futuri.

¹ Per tutte le simulazioni effettuate nel presente lavoro si è utilizzato il cluster HPC (*High Performance Computing*) dell'Università di Parma, composto da 2 nodi di calcolo (INTEL XEON E5-2683v4 2.1GHz 16c) in cui sono presenti 14 schede GPU NVIDIA Tesla P-100 (32 Cores 128 GB 4.7 TFlops).

2. Modello Idraulico

2.1 Schema Numerico

Il modello numerico adottato risolve le equazioni complete alle acque basse bidimensionali (2D *SWEs* - *Shallow Water Equations*), attraverso uno schema ai volumi finiti (FV - *Finite Volume*), accurato al secondo ordine nel tempo e nello spazio. Il modello è parallelizzato sulle GPUs (*Graphic Processing Units*) delle schede video NVIDIA tramite architettura CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) e lavora su griglie con celle quadrate a risoluzione spaziale variabile (griglie BUQ - *Block Uniform Quadtree*), di cui si dirà meglio nel seguito. Rispetto ad altri tipi di architettura la particolare discretizzazione adottata conduce a tempi di calcolo significativamente ridotti nella simulazione di fenomeni di moto vario su batimetrie di dimensione anche assai notevole, mediante la rappresentazione del dominio di calcolo tramite blocchi di celle a risoluzione spaziale uniforme, se necessario variabile da blocco a blocco secondo la particolare gerarchia di origine *Quadtree*.

2.1 Schema Numerico

A partire dai principi fisici della conservazione della massa e del flusso della quantità di moto, assumendo che la distribuzione della pressione sia idrostatica e quindi le accelerazioni verticali trascurabili, che il fluido sia incomprimibile, che la scala delle lunghezze orizzontali sia molto più grande di quella verticale e che siano trascurabili gli effetti della viscosità, è possibile derivare le equazioni *SWE*, ottenendo un sistema bidimensionale di equazioni differenziali parziali di tipo iperbolico dipendenti dal tempo [48]:

$$\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{U} dA + \int_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dC = \int_A (\mathbf{S}_r + \mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_f) dA . \quad (2.1)$$

Nelle (2.1) A è l'area dell'elemento di integrazione, C il contorno dello stesso, \mathbf{n} è il vettore uscente normale a C , \mathbf{U} è il vettore delle variabili conservate ed $\mathbf{H}=(\mathbf{F},\mathbf{G})$ è il tensore dei flussi in direzione x e y :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}gh^2 \\ uvh \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix} . \quad (2.2)$$

Nelle (2.2) h rappresenta la profondità idrica, u e v sono le componenti della velocità rispettivamente in direzione x e y e g il modulo dell'accelerazione di gravità.

Per la simulazione dei fenomeni idrodinamici a partire dalle precipitazioni, ai consueti termini sorgente di pendenza \mathbf{S}_0 e di resistenza \mathbf{S}_f , è stato aggiunto il termine sorgente dovuto agli apporti dovuti alla pioggia, denominato \mathbf{S}_r :

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial z}{\partial x} \\ -gh \frac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{n_f^2 u \sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}} \\ -gh \frac{n_f^2 v \sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}_r = \begin{bmatrix} r - f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (2.3)$$

Nelle (2.3) z rappresenta la quota di fondo, n_f è il coefficiente di scabrezza espresso secondo la formulazione di Manning, r ed f sono l'intensità di pioggia (*rainfall intensity*) e di infiltrazione (*infiltration rate*).

Il modello di calcolo PARFLOOD, da cui trae origine il presente solutore, al fine di ottenere un bilancio tra i flussi e i termini sorgente utilizza la formulazione di Liang and

Borthwick [49], che garantisce la *C-property* rispetto alla discretizzazione del termine sorgente di pendenza, utilizzando il risolutore approssimato di *Riemann* con fronti asciutti/bagnati [39]. In questa formulazione i termini delle *SWEs* sono stati riscritti in funzione della quota idrica η ($\eta = h+z$):

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \eta \\ uh \\ vh \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z) \\ uvh \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -g\eta \frac{\partial z}{\partial x} \\ -g\eta \frac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

L'espressione del termine \mathbf{S}_f verrà mostrata nel seguito. Il modello risolve le equazioni differenziali parziali (2.1) attraverso uno schema ai volumi finiti su una griglia caratterizzata da celle quadrate di dimensioni Δx e Δy , rispettivamente nelle direzioni x e y , assegnando le variabili conservate al centro delle celle; successivamente le variabili sono estrapolate sulle facce di ogni cella attraverso uno schema *MUSCL - Monotone Upwind Schemes for Scalar Conservation Laws* con una funzione limiter (*minmod limiter*) [50], garantendo l'accuratezza al secondo ordine nello spazio.

Per i particolari fenomeni di scorrimento sui versanti, in conseguenza dei modestissimi tiranti idrici dovuti agli apporti meteorici ora presenti in ingresso al dominio, nel presente modello si è ritenuto opportuno mantenere le equazioni espresse come in (2.4) ma si è scelto di effettuare una differente ricostruzione, denominata *SRM* (*surface reconstruction method*, [51]), al fine di ottenere gli stati di *Riemann* e superare le limitazioni delle ricostruzioni idrostatiche esistenti, con particolare riferimento alla stabilità numerica nel caso di tiranti idrici molto bassi e in prossimità di bruschi cambi di pendenza.

Considerando due celle consecutive i e $i+1$, per implementare la ricostruzione *SRM*, è dapprima necessario ricostruire le quote idriche η all'interfaccia comune tra le stesse (*L left e R right*):

2.1 Schema Numerico

$$\begin{cases} \eta_{i+\frac{1}{2},j}^L = \eta_{i,j} + \max[0, \min(z_{i+1,j} - z_{i,j} - \delta z, \eta_{i+1,j} - \eta_{i,j})] \\ \eta_{i+\frac{1}{2},j}^R = \eta_{i+1,j} + \max[0, \min(z_{i,j} - z_{i+1,j} - \delta z, \eta_{i,j} - \eta_{i+1,j})] \end{cases}, \quad (2.5)$$

funzione di δz :

$$\delta z = z_{i+\frac{1}{2},j}^+ - z_{i+\frac{1}{2},j}^-, \quad (2.6)$$

ove $z_{i+1/2}^+$ e $z_{i+1/2}^-$ si riferiscono alle quote di fondo interpolate all'interfaccia comune, ottenute tramite interpolazione delle quote di fondo centrate nelle celle tramite una funzione limiter ψ (*minmod*):

$$\begin{cases} z_{i+\frac{1}{2},j}^- = z_{i,j} + \frac{1}{2}\Psi_{i+\frac{1}{2},j}^-(z_{i,j} - z_{i+1,j}) \\ z_{i+\frac{1}{2},j}^+ = z_{i+1,j} - \frac{1}{2}\Psi_{i+\frac{1}{2},j}^+(z_{i+1,j} - z_{i,j}) \end{cases}. \quad (2.7)$$

Dalle quote idriche così ricostruite si possono quindi dedurre gli stati destro e sinistro delle quote di fondo:

$$\begin{cases} z_{i+\frac{1}{2},j}^L = \eta_{i+\frac{1}{2},j}^L - h_{i,j} \\ z_{i+\frac{1}{2},j}^R = \eta_{i+\frac{1}{2},j}^R - h_{i+1,j} \end{cases}. \quad (2.8)$$

Come già avveniva nel modello precedente si è assicurata la positività della quota idrica definendo un'unica quota di fondo per ciascuna interfaccia [52]:

$$z_{i+\frac{1}{2},j} = \max\left(z_{i+\frac{1}{2},j}^L, z_{i+\frac{1}{2},j}^R\right). \quad (2.9)$$

Le profondità idriche ad ogni parte dell'interfaccia sono quindi corrette per riassicurare la loro positività [53]:

$$\begin{cases} h_{i+\frac{1}{2},j}^L = \max\left[0, \eta_{i+\frac{1}{2},j}^L - z_{i+\frac{1}{2},j}\right] \\ h_{i+\frac{1}{2},j}^R = \max\left[0, \eta_{i+\frac{1}{2},j}^R - z_{i+\frac{1}{2},j}\right] \end{cases}. \quad (2.10)$$

Gli stati di *Riemann* per la portata specifica sono infine ottenuti di conseguenza:

$$\begin{cases} qx_{i+\frac{1}{2},j}^L = h_{i+\frac{1}{2},j}^L \cdot u_i \\ qx_{i+\frac{1}{2},j}^R = h_{i+\frac{1}{2},j}^R \cdot u_{i+1} \end{cases} \begin{cases} qy_{i+\frac{1}{2},j}^L = h_{i+\frac{1}{2},j}^L \cdot v_i \\ qy_{i+\frac{1}{2},j}^R = h_{i+\frac{1}{2},j}^R \cdot v_{i+1} \end{cases} \text{ con } u_{i,j} = \frac{qx_{i,j}}{h_{i,j}} \text{ e } v_{i,j} = \frac{qy_{i,j}}{h_{i,j}}. \quad (2.11)$$

Se la ricostruzione finale della quota idrica di una cella ad un'interfaccia è minore della quota di fondo di un'altra interfaccia della stessa cella nella stessa direzione, l'acqua in quiete potrebbe non rimanere tale e si potrebbero generare delle instabilità numeriche. Si è quindi introdotto uno schema numerico, *local bed modification* [10], per assicurare la *C-property* e per ovviare ad eventuali instabilità numeriche causate da bruschi cambiamenti di pendenza:

$$\bar{z}_{i+\frac{1}{2},j} = z_{i+\frac{1}{2},j} - \Delta z, \quad (2.12)$$

con Δz calcolato in funzione di δz (2.6):

se $\delta z \geq 0$

$$\begin{cases} \Delta z = \max\left(0, z_{i+\frac{1}{2},j} - \eta_{i,j}\right) \text{ per } h_{i+1,j} < \varepsilon_h \\ \Delta z = \max\left(0, \min\left(\delta z, z_{i+\frac{1}{2},j} - \eta_{i,j}\right)\right) \text{ per } h_{i+1,j} \geq \varepsilon_h \end{cases}, \quad (2.13)$$

se $\delta z < 0$

$$\begin{cases} \Delta z = \max\left(0, z_{i+\frac{1}{2},j} - \eta_{i+1,j}\right) \text{ per } h_{i,j} < \varepsilon_h \\ \Delta z = \max\left(0, \min\left(-\delta z, z_{i+\frac{1}{2},j} - \eta_{i+1,j}\right)\right) \text{ per } h_{i,j} \geq \varepsilon_h \end{cases},$$

dove ε_h rappresenta la soglia per considerare le celle asciutte/bagnate (qui dell'ordine di 10^{-12} m) e le quote idriche $\eta_{i,j}$ o $\eta_{i+1,j}$ individuano le quote idriche centrate nelle celle e non quelle ricostruite all'interfaccia.

La procedura illustrata per l'interfaccia $(i+1/2, j)$, può essere estesa analogamente con riferimento all'interfaccia $(i-1/2, j)$ in direzione x ed alle due interfacce $(i, j+1/2)$ e $(i, j-1/2)$ in direzione y .

Gli stati di *Riemann* sono utilizzati in un risolutore *HLLC Harten, Lax and van Leer with Contact wave restored* [48] per il calcolo dei flussi. Successivamente le variabili

2.1 Schema Numerico

conservate sono aggiornate ad ogni passo di calcolo seguendo il metodo *Runge-Kutta* al secondo ordine che consente un'accuratezza nel tempo al secondo ordine:

$$\mathbf{U}_{i,j}^{n+1} = \mathbf{U}_{i,j}^n + \frac{1}{2} \Delta t^n [\mathbf{D}_i(\mathbf{U}_{i,j}^n) + \mathbf{D}_i(\mathbf{U}_{i,j}^{n+1/2})]. \quad (2.14)$$

Nelle (2.14) l'apice n rappresenta il passo di calcolo temporale corrente, $n+1$ quello successivo e $n+1/2$ il passo temporale intermedio in cui è suddiviso il time step Δt .

Il termine $\mathbf{U}_{i,j}^{n+1/2}$ è ottenuto come:

$$\mathbf{U}_{i,j}^{n+1/2} = \mathbf{U}_{i,j}^n + \Delta t^n \mathbf{D}_i(\mathbf{U}_{i,j}^n), \quad (2.15)$$

dove l'operatore $\mathbf{D}_i(\mathbf{U}_{i,j}^n)$ ha la forma:

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{U}_{i,j}^n) = -\frac{\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2},j} - \mathbf{F}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} - \frac{\mathbf{G}_{i,j+\frac{1}{2}} - \mathbf{G}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \mathbf{S}_r + \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_f, \quad (2.16)$$

in cui $\mathbf{F}_{i\pm 1/2,j}$ e $\mathbf{G}_{i,j\pm 1/2}$ sono i flussi calcolati rispettivamente alle interfacce in direzione x e y .

Al fine di garantire uno schema stabile e *well-balanced* anche in presenza di fronti asciutti/bagnati, il termine sorgente di pendenza \mathbf{S}_b è calcolato con la formulazione introdotta da Liang e Marche (2009) [53], nella quale, però, le quote di fondo utilizzate sono quelle ottenute dalla formulazione *Local Bed Modification* (2.12):

$$S_{b,i,j} = S_{0,i,j} + \bar{S}_{0,i-\frac{1}{2},j} + \bar{S}_{0,i+\frac{1}{2},j}. \quad (2.17)$$

Nelle (2.17) il primo termine rappresenta la principale discretizzazione del termine sorgente di pendenza e gli altri due termini sono aggiunti in presenza dei fronti asciutti/bagnati per garantire la *C-property*:

$$\bar{S}_{0,i-\frac{1}{2},j} = g \Delta z_{i-\frac{1}{2},j} \left[\frac{\bar{z}_{i+\frac{1}{2},j} - \left(\bar{z}_{i-\frac{1}{2},j} - \Delta z_{i-\frac{1}{2},j} \right)}{2 \Delta x_{i,j}} \right], \quad (2.18)$$

$$\bar{S}_{0,i+\frac{1}{2},j} = g \Delta z_{i+\frac{1}{2},j} \left[\frac{\left(\bar{z}_{i+\frac{1}{2},j} - \Delta z_{i+\frac{1}{2},j} \right) - \bar{z}_{i-\frac{1}{2},j}}{2 \Delta x_{i,j}} \right], \quad (2.19)$$

con

$$\Delta z_{i+\frac{1}{2},j} = \max \left[0, - \left(\eta_{i+\frac{1}{2},j}^L - \bar{z}_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right], \quad (2.20)$$

$$\Delta z_{i-\frac{1}{2},j} = \max \left[0, - \left(\eta_{i-\frac{1}{2},j}^R - \bar{z}_{i-\frac{1}{2},j} \right) \right]. \quad (2.21)$$

Il termine sorgente di resistenza S_f solitamente è espresso come funzione non lineare della velocità e della profondità idrica, come per la formulazione di Manning espressa in (2.3); la non-linearità tende a rilassare le velocità idriche in prossimità del raggiungimento dell'equilibrio. L'equilibrio locale tra il termine sorgente di pendenza e il termine sorgente di resistenza può essere raggiunto in un tempo minore rispetto a quello stimato dalla condizione *CFL* per il time step, nelle simulazioni di processi come l'*overland flow* in cui sono presenti tiranti idrici molto ridotti. Si potrebbe utilizzare un piccolissimo time step per mantenere la stabilità numerica in queste situazioni ma ciò comporterebbe un onere computazionale troppo alto. Per questo motivo si è deciso di adottare uno schema implicito per la stima del termine sorgente S_f al fine di mantenere la stabilità numerica e di calcolare correttamente valori di velocità idrica e portata che per lo scorrimento superficiale sono controllati dall'equilibrio tra i termini sorgente di pendenza e resistenza.

Considerando un problema monodimensionale, assumendo una velocità positiva, dall'equilibrio tra termine sorgente di pendenza e di resistenza, si può ottenere la formulazione relativa alla velocità di moto uniforme u_∞ :

$$S_{bx} = S_{fx} = -g \frac{n_f^2 u |u|}{h^{1/3}} \rightarrow u_\infty = \sqrt{\frac{S_{bx}}{gn^2 h^{-1/3}}}. \quad (2.22)$$

Il tempo per il raggiungimento dello stato di moto uniforme può essere stimato dalla matrice Jacobiana dei termini di resistenza:

$$t_f = \frac{1}{h^{-1} \partial S_{fx} / \partial u} = \frac{1}{2gn^2 h^{-4/3} u}. \quad (2.23)$$

Il tempo necessario per l'aggiornamento delle variabili in ciascuna cella di calcolo, tempo idrodinamico, è ottenuto dalla condizione *CFL* (*Courant-Friedrichs-Lewy*):

2.1 Schema Numerico

$$t_{HD} = \frac{\Delta x}{u + \sqrt{gh}}. \quad (2.24)$$

Dalle due relazioni (2.23) e (2.24) si nota come al diminuire della profondità idrica diminuisca l'intervallo temporale, nel primo caso il tempo $t_f \propto h^{4/3}$ mentre nel secondo $t_{HD} \propto h^{-1/2}$, indicando che per tiranti idrici molto bassi quali quelli tipici *dell'overland flow*, l'equilibrio locale tra termini sorgente di pendenza e di resistenza è raggiunto prima rispetto al time step stimato dalla condizione *CFL*. Al fine di valutare correttamente lo scorrimento superficiale, quando le profondità idriche diventano molto piccole e i termini dovuti alla resistenza diventano predominanti, si è introdotto uno schema numerico in grado di ricondurre la velocità idrica alle condizioni di moto uniforme in un singolo time step.

I termini sorgente di resistenza sono discretizzati in modo implicito, ovvero dipendono dalle variabili al passo di calcolo $n+1$, ma la particolare formulazione introdotta è espressa in modo esplicito e si può quindi calcolare direttamente senza dover effettuare alcuna iterazione. Partendo dall'espressione che governa l'aggiornamento delle variabili conservate al passo di calcolo $n+1$, considerando il calcolo del passo di calcolo intermedio per l'accuratezza al secondo ordine, sviluppando la (2.15) per la portata specifica si può scrivere:

$$\begin{cases} qx^{n+\frac{1}{2}} = qx^n + \Delta t^n \left[Ax - gn^2(h^n)^{-\frac{7}{3}}qx^{n+\frac{1}{2}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}}\right)^2} \right] \\ qy^{n+\frac{1}{2}} = qy^n + \Delta t^n \left[Ay - gn^2(h^n)^{-\frac{7}{3}}qy^{n+\frac{1}{2}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}}\right)^2} \right] \end{cases}, \quad (2.25)$$

dove Ax e Ay rappresentano le componenti di:

$$\mathbf{A} = -\frac{\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2},j} - \mathbf{F}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} - \frac{\mathbf{G}_{i,j+\frac{1}{2}} - \mathbf{G}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \mathbf{S}_0, \quad (2.26)$$

rispettivamente nelle direzioni x e y , espresse in forma scalare.

Le equazioni in (2.25) sono funzioni non lineari di $qx^{n+1/2}$ e di $qy^{n+1/2}$ e tramite passaggi analitici si possono risolvere in maniera esplicita senza dover usare alcun

metodo iterativo. Inizialmente si riscrivono raccogliendo $qx^{n+1/2}$ e $qy^{n+1/2}$ al primo membro;

$$\begin{cases} qx^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}} \right)^2} \right] = qx^n + \Delta t^n Ax \\ qy^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}} \right)^2} \right] = qy^n + \Delta t^n Ay \end{cases} ; \quad (2.27)$$

dividendo membro a membro le due equazioni della (2.27) si ottiene:

$$\frac{qx^{n+\frac{1}{2}}}{qy^{n+\frac{1}{2}}} = \frac{qx^n + \Delta t^n Ax}{qy^n + \Delta t^n Ay} = \frac{mx}{my}. \quad (2.28)$$

Sostituendo la (2.28) in (2.27) si ottiene quindi il sistema:

$$\begin{cases} qx^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}} \right)^2} \right] = mx \\ qy^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}} \right)^2} \right] = my \end{cases}. \quad (2.29)$$

Sviluppando la radice quadrata della prima equazione in (2.29), con $qy^{n+1/2}=my/mx$ $qx^{n+1/2}$ dalla (2.28), raccogliendo $(qx^{n+1/2})^2$ portandolo fuori dalla radice con segno + se $qx^{n+1/2}$ è positivo, viceversa con segno - se $qx^{n+1/2}$ è negativo, si ottiene:

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qy^{n+\frac{1}{2}} \right)^2} &= \sqrt{\left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 \left(\frac{my}{mx} \right)^2} = \\ &= \pm qx^{n+\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx} \right)^2}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Sostituendo la (2.30) nella prima equazione di (2.29), si ottengono due equazioni quadratiche in termini di $qx^{n+1/2}$:

$$\begin{cases} \left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx} \right)^2} + qx^{n+\frac{1}{2}} - mx = 0 \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} > 0 \\ - \left(qx^{n+\frac{1}{2}} \right)^2 \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx} \right)^2} + qx^{n+\frac{1}{2}} - mx = 0 \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} < 0 \end{cases}, \quad (2.31)$$

2.1 Schema Numerico

che risolte forniscono quattro risultati:

$$\left\{ \begin{array}{l} qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{+2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} > 0 \\ qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} < 0 \end{array} \right. , \quad (2.32)$$

da cui:

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} > 0 ; \quad (2.33)$$

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1 - \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} > 0 ; \quad (2.34)$$

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} < 0 ; \quad (2.35)$$

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} mx \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}}{2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2}} \text{ per } qx^{n+\frac{1}{2}} < 0 . \quad (2.36)$$

Studiando il segno di mx , se $mx > 0$:

- la (2.33) è negativa, contrastando l'ipotesi $qx^{n+1/2} > 0$, per cui non è un risultato accettabile;

- la (2.34) è positiva, in accordo con l'ipotesi $qx^{n+1/2} > 0$;
- la (2.35) e la (2.36) sono entrambe positive, contrastando l'ipotesi $qx^{n+1/2} < 0$.

Per $mx > 0$ l'unica soluzione possibile è quindi la (2.34); in modo analogo se $my < 0$ l'unica soluzione possibile è la (2.36). I due risultati accettabili possono scriversi in un'unica formulazione portando fuori dalla radice il termine mx^2 , con segno positivo per la (2.34) e con segno negativo per la (2.36):

$$\sqrt{1 + \left(\frac{my}{mx}\right)^2} = \sqrt{\frac{mx^2 + my^2}{mx^2}} = \pm \frac{1}{mx^2} \sqrt{mx^2 + my^2}. \quad (2.37)$$

Sostituendo la (2.37) nella (2.34) e nella (2.36) si ottiene:

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{mx - mx \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{mx^2 + my^2}}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{mx^2 + my^2}}. \quad (2.38)$$

In presenza di tiranti idrici molto bassi, il termine $(h^n)^{-7/3}$ restituisce valori molto grandi che possono andare oltre la precisione macchina per cui si divide tale termine portando all'interno della radice quadrata (h^n) ottenendo:

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{mx - mx \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}}. \quad (2.39)$$

Nel caso in cui il denominatore fosse molto piccolo o nullo (quando le profondità idriche sono ad esempio prossime alla soglia $\varepsilon_h = 10^{-12}$ m) la soluzione è ottenuta direttamente dall'equazione (2.31). Definendo:

$$DEN = \Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2} \text{ si può scrivere:}$$

$$qx^{n+\frac{1}{2}} = \begin{cases} mx & \text{per } DEN < \varepsilon_h \\ \frac{mx - mx \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}} & \text{per } DEN \geq \varepsilon_h \end{cases}. \quad (2.40)$$

2.1 Schema Numerico

Analogamente per la direzione y si ottiene:

$$qy^{n+\frac{1}{2}} = \begin{cases} my & \text{per DEN} < \varepsilon_h \\ \frac{my - my \sqrt{1 + 4\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}}}{-2\Delta t^n gn^2 (h^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{mx}{h^n}\right)^2 + \left(\frac{my}{h^n}\right)^2}} & \text{per DEN} \geq \varepsilon_h \end{cases} \quad (2.41)$$

Per dimostrare che lo schema matematico presentato riconduce effettivamente le velocità idriche al corretto equilibrio dello stato uniforme, si considera $\Delta t \rightarrow \infty$, imponendo quindi che il time step calcolato dalla condizione di *CFL* sia molto maggiore di quello dovuto al tempo necessario per raggiungere nuovamente lo stato uniforme:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} qx^{n+\frac{1}{2}} = \frac{Ax}{\sqrt{gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{Ax^2 + Ay^2}}}, \quad (2.42)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} qy^{n+\frac{1}{2}} = \frac{Ay}{\sqrt{gn^2 (h^n)^{-\frac{7}{3}} \sqrt{Ax^2 + Ay^2}}}. \quad (2.43)$$

Il limite delle (2.42) (2.43) per $\Delta t \rightarrow \infty$ restituisce la portata specifica ottenuta tramite l'equilibrio tra i termini dovuti alla resistenza e gli altri (flussi e termini sorgente di pendenza) nelle *SWEs*, perciò possiamo affermare che il presente schema può restituire correttamente lo stato uniforme. Si può inoltre notare come i limiti non debbano avere obbligatoriamente lo stesso segno di qx^n e qy^n e quindi che con tale schema il flusso si può invertire durante un unico time step di calcolo.

Come già accennato in precedenza il time step Δt per ciascun passo di calcolo è quello che soddisfa la condizione di *Courant Freidrichs Lewy - CFL*, garantendo la stabilità numerica:

$$\Delta t = Cr \min \left(\frac{\Delta x_i}{|u_i| + \sqrt{gh_i}}, \frac{\Delta y_i}{|v_i| + \sqrt{gh_i}} \right), \quad (2.44)$$

dove Δx_i e Δy_i rappresentano le dimensioni della cella di calcolo i , u_i e v_i sono le velocità idriche rispettivamente lungo le direzioni x e y , h_i è la profondità idrica e Cr è il numero

di *Courant*, impostato pari a 0.8, da mantenere come noto inferiore all'unità per la stabilità numerica del modello.

In alcuni casi test o simulazioni effettuate è stato necessario modellare il fenomeno di moto vario a partire da uno stato iniziale nel quale l'intero dominio era asciutto ($h = 0$), comportando una stima del passo di calcolo impossibile attraverso la (2.44). Per consentire l'avvio delle simulazioni si è pertanto introdotto un parametro temporale di input, dt_max , da adottarsi come time step della simulazione fintantoché il Δt calcolato con la condizione *CFL* risultasse maggiore di tale parametro dt_max , in presenza di un termine sorgente di pioggia non nullo:

$$if(\Delta t > dt_max \text{ and } \mathbf{S}_r > 0) \Delta t = dt_max . \quad (2.45)$$

Nel modello numerico sono state inoltre implementate alcune tecniche per prevenire la formazione di velocità troppo elevate ed instabilità durante le simulazioni. Come accennato in precedenza nelle equazioni (2.13) e (2.39), è presente un valore di soglia per definire se una cella è asciutta o bagnata: ε_h . In presenza di un termine sorgente di pioggia, che per ciascun intervallo temporale di calcolo può comportare tiranti idrici molto ridotti, ε_h è impostato pari a 10^{-12} m, valore vicino alla precisione macchina, per consentire la formazione del deflusso superficiale senza trascurare alcun contributo dovuto alla precipitazione. Per limitare invece la genesi di velocità non fisiche in prossimità dei fronti asciutti/bagnati, le portate specifiche sono corrette seguendo la relazione di Kurganov and Petrova, [54]:

$$uh_c = uh \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \max\left[1, \left(\frac{\varepsilon}{h}\right)^4\right]}}, \quad (2.46)$$

dove uh_c è la portata specifica corretta in direzione x , ε è il valore di soglia relativo alla profondità idrica h sotto la quale effettuare la correzione. In maniera del tutto analoga si corregge la portata specifica in direzione y .

2.2 Sviluppo del Codice CUDA

Il codice di calcolo che risolve le equazioni complete alle acque basse, è parallelizzato sulle GPUs delle schede video NVIDIA, tramite il linguaggio di programmazione CUDA/C++. Il programma viene eseguito dalla CPU (*host*) del computer, invocando delle funzioni “*kernel*” che sono eseguite in parallelo sulla GPU (*device*); finita la funzione il risultato ritorna alla CPU e il programma prosegue la sua esecuzione.

Nella programmazione CUDA un *thread* rappresenta l’elemento di base, un insieme di *thread* costituisce un blocco e un insieme di blocchi forma una griglia [55]. La parallelizzazione del linguaggio CUDA consiste nell’ eseguire contemporaneamente tutti i *threads* appartenenti allo stesso blocco. Nel presente modello ogni *thread* corrisponde ad una cella utilizzata per discretizzare il dominio di calcolo e un blocco è formato da 16 x 16 celle della stessa grandezza. Per sfruttare la potenza computazionale delle schede video e la parallelizzazione intrinseca nel linguaggio CUDA, si utilizza una griglia BUQ (*Block Uniform Quadtree*), al fine di discretizzare l’intero dominio usando blocchi di celle con la stessa risoluzione, consentendo differenti risoluzioni per blocchi differenti (Figura 2.1).

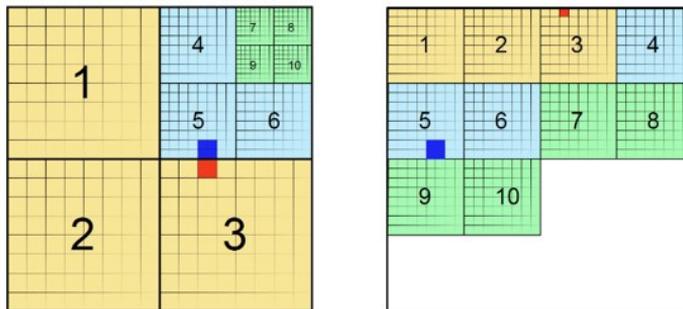


Figura 2.1: Struttura della griglia BUQ (a sinistra) e relativa allocazione in memoria (a destra)

Utilizzando questo tipo di griglia è possibile definire un’alta risoluzione solo in alcune aree di particolare interesse preservando un’adeguata descrizione numerica degli

elementi che esercitano la maggiore influenza nei confronti della propagazione dei fronti di allagamento (come argini o rilevati), abbassando invece la risoluzione per altre parti del dominio, con una significativa riduzione dell'onere computazionale rispetto alle classiche griglie cartesiane a risoluzione uniforme.

Nel modello di calcolo da cui trae origine il presente solutore, le griglie in input al programma venivano memorizzate sull'intero dominio alla massima risoluzione mediante lettura di un file di opportune caratteristiche, contenente un'unica matrice di dimensioni talvolta assai notevoli. Tale procedura si è mostrata però impraticabile all'atto della modellazione di domini di diverse centinaia di chilometri quadrati di estensione (del tipo di quelli rappresentati dai bacini dei corsi d'acqua possibile oggetto di interesse), in presenza di una risoluzione di partenza dell'ordine di quella resa di consueto disponibile dai rilievi LiDAR (1 x 1 m o anche inferiore). Il vincolo imposto dal limite di memoria massima della CPU destinata alla lettura dei dati in ingresso, ha quindi reso necessaria l'implementazione di una nuova procedura di *preprocessing*, atta a consentire la lettura e la memorizzazione delle matrici necessarie al calcolo suddivise in più tavolette adiacenti, a costituire un mosaico di griglie effettivamente gestibili.

La nuova procedura di *preprocessing*, eseguita interamente sulla CPU, svolge le seguenti operazioni:

- 1- Lettura di una stringa di comando con parametri;
- 2- Lettura di file di input e file relativo alle informazioni relative all'apporto pluviometrico piogge (input_file e file .RAIN);
- 3- Lettura del file che delimita il contorno del dominio (file .BLN);
- 4- Lettura del file che impone la risoluzione in alcuni punti del dominio (file .PTS);
- 5- Generazione della griglia BUQ multirisoluzione [42];
- 6- Lettura del file del mosaico di tavolette e lettura delle tavolette relative alla batimetria del dominio;
- 7- Lettura del file relativo alle condizioni al contorno (file *.BCC);
- 8- Organizzazione dei blocchi con condizioni al contorno (*bounds block*).

2.2 Sviluppo del Codice CUDA

Nel punto 1- si specificano il percorso del file eseguibile, del file di input della simulazione ed alcuni parametri aggiuntivi come l'ordine di accuratezza (I o II ordine), la risoluzione da adottare nel contorno e il numero massimo di livelli di risoluzione da adottare ($se > 4$). Nel punto 2- viene letto il file di input in cui sono presenti alcuni parametri necessari per la simulazione, come il nome "radice" per ciascun file della simulazione, il tempo iniziale, finale e di stampa dei file output della simulazione, il numero di *Courant*, e i valori relativi alle soglie di profondità idrica per considerare una cella asciutta o bagnata e per limitare i flussi. Inoltre viene letto il file .RAIN nel quale sono descritte tutte le informazioni legate all'apporto pluviometrico e al tipo di infiltrazione/depurazione adottata per la simulazione. Nel punto 3- viene letto il file .BLN nel quale sono presenti le coordinate x e y dei punti che delimitano il contorno del dominio di calcolo e le rispettive condizioni al contorno da attribuire ai segmenti del perimetro limite di calcolo. Nel punto 4- viene letto il file .PTS nel quale sono specificate le coordinate x e y dei punti con il corrispondente livello di risoluzione prescelto. A partire dalla risoluzione indicata per questi punti e dalla risoluzione adottata nel contorno, si procederà alla generazione della griglia multirisoluzione (punto 5-), seguendo la struttura gerarchica delle griglie BUQ [42]. Il punto 6- costituisce il punto innovativo del nuovo *preprocessing*: l'intero dominio di calcolo è precedentemente diviso in $N \times M$ griglie, come a formare un mosaico composto da N righe e M colonne. Nel file di testo .MOS che viene letto sono specificati i nomi delle tavolette che compongono il mosaico. Successivamente il software procede alla lettura di una tavoletta alla volta andando a memorizzare i valori letti direttamente nella griglia multirisoluzione creata al passo precedente. Dopo aver letto la prima tavoletta la memoria della CPU viene svuotata e si procede alla lettura della tavoletta successiva fino al completamento del mosaico. Come già anticipato tramite questa procedura è stato possibile superare le limitazioni imposte dalla memoria della CPU, per le quali risultava impossibile leggere un intero file relativo ad un dominio molto vasto ad una risoluzione molto fitta. Nel punto 7- viene letto il file .BCC che descrive le condizioni al contorno per i segmenti indicati nel file .BLN letto precedentemente. Successivamente

viene analizzata la griglia di calcolo e vengono assegnate alle celle interessate le condizioni al contorno, individuando i blocchi in cui sono presenti tali celle. Nell'ultimo punto relativo al *preprocessing* (punto 8-) questi blocchi vengono spostati all'inizio dell'elenco dei blocchi, in modo tale che ad ogni passo di calcolo questi blocchi risultino sempre processati in quanto depositari dell'informazione relativa alle indispensabili condizioni al contorno.

Per quanto riguarda il cuore della simulazione, che avviene tramite la comunicazione continua tra CPU che controlla le iterazioni e GPU che esegue le funzioni *kernel*, la procedura per l'aggiornamento delle variabili conservate U dal passo di calcolo n a quello successivo $n+1$ espressa dall'equazione (2.14), si articola nei seguenti step:

- 1- Assegnazione delle condizioni al contorno al tempo t^n ;
- 2- Calcolo del time step di calcolo secondo la condizione di *Courant*, equazione (2.44);
- 3- Riorganizzazione dei blocchi in cui sono presenti celle bagnate o potenzialmente bagnabili;
- 4- Aggiornamento dell'intensità di pioggia relativa al passo di calcolo corrente;
- 5- Ricostruzione dei valori all'interfaccia (primo mezzo passo);
- 6- Calcolo dei flussi e del termine sorgente di pendenza (primo mezzo passo);
- 7- Calcolo del termine sorgente di scabrezza e del termine sorgente di pioggia (primo mezzo passo);
- 8- Assegnazione delle condizioni al contorno al tempo $t^{n+1/2}$;
- 9- Ricostruzione dei valori all'interfaccia (secondo mezzo passo);
- 10- Calcolo dei flussi e del termine sorgente di pendenza (secondo mezzo passo);
- 11- Calcolo del termine sorgente di scabrezza e del termine sorgente di pioggia (secondo mezzo passo);
- 12- Somma dei due mezzi passi.

I passaggi elencati corrispondono ciascuno ad un *kernel* diverso eseguito in parallelo sulla GPU; sono presenti inoltre alcune ottimizzazioni che garantiscono uno scambio

2.3 Termine Sorgente di precipitazione

rapido di informazioni tra *host* e *device*, come la riduzione delle informazioni sulla prima cella del blocco, o altre ottimizzazioni come quella relativa al punto 3-, che permette di ridurre il numero di blocchi da processare: all'inizio di ciascun passo di calcolo si ordinano nell'elenco dei blocchi, dopo i blocchi *bounds* aventi condizioni al contorno, i blocchi aventi celle bagnate o potenzialmente bagnabili (celle asciutte vicine a celle bagnate), escludendo i blocchi successivi dal calcolo (*Block Deactivation Optimization*, [39]).

2.3 Termine Sorgente di precipitazione

Nel presente modello, come già anticipato dall'equazione (2.1), tra i termini sorgente è stato aggiunto quello relativo agli apporti dovuti alla precipitazione che insiste sul dominio S_r . Tale termine, variabile spazialmente e temporalmente, può essere riscritto come la differenza tra l'intensità di pioggia r e il tasso di infiltrazione o più genericamente di depurazione, denominato f (2.3).

2.3.1 Inserimento dell'informazione pluviometrica

Diverse sono le possibilità implementate per consentire l'ingresso del dato di precipitazione che può essere fornito in input a seconda delle caratteristiche dell'informazione pluviometrica disponibile. Di qualsiasi natura essa sia, l'informazione in ingresso dovrà comunque successivamente essere utilizzata per la costruzione di un campo di precipitazione distribuita sul dominio bidimensionale oggetto di studio. È quindi consentito l'ingresso di un valore di intensità di pioggia (mm/h) da adottarsi su ciascuna cella del dominio di calcolo, oppure si possono fornire al codice serie temporali di pioggia da associarsi uniformemente alle celle di calcolo appartenenti alle regioni individuate da opportuni poligoni (topoietì). In via alternativa inoltre serie temporali di precipitazione puntuale relative a stazioni pluviometriche (*rain gauges*) possono essere associate ad una ben precisa collocazione spaziale sul dominio. Nel caso in cui la serie temporale sia da riferirsi a poligoni, a ciascuna serie temporale di intensità

di pioggia viene associato un indice intero, per l'assegnazione dell'andamento temporale di pioggia a tutte le celle appartenenti alla regione spaziale delimitata dal poligono prescelto cui corrisponde l'indice specificato. Nel caso in cui invece la serie temporale di precipitazione venga fornita come *rain gauge* in corrispondenza di una ben precisa posizione spaziale, l'insieme delle informazioni fornite dalle *rain gauges* presenti sul dominio oggetto di studio viene interpolato per l'individuazione di un campo distribuito di precipitazione mediante la legge di interpolazione "inverse distance to a power (2)":

$$r_i = \frac{\sum_{g=1}^N \frac{r_g}{d_{g,i}^2}}{\sum_{g=1}^N \frac{1}{d_{g,i}^2}}. \quad (2.47)$$

Nella (2.47) N corrisponde al numero totale delle *rain gauges*, r_g all'intensità di pioggia della serie temporale relativa a ciascuna *rain gauge* g e $d_{g,i}$ alla distanza della cella i dalla generica *rain gauge* g . Se disponibile è altresì possibile fornire in ingresso al codice una serie di mappe di precipitazione anche cumulata h_{cum} (mm), a scansione temporale costante o variabile Δt che il codice provvederà a trasformare in intensità di precipitazione mediante la:

$$r_i = \frac{h_{cum}}{\Delta t}. \quad (2.48)$$

La possibilità di caricamento di mappe distribuite di precipitazione consente anche di utilizzare, qualora disponibile, l'informazione acquisita tramite radar pluviometrico, ovviamente assai più rappresentativa della reale distribuzione del campo di precipitazione relativo all'evento in esame, rispetto a qualsiasi tecnica venga adottata per l'interpolazione del dato puntuale.

2.3.2 Metodi per la depurazione della pioggia

Relativamente alla depurazione delle precipitazioni sono state inserite due differenti possibilità, quella secondo il metodo SCS-CN (*Soil Conservation Service Curve Number*) e quella di *Green-Ampt*. Come per la precipitazione, la distribuzione spaziale

2.3 Termine Sorgente di precipitazione

dei parametri di infiltrazione può essere contenuta all'interno di alcuni poligoni, su tutto il dominio di calcolo o letta a partire da una mappa distribuita.

Metodo SCS-CN

Il metodo SCS-CN stima la precipitazione efficace cumulata P_e (mm) come funzione della precipitazione lorda cumulata antecedente, della copertura ed uso del suolo e delle condizioni iniziali di umidità del suolo. Ipotizzando che resti invariata la relazione di proporzionalità tra le perdite per infiltrazione e il deflusso superficiale, si può scrivere la relazione fondamentale del metodo:

$$\begin{cases} P_e = \frac{(P_t - I_a)^2}{P_t - I_a + S} & \text{per } P_t > I_a, \\ P_e = 0 & \text{per } P_t \leq I_a \end{cases} \quad (2.49)$$

dove P_e è la precipitazione efficace cumulata al tempo t , P_t è la precipitazione totale cumulata al tempo medesimo, I_a è la perdita iniziale (*Initial abstraction*) dovuta all'intercettazione, all'infiltrazione e alla saturazione delle depressioni superficiali, S è la massima capacità di ritenzione idrica del suolo in condizioni di saturazione. Il metodo SCS-CN si basa sul fatto che il deflusso superficiale si genera una volta che sono state colmate le depressioni superficiali e tutto l'insieme di quelle perdite contenute nel termine I_a . Nel presente modello si è impostata la consueta relazione tra S e I_a , risultata dall'analisi dell'SCS su piccoli bacini:

$$I_a = \alpha_{SCS} S \quad \text{con } \alpha_{SCS} = 0.2. \quad (2.50)$$

Il massimo volume di ritenzione idrica S (mm) è una caratteristica del bacino oggetto di studio; secondo il metodo viene stimato tramite il parametro *Curve Number* (CN) attraverso la relazione:

$$S = 25.4 \left(\frac{1000}{CN} - 10 \right), \quad (2.51)$$

in cui CN è un parametro adimensionale che può assumere valori da 0 a 100 per bacini totalmente permeabili e totalmente impermeabili rispettivamente. Tale parametro è legato alla natura del suolo, alla tipologia di copertura ed alle condizioni di umidità del

suolo antecedenti la precipitazione. Il SCS suddivide i suoli, secondo la loro natura, in quattro gruppi idrologici (*HSG hydrologic soil group*) *A*, *B*, *C* e *D*, con potenzialità di deflusso crescente. In Figura 2.2 si riporta la differenziazione dei quattro gruppi idrologici del suolo [56].

Group Asoils have low runoff potential and high infiltration rates even when thoroughly wetted. They consist chiefly of deep, well to excessively drained sand or gravel and have a high rate of water transmission (greater than 0.30 in/hr).

Group Bsoils have moderate infiltration rates when thoroughly wetted and consist chiefly of moderately deep to deep, moderately well to well drained soils with moderately fine to moderately coarse textures. These soils have a moderate rate of water transmission (0.15-0.30 in/hr).

Group Csoils have low infiltration rates when thoroughly wetted and consist chiefly of soils with a layer that impedes downward movement of water and soils with moderately fine to fine texture. These soils have a low rate of water transmission (0.05-0.15 in/hr).

Group Dsoils have high runoff potential. They have very low infiltration rates when thoroughly wetted and consist chiefly of clay soils with a high swelling potential, soils with a permanent high water table, soils with a claypan or clay layer at or near the surface, and shallow soils over nearly impervious material. These soils have a very low rate of water transmission (0-0.05 in/hr).

Figura 2.2: Gruppi idrologici dei suoli

All'interno dello stesso documento sono inoltre presenti alcune tabelle che legano il tipo di copertura (uso del suolo) ad un valore di *CN* per i quattro gruppi idrologici sopracitati. Ne è un esempio la tabella riportata in Figura 2.3, in cui è riportato il *CN* per le aree urbane [56].

Per tener conto delle condizioni di umidità del suolo antecedenti la precipitazione (*Antecedent Moisture Condition*), l'SCS individua poi tre ulteriori classi di differenziazione per il calcolo del *CN* in funzione dell'altezza di pioggia caduta nei 5 giorni precedenti (Tabella 2.1).

2.3 Termine Sorgente di precipitazione

Cover description Cover type and hydrologic condition	Average percent impervious area ^{2/}	Curve numbers for hydrologic soil group			
		A	B	C	D
<i>Fully developed urban areas (vegetation established)</i>					
Open space (lawns, parks, golf courses, cemeteries, etc.) ^{3/} :					
Poor condition (grass cover < 50%)		68	79	86	89
Fair condition (grass cover 50% to 75%)		49	69	79	84
Good condition (grass cover > 75%)		39	61	74	80
Impervious areas:					
Paved parking lots, roofs, driveways, etc. (excluding right-of-way)		98	98	98	98
Streets and roads:					
Paved; curbs and storm sewers (excluding right-of-way)		98	98	98	98
Paved; open ditches (including right-of-way)		83	89	92	93
Gravel (including right-of-way)		76	85	89	91
Dirt (including right-of-way)		72	82	87	89
Western desert urban areas:					
Natural desert landscaping (pervious areas only) ^{4/}		63	77	85	88
Artificial desert landscaping (impervious weed barrier, desert shrub with 1- to 2-inch sand or gravel mulch and basin borders)		96	96	96	96
Urban districts:					
Commercial and business	85	89	92	94	95
Industrial	72	81	88	91	93
Residential districts by average lot size:					
1/8 acre or less (town houses)	65	77	85	90	92
1/4 acre	38	61	75	83	87
1/3 acre	30	57	72	81	86
1/2 acre	25	54	70	80	85
1 acre	20	51	68	79	84
2 acres	12	46	65	77	82
<i>Developing urban areas</i>					
Newly graded areas (pervious areas only, no vegetation) ^{5/}					
		77	86	91	94

Figura 2.3: Valori del Curve Number CN per aree urbane

Tabella 2.1: Classi di condizione di umidità antecedente AMC

Classe AMC	Precipitazione nei 5 giorni precedenti (mm)	
	Stagione di riposo	Stagione di crescita
AMC-I	< 13	< 36
AMC-II	13-28	36-53
AMC-III	> 28	> 53

Una volta individuata la classe *AMC* e individuato il *CN* dalle tabelle che mettono in relazione il tipo e l'uso del suolo (*CN II*), si può stimare il *CN* secondo le equazioni:

$$CN(I) = \frac{CN(II)}{2.3 - 0.013CN(II)} \text{ per AMC - I ;} \quad (2.52)$$

$$CN(III) = \frac{CN(II)}{0.43 - 0.0057CN(II)} \text{ per AMC - III .} \quad (2.53)$$

Metodo Green Ampt

Il metodo *Green Ampt*, che corrisponde ad una soluzione analitica dell'equazione di Richards che rappresenta il moto dell'acqua nel suolo non saturo, è una buona approssimazione per calcolare l'infiltrazione cumulata attraverso i suoli bagnati e asciutti. Il metodo si basa sull'ipotesi che il fronte bagnato che si muove verso il basso, costituisca una netta divisione orizzontale tra gli strati di suolo non ancora raggiunti dall'acqua infiltrata, nei quali il contenuto di umidità è uguale al contenuto di umidità iniziale θ_i , e gli strati già raggiunti nei quali si assume che il suolo sia in condizioni di saturazione e il contenuto d'acqua sia pari alla porosità ζ del suolo. Applicando l'equazione di continuità ad una colonna cilindrica di suolo compresa fra la superficie ed il fronte di umidità che ha raggiunto la condizione di saturazione si può scrivere:

$$F(t) = L(t)(\zeta - \theta_i) = L(t)\Delta\theta, \quad (2.54)$$

in cui $\Delta\theta = (\zeta - \theta_i)$ è la differenza tra la porosità (saturazione) e lo stato iniziale di umidità θ_i , $L(t)$ è la profondità raggiunta dal fronte al tempo t e $F(t)$ è l'infiltrazione cumulata allo stesso tempo. Secondo la *legge di Darcy*, che descrive il moto di un fluido in un mezzo poroso, eguagliando il tasso di infiltrazione $f(t)$ alla velocità di filtrazione si può scrivere:

$$f(t) = K_s \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (2.55)$$

in cui H è il carico totale, z la profondità e considerando il tasso di infiltrazione positivo nella direzione di z per cui uguale e contrario alla velocità di filtrazione e K_s la conducibilità idraulica del suolo. Semplificando la derivata $\partial H/\partial z$ con il rapporto incrementale tra la variazione del carico totale, calcolato tra la superficie ed il fronte umido, e la profondità raggiunta dal fronte $L(t)$, la (2.55) diventa:

2.3 Termine Sorgente di precipitazione

$$f(t) = K_s \frac{h_0 + L(t) + \varphi}{L(t)}, \quad (2.56)$$

dove h_0 è l'altezza d'acqua sulla superficie e φ il carico di suzione. Sostituendo la (2.54) nella (2.56) si ottiene:

$$f(t) = K_s \left(1 + \frac{\Delta\theta(h_0 + \varphi)}{F(t)} \right). \quad (2.57)$$

Ad ogni passo di calcolo il tasso di infiltrazione viene calcolato con la (2.57) ed è sottratto all'intensità di precipitazione lorda per ottenere la precipitazione netta.

3. Validazione del modello numerico

Con la finalità di validare il comportamento del modello numerico a seguito delle implementazioni effettuate, vengono nel seguito presentati i risultati delle simulazioni di alcuni casi test comunemente adottati in letteratura per analizzare le prestazioni dei modelli destinati allo studio del moto idrico sui versanti, spesso denominato *overland flow*. Come soluzione di riferimento, oltre ad eventuali osservazioni acquisite durante investigazioni di laboratorio, se presenti, verrà più volte presa in considerazione la soluzione analitica dell'onda cinematica. Tale soluzione, che verrà introdotta nel successivo paragrafo, è infatti usualmente invocata in letteratura a scopo di validazione di modelli numerici del tipo di quello qui sviluppato. Pur doverosa, tale validazione viene in questa sede condotta nella consapevolezza che dal confronto con la soluzione dell'onda cinematica (sì analitica ma di un problema semplificato rispetto a quello risolto dal modello numerico completo qui proposto) possono essere confermati solo alcuni lineamenti principali del comportamento del solutore.

La validazione verrà condotta con riferimento a casi di movimento su campo di moto sia mono che bidimensionale.

3.1 Soluzione analitica dell'onda cinematica

Il processo dell'*overland flow* è definito come il movimento dell'acqua sui versanti o sul terreno, fino al raggiungimento di un fiume o di un canale. Tale processo viene innescato dalla precipitazione e si manifesta una volta che viene colmata la capacità di infiltrazione del terreno. L'*overland flow* è stato oggetto di studio di molte ricerche e l'approssimazione maggiormente utilizzata per risolvere il problema del calcolo della profondità idrica e della portata legate a tale tipo di movimento è quella rappresentata dalla cosiddetta onda cinematica, semplificazione delle equazioni dinamiche complete.

Ci sono diversi studi che conducono allo sviluppo del metodo dell'onda cinematica; Lighthill and Whitham nel 1955 [57] introdussero la teoria dell'onda cinematica, a partire dalla teoria dell'onda dinamica, successivamente Henderson e Wooding nel 1964 [58] semplificarono tale metodo per applicazioni legate ai bacini naturali. Usando l'approccio cinematico il problema si può risolvere molto bene con il metodo delle caratteristiche [59,60] o con soluzioni esatte [61] o approssimate [62] per l'*overland flow* su una superficie piana. Moore ed altri, nel 1985 [63] hanno esteso la soluzione approssimata anche con riferimento al moto dell'acqua sui versanti nel caso di superfici convergenti e divergenti, definendo la natura dell'idrogramma in uscita e la forma del profilo idrico per precipitazioni costanti e variabili nel tempo.

Le equazioni che governano il moto secondo l'approccio cinematico sono evidentemente le stesse equazioni del modello completo *SWEs*, equazione di continuità (principio di conservazione della massa) ed equazione della conservazione del flusso della quantità di moto, in cui però vengono trascurati sia i termini inerziali che i termini dovuti al gradiente della pressione.

Sulla base di una schematizzazione di tipo monodimensionale l'equazione di bilancio di massa per un canale pendente di larghezza unitaria può essere scritta come:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = r - f, \quad (3.1)$$

dove q rappresenta la portata specifica lungo la direzione del moto x , h è la profondità

idrica, r è l'intensità di precipitazione e f è il tasso di infiltrazione. L'equazione del moto in forma completa può essere scritta come:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(S_f - S_0) + \frac{u}{h}(r - f) = 0, \quad (3.2)$$

dove u è la velocità idrica, g l'accelerazione di gravità, S_f la pendenza dovuta alla scabrezza e S_0 la pendenza del fondo. Per l'approccio di tipo cinematico si ipotizza che il moto abbia un comportamento lentamente variabile nello spazio e nel tempo da poter essere quindi trattato come una successione gradualmente variata nello spazio e nel tempo di moti uniformi. Secondo tale ipotesi la portata e l'area della sezione sono legate in ogni sezione ed in ogni istante dal legame caratteristico del moto uniforme. All'interno dell'equazione (3.2) vengono quindi trascurate l'accelerazione locale e quella convettiva, trascurando quindi l'inerzia della massa fluida (termini inerziali); si trascura inoltre anche il gradiente della pressione, venendo quindi a confondere la pendenza motrice con la pendenza del fondo e riconducendo l'equazione del moto ad un bilancio tra effetti gravitazionali associati alla pendenza del fondo ed effetti resistenti dovuti alle azioni tangenziali sul perimetro bagnato. L'equazione (3.2) diventa quindi:

$$S_0 = S_f. \quad (3.3)$$

L'equazione di bilancio del flusso di quantità di moto può pertanto essere espressa come una relazione univoca tra portata e area della sezione, come ad esempio avviene nella formulazione di *Chézy*:

$$Q = A\chi\sqrt{RS_0}, \quad (3.4)$$

dove Q è la portata, A è l'area della sezione, χ è il coefficiente di *Chézy* e R è il raggio idraulico, definito come il rapporto tra area e perimetro bagnato. Considerando una sezione rettangolare molto larga, come si fa usualmente per schematizzare la falda su cui ha luogo lo scorrimento per lo studio dell'*overland flow*, il raggio idraulico R viene a coincidere con la profondità idrica h . Esprimendo il coefficiente di scabrezza attraverso l'espressione di Manning ($\chi = R^{1/6}/n_{man}$), la (3.4) diventa:

3.1 Soluzione analitica dell'onda cinematica

$$q = h \cdot \frac{h^{\frac{1}{6}}}{n_{man}} \sqrt{hS_0} = \frac{\sqrt{S_0}}{n_{man}} h^{\frac{5}{3}}. \quad (3.5)$$

Generalizzando è quindi possibile scrivere:

$$q = \alpha h^n, \quad (3.6)$$

dove $\alpha = \sqrt{S_0}/n_{man}$ e $n = 5/3$ secondo la formulazione di Manning per il moto puramente turbolento. I due parametri α e n risultano quindi funzione della pendenza, della scabrezza e della forma della sezione considerata.

Al fine di risolvere il sistema composto dalle equazioni (3.1) e (3.6) con il metodo delle caratteristiche si considera un dominio come in Figura 3.1 che schematizza le principali caratteristiche di un bacino combinato con un canale (*V catchment*).

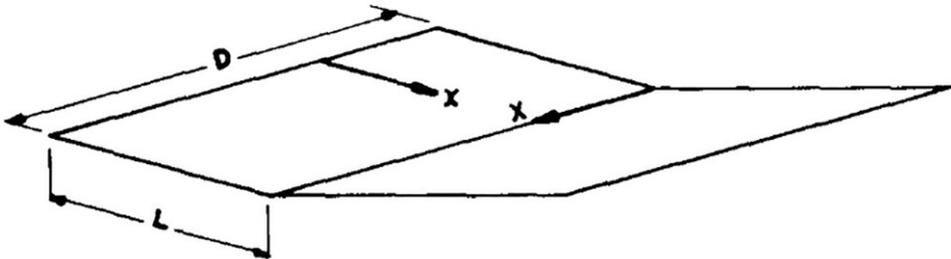


Figura 3.1: Schematizzazione del bacino V-shaped

I parametri che hanno in questo caso maggiore influenza sul processo sono la pendenza, la scabrezza della superficie e il regime del movimento, caratteristiche ritenute costanti, cosa che dà luogo alla costanza dei parametri α e n nelle equazioni precedenti. Si assume inoltre che l'intensità di precipitazione e il tasso di infiltrazione possano variare nel tempo ma che siano distribuiti uniformemente nello spazio. Il dominio è composto da due piani inclinati rettangolari di larghezza L uniti a formare un impluvio lungo la dimensione perpendicolare ad L , che individua quindi un canale di lunghezza D .

Le condizioni iniziali ($t = 0$) ed al contorno ($x = 0$) per il problema in esame sono:

$$h = 0 \begin{cases} 0 \leq x \leq L \text{ per } t = 0 \\ t > 0 \text{ per } x = 0 \end{cases}, \quad (3.7)$$

ovvero profondità idrica al tempo iniziale nulla su tutto il dominio e profondità sempre nulla sul contorno di monte. Utilizzando il metodo delle caratteristiche è possibile passare dal sistema delle equazioni alle derivate parziali in x e t (equazioni (3.1) e (3.6)) ad un sistema alle derivate totali rispetto ad una sola variabile (t). Dalla (3.6) si definisce la celerità $c(h)$ come:

$$c(h) = \frac{dq}{dh} = n\alpha h^{n-1}, \quad (3.8)$$

e le equazioni caratteristiche per il problema sono:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{dh}{dt} = r - f, \quad (3.9)$$

che identifica la variazione della profondità idrica h nel tempo e:

$$\frac{dx}{dt} = c = n\alpha h^{n-1}, \quad (3.10)$$

che identifica la direzione lungo cui vale la relazione (3.9). È quindi possibile integrare le due equazioni e le costanti di integrazione sono definite in funzione di un punto (x_1, t_1) da cui parte la linea caratteristica. Il contributo della falda può essere calcolato in corrispondenza dell'ascissa $x = L$.

Nel caso particolare in cui l'intensità di precipitazione netta ($r - f$) sia assunta costante (v_0) fino al tempo t_0 , si può scrivere:

$$r - f = \begin{cases} v_0 = \text{cost per } 0 \leq t \leq t_0 \\ 0 \text{ per } t < 0 \wedge t > t_0 \end{cases}, \quad (3.11)$$

dove si sono introdotti il tempo t_0 e la velocità v_0 associati alla precipitazione efficace in ingresso distribuita uniformemente sulla falda. Nel caso in cui sia specificata v_0 si possono distinguere due casi, il caso in cui il tempo t_0 sia inferiore al tempo necessario a raggiungere la condizione di regime t_s o viceversa. L'istante di raggiungimento della condizione di equilibrio t_s può essere definito dalle (3.6) e (3.9) osservando che si ha:

3.1 Soluzione analitica dell'onda cinematica

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dh} \frac{dh}{dt} = n\alpha h^{n-1}(r - f) = cv_0. \quad (3.12)$$

Dato che si ha anche:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dq}{dx} c, \quad (3.13)$$

si può scrivere:

$$\frac{dq}{dx} = v_0. \quad (3.14)$$

Per il moto stazionario pertanto integrando si ottiene:

$$q_s = Lv_0 = \alpha h_s^n = \alpha h_s h_s^{n-1}, \quad (3.15)$$

da cui:

$$\frac{h_s}{v_0} = t_s = \frac{L}{\alpha h_s^{n-1}}. \quad (3.16)$$

Se $t_0 \geq t_s$ (caso I), viene raggiunto il moto stazionario e sostituendo t_s si può scrivere:

$$h_s = v_0 t_s = \left(\frac{v_0 L}{\alpha h_s^{n-1}} \right) \rightarrow h_s^n = \frac{v_0 L}{\alpha} \rightarrow h_s = \left(\frac{v_0 L}{\alpha} \right)^{1/n} = \left(\frac{q_s}{\alpha} \right)^{1/n}. \quad (3.17)$$

Se $t_0 < t_s$ (caso II), la pioggia termina prima che sia raggiunto il moto stazionario, viene pertanto introdotto il tempo t_p , fino al quale, superato l'istante in cui termina la pioggia, la profondità idrica sarà calcolata come:

$$h = v_0 t_0 = h_0. \quad (3.18)$$

Il tempo t_p corrisponde all'istante in cui la caratteristica che passa dal punto $(0, t_0)$ nel piano (x, t) arriva alla distanza $x = L$ ed è determinato come:

$$t_p = (1 - 1/n)t_0 + \frac{t_s^n}{(nt_0^{n-1})}. \quad (3.19)$$

Riassumendo, la profondità idrica h per un bacino soggetto ad una precipitazione come espresso in (3.11), può essere descritta a seconda dei casi I e II come da

Tabella 3.1 dove la fase 1 corrisponde alla fase crescente, la fase 2 a quella stazionaria e la fase 3 a quella decrescente.

Tabella 3.1: Soluzione analitica del problema cinematico sulla falda

Caso I ($t_0 \geq t_s$)		
Fase 1	$0 < t < t_s$	$h = v_0 t$
Fase 2	$t_s < t < t_0$	$h = (q_s/\alpha)^{1/n}$
Fase 3	$t > t_0$	$h_s^n/h^{n-1} - h = n v_0(t-t_0)$
Caso II ($t_0 < t_s$)		
Fase 1	$0 < t < t_0$	$h = v_0 t$
Fase 2	$t_0 < t < t_p$	$h = v_0 t_0 = h_0$
Fase 3	$t > t_p$	$h_s^n/h^{n-1} - h = n v_0(t-t_0)$

La soluzione analitica sopracitata per lo scorrimento superficiale nel bacino può essere estesa allo scorrimento nel canale centrale; in questo caso le equazioni (3.1) e (3.6) sono espresse in termini di Q e H , che rappresentano rispettivamente la portata transitante e il volume d'acqua contenuto nel canale per unità di lunghezza. I contributi laterali inoltre in questo caso non sono più ($r - f$) ma sono pari agli apporti dei due bacini scolanti riassunti in

Tabella 3.1. Il sistema assume quindi la forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial t} = q_i, \quad (3.20)$$

$$Q = AH^N, \quad (3.21)$$

Le condizioni iniziali si possono scrivere come:

$$H = H_c \begin{cases} 0 \leq X \leq D \text{ per } t = 0 \\ t > 0 \text{ per } X = 0 \end{cases}, \quad (3.22)$$

in cui H_c corrisponde ad una generica condizione iniziale di moto uniforme all'interno del canale. Le equazioni caratteristiche per il problema sono:

$$\frac{dH}{dt} = 2q; \quad (3.23)$$

3.2 Casi test considerati

$$\frac{dX}{dt} = NAH^{N-1}. \quad (3.24)$$

È quindi possibile integrare le due equazioni a partire da un generico punto (X_I, t_I) lungo la caratteristica. La portata variabile nel tempo nella sezione terminale del canale ha espressione:

$$Q = AH^N|_{X=D}. \quad (3.25)$$

Per individuare la soluzione analitica si ipotizza che H_c all'inizio del canale sia nulla, ovvero che non ci siano contributi significativi da parte di altri bacini in $X < 0$. Viene inoltre definito il tempo λ_{t_s} , in cui nel canale viene raggiunto il moto stazionario H_s :

$$\lambda = \frac{H_s}{2Lh_s} = \frac{1}{2L} \frac{(2v_0LD/A)^{1/n}}{(v_0L/\alpha)^{1/n}}, \quad (3.26)$$

in cui

$$H_s = 2q_s\lambda_{t_s} = \left(\frac{2q_sD}{A}\right)^{1/N} = \left(\frac{Q_s}{A}\right)^{1/N}. \quad (3.27)$$

Come già anticipato, le soluzioni per il modello dell'onda cinematica dedotte con il metodo delle caratteristiche in forma analitica chiusa o numerica [59] sono state utilizzate come soluzioni di riferimento per i casi test che saranno mostrati nel prosieguo.

3.2 Casi test considerati

Con riferimento alla validazione del modello sulla base di test schematici di confronto presenti in letteratura, si è fatto ricorso sia all'analisi di configurazioni in cui il moto indotto dalla precipitazione si sviluppa in una sola direzione, che a quella di configurazioni in cui il moto di scorrimento superficiale avviene lungo due direzioni. I risultati ottenuti dal modello numerico qui sviluppato saranno indicati con la nomenclatura *Parflood Rain*, dal nome scelto per il modello, la soluzione analitica dell'onda cinematica verrà indicata come *Kinematic Wave*, mentre si adatterà la

nomenclatura *Experimental* nel caso di risultati di riferimento acquisiti nel corso di prove sperimentali.

3.2.1 Casi test monodimensionali

Caso test 1D - 1

Il primo caso test monodimensionale preso in considerazione [64] vede il moto di scorrimento svilupparsi su un dominio costituito da un piano inclinato lungo la direzione x , di lunghezza $L = 200$ m e larghezza $D = 10$ m, sollecitato da una precipitazione uniformemente distribuita di durata 1 ora con intensità $r = 60$ mm/h costante nel tempo. Il piano è posto ad una pendenza $S_0 = 0.001$ e risulta caratterizzato da una scabrezza secondo Manning pari a $n_{man} = 0.03 \text{ sm}^{-1/3}$. Il passo adottato per la griglia di calcolo è $\Delta x = 5$ m. Le grandezze caratteristiche del bacino scolante sono presentate nello schema di Figura 3.2. Il confronto tra risultati numerici e soluzione analitica dell'onda cinematica è presentato in Figura 3.3 in termini di portata specifica con riferimento alla sezione più depressa del dominio che rappresenta la sezione di chiusura del bacino schematico. In Figura 3.3 viene indicato anche il valore asintotico della portata specifica dovuta alla precipitazione, denominato come *Discharge Rain*, valore stazionario a cui tende la portata specifica in condizioni di moto stazionario. Tale valore si manterrebbe indefinitamente alla sezione di chiusura in presenza di una precipitazione di durata infinita.

3.2 Casi test considerati

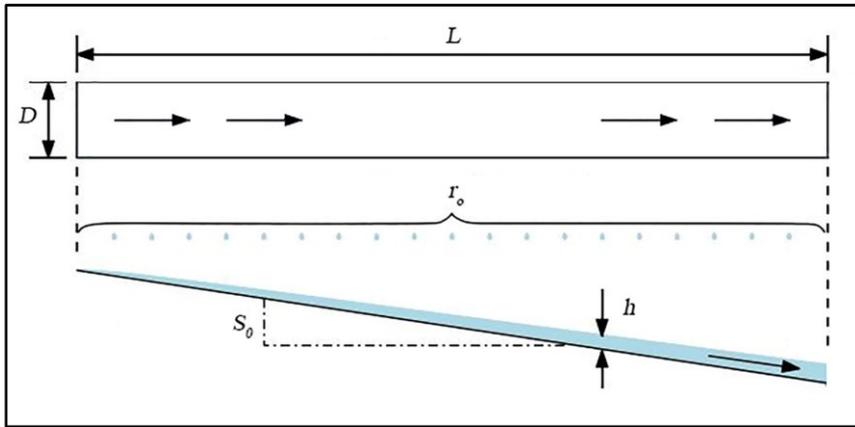


Figura 3.2: Schematizzazione del dominio per i casi test 1D – 1, 2 e 3

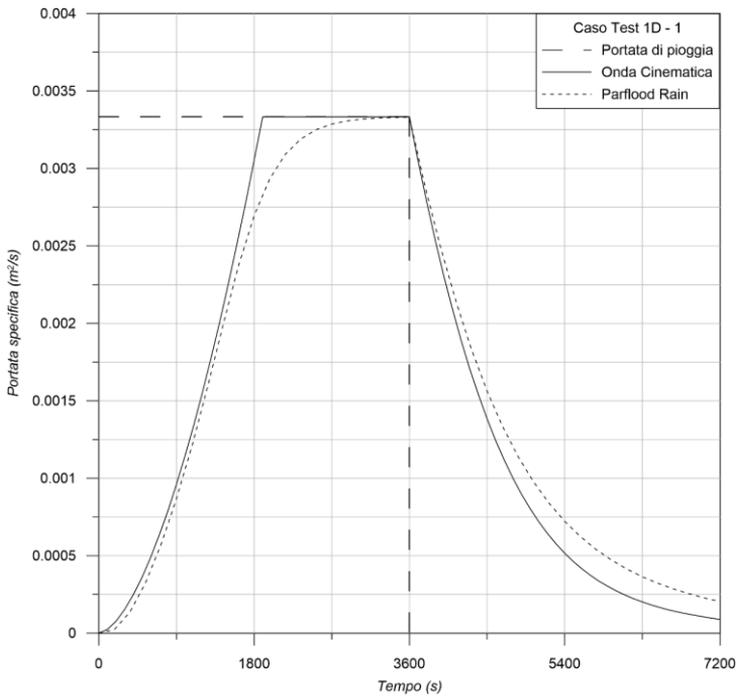


Figura 3.3: Caso Test 1D - 1, idrogrammi di portata specifica alla sezione di chiusura

La portata specifica raggiunge il moto stazionario sul valore $q_{unif} = 3.33 \cdot 10^{-3} m^2/s$ con una corrispondente profondità idrica pari ad $h_{unif} = 0.032 m$. Come è possibile

osservare, nel caso esaminato la durata della precipitazione è sufficiente a garantire il raggiungimento del moto stazionario alla sezione di chiusura del bacino in esame. Come era da attendersi, data la particolare genesi della soluzione analitica semplificata, secondo l'approccio dell'onda cinematica, tale valore viene raggiunto ad un tempo t (pari a 1900 secondi) che precede di molto l'istante di raggiungimento del valore asintotico da parte del modello completo (t pari a 3200 secondi). Ciò non stupisce dato che dal confronto tra risultati del codice e soluzione analitica del problema semplificato era da attendersi, come già anticipato, esclusivamente la conferma dei lineamenti principali del fenomeno in esame. Il valore stazionario della portata specifica è in ogni caso assai ben riprodotto dal solutore numerico. Il ramo crescente dell'idrogramma è quasi perfettamente sovrapposto alla soluzione analitica cinematica fintantoché si comincia a risentire degli effetti inerziali trascurati dalla soluzione cinematica. Analogamente avviene in maniera via via crescente in corrispondenza del ramo di esaurimento dell'idrogramma.

Caso test 1D - 2

Simile al caso precedente, il seguente caso test monodimensionale presenta un dominio come in Figura 3.2 sollecitato da una precipitazione uniformemente distribuita e costante nel tempo. Le dimensioni del dominio sono larghezza $L = 400$ m e lunghezza $D = 500$ m con un passo della griglia pari a $\Delta x = 100$ m e coefficiente di scabrezza secondo Manning $n_{man} = 0.02 \text{ sm}^{-1/3}$; la precipitazione ha intensità $r = 19.8$ mm/h per una durata $t = 200$ minuti. In questo caso test si è osservata la risposta del bacino al variare della pendenza della falda: in un caso è stato ipotizzato un valore modesto di pendenza $S_0 = 0.0005$ (caso A), incrementata fino al valore $S_0 = 0.01$ (caso B). Il caso test è il medesimo analizzato da Gottardi G e Venutelli M. [65], ed anche in questo caso i risultati in termini di portata specifica sono stati confrontati con la soluzione dell'onda cinematica. Dalla Figura 3.4 si può valutare ancora una volta il buon comportamento del modello numerico ed osservare come al crescere della pendenza del dominio si vada

3.2 Casi test considerati

riducendo l'importanza degli effetti inerziali. Di pari passo il tempo di concentrazione diminuisce e la soluzione del problema dinamico tende ad avvicinarsi a quella cinematica semplificata.

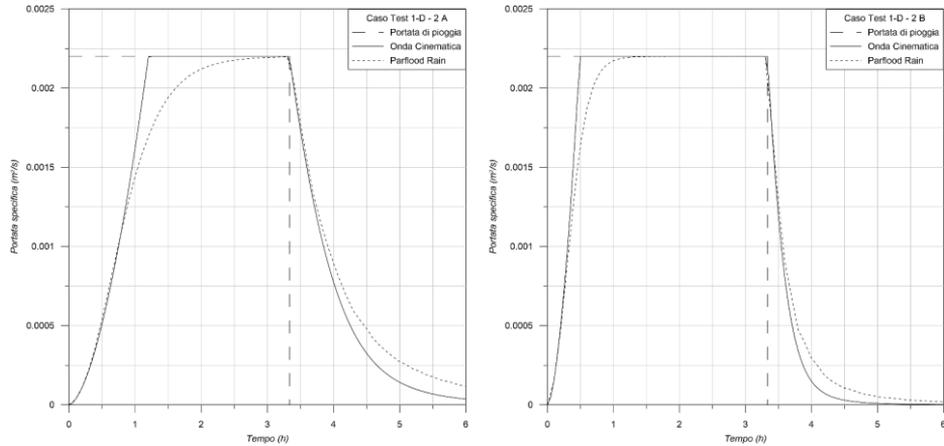


Figura 3.4: Caso Test 1D - 2, portata specifica nella sezione di chiusura al variare della pendenza della falda

Caso test 1D - 3

Il dominio adottato per la simulazione del presente caso test monodimensionale è caratterizzato anch'esso da un piano inclinato lungo la direzione x come in Figura 3.2. Le caratteristiche della superficie soggetta a precipitazione sono però differenti rispetto al caso precedente. Il piano ha lunghezza $L = 21.945$ m e larghezza $D = 0.01$ m, con inclinazione $S_0 = 0.04$; il passo della griglia di calcolo è $\Delta x = 0.005$ m mentre come coefficiente di scabrezza di Manning si è scelto il valore di $n_{man} = 0.5 \text{ sm}^{-1/3}$. I risultati del modello, in termini di runoff (m/s) nella sezione più depressa del dominio, sono confrontati con i risultati dell'onda cinematica e con i dati sperimentali osservati da Morgali e Linsley [66]. Per questo caso test il dominio è stato sollecitato con una precipitazione uniformemente distribuita con intensità costante pari a $r = 92.964$ mm/h (caso A) o $r = 48.006$ mm/h (caso B) per una durata $t = 1$ h. I risultati per entrambe le sollecitazioni di pioggia sono mostrati in Figura 3.5:

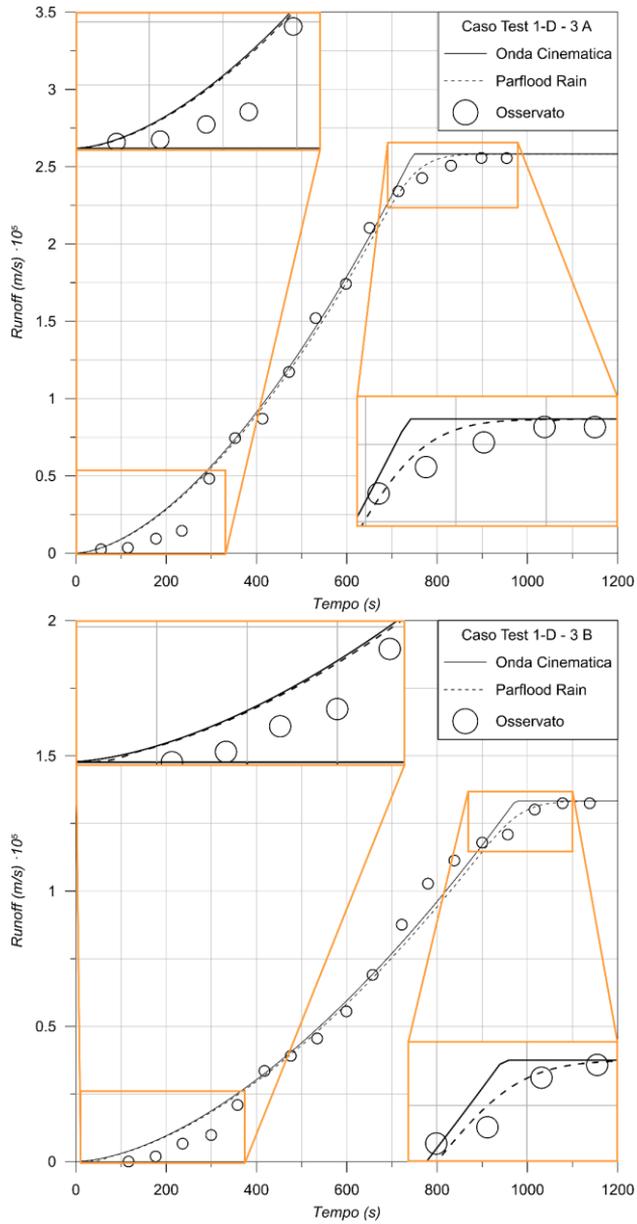


Figura 3.5: Caso Test 1D - 3, idrogrammi di velocità alla sezione di chiusura per i casi test A e B

3.2 Casi test considerati

Come è possibile osservare il modello numerico riproduce in maniera molto buona l'andamento dell'idrogramma sperimentale cogliendo la concavità dell'andamento delle osservazioni in prossimità del raggiungimento del moto stazionario ovviamente meglio di come avvenga da parte della soluzione cinematica. Dai grafici si nota comunque come per i primi 300 (caso A) o 400 (caso B) secondi del ramo di crescita gli idrogrammi forniti dal modello numerico completo e dalla soluzione cinematica crescano più rapidamente rispetto al dato osservato. Tale *shift* temporale, già notato in passato in letteratura all'atto di analoghi confronti, potrebbe essere imputato allo scorrimento ritardato nelle prove sperimentali dovuto all'infiltrazione nel terreno o al trattenimento dell'acqua nella copertura erbosa dell'apparato sperimentale.

Caso test ID - 4

Il presente caso test è stato effettuato con riferimento al medesimo dominio del test precedente ($L = 21.945$ m, $D = 0.01$ m, $\Delta x = 0.005$ m, $S_0 = 0.04$) ma in presenza di una precipitazione variabile nel tempo costituita da quattro scrosci in differente successione, come descritto in Tabella 3.2 per una durata complessiva di $t = 40$ minuti, uniformemente distribuiti sul bacino scolante. Il coefficiente di scabrezza di Manning impostato per l'intero dominio è pari a $n_{man} = 0.3125$ sm^{-1/3}.

I risultati ottenuti in termini di velocità di *runoff* alla sezione di chiusura (m/s) sono stati confrontati, in mancanza di ulteriori strumenti di validazione analitici per il particolare problema proposto, con la soluzione di un altro modello numerico completo presentato da Govindaraju et al. [67]. Come è possibile osservare in Figura 3.6 vi è una perfetta sovrapposizione tra i risultati forniti dai due modelli completi ad indicare se non altro la correttezza del risultato numerico fornito dal codice qui proposto.

Tabella 3.2: Andamento della precipitazione per il Caso test 1D - 3

tempo (min)	Intensità di pioggia (mm/h)
Caso A	
$0 \leq t < 10$	50.8
$10 \leq t < 20$	101.6
$20 \leq t < 30$	50.8
$30 \leq t < 40$	101.6
$t \geq 40$	0
Caso B	
$0 \leq t < 10$	101.6
$10 \leq t < 20$	50.8
$20 \leq t < 30$	101.6
$30 \leq t < 40$	50.8
$t \geq 40$	0

3.2 Casi test considerati

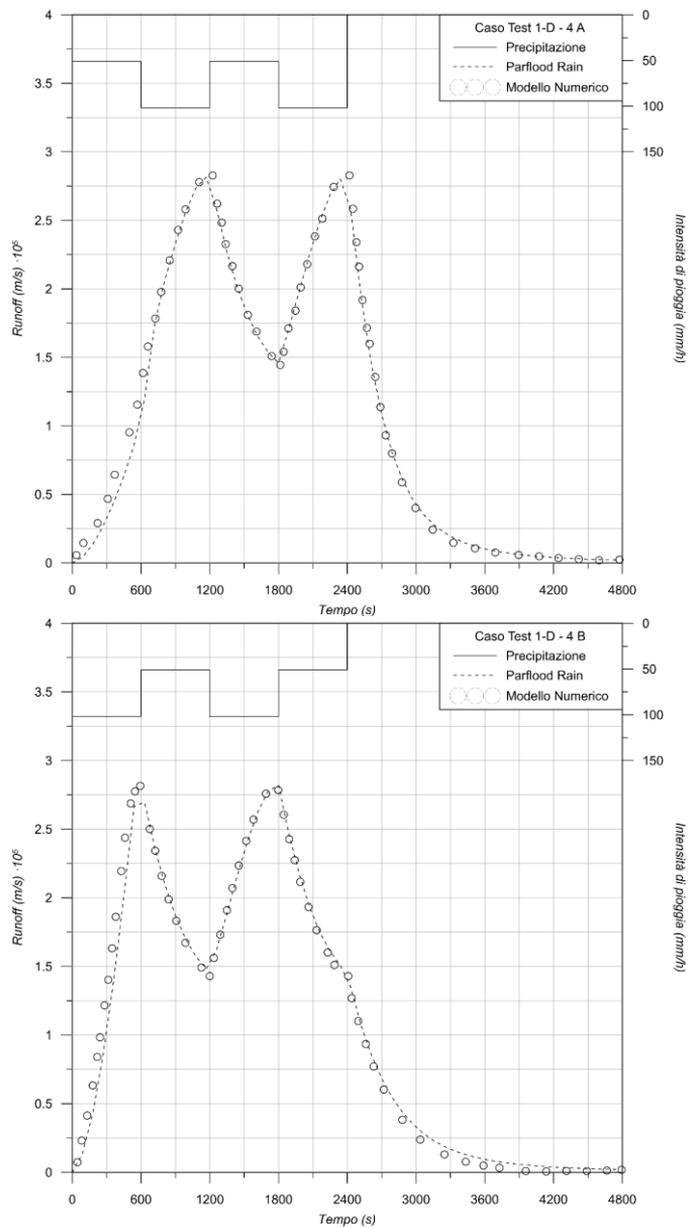


Figura 3.6: Caso Test 1D - 4, idrogrammi di runoff alla sezione di chiusura per i casi test A e B

Caso test ID - 5

Il caso test monodimensionale qui mostrato, che riproduce l'esperimento effettuato da Iwagaki presso l'università di Kyoto [68], presenta un dominio composto da tre piani inclinati successivi di lunghezza $L = 8$ m, con pendenza decrescente, soggetti ad una precipitazione di intensità differente. Il dominio è quello schematizzato in Figura 3.7. I valori di pendenza e di intensità di precipitazione per ciascuno dei tre piani sono riassunti in Tabella 3.3. Il passo della griglia di calcolo è $\Delta x = 0.5$ m mentre la larghezza dei piani è $D = 19.5$ m.

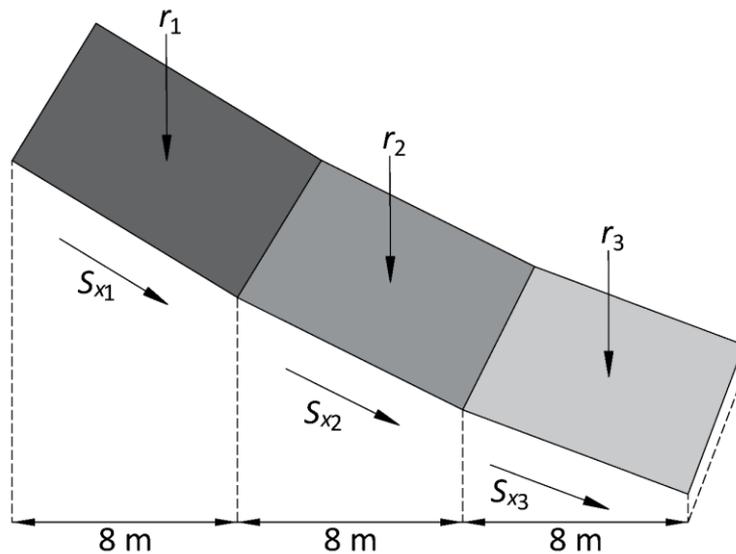


Figura 3.7: Schematizzazione del dominio per il caso test ID - 5

Tabella 3.3: Pendenze del dominio ed intensità di precipitazione considerata

Piano	Pendenza (-)	Intensità di pioggia (mm/h)
1	0.02	3888
2	0.015	2296.8
3	0.01	2880

3.2 Casi test considerati

Il test è stato effettuato con due parametri di scabrezza differenti, $n_{man} = 0.009 \text{ sm}^{-1/3}$ (condizione I, valore del parametro di scabrezza effettivamente indicato da Iwagaki) e $n_{man} = 0.01 \text{ sm}^{-1/3}$ (condizione II, valore del parametro di scabrezza leggermente superiore a quello indicato da Iwagaki spesso utilizzato in letteratura nelle simulazioni relative a questo test) e con una durata della precipitazione di $t = 10 \text{ s}$ (caso A), $t = 20 \text{ s}$ (caso B) e $t = 30 \text{ s}$ (caso C). I risultati ottenuti in termini di portata specifica nella sezione più depressa del dominio sono stati confrontati con i dati sperimentali ottenuti da Iwagaki e con quelli ottenuti da un modello numerico diffusivo chiamato *Wetflow* [69], basato quindi su una formulazione ottenuta trascurando i termini dell'accelerazione locale e convettiva nell'equazione della conservazione dei flussi della quantità di moto.

Come si nota da Figura 3.8, Figura 3.9 e Figura 3.10 i risultati ottenuti per la durata di pioggia $t = 10 \text{ s}$ (caso A) sono quelli che si discostano maggiormente dalla soluzione sperimentale di riferimento ma in generale gli idrogrammi forniti dal modello sviluppato sono in buon accordo con le risultanze di laboratorio. In generale il solutore qui proposto è in grado di riprodurre con buona accuratezza i risultati sperimentali di Iwagaki, mostrando in qualche misura la superiorità del modello completo rispetto al modello diffusivo. Va anche osservato che, in particolare nei casi A e B, è ben evidente l'influenza del valore di scabrezza assunto per le modellazioni numeriche. In particolare il valore di colmo degli idrogrammi computati dal solutore completo qui proposto varia in maniera non trascurabile per modeste variazioni dell'indice di Manning n_{man} adottato nelle modellazioni.

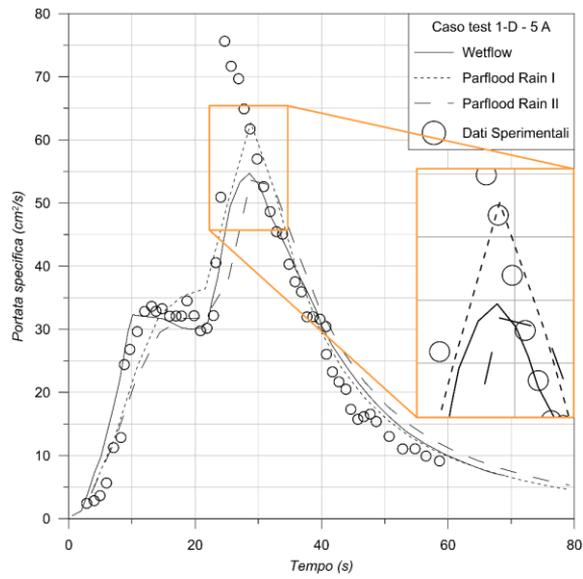


Figura 3.8: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso A (condizioni I e II)

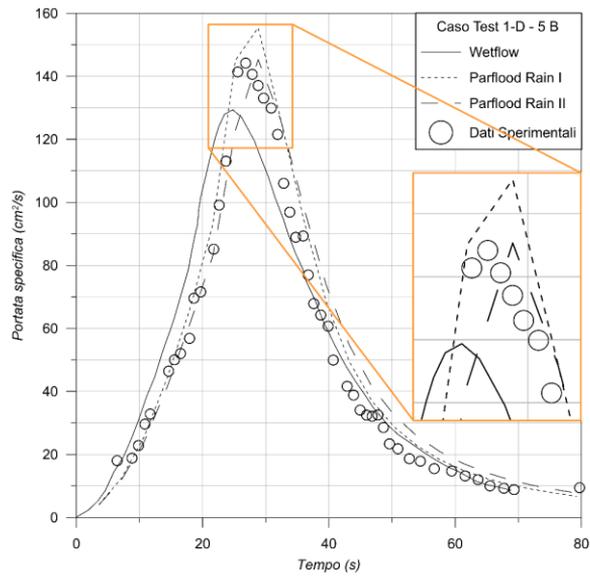


Figura 3.9: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso B (condizioni I e II)

3.2 Casi test considerati

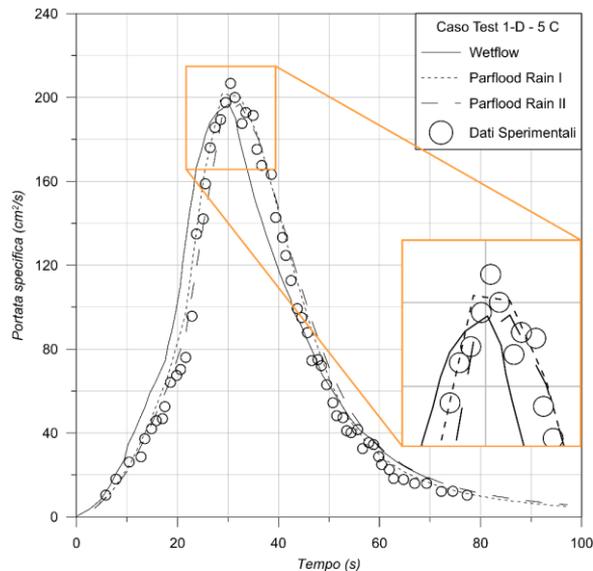


Figura 3.10: Caso Test 1D - 5, idrogrammi di portata specifica per il caso C (condizioni I e II)

Caso test 1D - 6

Un ultimo caso test monodimensionale è stato effettuato per testare l'avanzamento dei fronti di bagnamento e asciugamento, fenomeno che può esercitare una sensibile influenza nei confronti della stabilità numerica o comunque dare luogo alla violazione della legge di conservazione della massa o dei flussi della quantità di moto. Il caso test è relativo al moto di risalita e contrazione un'onda su di un piano inclinato al fine di rappresentare schematicamente l'effetto di uno Tsunami su una spiaggia (*Tsunami run-up on a plane beach*). Il particolare fenomeno analizzato vede il continuo movimento di fronti di bagnamento e asciugamento a conseguenza del quale importanti oscillazioni ed errori possono ingenerarsi nella soluzione numerica. La soluzione analitica del caso test è stata introdotta da Carrier et al. [70] a partire dalle equazioni complete alle acque basse, risolvendo il sistema con diverse condizioni iniziali applicando la trasformata di *Fourier-Bassel* e invertendo la trasformata tramite la funzione di *Green*. La soluzione nel tempo fisico e nello spazio del dominio è quindi ottenuta tramite integrazione numerica, ottenendo una soluzione semi analitica che può essere usata per validare i

codici numerici; tale soluzione è stata usata come caso di validazione nel *Third International Workshop on Long Wave Run-up Models* nel 2004 e i dati relativi sono reperibili in rete all'indirizzo http://isec.nacse.org/workshop/2004_cornell/bmark1.html.

Il caso test consiste quindi nella simulazione del moto di risalita e successivo ritiro di un'onda in arrivo su un piano inclinato, in assenza di scabrezza, con pendenza costante pari a 0.1. Il dominio di calcolo si estende per una lunghezza di 50.5 Km nell'intervallo $-500 < x < 50000$ m ed è discretizzato con una griglia cartesiana di passo $\Delta x = 10$ m (caso A) o $\Delta x = 1$ m (caso B). Nella situazione iniziale la velocità idrica è nulla ma il moto dell'acqua è indotto dalla quota idrica rappresentata in Figura 3.11.

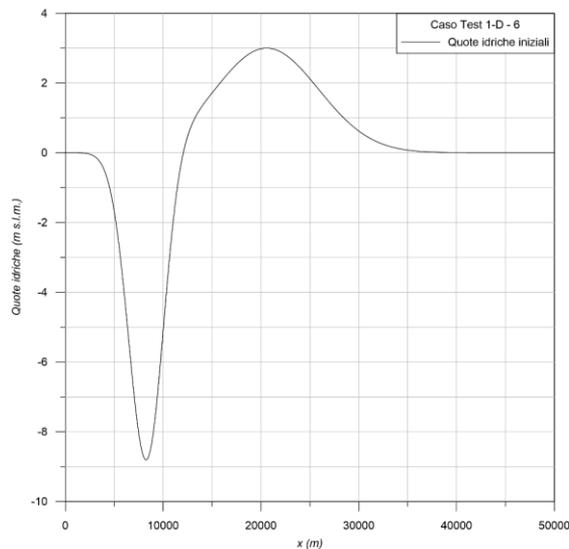


Figura 3.11: Caso Test 1D - 6, quota idrica iniziale nel campo di moto

I risultati in termini di quota idrica e velocità idrica sono confrontati con la soluzione analitica di riferimento in tre istanti temporali differenti (160, 175 e 220 s) lungo il profilo del piano inclinato. In Figura 3.12, Figura 3.13 e Figura 3.14 sono mostrati i risultati in un dettaglio del dominio di calcolo vicino alla battigia proprio perché si vuole porre l'attenzione sul processo di asciugamento e bagnamento. I confronti tra risultati della soluzione semi analitica e del modello numerico qui proposto sono

3.2 Casi test considerati

complessivamente in buon accordo per quanto riguarda la quota idrica, relativamente alla quale si osservano alcune oscillazioni in corrispondenza del fronte al tempo $t = 220$ s (Figura 3.14). Differenze di entità leggermente più significativa si possono osservare per la velocità idrica, soprattutto in prossimità del fronte, a partire dal tempo $t = 175$ s (Figura 3.13).

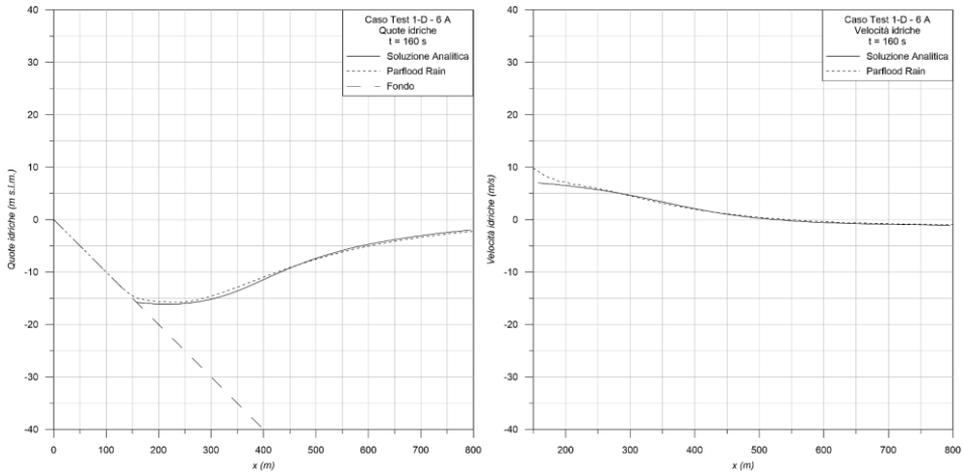


Figura 3.12: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 160$ s

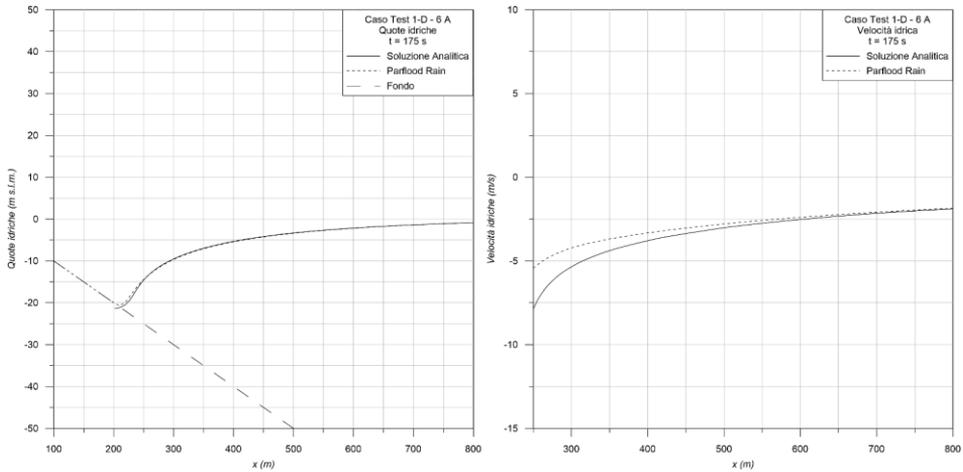


Figura 3.13: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 175$ s

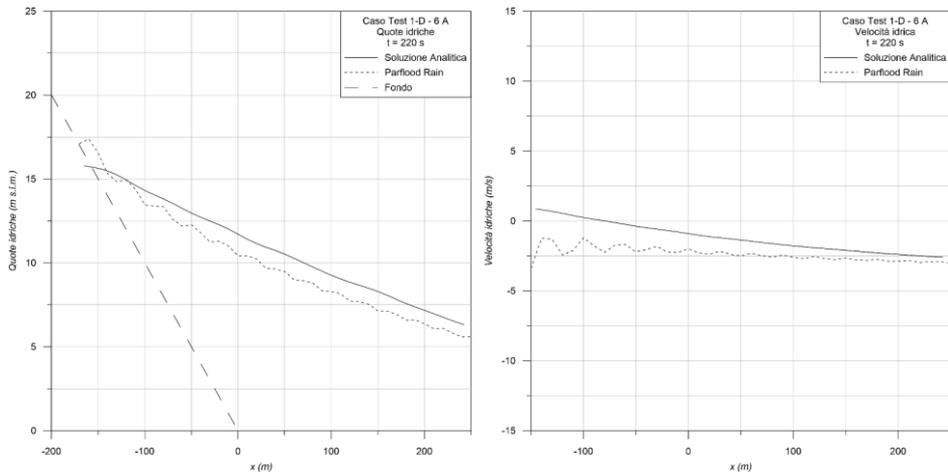


Figura 3.14: Caso Test 1D – 6 A, quota idrica e velocità a $t = 220$ s

Queste differenze risultano di molto ridotte se si utilizza una griglia con passo inferiore come nel caso B ($\Delta x = 1$ m). I risultati di questa seconda simulazione sono mostrati in Figura 3.15, Figura 3.16 e Figura 3.17. Come è possibile osservare il codice è in questo caso in grado di descrivere con grande accuratezza l'avanzamento del fronte asciutto bagnato indotto dalla propagazione di un'onda non lineare.

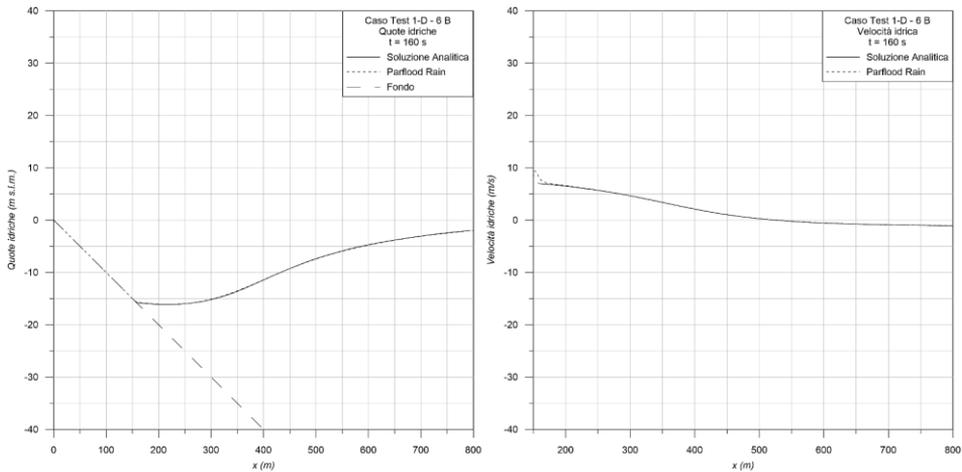


Figura 3.15: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 160$ s

3.2 Casi test considerati

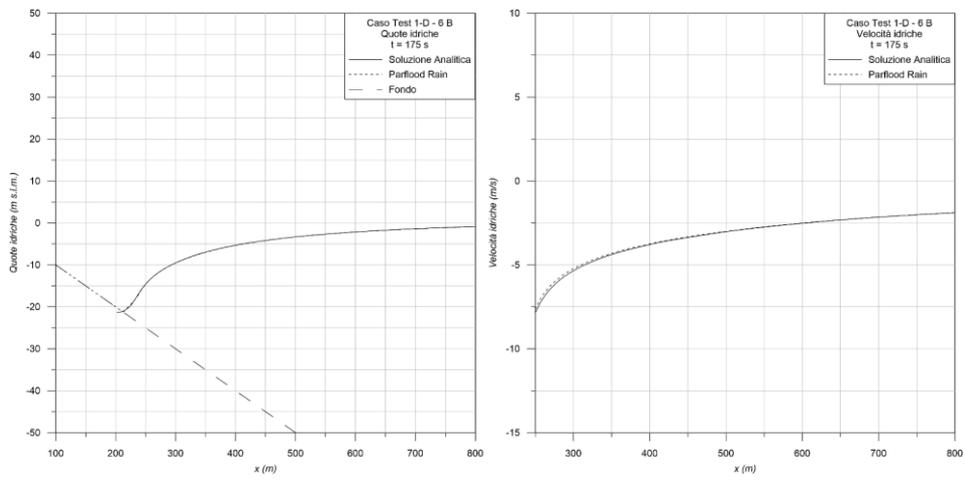


Figura 3.16: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 175$ s

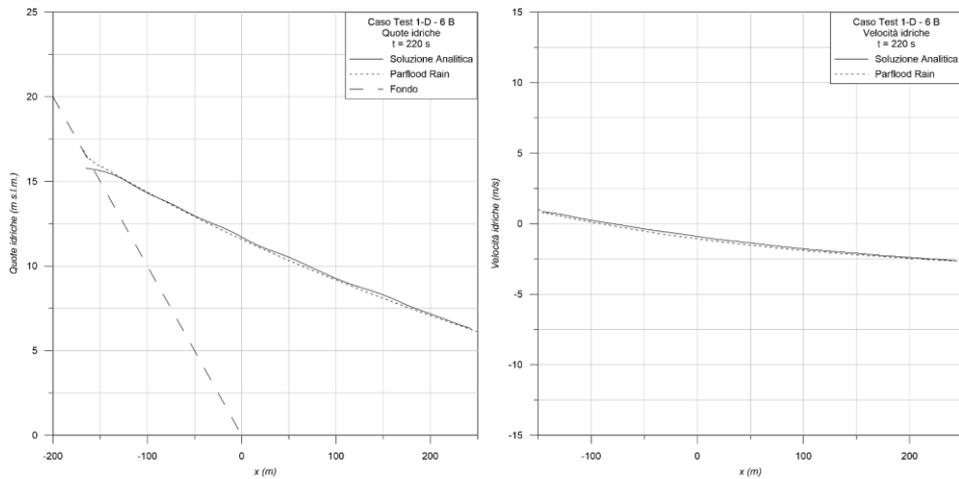


Figura 3.17: Caso Test 1D – 6 B, quota idrica e velocità a $t = 220$ s

3.2.2 Casi test bidimensionali

Caso test 2D - 1

Il primo caso test bidimensionale preso in considerazione è caratterizzato da un dominio quadrato di grandezza $L \times L$, con $L = 200$ m, inclinato lungo le due direzioni x e y con pendenza $S = 0.01$ (Figura 3.18). Il dominio è stato discretizzato con una griglia cartesiana di passo $\Delta x = 20$ m e il coefficiente di scabrezza secondo Manning è stato posto pari a $n_{man} = 0.02 \text{ sm}^{-1/3}$. La sollecitazione dovuta alla precipitazione è uniformemente distribuita nello spazio e costante nel tempo ed ha intensità pari a $r = 60 \text{ mm/h}$ per una durata complessiva di 100 minuti (6000 secondi). Il caso test è analogo a quello condotto in Gottardi and Venutelli, (2008) [64] in cui la portata uscente dal nodo più depresso del dominio è confrontata con la soluzione analitica dell'onda cinematica lungo la linea di massima pendenza della falda. Dai risultati mostrati in Figura 3.19 si osserva come la forma dell'idrogramma ottenuta dal modello che risolve le equazioni complete del movimento sia in linea con quanto ottenuto nel corso delle simulazioni monodimensionali ovvero molto simile a quella ottenuta dalla soluzione analitica dell'onda cinematica. Come era da attendersi anche nel caso bidimensionale, data la particolare genesi della soluzione analitica semplificata, secondo l'approccio dell'onda cinematica il valore massimo di portata relativo al moto stazionario viene raggiunto ad un tempo t che precede quello che si osserva nei risultati forniti dal modello completo. Il ramo crescente dell'idrogramma manifesta la presenza degli effetti inerziali trascurati dalla soluzione cinematica. Analogamente avviene in corrispondenza del ramo di esaurimento dell'idrogramma. Il volume complessivo dell'onda di precipitazione risulta comunque conservato e il valore di portata di pioggia relativo al moto stazionario risulta raggiunto ($q = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$) con una modestissima sovrastima.

3.2 Casi test considerati

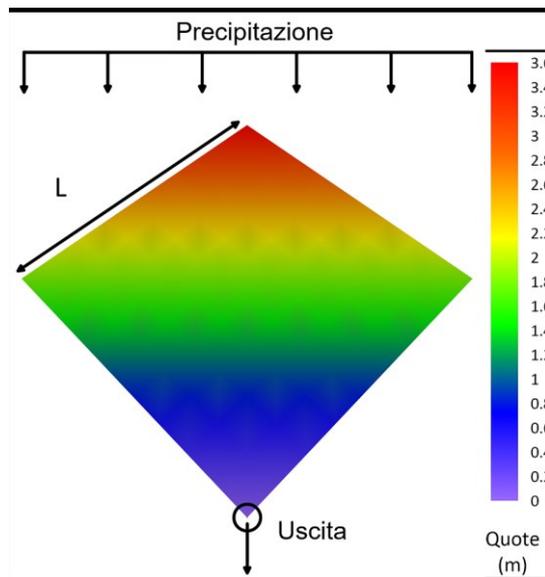


Figura 3.18: Caso Test 2-D-1, dominio di calcolo

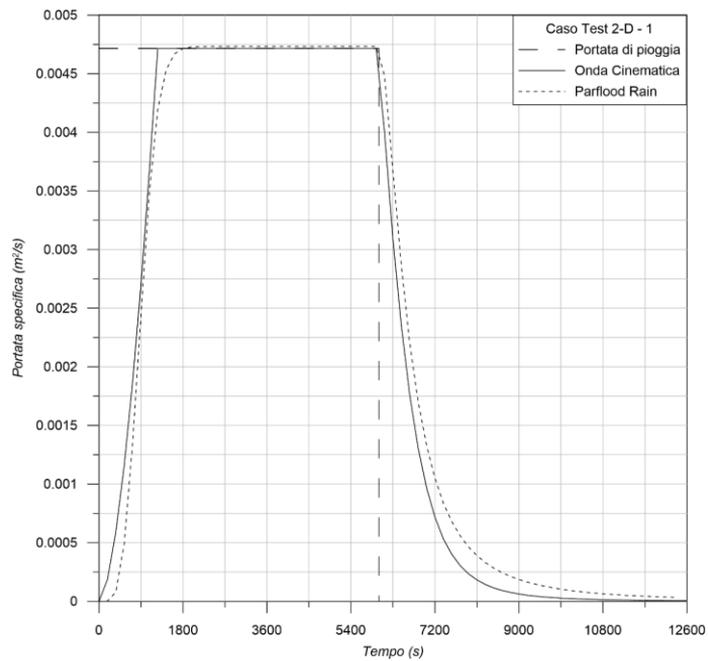


Figura 3.19: Caso Test 2D – 1, idrogramma di portata specifica in uscita dal nodo di outlet

Caso test 2D - 2

Il caso test bidimensionale qui considerato studia la formazione del deflusso superficiale su un dominio di dimensioni $L \times D$ con $L = 500$ m e $D = 400$ m, discretizzato con una griglia cartesiana a passo 20 m. Il caso test è analogo a quello studiato in Jaber and Mohtar, (2003) e in Gottardi e Venutelli, (2008) o in Tsai and Yang, (2005) [19,64,71] dove la pendenza nelle due direzioni coordinate ed il valore di scabrezza secondo Manning sono ricavabili dalle equazioni (3.28), (3.29) e (3.30) in funzione della posizione di ciascun nodo di calcolo.

$$S_x = 0.02 + 0.0000149x ; \quad (3.28)$$

$$S_y = 0.05 + 0.0000116y ; \quad (3.29)$$

$$n = \sqrt{(0.1 - 0.0000168x)^2 + (0.1 - 0.0000168y)^2} . \quad (3.30)$$

La precipitazione è generata tramite uno ietogramma di pioggia triangolare uniformemente distribuito sul bacino con picco centrale, per una durata totale di $t = 200$ minuti e un'intensità massima di precipitazione $r = 28.8$ mm/h. Lo ietogramma è discretizzato con passo temporale 1 minuto ed è rappresentato in Figura 3.20. Gli idrogrammi di portata specifica uscenti dal nodo con coordinate (500, 400) ottenuti dal modello completo sono confrontati, in mancanza di una soluzione analitica di riferimento, con la soluzione ottenuta da Jaber e Mohtar (2003) tramite un modello cinematico agli elementi finiti. Osservando il confronto in Figura 3.21 si nota come i risultati forniti dal modello completo qui sviluppato risultino in discreto accordo con quelli relativi alla soluzione assunta a riferimento.

3.2 Casi test considerati

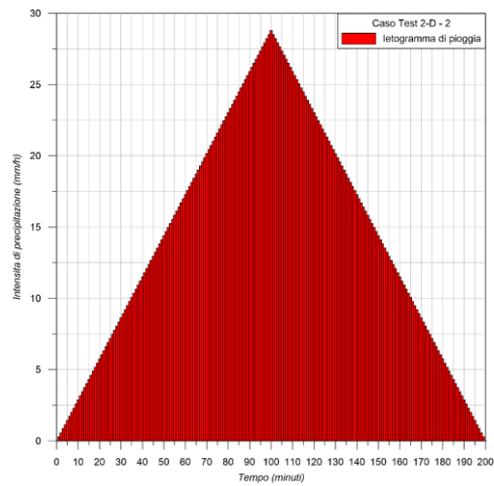


Figura 3.20: Caso Test 2D – 2, ietogramma di pioggia adottato in ingresso

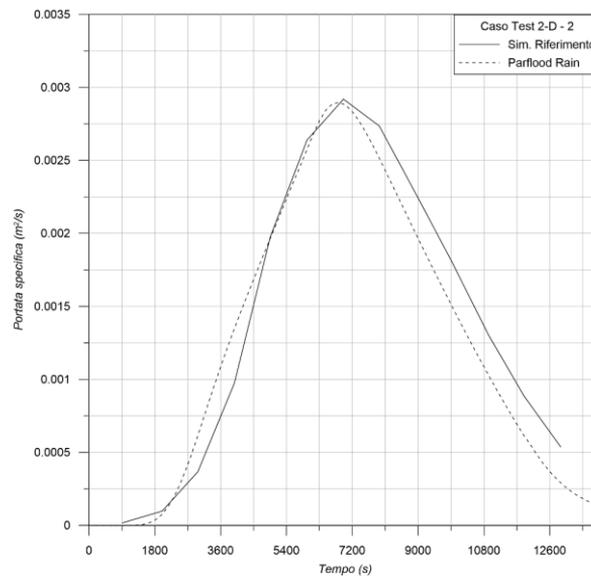


Figura 3.21: Caso Test 2D – 2, idrogramma di portata specifica in uscita al nodo (500,400)

Caso test 2D - 3

Il terzo caso test bidimensionale analizzato è quello studiato da Xia e Liang [51] nella sezione *Two-dimensional uniform flow* al fine di valutare i benefici dovuti alla

formulazione relativa al termine sorgente di resistenza descritta in precedenza e per dimostrare che con tale schema il flusso si può invertire durante un unico time step di calcolo. Il dominio è caratterizzato da un piano inclinato, di dimensione $L \times L$, con medesima pendenza lungo le due direzioni, pari a $S_x = S_y = 0.05$, mentre il coefficiente di scabrezza secondo Manning è posto pari a $n_{man} = 0.035 \text{ sm}^{-1/3}$ in tutte le celle di calcolo. La condizione modellata prevede l'imposizione di condizioni iniziali di profondità idrica diversa da zero sul dominio, pari a 0.001 m, con velocità diverse da zero sul campo di moto secondo quanto riportato in

Tabella 3.4, in cui u_0 e v_0 sono le velocità iniziali lungo la direzione x ed y rispettivamente, mentre u_∞ e v_∞ sono le velocità di moto uniforme ottenute tramite l'equilibrio tra i termini dovuti alla resistenza e alla gravità:

$$u_\infty = \frac{S_x}{\sqrt{gn^2 h^{1/3} \sqrt{(S_x^2 + S_y^2)}}}; \quad v_\infty = \frac{S_y}{\sqrt{gn^2 h^{1/3} \sqrt{(S_x^2 + S_y^2)}}}. \quad (3.31)$$

I due set di velocità iniziali hanno segno opposto al fine di confermare la corretta soluzione delle due differenti equazioni quadratiche (2.29) in cui si è riscritta con una formulazione esplicita la stima della portata specifica al passo di calcolo successivo in funzione del termine di resistenza al moto.

Tabella 3.4: Caso Test 2D – 3, set di velocità iniziali

Caso	Velocità iniziali in funzione delle velocità di moto uniforme	
A	$u_0 = 5 u_\infty$	$v_0 = 10 v_\infty$
B	$u_0 = -5 u_\infty$	$v_0 = -10 v_\infty$

I due casi sono stati simulati con tre differenti griglie cartesiane, con passo pari a 1 m, 10 m e 100 m, mantenendo costante il numero di celle computazionali 20 x 20 per ciascuna griglia. In Figura 3.22 e Figura 3.23 sono mostrati i risultati in termini di velocità idrica resa adimensionale rispetto al valore di velocità di moto uniforme, u/u_∞ e v/v_∞ lungo le due direzioni x e y , in funzione del numero degli intervalli temporali di

3.2 Casi test considerati

calcolo.

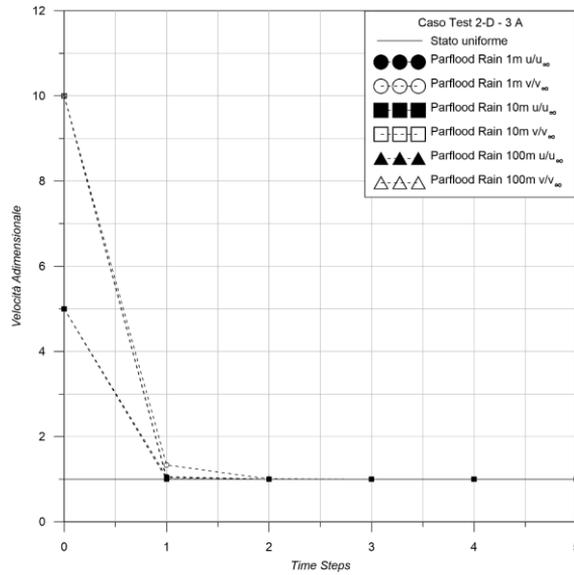


Figura 3.22: Caso Test 2D – 3A, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo

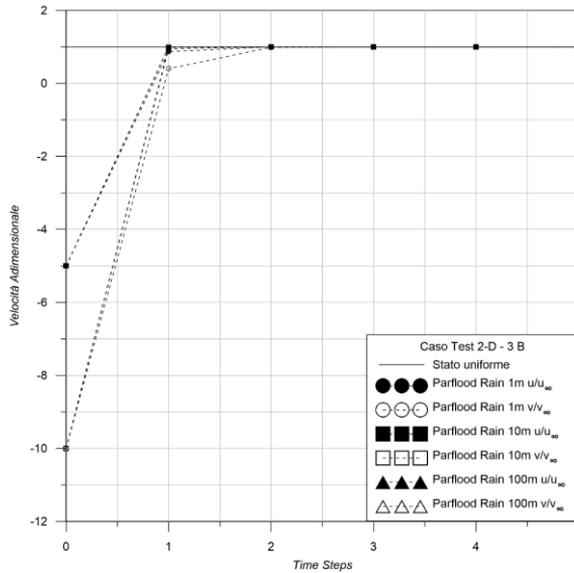


Figura 3.23: Caso Test 2D – 3B, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo

Si nota come lo schema introdotto sia in grado di raggiungere lo stato uniforme senza presentare oscillazioni in uno o due passi di calcolo per ciascuna delle tre differenti griglie (1, 10 e 100m). Per il caso B mostrato inoltre in Figura 3.23, in cui le velocità iniziali sono di segno opposto rispetto a quelle di moto uniforme (rispettivamente $-5 u_\infty$ e $-10 v_\infty$ lungo x e lungo y), si osserva l'inversione del flusso e quindi il cambio di segno della velocità idrica in un unico intervallo temporale di calcolo, confermando quanto affermato in precedenza.

Sono stati inoltre confrontati i time steps adimensionalizzati rispetto al valore del passo temporale riferito allo stato uniforme per le tre diverse griglie e per i due casi A e B. Da tale confronto mostrato in Figura 3.24 e Figura 3.25, si nota come il time step determinato dalla condizione CFL (2.44) sia in grado di garantire una simulazione stabile e accurata.

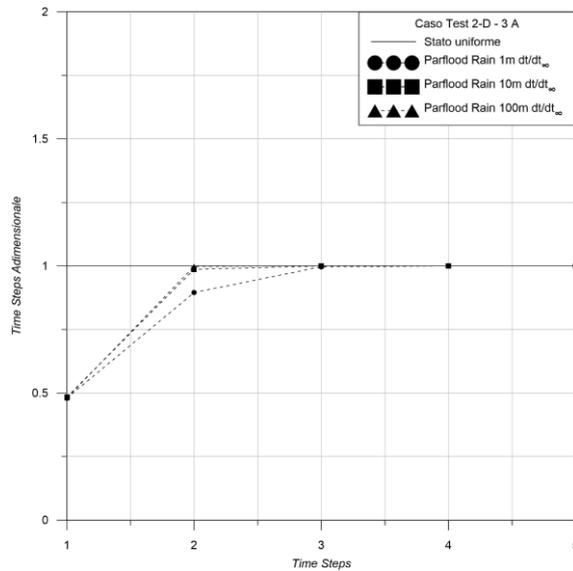


Figura 3.24: Caso Test 2D – 3 A, passo di calcolo adimensionalizzato per le differenti griglie di calcolo

3.2 Casi test considerati

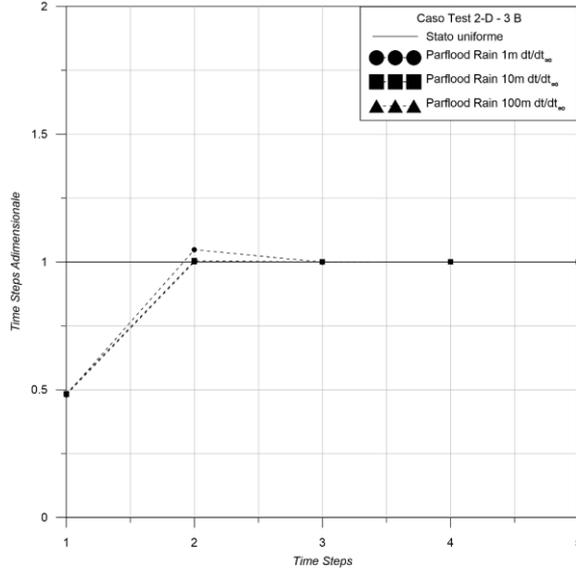


Figura 3.25: Caso Test 2D – 3 B, passo di calcolo adimensionalizzato per le differenti griglie di calcolo

Si sono infine confrontati i risultati ottenuti in termini di scarto quadratico medio rispetto a quelli di Xia e Liang [51], calcolati con la classica formulazione:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_1^N (f_m^n - f_l^n)^2}{N}}, \quad (3.32)$$

in cui N corrisponde alla numerosità dei dati (in questo caso il numero dei time steps), f_m^n sono i risultati ottenuti dalla simulazione e f_l^n i risultati di riferimento (in questo caso le velocità in condizioni di moto uniforme). Dai dati riportati in Tabella 3.5 è possibile osservare come nel presente modello gli scarti siano ancora minori rispetto a quelli relativi allo studio di riferimento. Si osserva inoltre come lo scarto diminuisca all'aumentare del passo di griglia sottolineando il fatto che se da un lato il tempo necessario per raggiungere lo stato uniforme è indipendente dalla dimensione del passo di griglia (2.23), dall'altro il time step di calcolo secondo la condizione CFL (2.44) è proporzionale ad esso, per cui sono necessari un numero di minore di passi di calcolo per raggiungere lo stato stazionario.

Tabella 3.5: RMSE scarto quadratico medio delle velocità idriche simulate rispetto a quelle di moto uniforme

Passo di griglia Δx	Caso A		Caso B	
	u	v	u	v
Parflood Rain				
1 m	$6.61 \cdot 10^{-04}$	$3.72 \cdot 10^{-03}$	$1.45 \cdot 10^{-03}$	$6.65 \cdot 10^{-03}$
10 m	$5.81 \cdot 10^{-05}$	$4.30 \cdot 10^{-04}$	$1.35 \cdot 10^{-04}$	$5.26 \cdot 10^{-04}$
100 m	$5.83 \cdot 10^{-06}$	$4.48 \cdot 10^{-05}$	$1.37 \cdot 10^{-05}$	$5.27 \cdot 10^{-05}$
Xia and Liang, 2018				
1 m	$4.50 \cdot 10^{-02}$	$2.09 \cdot 10^{-01}$	$2.26 \cdot 10^{-01}$	$5.79 \cdot 10^{-01}$
10 m	$3.98 \cdot 10^{-03}$	$2.80 \cdot 10^{-02}$	$8.97 \cdot 10^{-03}$	$3.59 \cdot 10^{-02}$
100 m	$3.85 \cdot 10^{-04}$	$2.92 \cdot 10^{-03}$	$8.94 \cdot 10^{-04}$	$3.46 \cdot 10^{-03}$

Le simulazioni relative al caso test sono state effettuate anche con lo schema al secondo ordine che suddivide il passo di calcolo temporale stimato con la condizione CFL in due sotto passi temporali; come si osserva in Figura 3.26 e Figura 3.27 sono necessari più intervalli temporali di calcolo per raggiungere la situazione di stazionarietà che viene raggiunta in modo più graduale.

3.2 Casi test considerati

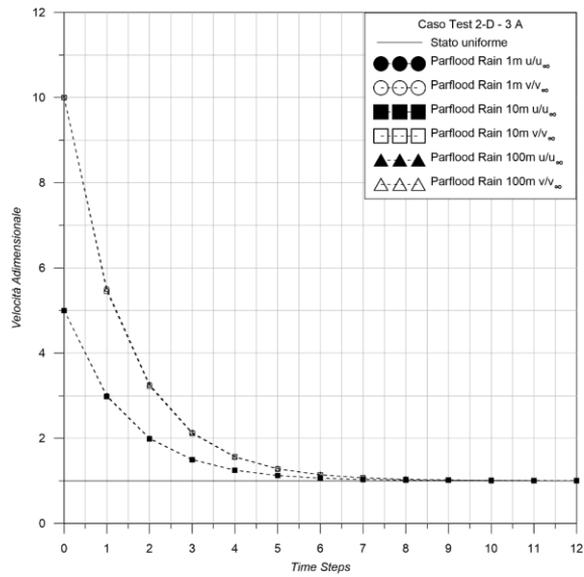


Figura 3.26: Caso Test 2D – 3 A, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo, schema al II ordine

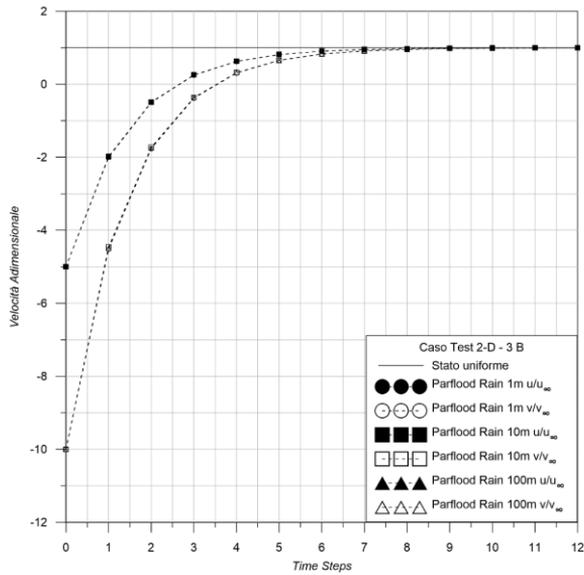


Figura 3.27: Caso Test 2D – 3 B, velocità idriche adimensionali per le differenti griglie di calcolo, schema al II ordine

Caso test 2D - 4

Dopo aver effettuato casi test su domini anche a pendenza variabile, per valutare la capacità del modello di cogliere la formazione del deflusso superficiale nel caso di precipitazione uniformemente distribuita, costante o variabile nel tempo, si è voluto osservare come la presenza di eventuali ostacoli presenti nel campo di moto possa incidere sul tempo di corrivazione, definito come il tempo necessario per raggiungere la condizione stazionaria nel dominio di calcolo. A tal fine si sono effettuate una serie di simulazioni come in Liang D. et al. 2015 [9], in cui un dominio monodimensionale in assenza di attrito viene sollecitato con diverse precipitazioni uniformemente distribuite per tutto il tempo della simulazione, in presenza o in assenza di ostacoli. Assumendo l'assenza di attrito viene meno la necessità di definire qualsiasi parametro legato alla scabrezza ($n_{man} = 0 \text{ sm}^{-1/3}$); in un contesto legato agli allagamenti urbani il terreno è invece relativamente liscio ma il rapido flusso con una piccola profondità idrica può essere notevolmente influenzato dalla scabrezza del terreno. L'attrito in ogni caso rallenta il flusso perciò i risultati ottenuti in assenza di resistenza al moto costituiscono un limite superiore per i fenomeni reali. Si è scelto di sollecitare il dominio con precipitazione di durata indefinita per poter trascurare la variabile temporale nelle analisi successive, lasciando come uniche variabili per valutare la risposta del dominio alla precipitazione l'intensità di pioggia r (mm/h), la lunghezza del dominio L (m), la pendenza S_0 (m/m) e la portata specifica per unità di larghezza q (m^2/s) nella sezione più depressa del dominio. Gli idrogrammi generati dalle diverse configurazioni delle variabili sono caratterizzati da una forma a S (*S-curves*) diversa per ciascuna configurazione ma esprimendo il tempo e la portata in modo adimensionale, le varie configurazioni tendono a collapsare su un'unica curva. Per rendere adimensionale la portata si è utilizzata la seguente formulazione (3.33), tramite la quale essa può assumere valori tra 0 e 1, in corrispondenza della condizione di moto stazionario ($t = t_c$):

$$Q' = \frac{q}{Lr}. \quad (3.33)$$

3.2 Casi test considerati

Con Q' si esprime il rapporto tra la portata specifica uscente q e la portata specifica $L \cdot r$ dovuta alla precipitazione r in ingresso al dominio. Per rendere adimensionale il tempo si possono utilizzare due diversi approcci, il primo, descritto dalla relazione seguente, è basato sull'intensità di precipitazione r e sulla lunghezza del dominio L , ma non produce il collasso degli idrogrammi ottenuti dalle diverse configurazioni su un'unica curva.

$$t' = \frac{tr}{L}. \quad (3.34)$$

Il secondo, espresso dalla formulazione successiva, dipende dalla lunghezza del dominio L , dalla pendenza S_0 e dall'accelerazione di gravità g ma non considera la dipendenza dall'intensità di precipitazione.

$$t'' = \frac{t\sqrt{S_0g}}{\sqrt{L}}. \quad (3.35)$$

In tutte le simulazioni effettuate riguardanti questo caso test, il dominio caratterizzato da pendenza in una sola delle direzioni coordinate ($S_{0y} = 0$) ha forma quadrata ed è discretizzato con un numero costante di nodi di calcolo (243 x 243) facendo variare il passo tra di essi (Δx) e quindi la lunghezza stessa del dominio (L). In Tabella 3.6 sono riassunte le varie configurazioni analizzate. Ciascuna delle simulazioni è stata anche effettuata su un dominio in cui sono stati inseriti degli ostacoli, di pianta quadrata aventi tutti la stessa dimensione, che rappresentano la presenza di eventuali edifici in un dominio reale. La posizione degli edifici è stata ipotizzata in una configurazione “in linea”, in cui gli ostacoli sono posti in linea lungo le due direzioni x e y (10 x 10) equidistanti tra loro occupando circa il 25% del dominio, come mostrato in Figura 3.28.

Successivamente, a partire dalla configurazione della simulazione A.2 ($r = 1800$ mm/h, $L = 7.26$ m, $S_0 = 0.026$) si è eseguito un set di simulazioni in presenza di edifici, sempre disposti in linea ma in numero e dimensione variabile per ciascun ostacolo pur sempre occupando circa il 25% del dominio di calcolo, configurazioni riassunte in Tabella 3.7.

Tabella 3.6: Caso Test 2D - 4, caratteristiche dei casi analizzati

Test	Intensità di precipitazione (mm/h)	Lunghezza del dominio (m)	Pendenza (-)
A.1	3600	7.26	0.026
A.2	1800	7.26	0.026
A.3	1080	7.26	0.026
B.1	3600	2.42	0.0077
B.2	7200	2.42	0.0077
C.1	360	24.2	0.00077

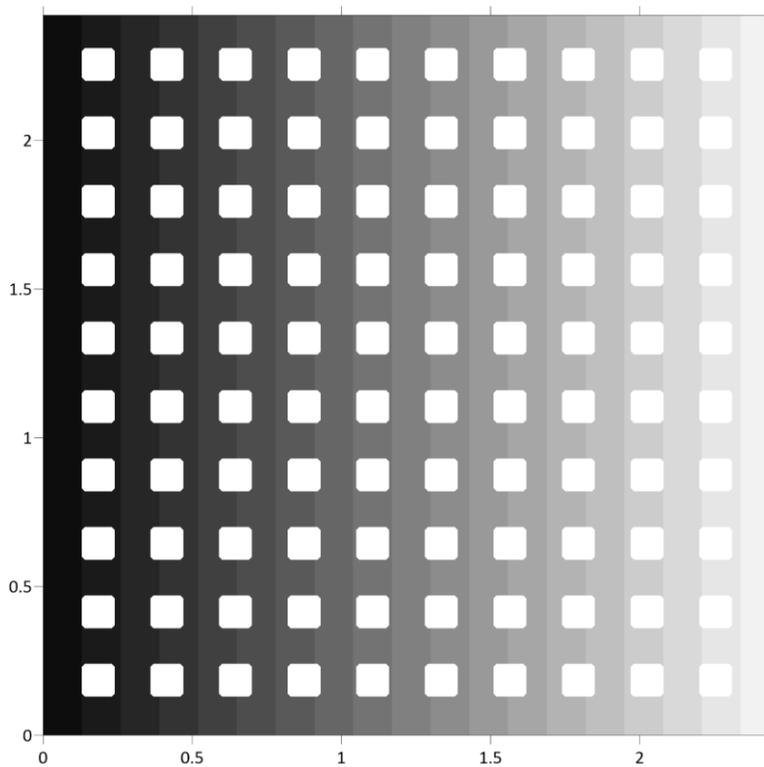


Figura 3.28: Caso Test 2D - 4, dominio del caso B.2 con 10 x 10 edifici in linea

3.2 Casi test considerati

Tabella 3.7: Caso Test 2D - 4, differenti configurazioni con edifici in linea

Test	Array edifici in linea
D.1	5 x 5
D.2	6 x 6
D.3	10 x 10
D.4	11 x 11
D.5	12 x 12
D.6	16 x 16

Infine per studiare un possibile e diverso posizionamento degli ostacoli, si sono effettuate delle simulazioni con un dominio caratterizzato da una lunghezza $L = 4.8$ m, una pendenza $S_0 = 0.0052$, precipitazione $r = 3600$ mm/h, all'interno del quale si sono disposti edifici sfalsati (*staggered*) in numero e dimensione variabile, con configurazioni riassunte in Tabella 3.8. Un esempio di questa disposizione è mostrato in Figura 3.29.

Tabella 3.8: Caso Test 2D - 4, differenti configurazioni con edifici sfalsati

Test	Array edifici sfalsati
E.1	No edifici
E.2	5 x 5
E.3	10 x 10
E.4	16 x 16

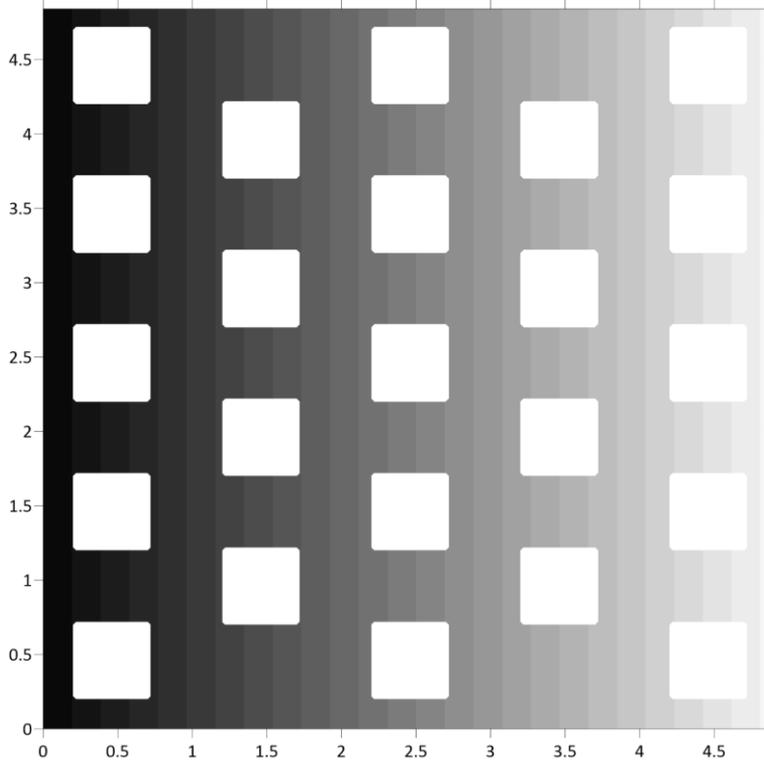


Figura 3.29: Caso Test 2D - 4, dominio del caso E.2 con 5 x 5 edifici in configurazione sfalsata

Facendo riferimento alle simulazioni di Tabella 3.6, effettuate in assenza di ostacoli nel dominio, si possono osservare gli andamenti della portata specifica per le diverse configurazioni in Figura 3.30 che possono essere adimensionalizzati secondo le relazioni (3.33), (3.34) e (3.35) sopracitate. Dal confronto tra Figura 3.30 e Figura 3.31 si nota come con la relazione (3.35), le varie onde vadano a collassare su un'unica curva, malgrado siano presenti alcune differenze dovute alla non dipendenza dall'intensità di precipitazione del tempo adimensionalizzato t'' .

3.2 Casi test considerati

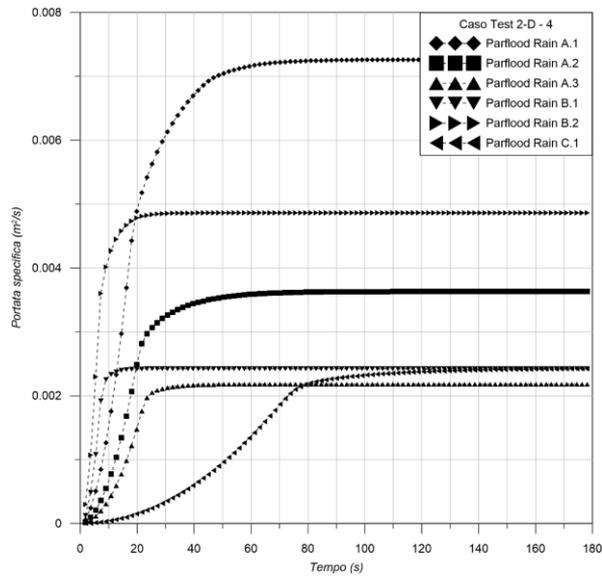


Figura 3.30: Caso Test 2D - 4, portata specifica per simulazioni in assenza di edifici

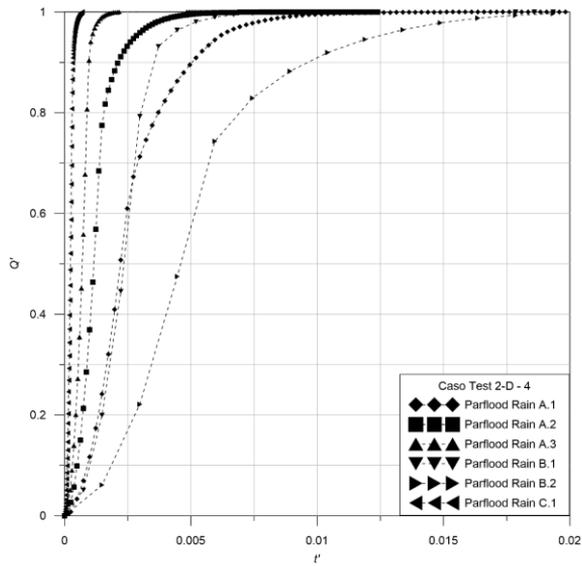


Figura 3.31: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t' per simulazioni in assenza di edifici

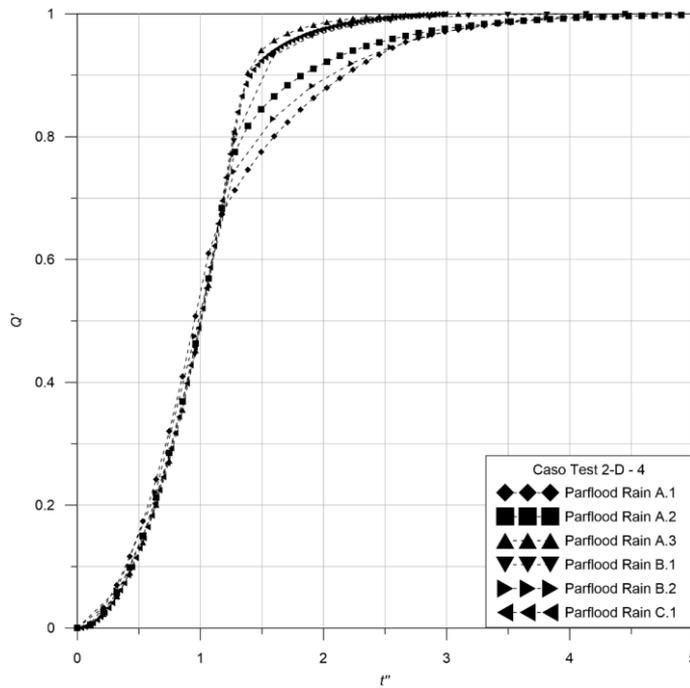


Figura 3.32: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in assenza di edifici

Come per lo studio condotto da Liang et al. [9] come parametro di riferimento si è scelto il t_{50} , ovvero il tempo necessario per raggiungere il 50% della portata di moto stazionario, per rappresentare il tasso di incremento della portata e quindi la scala temporale dell'idrogramma. Tale scelta è giustificata dal fatto che la condizione di moto stazionario è spesso raggiunta molto lentamente e quindi la stima del tempo di equilibrio può essere facilmente affetta da errori e non descrive in modo adeguato la rapidità di crescita della portata. Dalla Figura 3.32, per le varie configurazioni esaminate in assenza di ostacoli nel dominio, si può stimare il valore di t_{50} circa pari all'unità ($Q' = 0.5$ per $t'' \approx 1$) come risulta anche per lo studio sopracitato.

Per le stesse configurazioni di lunghezza, pendenza e intensità di precipitazione sono quindi state effettuate le simulazioni in presenza di ostacoli ordinati, con una disposizione in linea 10 x 10. I risultati sono mostrati in Figura 3.33 in cui si osserva

3.2 Casi test considerati

come il tempo di corrivazione risulta maggiore rispetto al caso di assenza di edifici e il t_{50} assume valori circa pari a 1.2 ($Q' = 0.5$ per $t'' \approx 1.2$), leggermente inferiori rispetto a quelli dello studio di riferimento ($t_{50} \approx 1.4$).

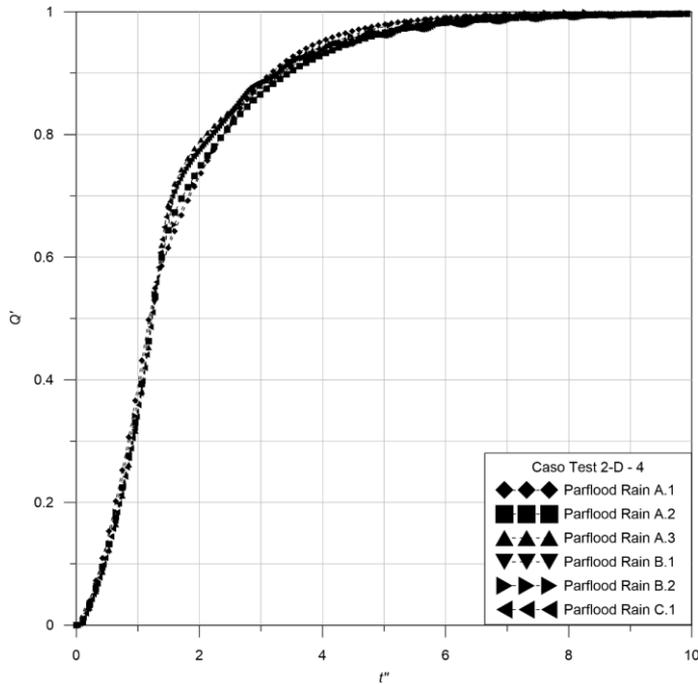


Figura 3.33: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di 10×10 edifici allineati

Al fine di osservare l'influenza del numero (e quindi della grandezza) degli edifici si è analizzata la risposta del dominio di calcolo con ostacoli disposti come riassunto in Tabella 3.7. In ciascuna simulazione l'insieme degli ostacoli, di forma quadrata e disposti sempre in modo ordinato in linea, occupa una superficie di circa il 25% del dominio totale. Dalla Figura 3.34 si osserva come gli idrogrammi della portata specifica adimensionale collassino molto bene su un'unica curva ad S, in conseguenza al fatto che in queste simulazioni l'intensità di precipitazione, unico parametro che non entra in gioco nell'adimensionalizzazione del tempo t'' , è sempre la stessa. Come per il caso precedente il t_{50} assume valori circa pari a 1.2 ($Q' = 0.5$ per $t'' \approx 1.2$).

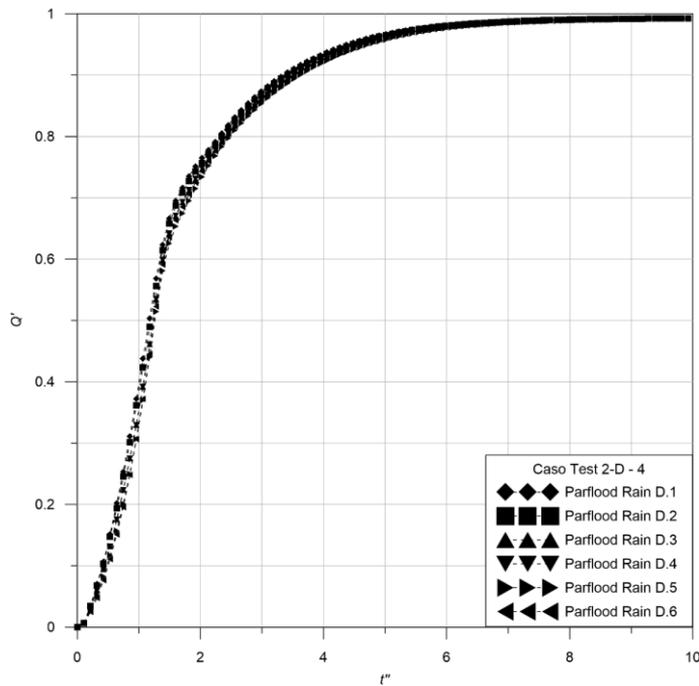


Figura 3.34: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di edifici in differenti configurazioni allineate

Infine, facendo riferimento alle configurazioni riassunte in Tabella 3.8, per studiare un possibile e diverso posizionamento degli ostacoli, si sono effettuate delle simulazioni con un dominio nel quale si sono disposti edifici sfalsati (*staggered*) di numero e dimensioni differenti, mantenendo sempre la forma quadrata degli ostacoli e la percentuale totale di area occupata (25% circa dell'area totale del dominio). Come mostrato dagli idrogrammi di Figura 3.35 la disposizione sfalsata degli edifici incide notevolmente sul tempo di corrivazione, anche a seconda della grandezza e del numero degli ostacoli; per tale motivo le curve adimensionalizzate non collassano su un'unica curva, nonostante le grandezze del dominio (lunghezza, pendenza e precipitazione) siano le stesse per ciascuna simulazione. A tal proposito conviene osservare che nel caso di edifici in linea il t_{50} assume valori circa pari a 1.2 per tutte le configurazioni 5 x 5, 10 x 10 e 16 x 16, mentre nel caso di edifici sfalsati assume valori rispettivamente

3.2 Casi test considerati

di circa 1.5, 1.9 e 2.5. La modesta differenza per il caso di edifici 5 x 5 è dovuta al fatto che la distanza tra gli edifici è relativamente grande e l'ostruzione al flusso indotta dal passaggio tra gli edifici sfalsati non è molto significativa; se tuttavia il domino è interessato da un numero notevole di edifici, come nel caso della disposizione 16 x 16, lo spazio per il passaggio del flusso tra gli ostacoli è piccolo e la disposizione sfalsata incide notevolmente sul tempo di corrivazione.

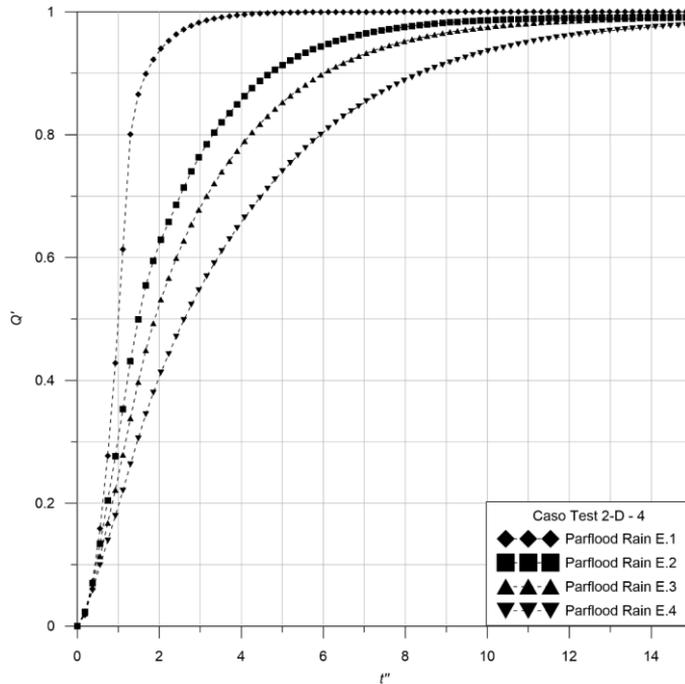


Figura 3.35: Caso Test 2D - 4, portata specifica adimensionale in funzione di t'' per simulazioni in presenza di edifici in differenti configurazioni sfalsate

Caso test 2D - 5

Il seguente caso test bidimensionale analizzato, al fine di valutare sia la formazione del deflusso superficiale su una falda sia il successivo flusso in un canale, è quello relativo al dominio *V-Shaped*, tipicamente studiato per schematizzare il comportamento

di un bacino soggetto a una precipitazione uniformemente distribuita e costante nel tempo. In letteratura il caso test è ampiamente studiato per testare diversi modelli numerici [10,22,26,29,35,51,72–75] e la soluzione di riferimento è basata sull'approssimazione cinematica, descritta in precedenza, affrontata in numerosi studi [59,60,76–80]. Le caratteristiche del dominio, schematizzate in Figura 3.36, sono quelle utilizzate in [3] in cui sono presenti due versanti di dimensione rettangolare 800 x 1000 m, inclinati lungo la direzione x con pendenza $S_x = 0.05$, che vanno a scolare in un canale centrale di dimensioni 20 x 1000 m, inclinato lungo la direzione y con pendenza $S_y = 0.02$.

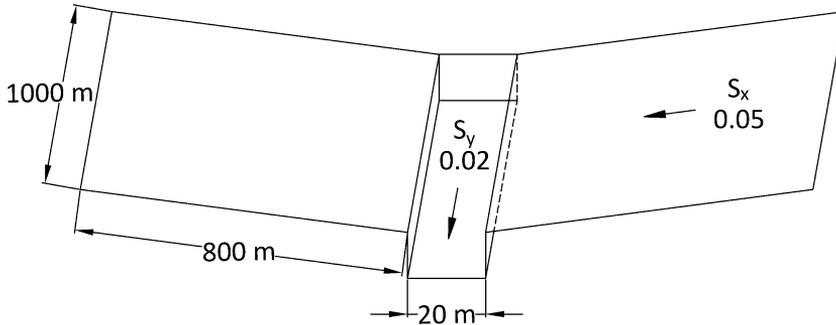


Figura 3.36: Caso Test 2D - 5: schematizzazione del bacino, dominio V-Shaped

I parametri di scabrezza secondo Manning sono pari a $n_{man} = 0.015 \text{ sm}^{-1/3}$ per i versanti e $n_{man} = 0.15 \text{ sm}^{-1/3}$ per il canale; la precipitazione a cui è soggetto il bacino è costante e uniformemente distribuita sul dominio, con intensità $r = 10.8 \text{ mm/h}$ per una durata di $t = 1.5$ ore. Le condizioni al contorno sono ovunque condizioni chiuse tranne per la sezione terminale del canale in cui è posta una condizione aperta.

Il dominio è stato discretizzato con griglie cartesiane a passo 1 m o 10 m oppure con una griglia a multirisoluzione spaziale a partire da quella cartesiana con passo 1 m. Nella griglia multirisoluzione, rappresentata in Figura 3.37, si è deciso di preservare alla massima risoluzione (1 m) i contorni e il canale, lasciando diradare le informazioni nei versanti. Nella figura sono mostrati in rosso i punti che si sono voluti mantenere alla massima risoluzione a partire dai quali il programma costruisce la griglia BUQ

3.2 Casi test considerati

utilizzando quattro livelli di risoluzione, con passo 1 m (nero), 2 m (verde), 4 m (rosso), 8 m (blu); tramite la griglia così descritta è stato possibile ridurre l'onere computazionale dell'80% rispetto all'utilizzo della griglia cartesiana originaria a passo 1 m (291'840 celle della griglia a multirisoluzione contro 1'620'240 celle della griglia cartesiana), consentendo uno *speed-up* di 6.2 del tempo di simulazione.

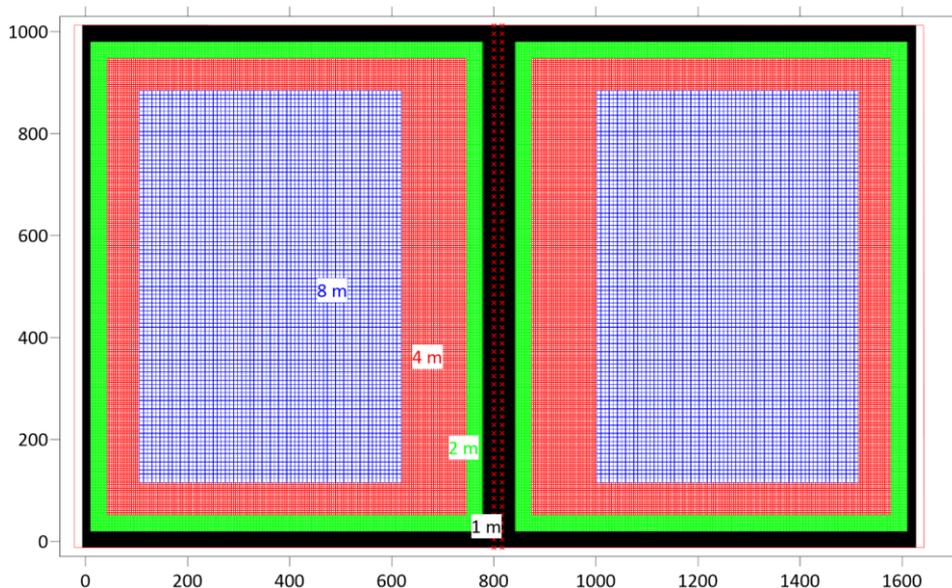


Figura 3.37: Caso Test 2D - 5, griglia multirisoluzione utilizzata

In Figura 3.38 è mostrato un confronto degli idrogrammi di portata nella sezione terminale del versante e in quella terminale del canale per le tre differenti griglie utilizzate rispetto alla soluzione analitica dell'onda cinematica; indipendentemente dalla risoluzione adottata i risultati sono in buon accordo con la soluzione di riferimento.

Il presente caso test verrà successivamente ripreso per testare il funzionamento del modello ES-MDA, al fine di tarare alcuni parametri del modello (come ad esempio quelli relativi alla scabrezza e all'infiltrazione) attraverso un processo iterativo basato sui filtri di *Kalman*, confrontando i risultati delle simulazioni con le osservazioni disponibili.

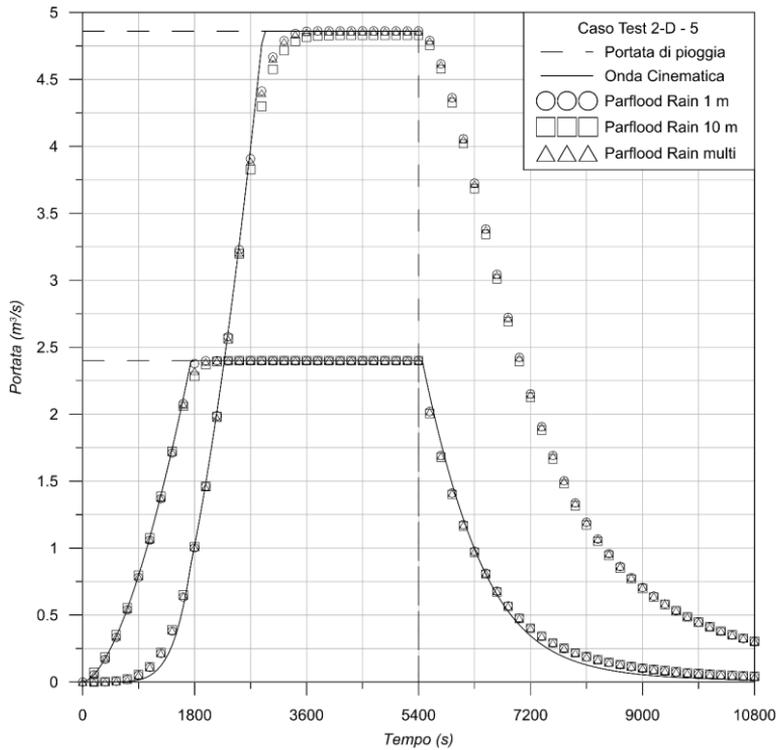


Figura 3.38: Caso Test 2D - 5, idrogrammi di portata nella sezione terminale del versante e del canale

Caso test 2D - 6

Il successivo caso test bidimensionale studiato è analogo a quello studiato in Gottardi e Venutelli [65], in cui il dominio rettangolare di dimensioni 500 x 400, inclinato lungo le due direzioni con pendenza $S_x = S_y = 0.005$, è sollecitato dallo ietogramma triangolare già mostrato in Figura 3.20, con una durata complessiva di 200 minuti e un'intensità di pioggia massima pari a 28.8 mm/h al tempo $t=100$ minuti. In ciascuna cella di calcolo è stato impostato un valore del coefficiente di scabrezza secondo Manning pari a $n_{man} = 0.02 \text{ sm}^{-1/3}$.

I risultati, in termini di portata specifica, sono stati confrontati con quelli ottenuti in [65] applicando un modello *CVFE* (*Control-Volume Finite-Element*), basato sulla

3.2 Casi test considerati

approssimazione diffusiva delle equazioni alle acque basse, ovvero trascurando i termini inerziali. In Figura 3.39 sono mostrati gli idrogrammi di portata specifica nei nodi con coordinate (100;0) (200;0) (300;0) (400;0) che risultano confrontabili con quelli della soluzione numerica del modello diffusivo di riferimento.

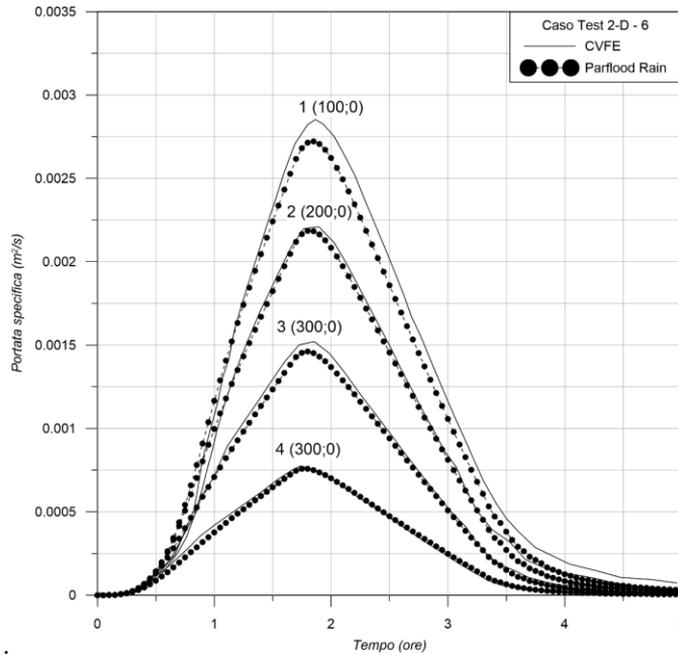


Figura 3.39: Caso Test 2D - 6, idrogrammi di portata specifica in alcuni nodi della griglia di calcolo

Caso test 2D - 7

I successivi casi test bidimensionali, affrontati per valutare la capacità del modello di fornire risultati accurati in prossimità dei fronti asciutti/bagnati in condizioni di test particolarmente severi, sono quelli la cui soluzione esatta è stata ottenuta da Thacker [81], relativi allo studio delle oscillazioni di un volume d'acqua su un fondo, privo di resistenza, a forma di paraboloide, descritto dall'equazione:

$$z = z_0 \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{L^2} \right). \quad (3.36)$$

Nella (3.36) $z_0 = 0.05$ m è la distanza del vertice del paraboloide dal piano di riferimento $z = 0$ e $L = 2$ m è il raggio dello stesso sempre per $z = 0$. Nel primo caso le condizioni iniziali sono una superficie piana (quota idrica), mostrata in Figura 3.40, e la velocità di moto stazionario con cui si muove la massa fluida nel paraboloide sotto l'effetto della gravità.

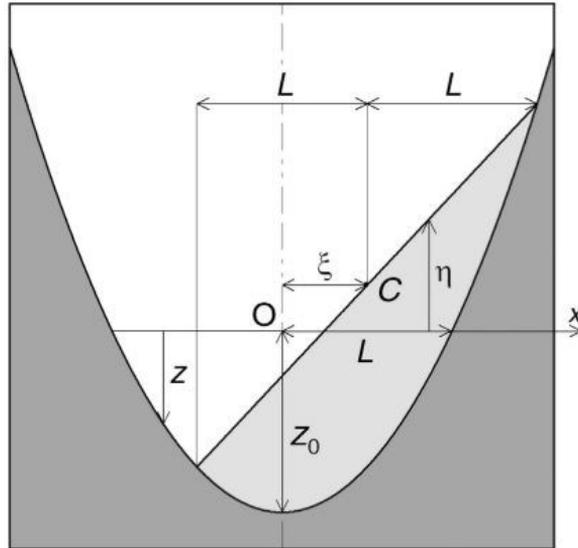


Figura 3.40: Caso Test 2D - 7, schematizzazione del test di Thacker con superficie idrica piana

La soluzione analitica e le condizioni iniziali sono ottenute dal sistema seguente:

$$\begin{cases} \eta(x, y, z) = 2\xi \frac{z_0}{L} \left[\frac{x}{L} \cos \omega t - \frac{y}{L} \cos \omega t - \frac{\xi}{2L} \right] \\ u(x, y, z) = -\xi \omega \sin \omega t; \quad v(x, y, z) = -\xi \omega \cos \omega t \end{cases}; \quad (3.37)$$

in cui η è la quota idrica, u e v sono le velocità idriche lungo le direzioni x e y , ξ è un parametro geometrico del paraboloide ($\xi = 0.5$) e ω è la frequenza di rotazione attorno al centro del paraboloide, calcolata come:

$$\omega = \frac{\sqrt{2gz_0}}{L}, \quad (3.38)$$

in cui g rappresenta l'accelerazione di gravità.

3.2 Casi test considerati

Il dominio di calcolo di grandezza 4×4 m è stato discretizzato con tre diverse griglie cartesiane a passo $\Delta x = 0.01$ m, 0.005 m e 0.0025 m, inoltre la soglia per l'asciugamento è stata impostata pari a $5 \cdot 10^{-5}$ m. Tale valore, di ordine di grandezza superiore rispetto a quello di consueto utilizzato per lo studio di processi idrodinamici in presenza di precipitazione (10^{-12} m), è quello che consente di modellare il corretto avanzamento dei fronti asciutti bagnati in questo tipo di simulazioni in assenza del termine sorgente di natura pluviometrica. In Figura 3.41 è mostrato l'andamento delle profondità idriche nei punti 1, 2 e 3 con coordinate rispettivamente $(3.00; 2.00)$, $(1.60; 2.00)$ e $(2.50; 2.00)$, in funzione del tempo adimensionalizzato rispetto al periodo T ($T = 1/\omega$), relativamente alla griglia uniforme con passo $\Delta x = 0.0025$ m. Il punto 1 si asciuga solo nel range $[(0.25 + n) \cdot T; (0.75 + n) \cdot T]$, ($n \in \mathbb{N}$) di ciascun periodo, il secondo rimane bagnato sempre durante tutta l'oscillazione mentre il terzo diventa bagnato e asciutto durante il periodo dell'oscillazione, asciugandosi ogni $[(0.5 + n) \cdot T]$, ($n \in \mathbb{N}$). Per ciascun punto il modello restituisce una soluzione in buon accordo rispetto alla soluzione analitica di riferimento. In Figura 3.42 sono mostrate le mappe delle quote idriche ad alcuni istanti della simulazione ($t/T = 2, 2.25, 2.5, 2.75$ e 3), dalle quali si può osservare come la linea di contatto tra celle asciutte e bagnate rimanga sempre circolare e la superficie bagnata si mantenga piana durante il movimento. Si può quindi affermare che il modello è in grado di simulare in modo piuttosto accurato il movimento periodico dei fronti asciutti/bagnati.

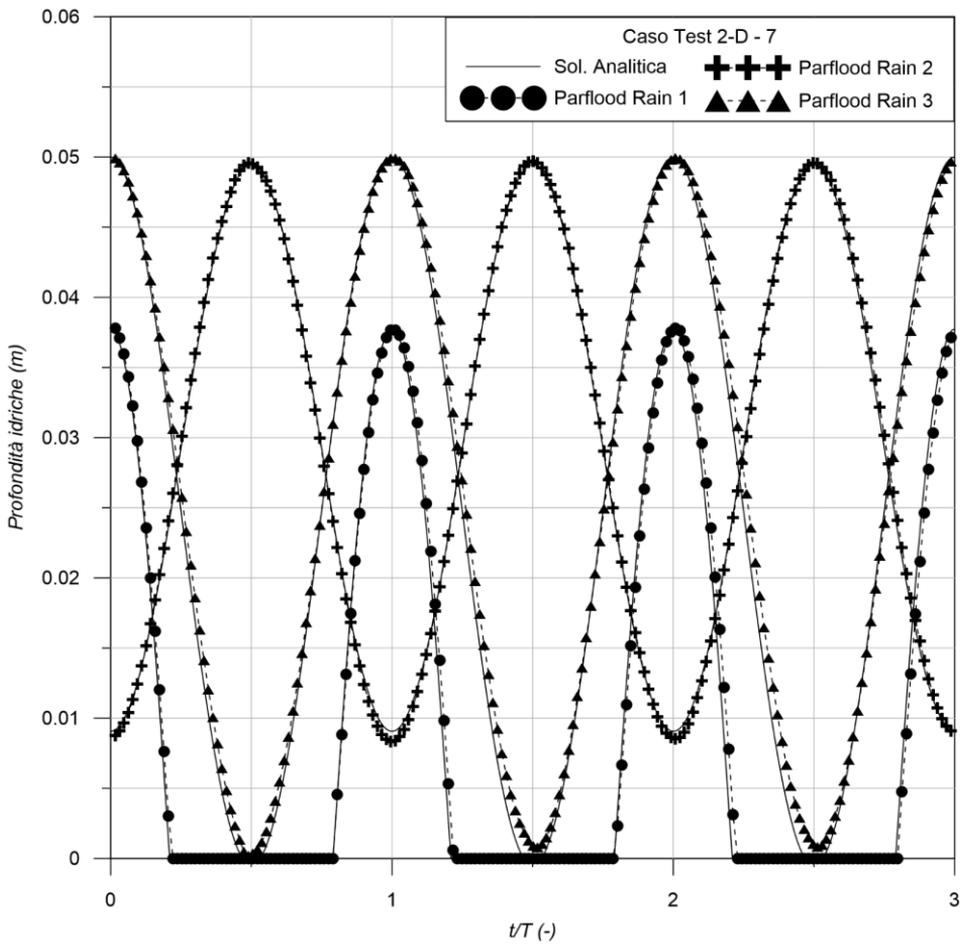


Figura 3.41: Caso Test 2D - 7, andamento delle profondità idriche nei punti 1, 2 e 3, caso della superficie idrica piana

3.2 Casi test considerati

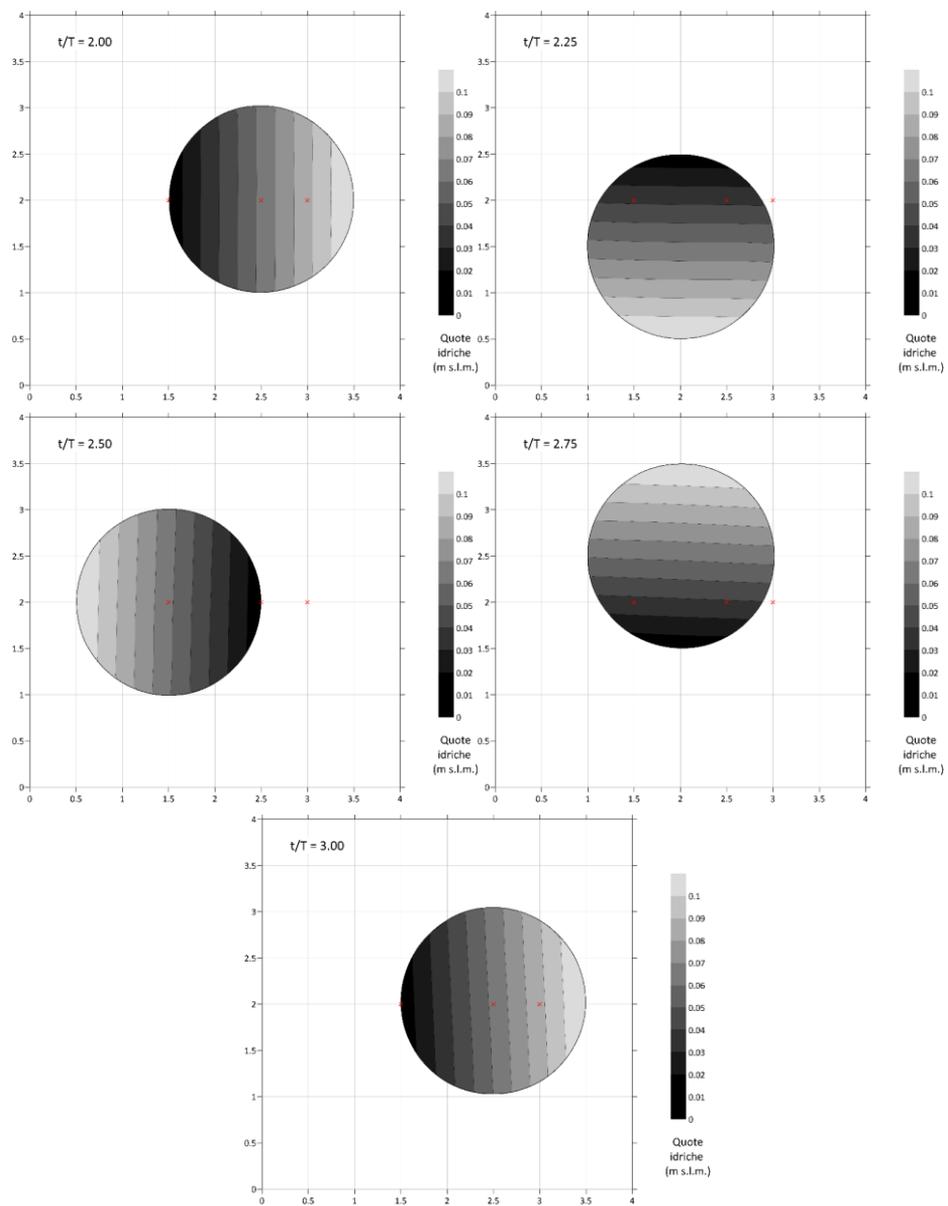


Figura 3.42: Caso Test 2D - 7, mappe delle quote idriche al variare del tempo, caso della superficie idrica piana

Il secondo caso che ha ancora come oggetto il dominio a forma di paraboloide, privo di resistenza, le cui soluzioni analitiche sono ottenute da Thacker, è quello relativo alla simulazione di oscillazioni periodiche, causate da una superficie idrica iniziale a forma di paraboloide con concavità rivolta verso il basso, mostrata in Figura 3.43. Il volume d'acqua, inizialmente fermo, si espande e si contrae periodicamente a causa dell'accelerazione di gravità.

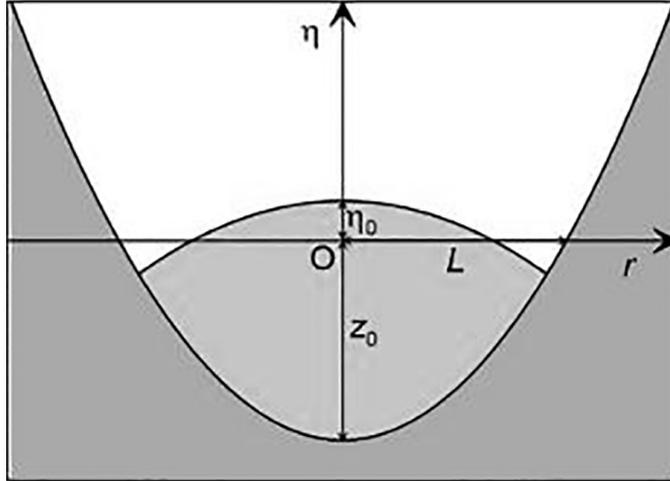


Figura 3.43: Caso Test 2D - 7, condizione iniziale del test di Thacker con superficie idrica a forma di paraboloide

La soluzione analitica per il caso test è ottenuta dal sistema seguente (3.39):

$$\begin{cases} \eta(x, y, z) = z_0 \left\{ \frac{\sqrt{1-A^2}}{1-A \cos \omega t} - 1 - \frac{x^2+y^2}{L^2} \left[\frac{1-A^2}{(1-A \cos \omega t)^2} - 1 \right] \right\} \\ u(x, y, z) = \frac{1}{1-A \cos \omega t} \left(\frac{1}{2} \omega x A \sin \omega t \right) \\ v(x, y, z) = \frac{1}{1-A \cos \omega t} \left(\frac{1}{2} \omega y A \sin \omega t \right) \end{cases} ; \quad (3.39)$$

dove ω e A sono definite come:

$$\omega = \frac{\sqrt{8gz_0}}{L} ; \quad A = \frac{(\eta_0+z_0)^2 - z_0^2}{(\eta_0+z_0)^2 + z_0^2}. \quad (3.40)$$

3.2 Casi test considerati

Nel caso test sono stati utilizzati i seguenti parametri, $z_0 = 50$ m, $\eta_0 = 10$ m, $L = 1000$ m, con un dominio di grandezza 3000×3000 m centrato nel vertice del paraboloide, che danno luogo ad un'oscillazione con periodo pari a 100 s; inoltre la soglia per l'asciugamento è stata impostata pari a $6 \cdot 10^{-3}$ m. Tale valore, come nel caso precedente, di ordine di grandezza superiore rispetto a quello di consueto utilizzato per lo studio di processi idrodinamici in presenza di precipitazione (10^{-12} m), è quello che consente di modellare il corretto avanzamento dei fronti asciutti bagnati in assenza del termine sorgente di natura pluviometrica in questo caso test. Le simulazioni sono state effettuate con una griglia cartesiana a passo $\Delta x = 1$ m o con una griglia a multirisoluzione spaziale, mostrata in Figura 3.44; in quest'ultima si è deciso di preservare alla massima risoluzione (1 m) l'area interessata dal movimento del fronte di bagnamento e asciugamento ($850 \text{ m} < r < 1100 \text{ m}$) e in prossimità del centro del paraboloide ($r < 100 \text{ m}$), diradando la griglia nella parte restante del dominio fino alla risoluzione più bassa (8 m). Tramite la griglia così descritta è stato possibile ridurre l'onere computazionale del 75% rispetto alla simulazione effettuata sulla griglia cartesiana originaria a passo 1 m (2317056 celle della griglia a multirisoluzione contro 9000000 celle della griglia cartesiana), consentendo uno speed-up pari a 3 del tempo di simulazione.

In Figura 3.45 è mostrato un confronto tra i risultati numerici e la soluzione analitica in termini di profilo idrico lungo l'asse del raggio del paraboloide all'ordinata $y = 0$; i profili, relativi a tre istanti della simulazione $t = 200, 225$ e 250 s ($t/T = 2, 2.25$ e 2.5), sono in perfetto accordo con la soluzione analitica. In Figura 3.46 è inoltre mostrata l'oscillazione nel tempo della quota idrica nel punto con coordinate (0;0), al centro del paraboloide. In questo caso l'andamento della soluzione analitica è ben riprodotto dalla simulazione numerica, soprattutto per il caso di griglia cartesiana. Per quello di griglia a multirisoluzione si osserva un certo degrado della ricostruzione dovuto alle severe condizioni di test in presenza di un periodico susseguirsi di asciugamento e bagnamento dovuto al movimento del fronte.

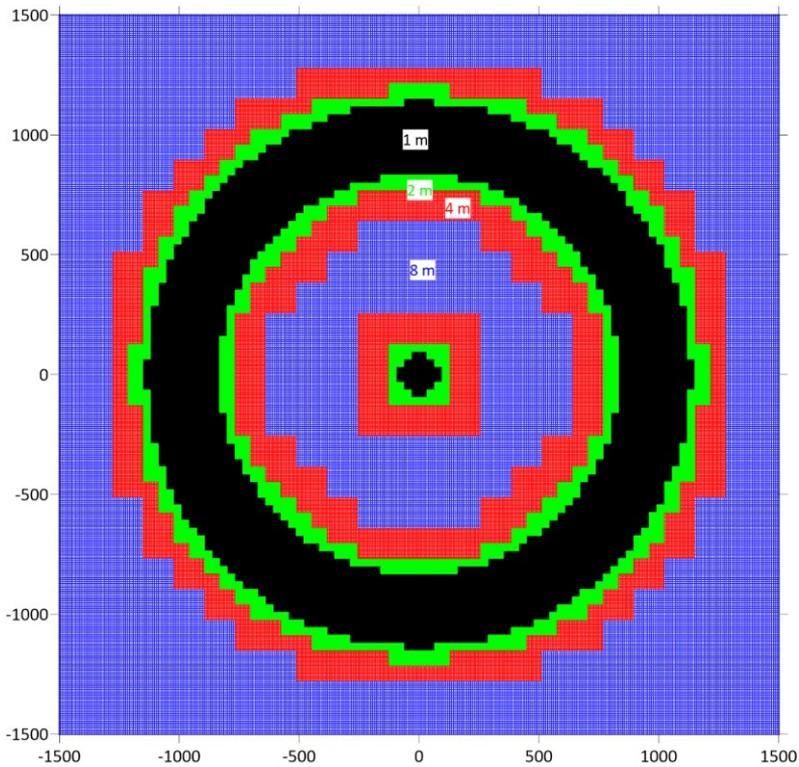


Figura 3.44: Caso Test 2D - 7, griglia a multirisoluzione adottata per il test di Thacker con superficie idrica a forma di paraboloide

3.2 Casi test considerati

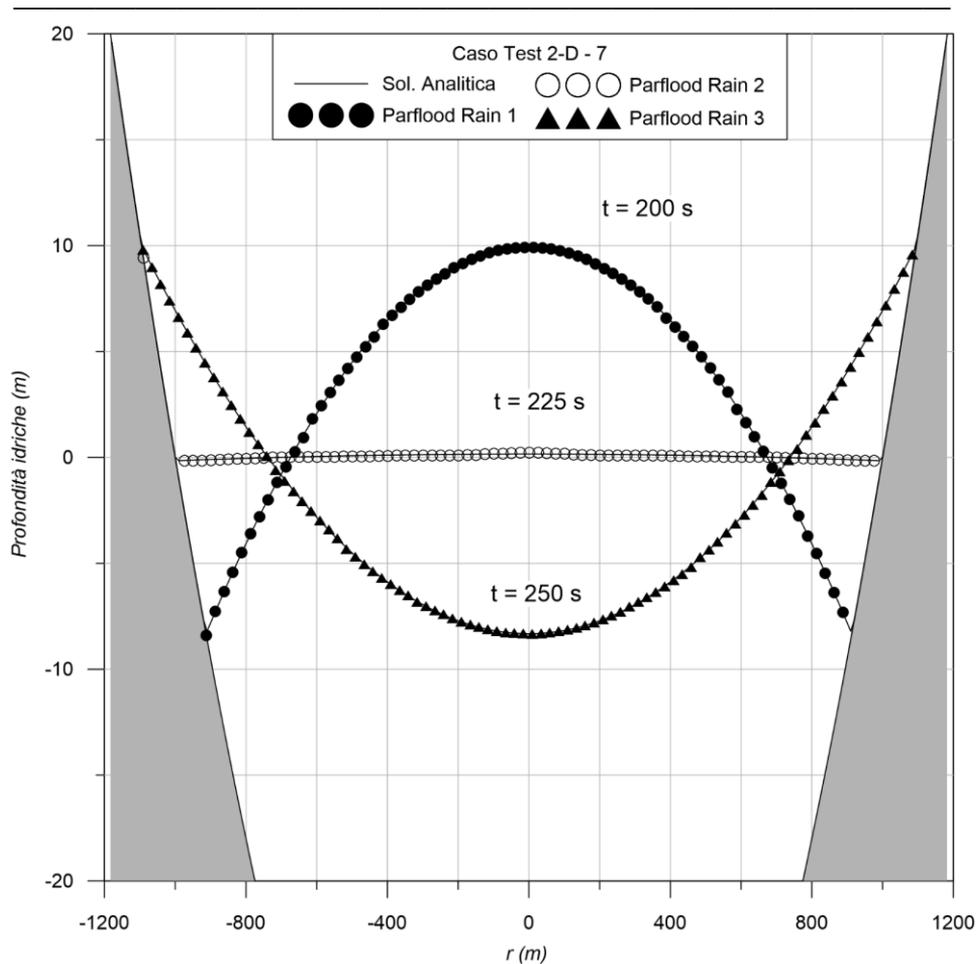


Figura 3.45: Caso Test 2D - 7, profilo idrico lungo un piano verticale passante per il centro del paraboloide, caso della superficie idrica a forma di paraboloide

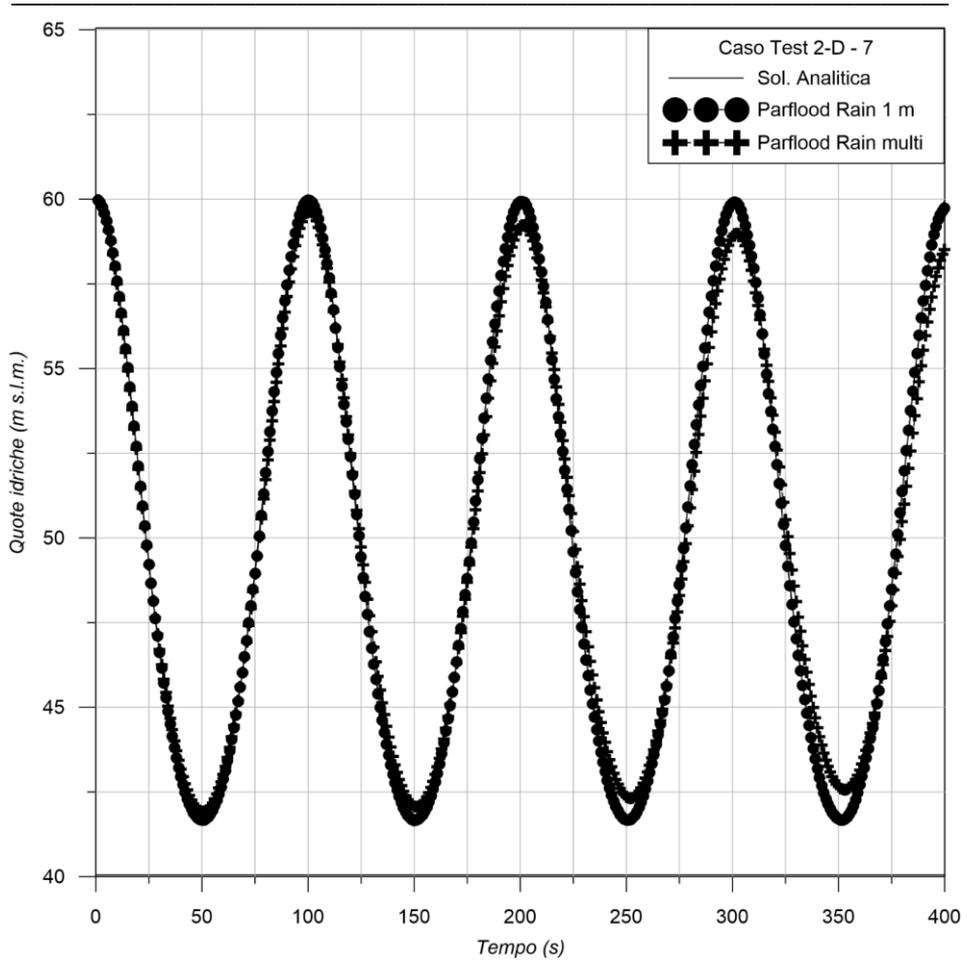


Figura 3.46: Caso Test 2D - 7, andamento nel tempo della quota idrica nell'origine del paraboloide al variare della griglia, caso della superficie idrica a forma di paraboloide

3.2 Casi test considerati

Caso test 2D - 8

L'ultimo caso con il quale è stato validato il modello numerico è quello relativo al mantenimento dell'acqua in quiete, ovvero alla conservazione della “*C-property*”. Il caso test riprodotto è quello denominato *Quiescent flow with wet-dry interface over uneven bed* in [82] o *Still water test* in [10] in cui è simulata una condizione di acqua in quiete su fondo non piano con interfacce asciutte/bagnate.

Il fondo, mostrato in Figura 3.47, presenta due differenti andamenti paraboloidici ed è descritto dalla seguente relazione:

$$\begin{aligned} z(x, y) &= \max(z_1, z_2) ; \\ z_1(x, y) &= 2000 - 0.00032[(x - 3000)^2 + (y - 5000)^2] ; \\ z_2(x, y) &= 900 - 0.000144[(x - 5000)^2 + (y - 3000)^2] . \end{aligned} \tag{3.41}$$

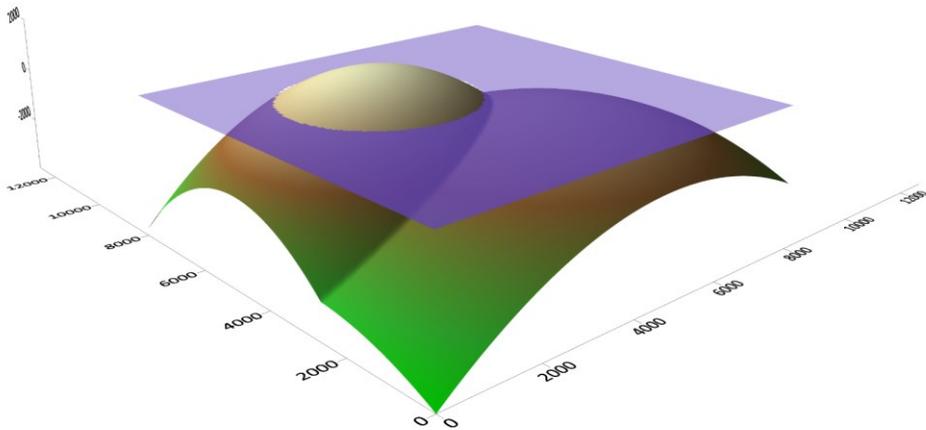


Figura 3.47: Caso Test 2D - 8, quota idrica al tempo $t = 5400$ s

La quota idrica iniziale è posta in tutto il dominio pari a 1000 m, comportando una sommersione parziale del paraboloide più elevato e completa di quello posto a quota inferiore. Il dominio di dimensioni 8000 x 8000 m è stato discretizzato con una griglia cartesiana con passo $\Delta x = 50$ m; la simulazione è stata condotta per un tempo pari a

5400 secondi e il risultato finale in termini di quota idrica è mostrato in Figura 3.47, dalla quale si nota come la *C-property* sia ottimamente preservata anche per il caso di fondo non piano con fronti asciutti/bagnati. In Figura 3.48 con riferimento a due differenti assi verticali sono mostrati i profili della quota e della velocità idrica al medesimo istante temporale, estratti lungo la diagonale del dominio passante per i vertici dei due paraboloidi (mostrato un punto ogni due della griglia). Dal profilo si osserva come la quota idrica si mantenga uniformemente sul valore di 1000 m e la velocità idrica sia nulla, confermando il fatto che il modello qui implementato è in grado di preservare la condizione statica di acqua in quiete anche su geometrie piuttosto complesse solo parzialmente sommerse.

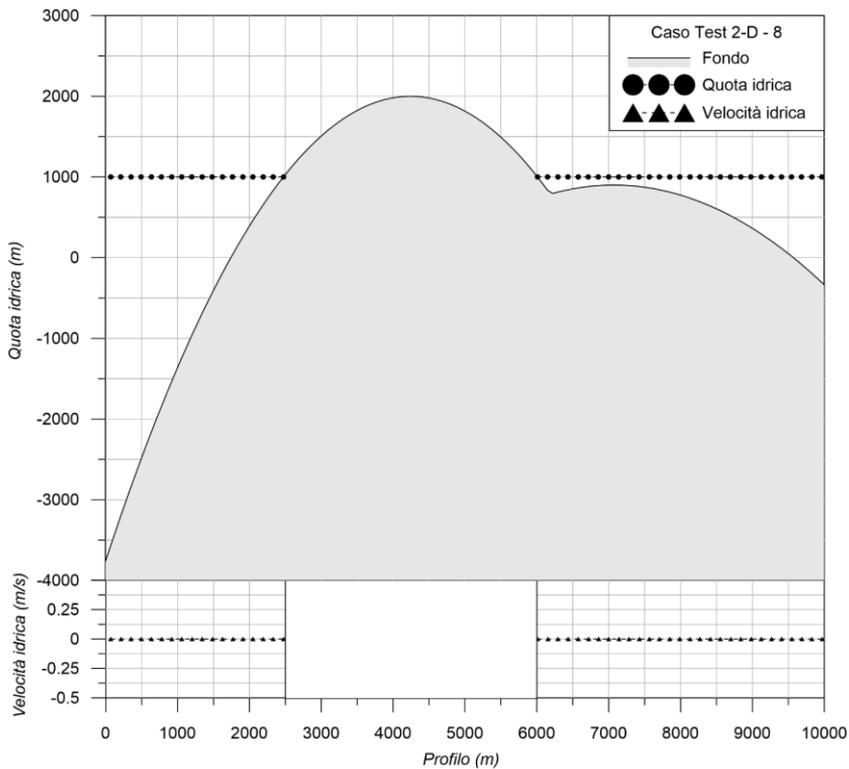


Figura 3.48: Caso Test 2D - 8, profili relativi alla quota e alla velocità idrica lungo la diagonale passante per i vertici dei paraboloidi

3.2 Casi test considerati

4. Applicazione del modello alla simulazione di eventi reali

Verranno qui illustrati i risultati relativi alla simulazione di tre eventi reali verificatisi nel recente passato su corsi d'acqua della regione Emilia-Romagna. Grazie alle nuove potenzialità sviluppate ed alle elevate prestazioni raggiunte dal codice, a seguito delle modifiche apportate, è infatti possibile procedere alla modellazione di eventi di piena a scala di bacino per bacini anche di notevoli dimensioni.

Il modello, distribuito spazialmente, sarà in grado di restituire mappe di dettaglio ad alta risoluzione per le grandezze di interesse e potrà cogliere particolari dinamiche che modelli semplificati o semi-distribuiti non sono in grado di descrivere. Grazie alla parallelizzazione del codice ed al particolare algoritmo relativo al *preprocessing* delle mappe ad alte risoluzione, il modello è in grado di simulare domini di vasta dimensione, utilizzando griglie a multirisoluzione spaziale che permettono di modellare la propagazione sui versanti a partire da una descrizione geometrica a bassa risoluzione andando nel contempo ad aumentare il grado di dettaglio in zone di maggiore interesse, in prossimità dei centri abitati e delle infrastrutture presenti sul territorio in grado di condizionare in maniera significativa la propagazione dei fronti di allagamento.

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

Si presentano quindi di seguito i risultati delle modellazioni relative ai seguenti eventi alluvionali:

- evento del 13-15 ottobre 2014 sui torrenti Parma e Baganza;
- evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure;
- evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza.

Causati da precipitazioni di intensità eccezionale, sempre più frequenti negli ultimi anni, tutti e tre gli eventi considerati hanno provocato alluvioni e danni per diverse centinaia di milioni di euro.

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

Il dominio relativo alla simulazione dell'evento alluvionale del 13-15 ottobre 2014, mostrato in Figura 4.1, è costituito dai bacini dei torrenti Parma e Baganza, siti in Emilia-Romagna. Il torrente Parma, il cui bacino è interamente compreso nella provincia omonima, nasce alle pendici del Monte Marmagna dal Lago Santo Parmense, dai Lagoni e dal Lago Scuro che confluiscono a monte del borgo di Bosco, nel comune di Corniglio, per dare origine al torrente. Muovendosi verso la foce si immettono numerosi affluenti tra cui, in sponda destra il torrente Bratica, a valle di Corniglio ed il Parmossa, in località Langhirano, in sponda sinistra il rio Fabiola, in località Langhirano ed il torrente Baganza, in corrispondenza della città di Parma. L'asta principale del torrente Parma ha una lunghezza di circa 65 Km fino alla sezione di chiusura di Parma. Il torrente Baganza nasce dall'Appennino Tosco-Emiliano e si sviluppa verso la pianura padana con asse nord/nord-est, confinando ad est con il bacino del torrente Parma e ad ovest con il bacino del fiume Taro, confluendo dopo circa 56 Km di lunghezza dell'asta principale nel torrente Parma. L'insieme dei due bacini oggetto di studio, chiusi alla tangenziale nord della città di Parma, ha un'area complessiva di circa 680 Km². Il reticolo idrografico dei due torrenti è moderatamente gerarchizzato, con bassi valori dell'indice di biforcazione e scarsa variabilità del rapporto di biforcazione.



Figura 4.1: Bacini dei torrenti Parma e Baganza

Il bacino oggetto di studio è contraddistinto da elevata piovosità nelle zone prossime al crinale, mentre nella parte collinare essa diviene più modesta; le precipitazioni variano da 800 mm/anno a circa 2000 mm/anno con una media annua di circa 1100 mm. Nel corso del recente evento alluvionale sono state poste in evidenza le criticità dell'assetto difensivo del tratto di valle del torrente Baganza, che è risultato insufficiente in più punti, con sormonti arginali anche di notevole entità, crollo del

ponete storico della Navetta (PR) (Figura 4.2) e sormonto dell'impalcato del Ponte Nuovo (o "dei Carrettieri") (PR).



Figura 4.2: Crollo del ponte storico della Navetta

Nei successivi paragrafi saranno illustrati i dati necessari per la modellazione numerica ovvero il rilievo digitale del terreno, i dati pluviometrici e i parametri relativi alla depurazione delle piogge; saranno infine mostrati i confronti dell'onda di piena simulata rispetto alle risultanze di studi precedentemente condotti e sarà confrontata l'estensione dell'area allagata ottenuta attraverso le elaborazioni numeriche con quella osservata, ricostruita grazie alle osservazioni acquisite in corso d'evento e successivamente.

4.1.1 Modello digitale del terreno (DTM)

Il DTM, *Digital Terrain Model*, rappresenta in formato digitale l'andamento altimetrico delle quote del terreno, ricostruito a partire da un insieme finito di punti rilevati con diverse tecniche di acquisizione (rilievi a terra eseguiti con strumenti topografici, digitalizzazione di cartografie esistenti, fotogrammetria, rilievi laser scanner, telerilevamento, rilievi da immagini satellitari stereoscopiche o radar, etc.).

Per lo studio dell'area in oggetto sono stati adottati due differenti rilievi, il modello

AW3D30, con risoluzione orizzontale di 1 arcsec (circa 30 m), rilasciato da JAXA (*Japan Aerospace Exploration Agency*) che deriva dalle immagini pancromatiche stereoscopiche fornite dal sensore PRISM (*Panchromatic Remote-sensing Instrument for Stereo Mapping*) a bordo del satellite ALOS (*Advanced Land Observing Satellite*) e il DTM a passo 1 m ottenuto da rilievo LiDAR (*Light Detection and Ranging*) donato dalla Compagnia Generale Ripreseeree CGR S.p.A. alla città di Parma per motivi di studio dopo l'evento, ottenuto tramite mezzo aereo dotato di tecnologia laser scanner. Mentre il primo rilievo è un rilievo globale, disponibile su tutte le terre emerse comprese tra gli 82° di latitudine nord e sud, il secondo copre solo alcune zone del dominio interessato. I dati disponibili, mostrati in Figura 4.3, sono quindi stati interpolati su una griglia cartesiana a passo 2 m e 4 m, mantenendo ove presente l'informazione di maggiore dettaglio e con alcuni accorgimenti al fine di preservare le quote dei tratti arginali, dei rilevati e degli elementi di contenimenti presenti sul dominio.

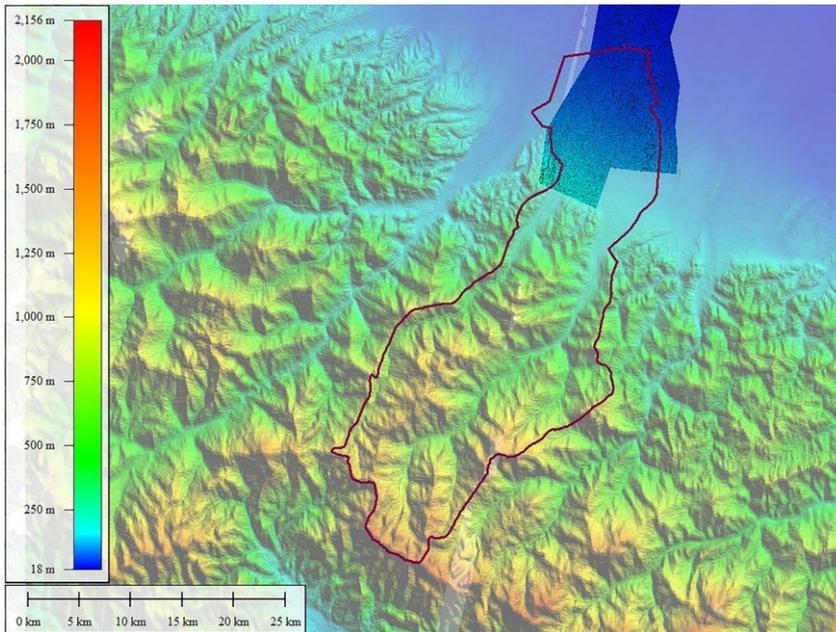


Figura 4.3: Modelli digitali del terreno disponibili per i bacini di Parma e Baganza

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

L'estensione dell'area di interesse non ha consentito l'utilizzo diretto delle griglie cartesiane inizialmente ottenute, sia per l'onere computazionale in termini di memorizzazione del dato in ingresso (177'746'152 celle di 2 x 2 m o 40'677'931 celle 4 x 4 m) che per la modesta velocità di calcolo che ne conseguirebbe. Per tale ragione si è proceduto all'utilizzo di griglie a multirisoluzione spaziale fino ad un livello di risoluzione 4 (celle di 16 x 16 m partendo dalla griglia a passo 2 m o celle di 32 x 32 m partendo dalla griglia a passo 4 m), con l'intenzione di preservare la descrizione del reticolo principale attraverso una maggiore risoluzione e diradare le informazioni nelle zone restanti. Le due griglie ottenute, mostrate in Figura 4.4 e Figura 4.5, hanno consentito una riduzione di oltre il 90% del numero complessivo di celle. Nelle immagini sono rappresentate con il colore nero le celle alla risoluzione più alta (2 m o 4 m), in blu quelle al secondo livello di risoluzione (4 m o 8 m), in verde quelle al terzo livello (8 m o 16 m) ed in rosso quelle al livello di risoluzione più basso (16 m o 32 m).

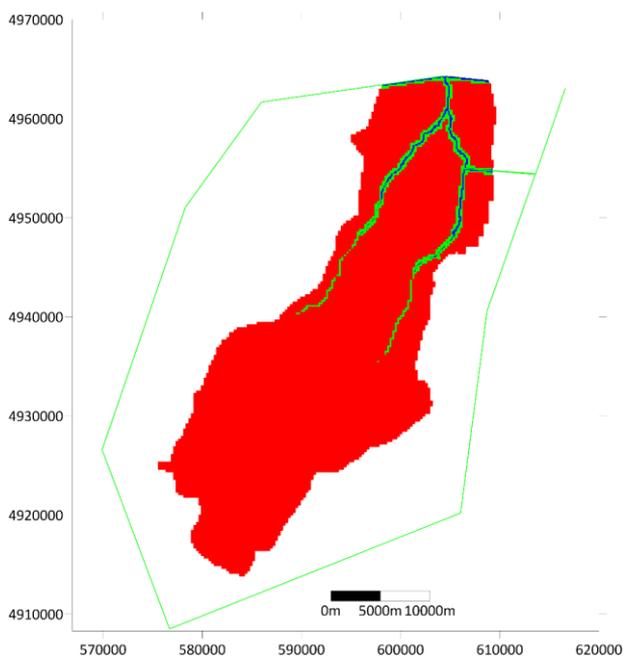


Figura 4.4: Griglia a multirisoluzione spaziale a partire dalla griglia cartesiana a passo 2 m, bacino dei torrenti Parma e Baganza

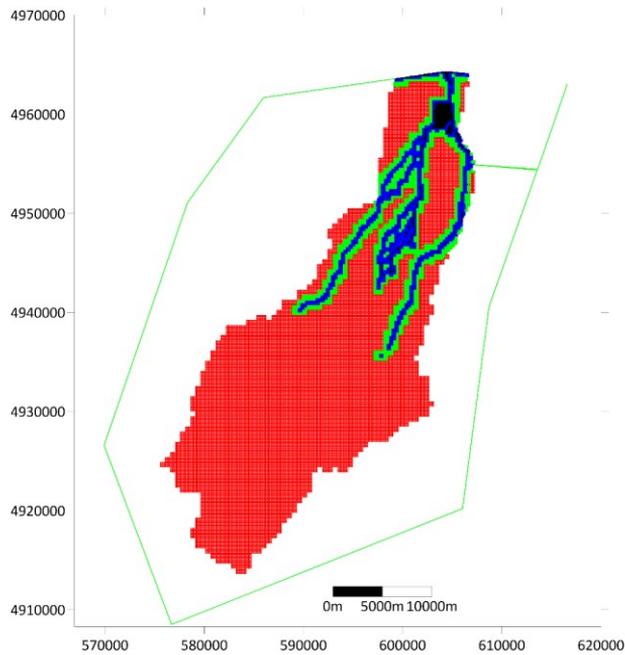


Figura 4.5: Griglia a multirisoluzione spaziale a partire dalla griglia cartesiana a passo 4 m, bacino dei torrenti Parma e Baganza

Si nota come per la griglia ottenuta a partire dalla cartesiana a passo 4 m (Figura 4.5) si sia deciso di mantenere ad un livello di risoluzione alto, oltre ad una serie di affluenti del torrente Baganza, anche il territorio della città di Parma in prossimità della confluenza Parma Baganza in cui si sono verificati gli allagamenti; queste zone per la griglia ottenuta dalla cartesiana a passo 2 m sono già descritte con celle di una dimensione che garantisce maggior dettaglio.

4.1.2 Dati pluviometrici

I dati pluviometrici relativi all'evento oggetto di studio sono stati inseriti nel modello sotto forma di serie temporali di pioggia, riferite alle stazioni di misura presenti nel territorio. Nel complesso si sono identificati complessivamente 19 pluviometri, distribuiti nel territorio come mostrato in Figura 4.6. Dalle valutazioni effettuate sulle

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

osservazioni registrate ai pluviometri si è potuto valutare in 62.3 Mm^3 il volume totale di pioggia affluito al bacino in corso d'evento.

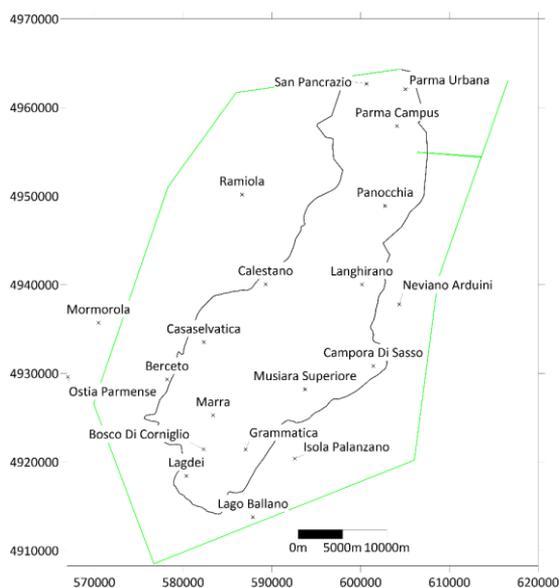


Figura 4.6: Stazioni di misura presenti nel bacino dei torrenti Parma e Baganza

I dati, scaricati dalla webapp Dext3r (<https://simc.arpae.it/dext3r/>) di estrazione dati di Arpae Simc (Agenzia regionale per la prevenzione, l'ambiente e l'energia dell'Emilia Romagna, Servizio Idrometeo Clima), sono stati interpolati da parte del modello in ciascuna cella del dominio di calcolo secondo la legge funzione del quadrato dell'inverso della distanza dalle stazioni di misura, al fine di individuare il campo di precipitazione distribuita necessario per le simulazioni numeriche. In Tabella 4.1 sono riportate le cumulate di pioggia relative al periodo compreso tra le ore 01:00 del 13/10/2014 e le 17:00 del 14/10/2014. Si nota come nel periodo osservato in alcune stazioni del bacino si siano registrati valori di pioggia del tutto eccezionali, anche maggiori della media mensile. In Figura 4.7 inoltre sono mostrati gli ietogrammi di pioggia relativi alle 19 stazioni utilizzate per la modellazione. Dall'immagine si nota come la parte più significativa della precipitazione si sia concentrata tra le 06:00 e le 18:00 del 13/10/2014.

Tabella 4.1: Totali di pioggia cumulati per i pluviometri del bacino Parma Baganza

Stazioni Pluviometriche	Pioggia Cumulata (mm)	Stazioni Pluviometriche	Pioggia Cumulata (mm)
Lagdei	237.2	Calestano	139.8
Grammatica	37.8	S. Pancrazio	30.0
Bosco di Corniglio	261.0	Gainago	32.0
Marra	302.8	Isola di Palanzano	43.4
Musiara superiore	45.4	Lago Ballano	54.8
Campora di Sasso	25.0	Mormorola	56.6
Langhirano	65.0	Neviano Arduini	35.8
Panocchia	71.0	Ostia Parmense	47.2
Berceto	73.2	Ramiola	44.6
Casaselvatica	133.5		

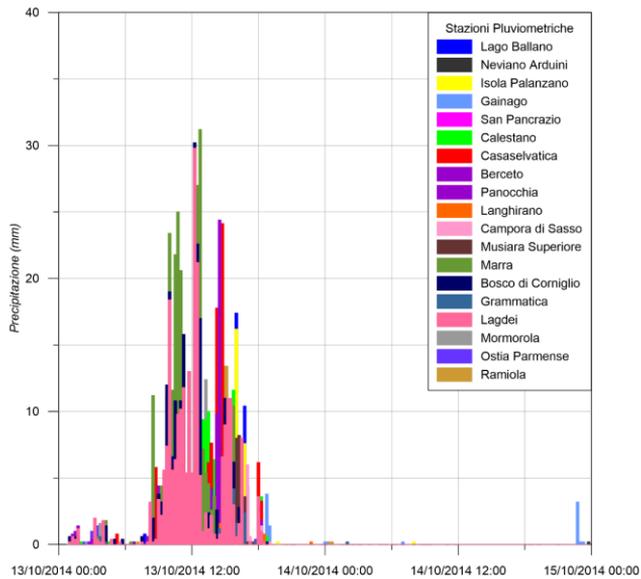


Figura 4.7: Ietogrammi di pioggia relativi all'evento modellato sui bacini di Parma e Baganza

4.1.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio

Per la simulazione dell'evento si è scelto di adottare il modello di depurazione delle piogge secondo l'approccio SCS-CN; il metodo si basa su due parametri, il coefficiente delle perdite iniziali dovute all'infiltrazione e alla saturazione delle depressioni superficiali (α_{SCS}), e il *Curve Number* (CN). Il parametro α_{SCS} è stato ipotizzato costante e pari a 0.2 su tutte le celle del bacino mentre il CN è stato stimato a partire dalle mappe del tipo e dell'uso del suolo. Dal geoportale dell'Emilia Romagna (<https://geoportale.regione.emilia-romagna.it/it>) si sono scaricate la mappa relativa all'uso del suolo, secondo la classificazione *Corine Land Cover* a tre livelli, e la mappa relativa ai gruppi idrologici (tipo A B C o D). Dalla prima tramite alcune tabelle di conversione reperite in letteratura è stato possibile tradurre le informazioni di copertura in valori di CN , per i diversi gruppi idrologici, e valori di scabrezza, espressi secondo la formulazione di Manning. Successivamente si sono intrecciati i valori di CN per i diversi gruppi idrologici con la mappa relativa ai gruppi idrologici, per definire un valore unico di CN per ciascuna cella di calcolo. In Figura 4.8 è mostrata la mappa ottenuta relativa ad indici strettamente connessi ai valori di CN , mentre in Figura 4.9 è illustrata la mappa relativa ai coefficienti di scabrezza utilizzati nel modello. In Tabella 4.2 è espressa la relazione tra gli indici della mappa di Figura 4.8 e i corrispondenti valori di CN .

Relativamente alla mappa dei valori di scabrezza mostrata in Figura 4.9 si osserva come per la zona relativa alla città di Parma si sia scelto di adottare dei coefficienti di scabrezza diversi da quelli dedotti dalle mappe dell'uso e del tipo di suolo. Per i torrenti si è impostata una scabrezza di $0.033 \text{ sm}^{-1/3}$, per la zona maggiormente urbanizzata $0.02 \text{ sm}^{-1/3}$ e per la parte restante $0.05 \text{ sm}^{-1/3}$, parametri che si è scelto di assumere in accordo con uno studio pregresso che si intende prendere a riferimento per operare alcuni confronti. In tale studio i parametri di scabrezza appena citati consentivano di ottenere una fedele ricostruzione delle dinamiche relative all'allagamento.

Tabella 4.2: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino dei torrenti Parma e Baganza

Indice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CN	57	61	70	72	75	76	84	86	90	96	98	99

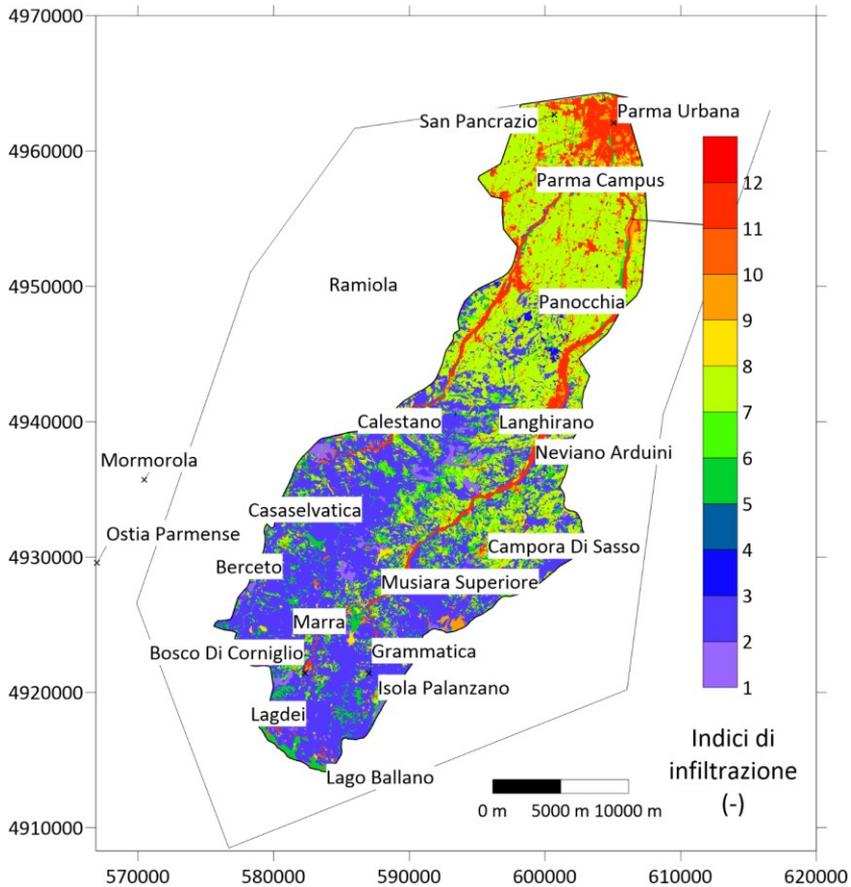


Figura 4.8: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino di Parma e Baganza

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

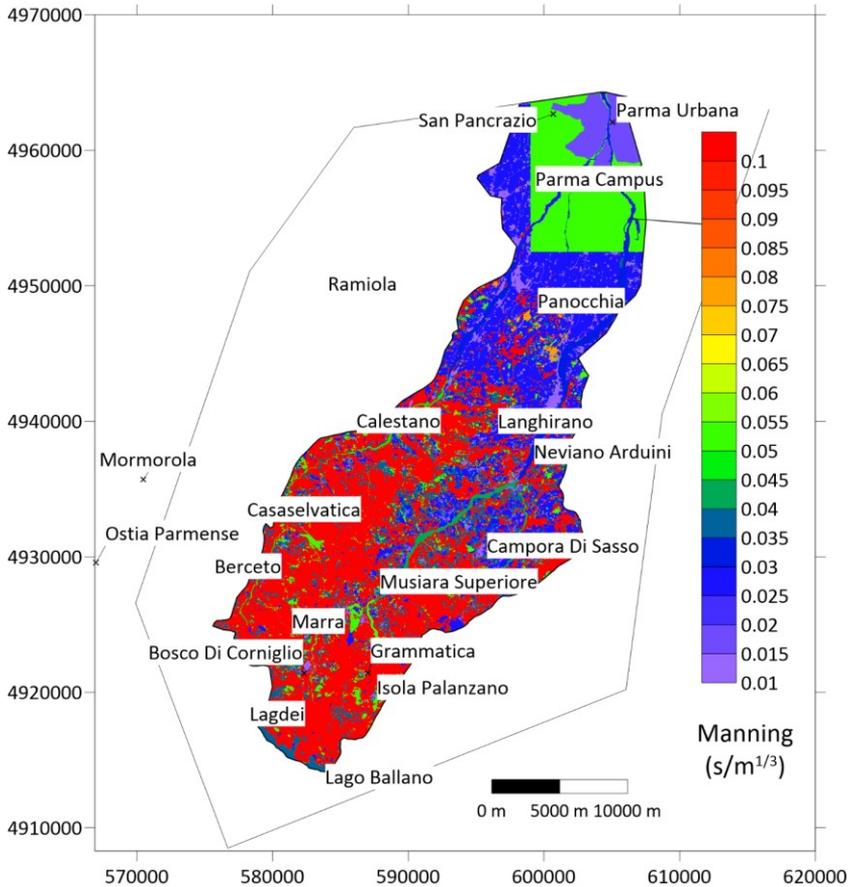


Figura 4.9: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati nel bacino dei torrenti Parma e Baganza

4.1.4 Risultati e confronti

Si è infine proceduto alla simulazione dell'evento, utilizzando le griglie di calcolo descritte in precedenza; in Figura 4.10 è mostrata la batimetria utilizzata per la modellazione e il poligono che descrive le condizioni al contorno (linea di colore nero). In tutto il contorno è stata imposta una condizione di parete solida eccetto per la sezione di chiusura del bacino a valle e per le condizioni in prossimità della cassa di espansione sul torrente Parma, evidenziate in rosso nella figura sopracitata. Per la sezione di

chiusura è stata inserito un valore di pendenza pari a 0.001, atto a rappresentare in maniera corretta la pendenza locale del corso d'acqua per impostare una condizione trasmissiva; per le sezioni in prossimità del manufatto regolatore sono state impostate una condizione di livello a monte, corrispondente a quello misurato dagli strumenti in corso di evento, e una condizione di portata in ingresso a valle, ricostruita da una modellazione di dettaglio relativa all'invaso di laminazione, note le manovre di apertura e chiusura delle paratoie effettuate in corso di evento. L'andamento nel tempo delle condizioni al contorno è mostrato in Figura 4.11.

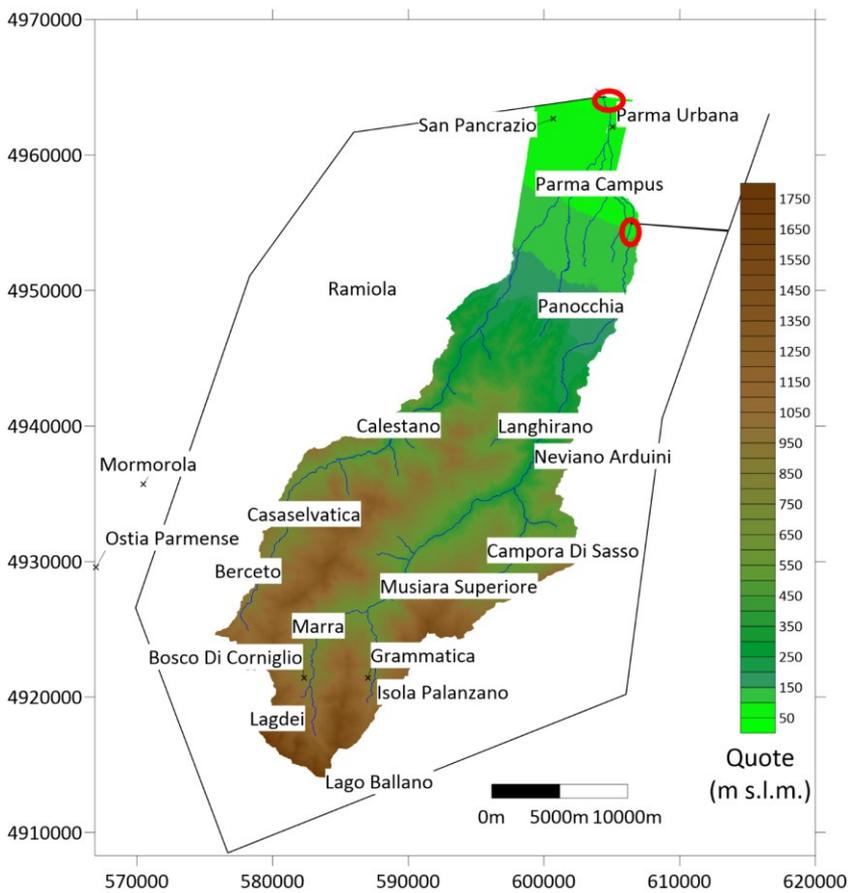


Figura 4.10: Batimetria del bacino dei torrenti Parma e Baganza

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

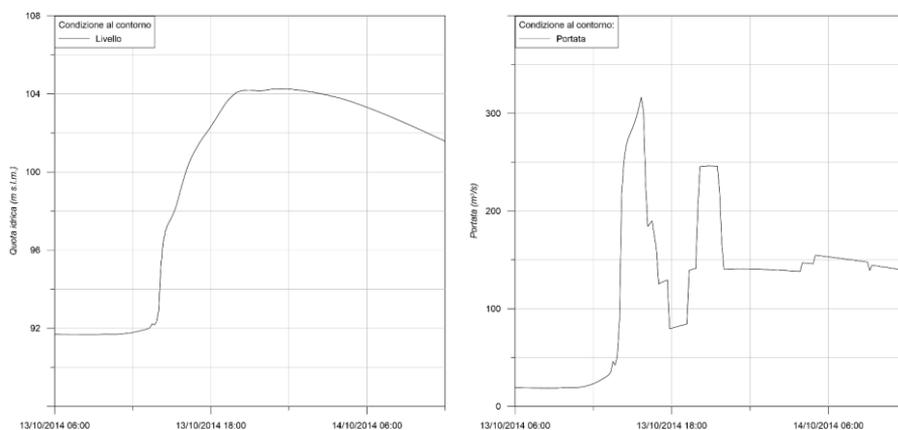


Figura 4.11: Condizioni al contorno di livello e di portata alla cassa di espansione sul torrente Parma

Entrambe le simulazioni effettuate con le due griglie a diversa risoluzione restituiscono risultati confrontabili, ma il tempo complessivo di calcolo è diverso a causa della differente numerosità delle celle di calcolo. Con la griglia non uniforme ottenuta a partire dalla griglia cartesiana a passo 2 m per modellare l'intero evento, di durata complessiva di 40 ore di tempo fisico (dalle 01:00 del 13/10/2014 alle 17:00 del 14/10/2019), il codice impiega circa 20 ore di tempo di simulazione. Con quella ottenuta a partire dalla griglia cartesiana a passo 4 m il tempo necessario per la simulazione è invece 4.37 ore.

Per valutare la ricostruzione dell'evento si sono analizzati gli idrogrammi di portata transitanti in alcune sezioni, evidenziate in rosso in Figura 4.12, in particolare quelle denominate *Sezione 8*, sul torrente Parma all'altezza di Basilicanova, *Sezione 10*, sul torrente Baganza a Parma in prossimità del Ponte Nuovo, e *Sezione 16*, sul torrente Baganza a monte della zona interessata dagli allagamenti in prossimità della tangenziale sud di Parma. La portata transitante attraverso la *Sezione 8* è indicativa degli apporti del bacino montano del torrente Parma, a monte della cassa di espansione.

Ancora una volta è opportuno evidenziare come la scarsa disponibilità di affidabili osservazioni delle grandezze idrauliche di principale interesse costituisca un forte elemento di criticità che rende spesso necessario il ricorso ai risultati di modelli

semplificati per effettuare tentativi di validazione di codici anche piuttosto sofisticati e basati, come quello qui presentato, sulle equazioni complete del movimento.

In Figura 4.13, l'idrogramma di portata calcolato con il codice completo viene confrontato con quello ottenuto da un modello semplificato HEC-HMS ottenuto in uno studio pregresso [83].

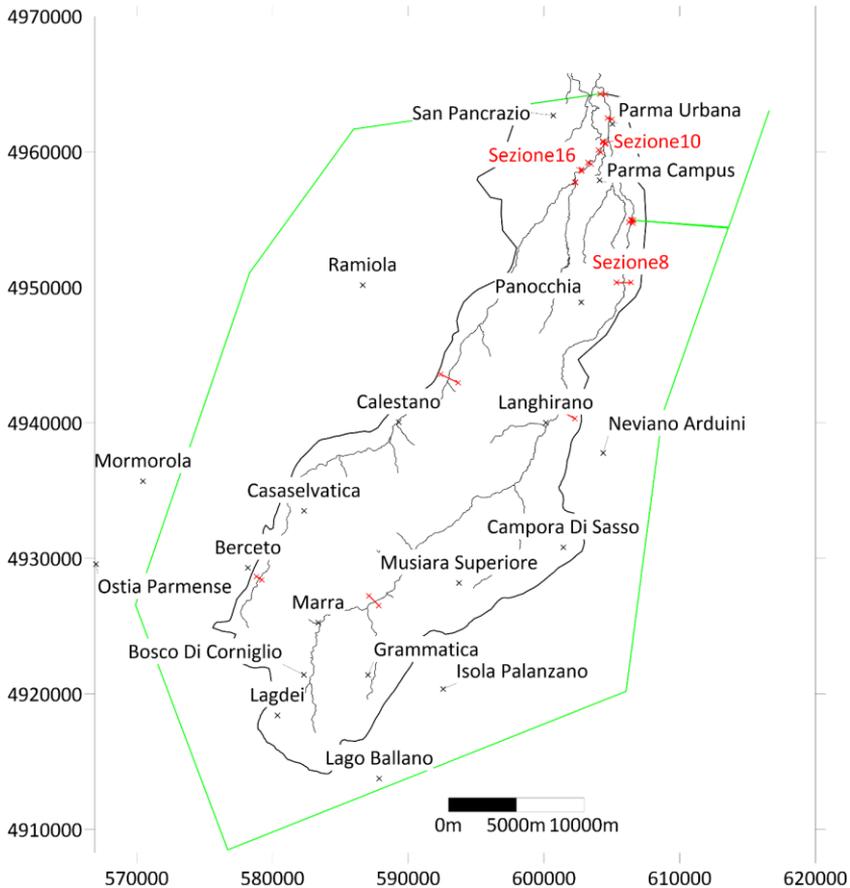


Figura 4.12: Sezioni di confronto per il bacino dei torrenti Parma Baganza

L'andamento complessivo delle due onde è molto simile, presentandosi il picco all'incirca alla stessa ora e di entità di poco differente ($946 \text{ m}^3/\text{s}$ vs. $1073 \text{ m}^3/\text{s}$), con un volume complessivo delle due onde non troppo dissimile (12% circa). È comunque

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

doveroso segnalare che, a fronte dei risultati meno soddisfacenti ottenuti dalle simulazioni preliminari, si è proceduto a variare per tentativi i valori dei coefficienti CN e di scabrezza incrementandoli o diminuendoli secondo un medesimo valore percentuale uniformemente distribuito sul dominio al fine di meglio cogliere le caratteristiche degli idrogrammi assunti a riferimento.

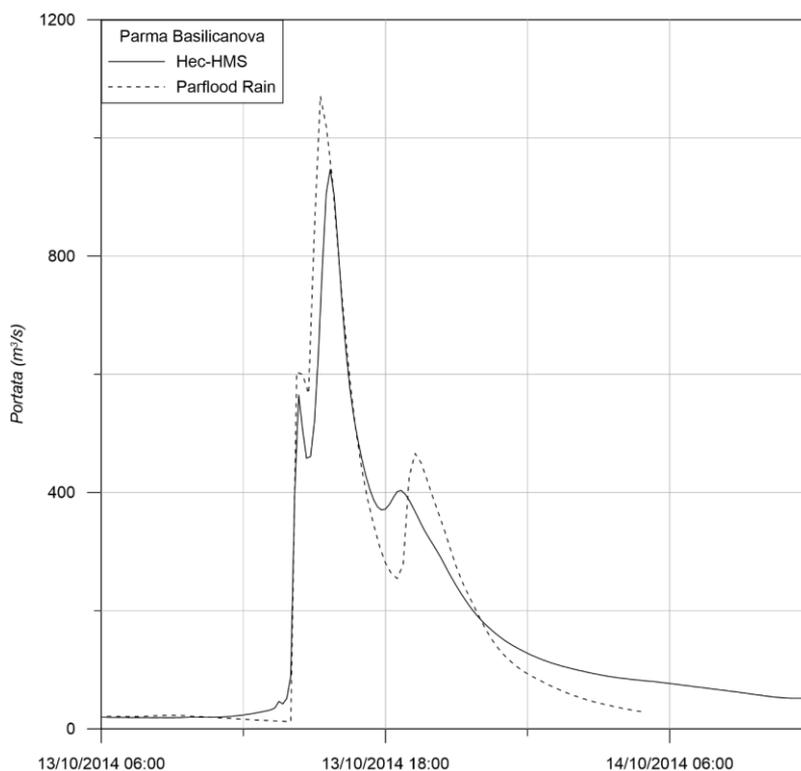


Figura 4.13: Idrogramma di portata transiente nella Sezione 8

Nelle Figura 4.14 e Figura 4.15 vengono invece confrontati gli idrogrammi calcolati in corrispondenza delle *Sezioni 10 e 16* con quelli ricostruiti mediante un modello inverso di tipo geostatistico Bayesiano, che permette di stimare l'idrogramma di piena in una sezione desiderata a partire dal modello idraulico del tratto di interesse e dalle informazioni disponibili a valle della stessa. In particolare è stato utilizzato un modello idraulico monodimensionale realizzato mediante il software HEC-RAS (*US Army Corps*

of Engineers) relativo alla confluenza tra i torrenti Parma e Baganza. Il modello comprende il tratto di torrente Parma a partire dalla cassa di espansione fino alla confluenza in Po e il tratto di Baganza da Ponte Nuovo fino alla confluenza con il torrente Parma; la condizione al contorno di monte sul torrente Parma è rappresentata dall'andamento nel tempo delle portate in uscita dalla cassa di espansione mentre la condizione al contorno di valle è costituita dall'andamento dei livelli idrici alla confluenza con il fiume Po. L'incognita risulta l'idrogramma di piena in ingresso al torrente Baganza nella sezione di Ponte Nuovo tale da riprodurre i livelli idrici registrati sul torrente Parma nella sezione di Ponte Verdi. Gli idrogrammi ricostruiti con tale modello, denominati in Figura 4.14 e Figura 4.15 "Modello Inverso", sono in buon accordo con quelli ottenuti dal modello "Parflood Rain".

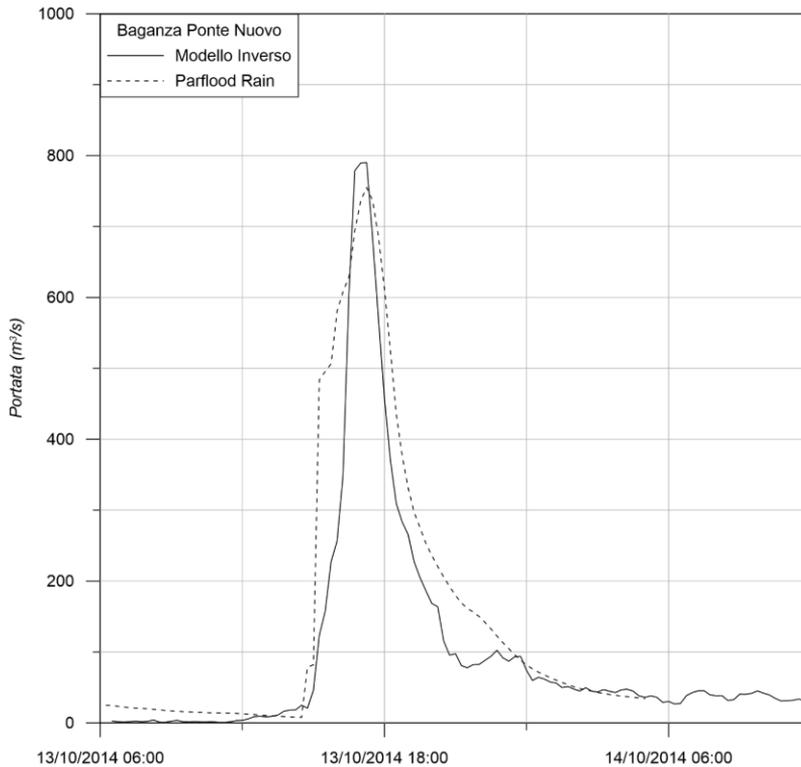


Figura 4.14: Idrogramma di portata transitante nella Sezione 10

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

L'idrogramma di piena a Ponte Nuovo restituito dal modello numerico presenta un picco leggermente inferiore a quello ottenuto tramite l'applicazione del modello inverso ($755 \text{ m}^3/\text{s}$ contro $790 \text{ m}^3/\text{s}$) ed un volume sotteso di poco superiore (15%), presentando un ramo di crescita molto rapido ed un ramo calante leggermente più lento per valori minori di $300 \text{ m}^3/\text{s}$. Considerazioni analoghe si possono fare per l'idrogramma di piena restituito dal modello numerico 2D alla tangenziale sud, che presenta un colmo a $802 \text{ m}^3/\text{s}$ (contro gli $870 \text{ m}^3/\text{s}$ forniti dal modello inverso) e un volume maggiore del 15% circa. Il ramo di crescita dell'idrogramma si presenta inoltre leggermente anticipato rispetto a quanto restituito dal modello inverso mentre quello calante presenta una sovrastima dei valori di portata soprattutto nell'intervallo compreso tra le 21:00 e le 24:00 del 13/10/2014.

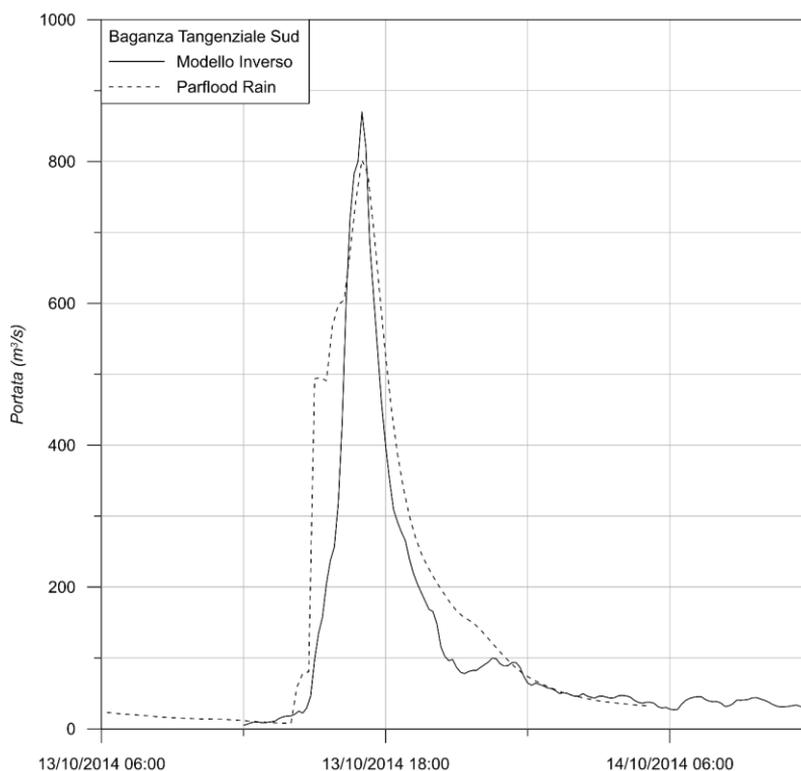


Figura 4.15: Idrogramma di portata transiente nella Sezione 16

È certo da tenere bene in considerazione che le onde di piena prese a riferimento non discendono da osservazioni dirette ma da metodologie di calcolo basate su modelli semplificati. Tuttavia, in assenza di dati osservati, si ritiene comunque utile effettuare questo confronto, dall'esito piuttosto soddisfacente, che in qualche misura certifica un comportamento corretto del modello numerico che, oltre ad idrogrammi di portata del tipo di quelli presentati, è ovviamente in grado di fornire molte altre informazioni di grande interesse relativamente all'evento in esame, consentendo di ricostruire in maniera distribuita e dettagliata le caratteristiche del campo di moto sull'intero dominio di calcolo.

In Figura 4.16 è mostrato un confronto relativo all'area colpita dall'allagamento verificatosi a seguito della tracimazione del torrente Baganza, delimitata dalla linea di colore verde, in prossimità della confluenza Parma-Baganza. L'estensione dell'allagamento è complessivamente ben riprodotta dal modello numerico eccezion fatta per la parte più settentrionale dell'area effettivamente allagata nella quale il modello non ricostruisce invece la presenza dell'alluvione.

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

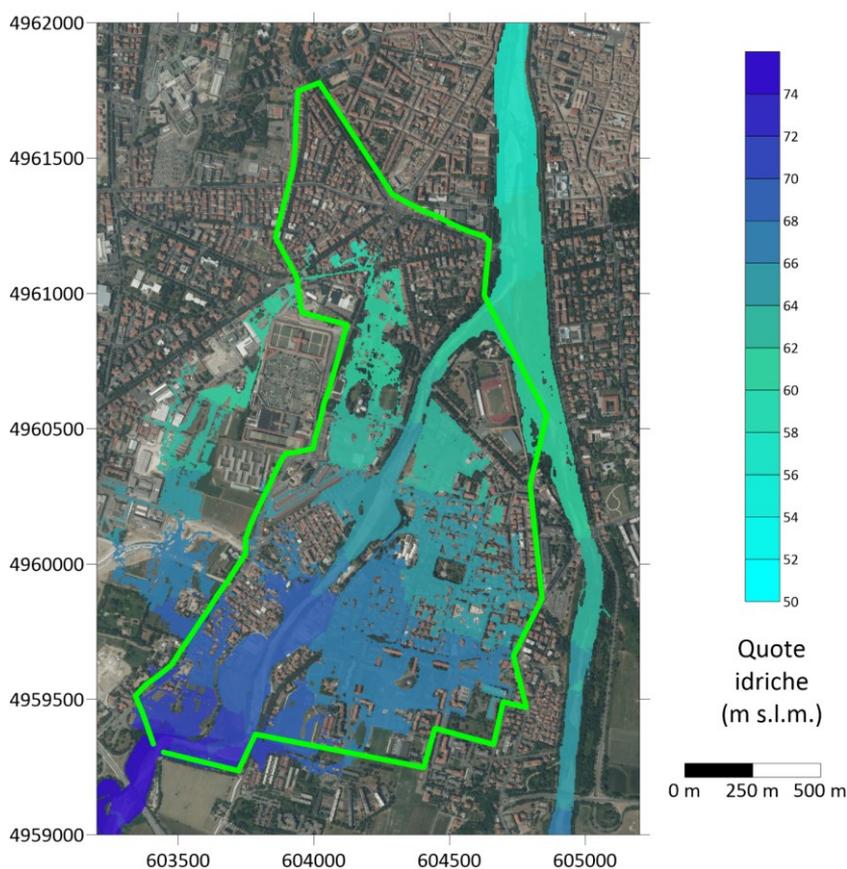


Figura 4.16: Estensione dell'allagamento rilevato e calcolato per l'evento alluvionale sui torrenti Parma e Baganza

Modesti allagamenti vengono invece ricostruiti dal modello in direzione ovest, esternamente all'area effettivamente colpita dall'alluvione. Tali allagamenti, come illustrato in Figura 4.17, sono dovuti ad una lama d'acqua la cui presenza in questa parte del dominio è verosimilmente da ascrivere ad una locale carenza descrittiva del modello del terreno che, costruito su una maglia di 2 x 2 metri di lato, non consente di rappresentare perfettamente i contenimenti dovuti ad elementi lineari di dimensione inferiore quali ad esempio quelli rappresentati da recinzioni di modesta altezza realizzate in laterizio o calcestruzzo, etc..

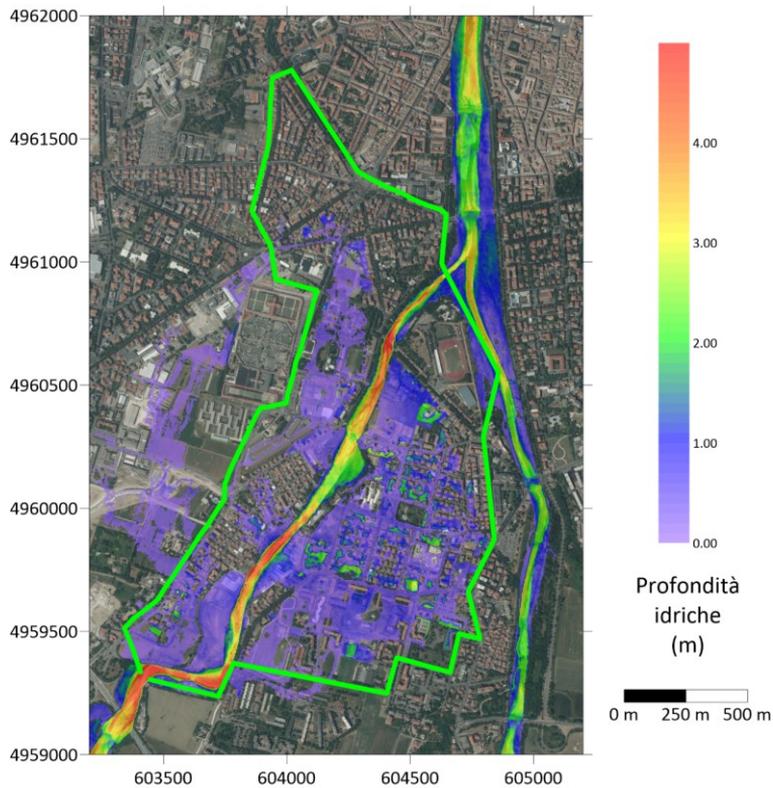


Figura 4.17: Profondità idriche calcolate e perimetro rilevato dell'allagamento per l'evento alluvionale sui torrenti Parma e Baganza

In Figura 4.18 sono riportati i campi delle profondità idriche calcolate (superiori a 0.01 m) sull'intero dominio di calcolo per alcuni istanti significativi della simulazione (ore 14:00, 16:00, 18:00 e 20:00 del 13/10/2014). Come è possibile osservare il modello restituisce in maniera molto dettagliata l'evoluzione del fenomeno a scala di bacino. Dalla sequenza si nota come alla prima fase di scorrimento superficiale sui versanti faccia seguito la canalizzazione nel reticolo fluviale e quindi il trasferimento verso valle lungo gli alvei principali.

4.1 Evento del 13-15 ottobre 2014, torrenti Parma e Baganza

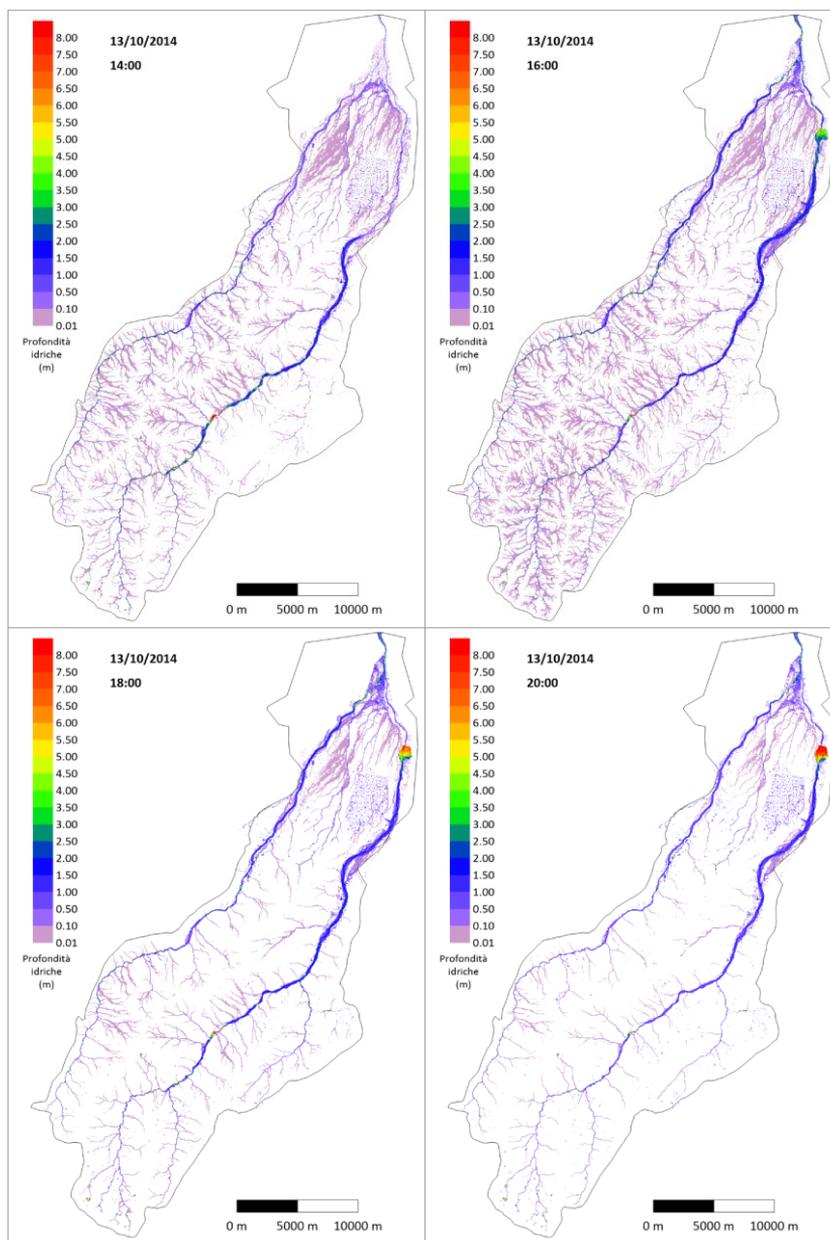


Figura 4.18: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l'evento del 13/10/2014 sui bacini dei torrenti Parma e Baganza

In Figura 4.19 è inoltre mostrata la mappa delle massime profondità idriche. Dall'immagine si nota come i massimi tiranti idrici sui versanti siano di modesta entità (< di 0.1 m) diventando via via crescenti all'aumentare del rango del reticolo idrografico. Localmente, nella zona montana del bacino, si osservano delle profondità idriche anche piuttosto significative lungo l'alveo principale. Tali tiranti si manifestano in una zona dove la descrizione dell'altimetria risulta meno accurata che altrove per l'elevata dimensione della griglia di calcolo adottata (celle di 32 x 32 m).

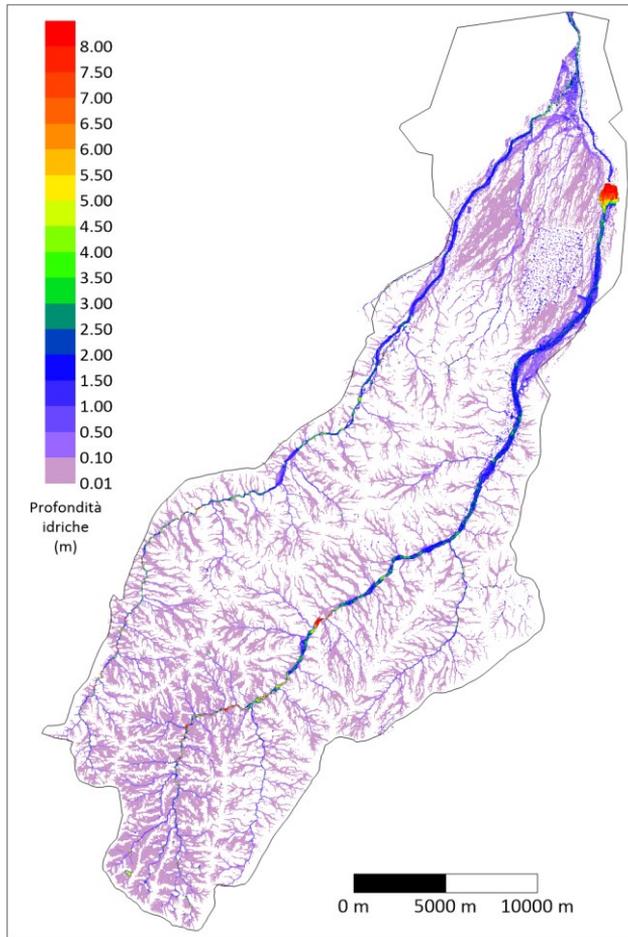


Figura 4.19: Mappa delle massime profondità idriche per l'evento del 13/10/2014 sui bacini dei torrenti Parma e Baganza

4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure

Al fine di riprodurre l'evento alluvionale che ha colpito l'abitato di Farini (PC) tra il 13 ed il 15 settembre 2015, si è preso in considerazione il bacino del torrente Nure (Figura 4.20), avente un'area complessiva di circa 212 Km² chiuso in corrispondenza dell'abitato di Farini medesimo. Il torrente Nure, che scorre quasi interamente nella provincia di Piacenza, nasce al confine con la provincia di Genova sull'Appennino ligure dal Monte Maggiorasca e dopo un percorso di circa 75 Km di lunghezza sfocia nel fiume Po nei pressi di Roncarolo, al confine con il comune di Caselle Landi in provincia di Lodi. Da monte verso valle il torrente Nure attraversa il territorio dei comuni di Ferriere, Farini, Bettola, Ponte dell'Olio, dopodiché prosegue verso la Pianura Padana dove lambisce Vigolzone, San Giorgio Piacentino, Podenzano, Pontenure, Piacenza, Caselle Landi e Caorso.

In corrispondenza dell'abitato di Farini, ove si pone la sezione di chiusura del bacino oggetto di studio, la Strada Provinciale 654R attraversa il Nure su un ponte su cui è collocata una stazione di misura dei livelli idrometrici. L'evento oggetto di esame è stato di eccezionale entità ed ha creato importanti dissesti in tutta la valle del torrente, colpendo in special modo il paese di Farini. Come si può constatare dalla Figura 4.21 la zona dell'abitato a ridosso della sponda sinistra del corso d'acqua era protetta da un rivestimento in massi, andato totalmente distrutto nel corso dell'evento.

4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure



Figura 4.20: Bacino del torrente Nure oggetto di studio



Figura 4.21: Sponda sinistra del torrente Nure in prossimità dell'abitato di Farini prima (sopra) e dopo (sotto) l'evento alluvionale del 13-15 settembre 2015

Nei successivi paragrafi saranno illustrati i dati necessari per la modellazione numerica ovvero il modello digitale del terreno, la griglia di calcolo utilizzata, i dati di precipitazione adottati in ingresso al modello, i parametri relativi alla depurazione delle piogge ed i valori di scabrezza. Saranno infine mostrati i confronti dei massimi livelli idrici simulati rispetto a quelli misurati in una campagna di rilevamento post evento.

4.2.1 Modello digitale del terreno (DTM)

Per lo studio dell'area in oggetto sono stati adottati due differenti di rilievi, il modello digitale del terreno della Regione Emilia Romagna, avente una risoluzione al suolo di 20 x 20 m, e il rilievo LiDAR ad alta risoluzione (1 x 1 m), relativo alle zone dell'alveo del torrente Nure e dei suoi principali affluenti, commissionato da STB (Servizi Tecnici di Bacino) nell'ottobre 2015 alla Compagnia Generale Riprese Aeree - CGR. La Figura 4.22 riporta la copertura dei due rilievi per il bacino del torrente Nure chiuso a Farini, in cui il più recente e dettagliato rilievo effettuato tramite la tecnologia LiDAR è stato sovrapposto al rilievo digitale del terreno della Regione Emilia Romagna. Utilizzando apposite tecniche di interpolazione e mosaico i dati disponibili sono stati processati al fine di ottenere una griglia cartesiana con celle di dimensione 5 x 5 m, per un totale di 8'492'800 celle.

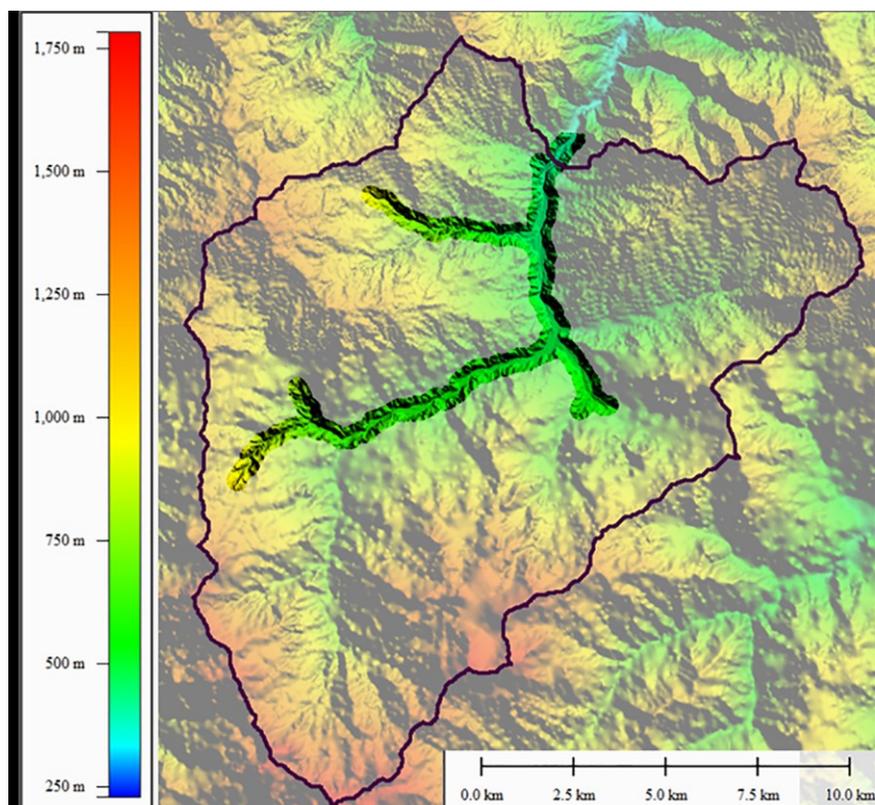


Figura 4.22: Modelli digitali del terreno disponibili per il bacino del Nure

4.2.2 Mappe radar di precipitazione

Allo scopo di fornire al modello i dati di pioggia relativamente all'evento in esame si sono utilizzate le informazioni di altezza di precipitazione dedotte dai campi di riflettività acquisiti in corso d'evento dal radar meteorologico di Gattatico (RE) gentilmente messe a disposizione dal Dott. Pier Paolo Alberoni (Unità RadarMeteorologia, RadarPluviometria, Nowcasting e Reti non Convenzionali ARPAE Emilia-Romagna - Servizio Idro-Meteo-Clima - Bologna). Lo strumento restituisce informazioni di riflettività relativamente ad una superficie circolare di raggio pari a

circa 125 Km al suolo, avente centro sullo strumento, che ricomprende al suo interno il bacino oggetto di studio (Figura 4.23).

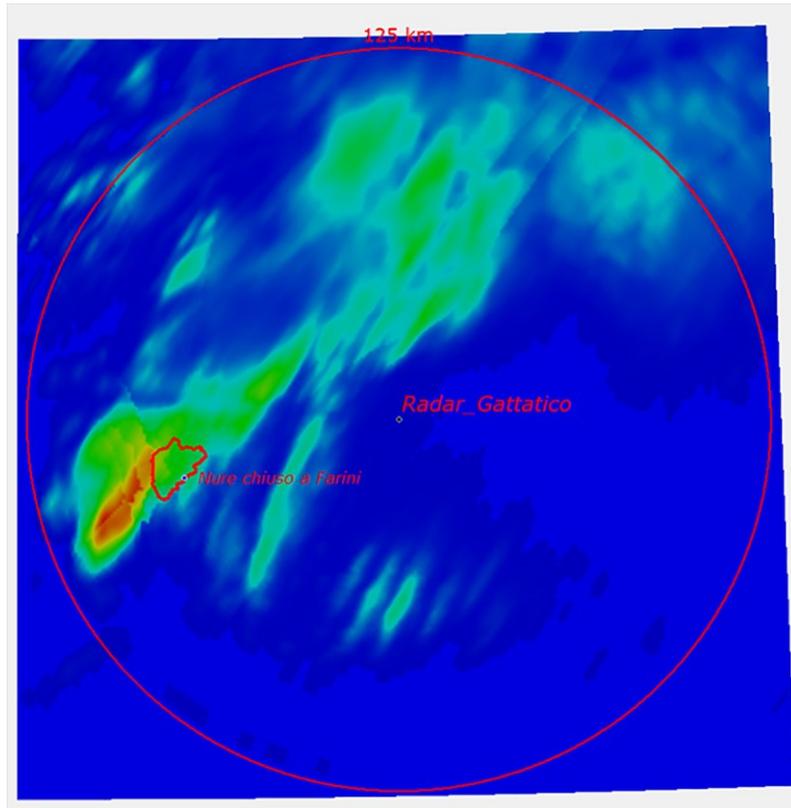


Figura 4.23: Area di acquisizione del Radar meteorologico di Gattatico

Le informazioni di riflettività restituite dal radar meteorologico di Gattatico sono state fornite in termini di valori di altezza di precipitazione cumulata a 30 minuti agganciata ai pluviometri su una maglia spaziale di 1000 x 1000 m di lato. La disponibilità del dato distribuito ha quindi consentito di elaborare le mappe radar su una griglia uniforme con dimensione delle celle di 5 x 5 m, risoluzione di base prescelta per la discretizzazione della griglia relativa alle informazioni altimetriche. Grazie alla disponibilità del dato radar è stato quindi possibile ricavare il campo dei totali di precipitazione che viene mostrato in Figura 4.24. La mappa conferma che il centro

4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure

principale di scroscio dell'evento meteorico che ha colpito il Piacentino nella notte tra il 13 e il 14 settembre 2015 non ha avuto luogo in corrispondenza del bacino del torrente Nure ma piuttosto a sud-ovest dello stesso. Sul bacino si osservano comunque significativi valori di altezza di precipitazione complessiva, di poco superiori a 250 mm, a fronte dei quasi 400 mm relativi al centro di scroscio. Il calcolo del volume dell'afflusso meteorico al bacino, stimato con una certa attendibilità grazie all'informazione distribuita di partenza, con riferimento alla superficie di pertinenza del bacino del torrente Nure chiuso a Farini, fornisce un valore complessivo di oltre $45 \cdot \text{Mm}^3$.

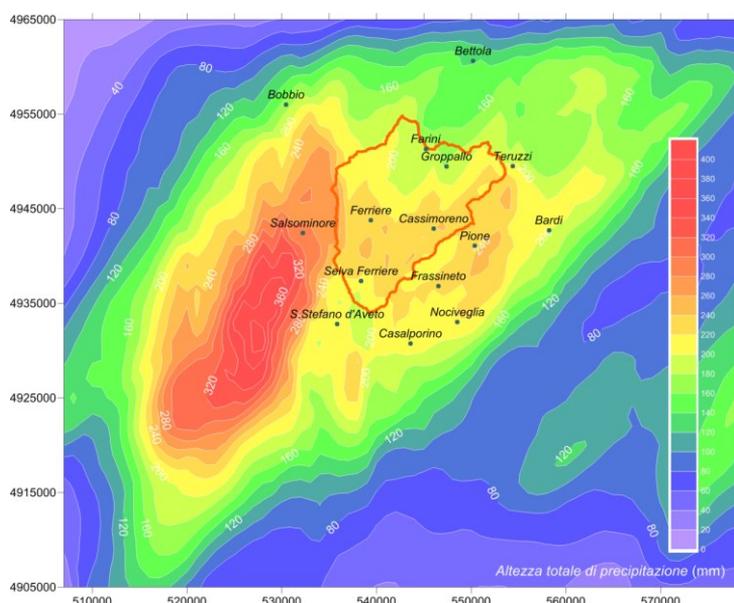


Figura 4.24: Mappa dei totali di precipitazione dedotti dalle mappe radar

4.2.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio

I dati di pioggia forniti in ingresso al modello tramite le mappe dedotte dalle informazioni radar, sono stati depurati, nel corso della simulazione, utilizzando il metodo SCS-CN. Come nel caso del bacino dei torrenti Parma e Baganza, i dati relativi ai parametri di *CN* sono stati stimati a partire dalle mappe di uso e copertura del suolo

reperibili dal geoportale della regione Emilia Romagna. Il parametro α_{SCS} è stato anche in questo caso ipotizzato uniformemente distribuito e pari a 0.2 per tutto il territorio. In Figura 4.25 è mostrata la mappa relativa agli indici che consentono l'individuazione dei valori di CN , mentre in Figura 4.26 è illustrata la mappa relativa ai coefficienti di scabrezza, informazione dedotta anch'essa a partire dalle informazioni del tipo e dell'uso del suolo. In Tabella 4.3 è espressa la relazione tra gli indici della mappa di Figura 4.25 e i corrispondenti valori di CN .

Tabella 4.3: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino del Nure

Indice	1	2	3	4	5	6	7
CN	57	61	72	75	84	86	90

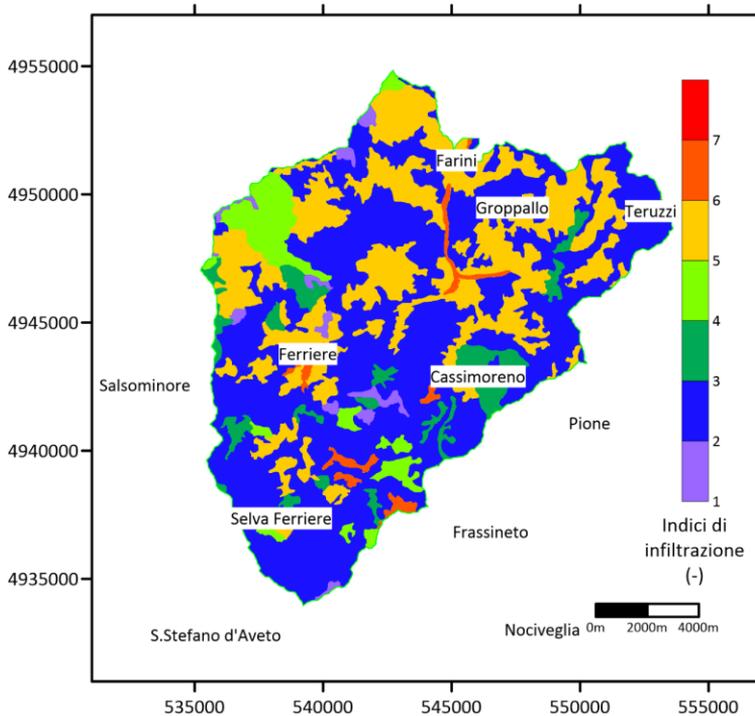


Figura 4.25: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino del Nure

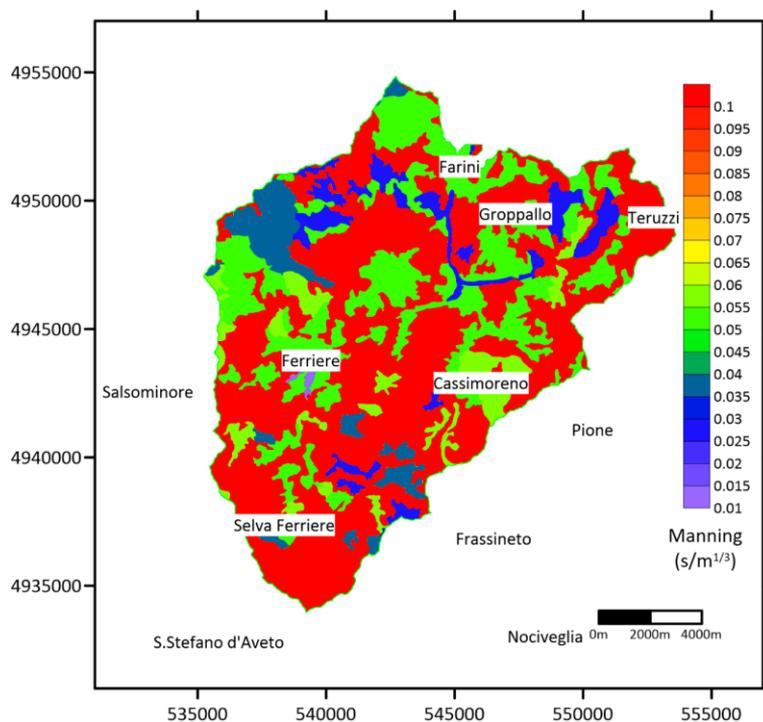


Figura 4.26: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati per il bacino Nure

4.2.4 Analisi di sensitività al passo della griglia di calcolo

Per limitare l'onere computazionale e ridurre il più possibile i tempi di calcolo preservando la qualità dei risultati si è deciso di effettuare la modellazione su una griglia a multirisoluzione spaziale. Si è quindi condotta una duplice analisi di sensitività al variare del passo della griglia di calcolo, inizialmente valutando la risoluzione da adottare nei versanti e successivamente quella da adottare nel reticolo idrografico principale.

Per le simulazioni dell'evento, di durata complessiva pari a 40 ore, è stata utilizzata la batimetria mostrata in Figura 4.27. In tutto il contorno, identificato dalla linea di colore nero nell'immagine, è stata imposta una condizione di parete solida eccetto che per la sezione di chiusura del bacino, a valle dell'abitato di Farini, in cui si è impostato

un valore di pendenza pari a 0.01, atto a rappresentare in maniera corretta la pendenza locale del corso d'acqua per impostare una condizione al contorno di tipo trasmissivo (*far field*).

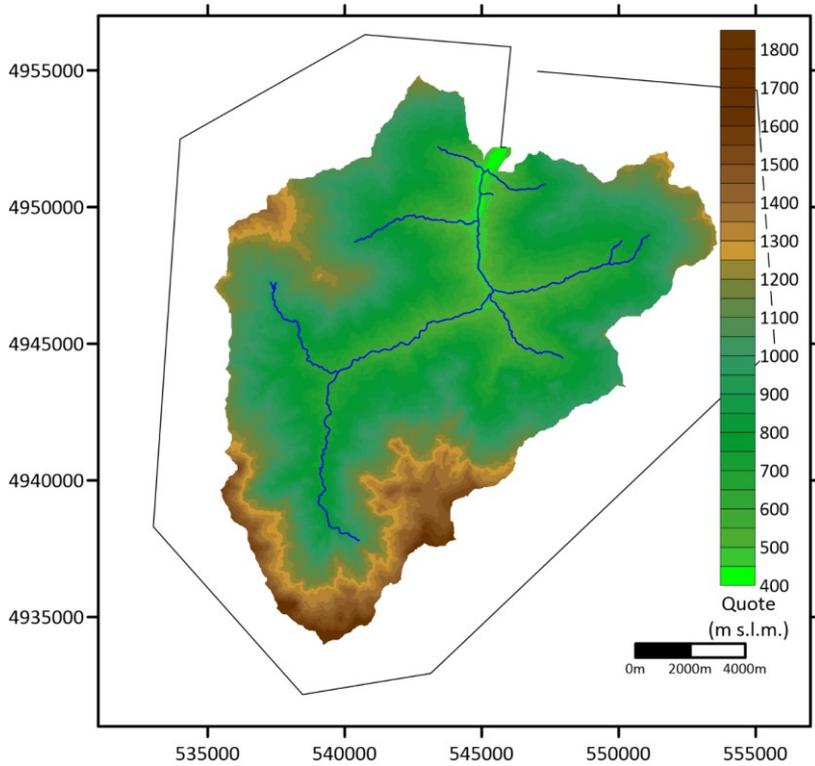


Figura 4.27: Batimetria utilizzata per la simulazione sul bacino del torrente Nure

Con il proposito di valutare quale possa essere la massima dimensione della griglia cartesiana (per garantire la migliore efficienza computazionale) ancora in grado di consentire il raggiungimento di risultati accurati sui versanti, si è osservato il confronto delle onde di piena alle sezioni di chiusura di alcuni sottobacini, estratte nelle sezioni evidenziate in rosso in Figura 4.28. Gli idrogrammi confrontati sono stati ottenuti da simulazioni con griglie cartesiane a passo 5, 10, 20, 40 e 80 m. In Figura 4.29 è mostrato il confronto degli idrogrammi di portata estratti in corrispondenza di 4 delle 7 sezioni esaminate, dal quale si nota come la risoluzione dei versanti possa essere spinta

4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure

fino a 40 m mantenendo comunque un ottimo accordo tra le onde di piena calcolate. Anche la fasatura temporale degli idrogrammi risulta perfettamente mantenuta.

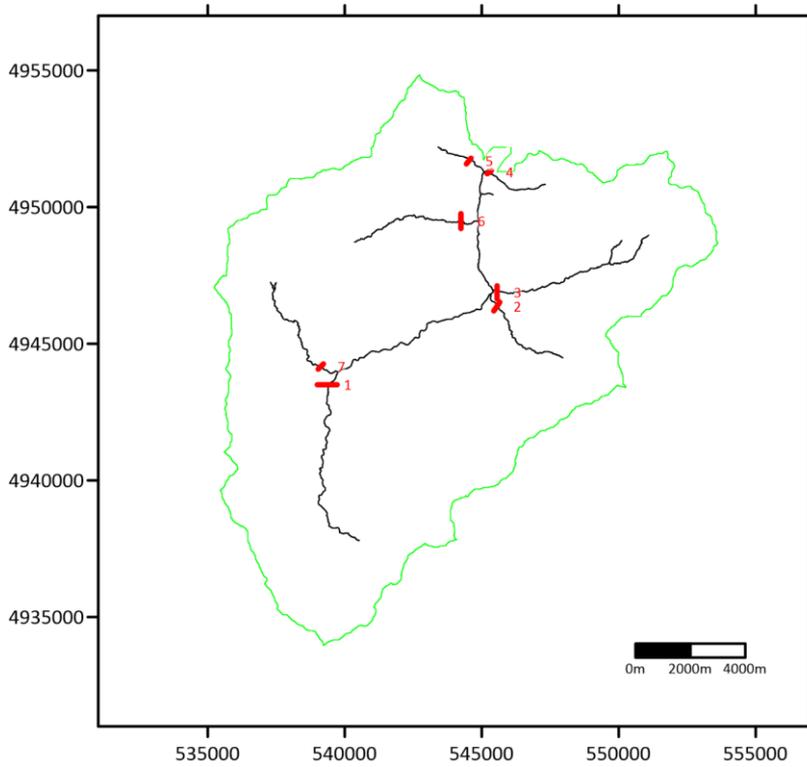


Figura 4.28: Sezioni di chiusura dei sottobacini montani del bacino del Nure

4 Applicazione del modello alla simulazione di eventi reali

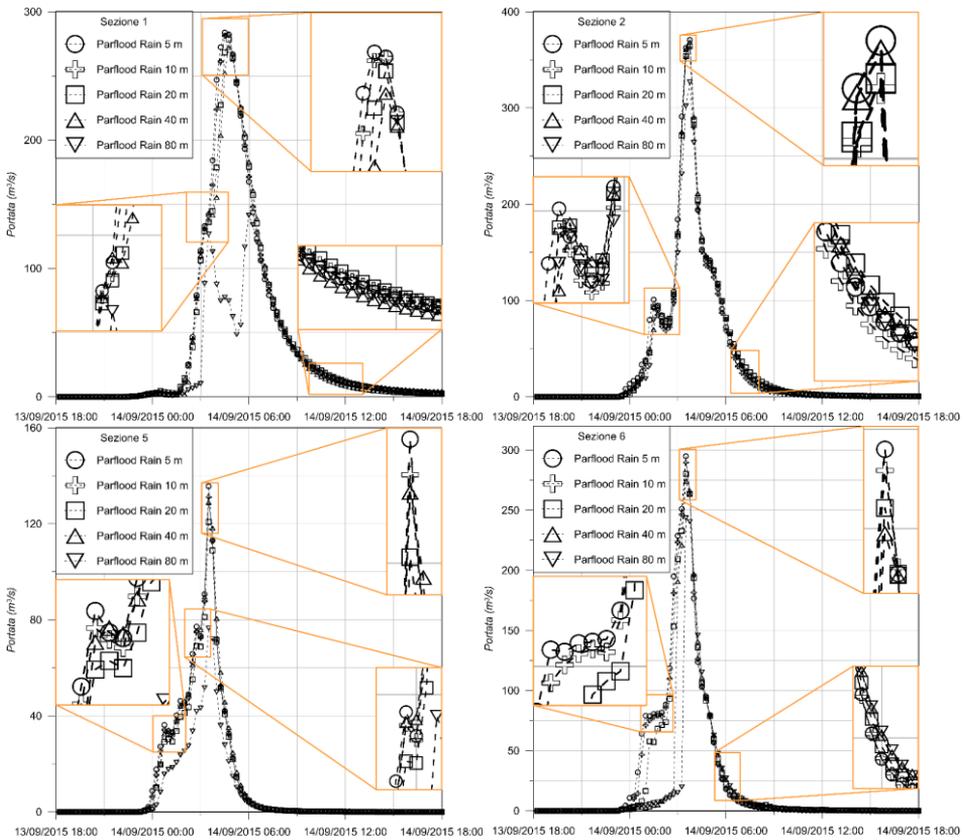


Figura 4.29: Idrogrammi di piena ottenuti con le diverse griglie cartesiane

Allo scopo di individuare la risoluzione da adottarsi per la descrizione del reticolo idrografico, si sono effettuate le simulazioni con tre diverse griglie a multirisoluzione spaziale; nella prima, mostrata in Figura 4.30, si è deciso di mantenere alla massima risoluzione (5 m) tutto il reticolo idrografico del bacino, oltre al contorno posto al limite del bacino stesso. Tramite questa griglia multirisoluzione, in cui non si raggiunge il livello di risoluzione 4 per la particolare numerosità di punti che descrivono il reticolo idrografico, si è ridotto il numero di celle complessivo del 50% rispetto alla griglia a risoluzione uniforme di partenza.

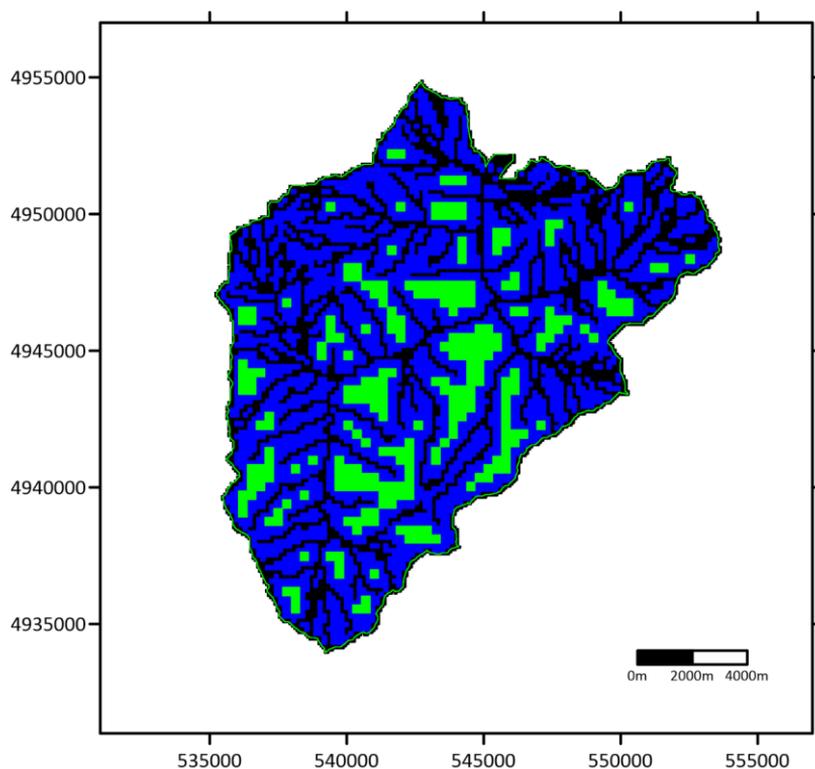


Figura 4.30: Griglia 1 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure

Nella seconda griglia a risoluzione spaziale non uniforme illustrata in Figura 4.31 si è invece deciso di mantenere alla massima risoluzione, oltre al contorno che delimita il bacino, il solo reticolo idrografico principale, diminuendo i punti da destinare alla massima risoluzione. La griglia così ottenuta è composta anche da celle al livello di risoluzione più basso (celle 40 x 40 m di colore rosso). Tramite questa griglia è stato possibile ridurre dell'80% il numero delle celle di calcolo.

Per la costruzione della terza griglia a multirisoluzione spaziale mostrata in Figura 4.32 si è deciso quindi di allargare il poligono che delimita il dominio di calcolo (linea di colore verde) in modo da lasciar diradare la dimensione della maglia di calcolo su tutti i versanti fino al livello di risoluzione maggiore. Si è inoltre deciso di preservare alla massima risoluzione il reticolo idrografico principale, come per la griglia 2, e la

parte di torrente nell'intorno dell'abitato di Farini. Con questa griglia di calcolo è stato possibile ridurre ulteriormente l'onere computazionale a circa 90% di celle in meno rispetto alla griglia a risoluzione uniforme di partenza.

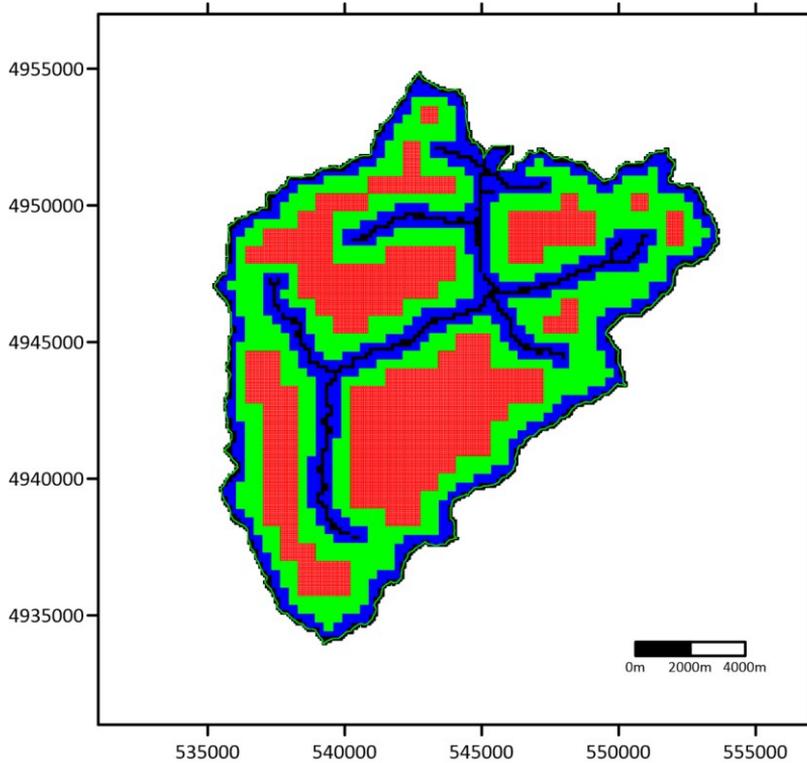


Figura 4.31: Griglia 2 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure

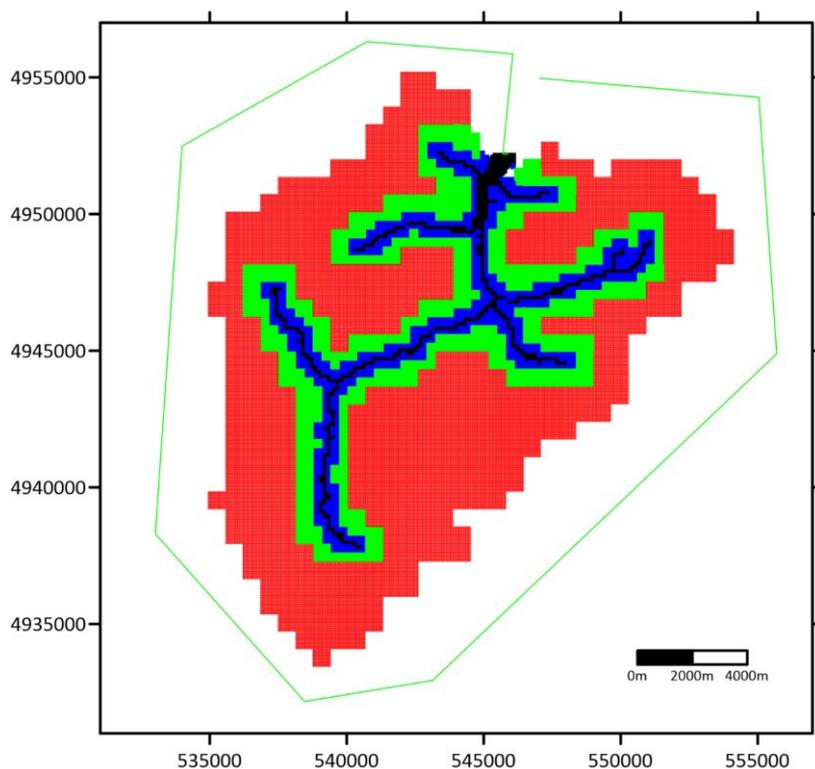


Figura 4.32: Griglia 3 a multirisoluzione spaziale per il bacino del Nure

4.2.5 Risultati e confronti

Per le quattro griglie analizzate il modello restituisce risultati confrontabili ed in buon accordo complessivo con le tracce rilevate post evento, a fronte di tempi di calcolo sensibilmente diversi. In Tabella 4.4 sono mostrati i tempi di calcolo e il numero di celle per ciascuna delle discretizzazioni spaziali adottate. Come è possibile osservare, sulla griglia computazionale di partenza a risoluzione uniforme il modello impiega 14 ore per simulare un evento di durata complessiva pari a 40 ore, con un rapporto pari a circa 0.35 tra tempo di calcolo e tempo simulato. La velocità di esecuzione sui modelli a griglia multirisoluzione caratterizzata da dimensione massima crescente dalla Griglia 1 alla 3, conduce ad una notevole diminuzione del rapporto tra tempo di calcolo e tempo

simulato che si spinge fino al valore 0.0475 con riferimento alla simulazione effettuata sulla Griglia 3, cui corrisponde un rapporto tra tempo di calcolo relativo alla simulazione su griglia multirisoluzione e griglia cartesiana uniforme pari a 0.136.

Tabella 4.4: Tempi di calcolo e numero di celle per le diverse griglie analizzate

Griglia utilizzata	N. celle	Tempo di calcolo (ore)	Tempo di calcolo / tempo simulato (-)	Tempo di calcolo / tempo di calcolo su griglia cartesiana (-)
Cartesiana 5x5m	8.5 M	14	0.35	1
Griglia 1	4.12 M	7.6	0.19	0.543
Griglia 2	1.55 M	2.9	0.0725	0.207
Griglia 3	0.88 M	1.9	0.0475	0.136

Per valutare la buona ricostruzione dell'evento alluvionale si sono confrontati i livelli ottenuti dalle simulazioni con quelli registrati dall'idrometro sito presso il ponte di Farini e con le tracce dei massimi livelli di piena osservati in numerosi punti nell'abitato di Farini acquisiti nella campagna di rilievo condotta dopo l'evento.

Le informazioni di livello registrate dallo strumento ad ultrasuoni presso il ponte di Farini sono state reperite sia attraverso il portale AIPo dedicato alle osservazioni idrologiche sia tramite il sistema Dext3r di estrazione dati di Arpae.

L'idrometro, posto sul profilo di valle del ponte, sembra aver registrato correttamente i livelli nel corso d'acqua ad eccezione di un breve intervallo di malfunzionamento tra le 02:40 e le 04:40 del 14/09/2015; rimane tuttavia l'incertezza sia sulla collocazione temporale sia sull'effettivo valore del massimo livello idrometrico. Come mostrato in Figura 4.33, dalla fonte AIPo il valore massimo del livello idrometrico registrato è di 5.6 m alle ore 03:10 del 14/09/2015, dalla fonte

4.2 Evento del 13-14 settembre 2015 sul torrente Nure

Dext3r è pari a 5.32 alle ore 03:30 del 14/09/2015; dal rapporto sull'evento alluvionale del 14 settembre 2015 redatto da ARPAE il massimo livello idrometrico è collocato alle ore 3:00 del 14/09/2015 ed attribuiscono allo stesso il valore di 7.85 m circa.

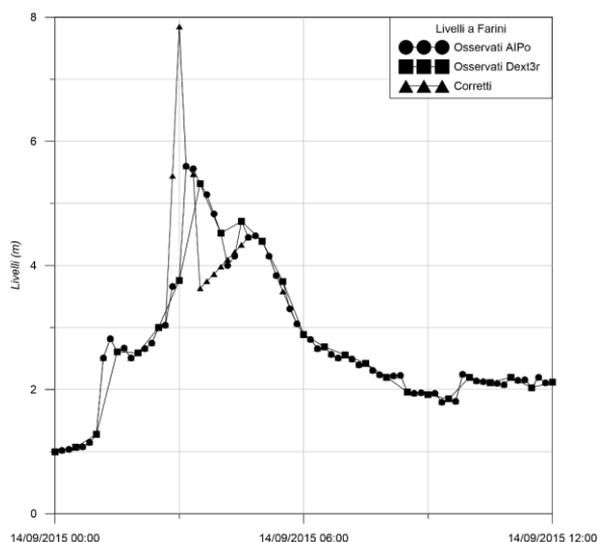


Figura 4.33: Livelli idrici registrati sul torrente Nure presso il ponte di Farini

Quest'ultima informazione è stata ricostruita a posteriori a partire dalle tracce dei livelli massimi di piena rilevati nei giorni successivi all'evento. Date le incertezze relative al livello idrico massimo registrato all'idrometro, si è quindi deciso di fare riferimento direttamente alle tracce dei livelli massimi di piena rilevate nei giorni successivi all'evento da parte della ditta STAF. Nel corso della campagna di rilievi a terra post alluvione, sono state rilevate le tracce delle quote massime dell'allagamento raggiunte nel corso dell'evento di piena in numerosi punti: nell'intorno dell'abitato di Farini (Figura 4.34), in corrispondenza dei manufatti presenti lungo il corso del Nure, ed anche a monte dell'abitato, ovunque ci fosse la possibilità di individuare con ragionevole approssimazione le quote massime dell'allagamento raggiunte nel corso dell'evento di piena.



Figura 4.34: Quote idriche massime rilevate (in rosso) e calcolate (in blu) nell'intorno dell'abitato di Farini

A seguito della campagna di rilievo a terra è stato possibile riscontrare che su una vasta zona a monte della briglia dei Sassi Neri (Figura 4.35) le massime quote idriche rilevate si attestano attorno ai 444.0 - 444.5 m s.l.m. Ciò ha consentito di comprendere che la presenza della strettoia in corrispondenza della briglia, dovuta ad un ben noto movimento franoso del versante sinistro della valle ed oggetto in anni recenti di alcuni interventi di sistemazione, ha costretto la corrente di piena ad un passaggio per lo stato critico con conseguente formazione di un lago effimero caratterizzato da profondità idriche anche superiori ai 10 m. Tale circostanza risulta ben riprodotta dal modello numerico che si conferma in grado di ricostruire con grande accuratezza dinamiche di allagamento che non potrebbero in alcun modo essere colte da un modello semplificato o semi-distribuito.

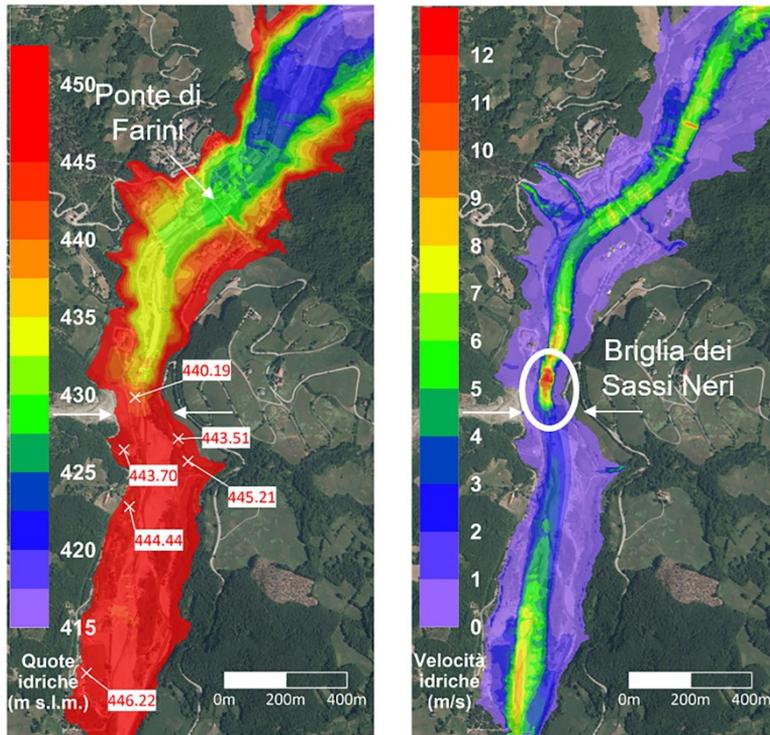


Figura 4.35: Quote e velocità idriche al passaggio del colmo presso l'abitato di Farini

In Figura 4.36 sono mostrate le mappe delle profondità idriche calcolate (superiori a 0.01 m) alle ore 02:00, 03:00, 04:00 e 05:00 del 14/09/2015 dalle quali è possibile osservare l'evoluzione dell'evento alluvionale. Come si nota, anche in questo caso il modello restituisce in maniera piuttosto dettagliata l'evoluzione del fenomeno a scala di bacino. Dalla sequenza risulta evidente la concentrazione molto elevata delle precipitazioni al suolo in corrispondenza delle ore 03:00 del 14/09/2015. Successivamente si osserva la canalizzazione nel reticolo fluviale e quindi il trasferimento verso valle lungo gli alvei principali. I massimi tiranti idrici raggiunti nel corso della simulazione sono illustrati nella mappa di Figura 4.37 dove si osserva come le modeste profondità sui versanti (< di 0.1 m) diventino via via crescenti verso valle all'interno del reticolo idrografico. Nella zona montana del bacino, anche in questo caso

4 Applicazione del modello alla simulazione di eventi reali

si manifestano profondità idriche massime significative lungo l'alveo principale, ciò essenzialmente a causa della scarsa qualità del modello del terreno disponibile.

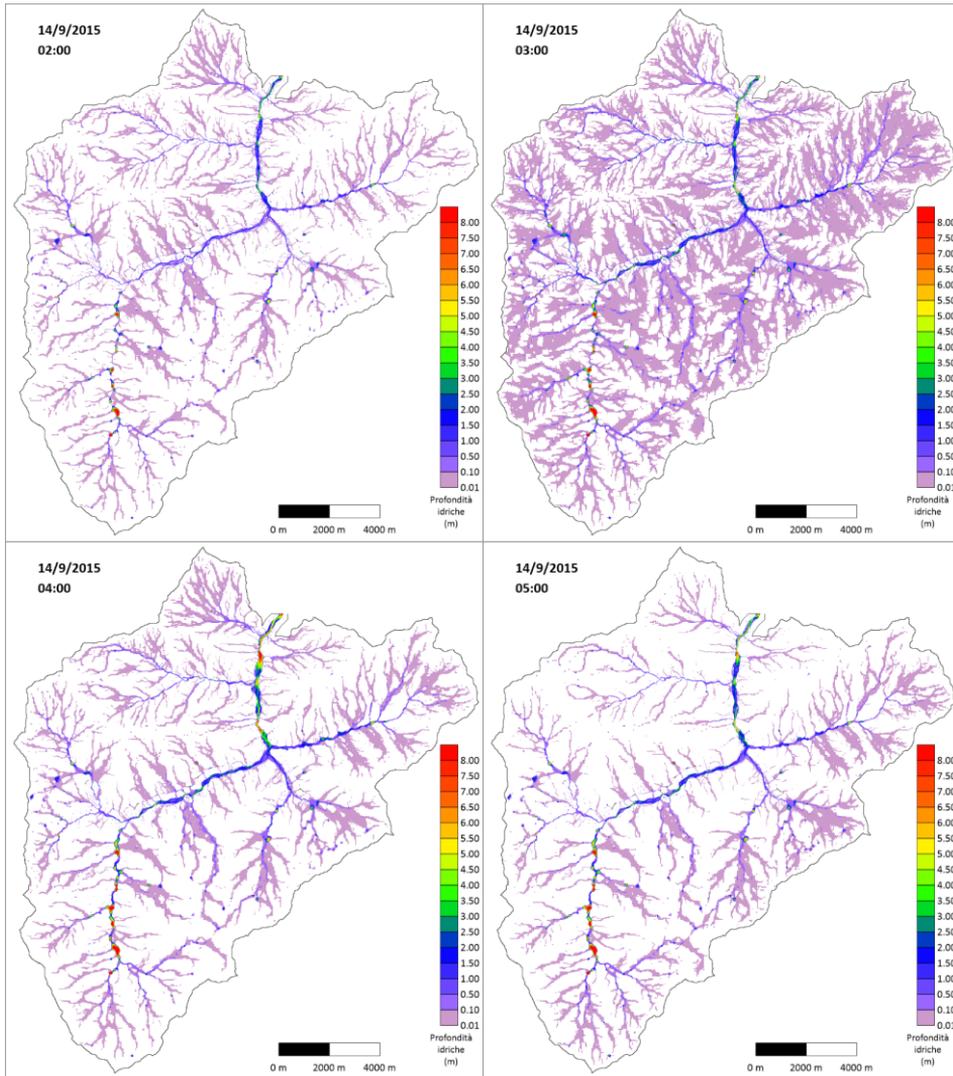


Figura 4.36: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l'evento del 14/09/2015 sul bacino del torrente Nure

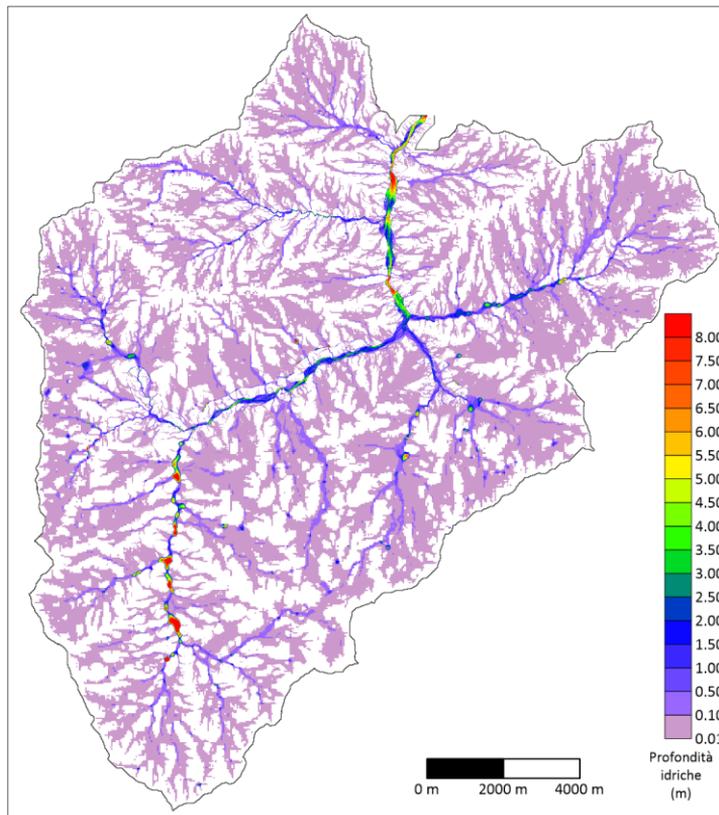


Figura 4.37: Mappa delle massime profondità idriche per l'evento del 14/09/2015 sul bacino del torrente Nure

In Figura 4.38 è infine illustrato un dettaglio dei campi delle profondità idriche presso località Boli, alla confluenza dei torrenti Lardana e Lavaiana, affluenti destri del torrente Nure, ai medesimi istanti di simulazione osservati in precedenza. Dall'immagine si osserva come con il modello qui sviluppato sia possibile descrivere con grande accuratezza la dinamica del campo di moto a ridosso del salto di fondo presente a valle del ponte della Strada Provinciale 654.

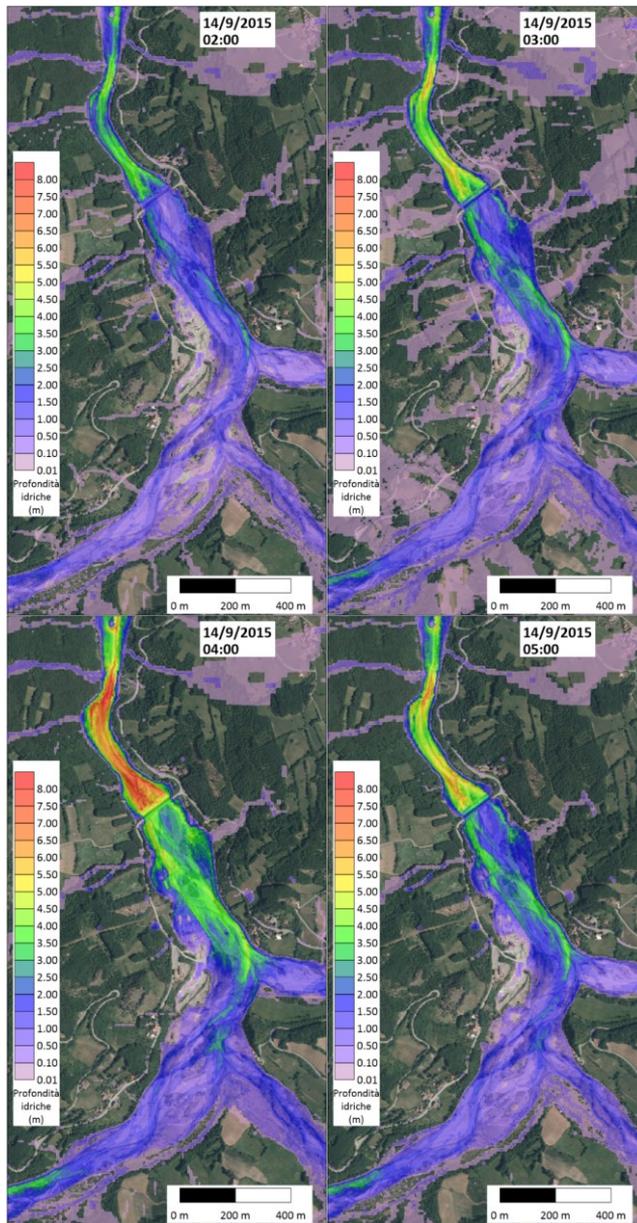


Figura 4.38: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione (confluenza torrenti Lardana e Lavaiana nel Nure presso Boli)

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

L'evento alluvionale storico qui analizzato è relativo al bacino del torrente Enza chiuso a Montechiarugolo in provincia di Reggio Emilia (Emilia-Romagna), mostrato in Figura 4.39. Il bacino, di superficie complessiva di circa 605 Km², ricade per la maggior parte in ambito montano ed al suo interno sono presenti alcuni laghi naturali, come il lago Verde, artificiali, come il lago Paduli, e piccoli invasi artificiali, che alimentano le centrali idroelettriche di Rigoso, Rimagna, Isola Palanzano e Selvanizza.

Il torrente Enza nasce in prossimità del crinale al confine tra Toscana ed Emilia Romagna, presso il passo del Giogo e il monte Palerà, e scorre in direzione nord-est fino a località Canossa quindi prosegue verso valle prevalentemente in direzione nord. L'asta principale, avente lunghezza di circa 100 Km, si può dividere in due tratti: la parte dell'Alta Val d'Enza, in cui il torrente si incunea tortuosamente tra le rocce dell'Appennino, e la Val d'Enza in cui il torrente scorre nel versante meridionale della Pianura Padana. In pianura il torrente Enza forma una vasta conoide avente apice a S. Polo, successivamente prosegue arginato fino alla confluenza nel fiume Po in prossimità di Brescello. Lungo il suo percorso, l'Enza riceve numerosi affluenti, i principali di sinistra sono i torrenti Cedra, Bardea, Termina e Masdone, quelli di destra i torrenti Liocca, Andrella, Lonza, Tassobbio e Cerezzola.

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza



Figura 4.39: Bacino del torrente Enza oggetto di studio

Il bacino oggetto di studio è contraddistinto da elevata piovosità nelle zone prossime al crinale, mentre nella parte collinare e di pianura tale piovosità diviene modesta; il volume d'acqua che affluisce al bacino mediamente in un anno, sotto forma di precipitazioni piovose e nevose, è di circa 505 Mm^3 , che corrisponde a 1685 mm [84] di pioggia. Le caratteristiche morfologiche e litologiche del bacino, la forma e l'acclività media dei versanti implicano ridotti tempi di corrivazione, con rapida formazione delle piene ed elevati valori delle portate al colmo.

Altra caratteristica del bacino è la concentrazione degli afflussi in eventi di breve durata. Nell'evento meteorologico estremo oggetto di studio verificatosi nel dicembre 2017, quasi un sesto del totale medio annuo di precipitazione è caduto in sole 48 ore. In

occasione di tale evento si sono verificate rotture arginali lungo il fiume Enza nel Comune di Brescello (RE) con allagamenti dell'abitato di Lentigione (Figura 4.40).



Figura 4.40: Cedimento arginale sul torrente Enza in località Lentigione (RE)

4.3.1 Modello digitale del terreno (DTM)

Per la descrizione altimetrica del bacino del torrente Enza sono disponibili due rilievi: il modello AW3D30, con risoluzione orizzontale di 1 arcsec (circa 30 m), rilasciato da JAXA (*Japan Aerospace Exploration Agency*) che deriva dalle immagini pancromatiche stereoscopiche fornite dal sensore PRISM (*Panchromatic Remote-sensing Instrument for Stereo Mapping*) a bordo del satellite ALOS (*Advanced Land Observing Satellite*) e il DTM a passo 1 m ottenuto da rilievo LiDAR (*Light Detection and Ranging*) commissionato da STB (Servizi Tecnici di Bacino) nell'ottobre 2015 alla CGR (Compagnia Generale Riprese Aeree), ottenuto tramite mezzo aereo dotato di tecnologia laser scanner. Mentre il primo rilievo è un rilievo globale, il secondo copre solo alcune zone relative alla zona di valle modellata del torrente Enza; i rilievi disponibili, mostrati in Figura 4.41, sono quindi stati interpolati su una griglia a risoluzione spaziale uniforme di 5 m, mantenendo ove presente l'informazione di

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

maggior dettaglio e con alcuni accorgimenti al fine di preservare le quote dei tratti arginali e dei rilevati che caratterizzano le infrastrutture presenti.

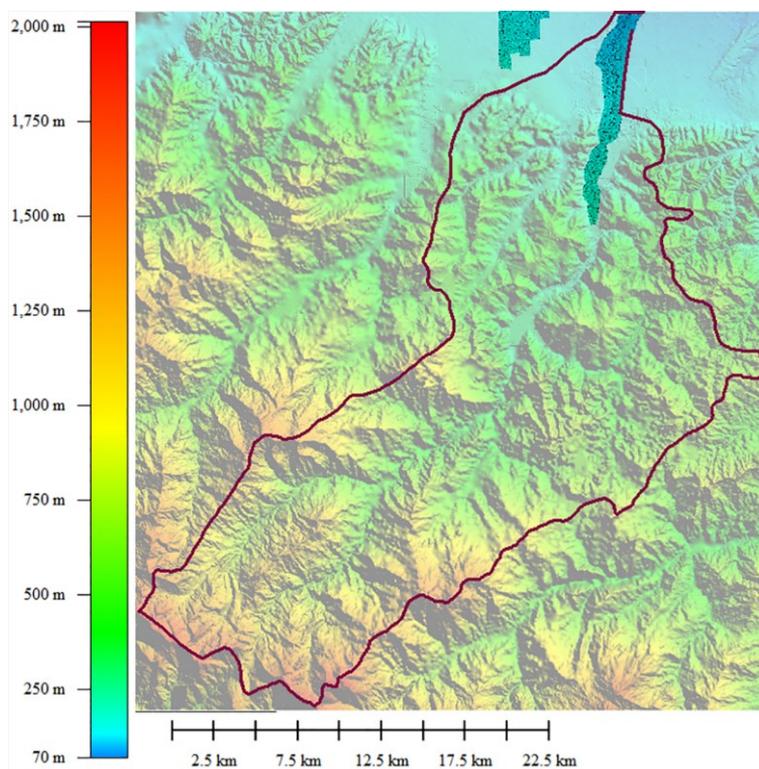


Figura 4.41: Modelli digitali del terreno disponibili per il bacino del torrente Enza

Si è quindi proceduto a generare una griglia a risoluzione non uniforme, a partire da quella cartesiana con passo 5 m. Nella griglia multirisoluzione, rappresentata in Figura 4.42, si è deciso di preservare alla massima risoluzione (5 m) il reticolo idrografico principale del bacino, lasciando diradare le informazioni nei versanti. La figura mostra la griglia multirisoluzione costruita dal programma a partire dai punti del reticolo idrografico utilizzando quattro livelli di risoluzione, con passo 5 m (nero), 10 m (blu), 20 m (verde), 40 m (rosso); tramite la griglia così descritta è stato possibile ridurre l'onere computazionale dell'85% circa rispetto all'utilizzo della griglia cartesiana

originaria a passo 5 m (3'616'768 celle della griglia a multirisoluzione contro 24'211'831 celle della griglia cartesiana), raggiungendo un rapporto tra tempo fisico simulato e tempo di simulazione pari a 10.

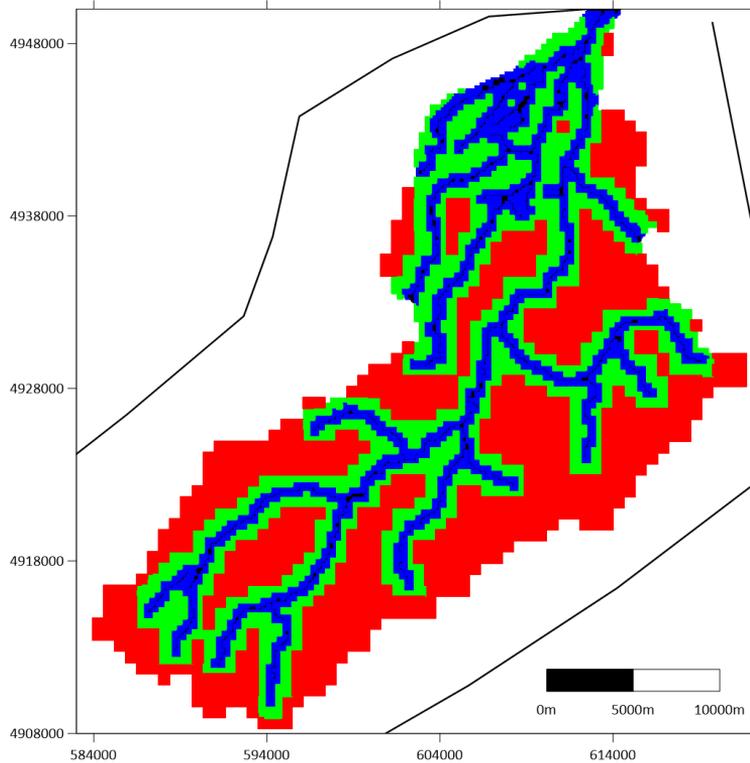


Figura 4.42: Griglia di calcolo adottata per il bacino del torrente Enza

4.3.2 Dati pluviometrici

I dati pluviometrici relativi all'evento oggetto di indagine sono stati inseriti nel modello sotto forma di serie temporali di pioggia, riferite alle 16 stazioni pluviometriche presenti sul bacino, distribuite sul territorio come visibile in Figura 4.43. Dalle valutazioni effettuate sulle osservazioni registrate ai pluviometri si è potuto valutare in oltre 100 Mm³ il volume totale di pioggia affluito al bacino in corso d'evento.

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

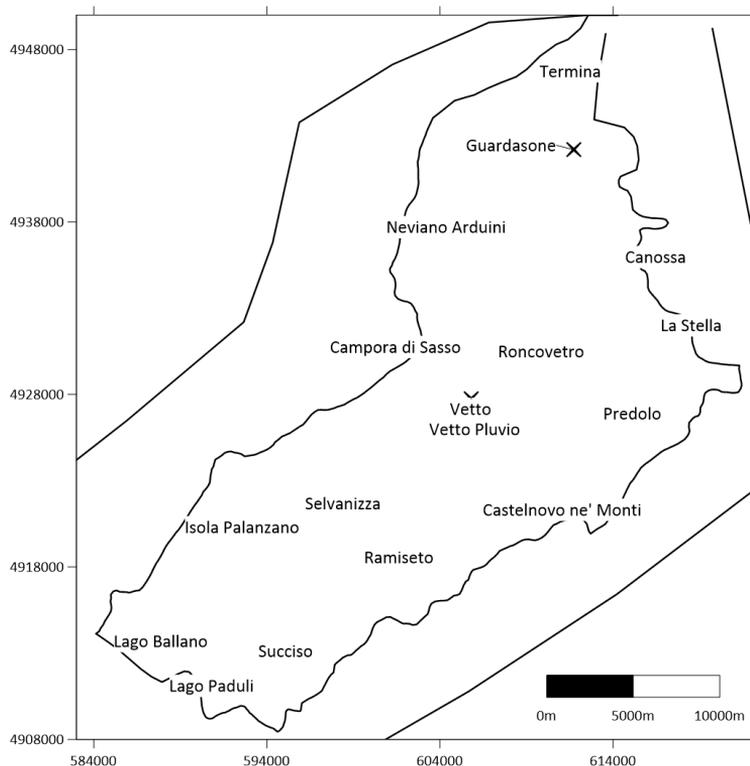


Figura 4.43: Stazioni pluviometriche identificate nel bacino del torrente Enza

La Figura 4.44 riporta il quadro di insieme degli andamenti pluviometrici registrati in corrispondenza delle 16 stazioni appartenenti alla rete idro-pluviometrica regionale indicate in Figura 4.43. L'evento, che è stato simulato dalle ore 00:00 del 07/12/2017 alle ore 02:00 del 14/12/2017 per un totale di 170 ore, può essere distinto principalmente in due scrosci: il primo, caratterizzato da intensità modeste, ha avuto inizio più o meno alle ore 12:00 del 07/12/2017 protraendosi fino alla mezzanotte del 09/12/2017, comportando i primi innalzamenti di livello; il secondo, dalle 12:00 del 10/12/2017 alle 06:00 del 12/12/2017, ha coinvolto con intensità considerevoli tutto il bacino dando luogo a valori piuttosto elevati dei livelli idrometrici per la sovrapposizione agli effetti ancora presenti dello scroscio precedente.

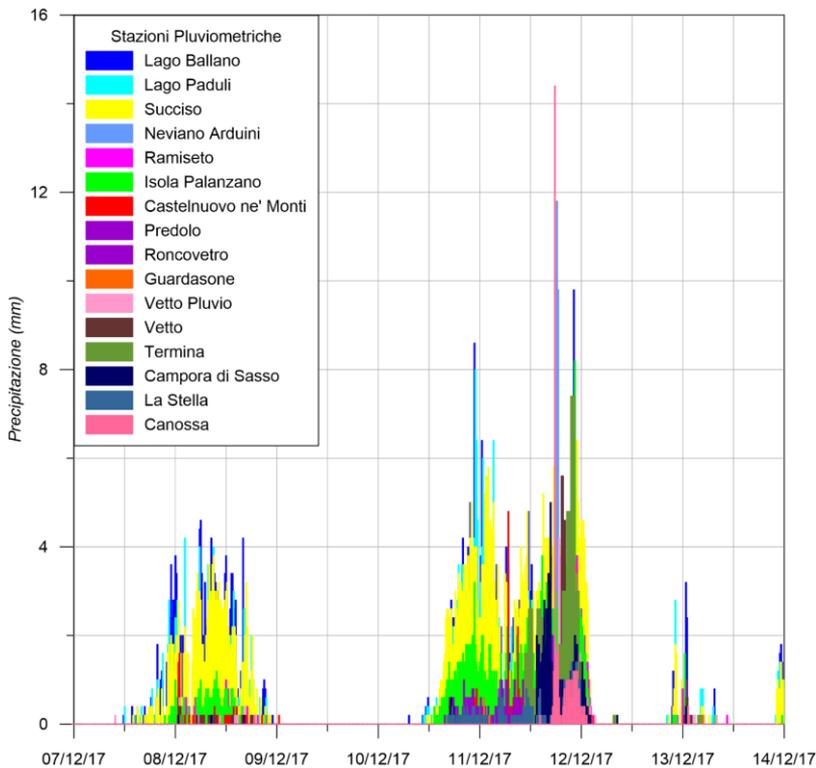


Figura 4.44: Ietogrammi di pioggia per le stazioni pluviometriche sul bacino dell'Enza

In Tabella 4.5 si riportano le precipitazioni cumulate che hanno caratterizzato l'evento per ciascuna stazione pluviometrica in telemisura della rete gestita da Arpae. In generale le precipitazioni maggiori si sono registrate ai pluviometri di testa del bacino a monte di Vetto (Succiso, Lago Ballano, Lago Paduli, Isola di Palanzano), con valori puntuali cumulati sull'evento da circa 300 mm a più di 600 mm ad indicare la particolare eccezionalità dell'evento rispetto alla piovosità media del bacino. Per la parte residua di bacino, sollecitata maggiormente nella seconda fase dell'evento, si sono registrate puntualmente precipitazioni cumulate sull'evento da 30 mm a 80 mm, ma con intensità orarie puntuali paragonabili a quelle registrate nella porzione montana.

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

Tabella 4.5: Totali di pioggia cumulati per ciascuna stazione pluviometrica del bacino dell'Enza

Stazioni Pluviometriche	Pioggia Cumulata (mm)	Stazioni Pluviometriche	Pioggia Cumulata (mm)
Castelnovo ne' Monti	77.6	Roncovetro	36
Succiso	624.6	Guardasone	22.4
Isola Palanzano	296	Vetto Pluvio	51
Lago Paduli	451.6	Vetto	30.4
Lago Ballano	553.4	Termina	34
Neviano Arduini	51	Campora di Sasso	71.6
Ramiseto	188	La Stella	39.2
Predolo	63.8	Canossa	38.8

4.3.3 Depurazione delle piogge e scabrezza del dominio

Come per lo studio degli eventi precedentemente analizzati, le precipitazioni sono state trattate con il metodo di depurazione SCS-CN; al fine di reperire i valori di *CN* corrispondenti al bacino in esame si sono intrecciati i dati del tipo e dell'uso del suolo reperiti dal geoportale della regione Emilia Romagna. Il secondo parametro del metodo (α_{SCS}) relativo alle perdite iniziali dovute all'intercettazione, all'infiltrazione ed alla saturazione delle depressioni superficiali è stato assunto pari a 0.2 in tutte le celle di calcolo. In Figura 4.45 è illustrata la mappa ottenuta intrecciando i dati relativi al suolo, nella quale ad indici interi corrispondono valori univoci del *CN* come descritto in Tabella 4.6.

Dalle informazioni di copertura del suolo è stato inoltre possibile definire una mappa relativa ai valori di scabrezza necessari per la modellazione, illustrata in Figura 4.46.

Tabella 4.6: Relazione tra indice e valore di CN per il bacino dell'Enza

Indice	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CN	49	51	54	55	59	61	63	65	68
Indice	10	11	12	13	14	15	16	17	18
CN	69	70	76	77	79	81	96	98	99

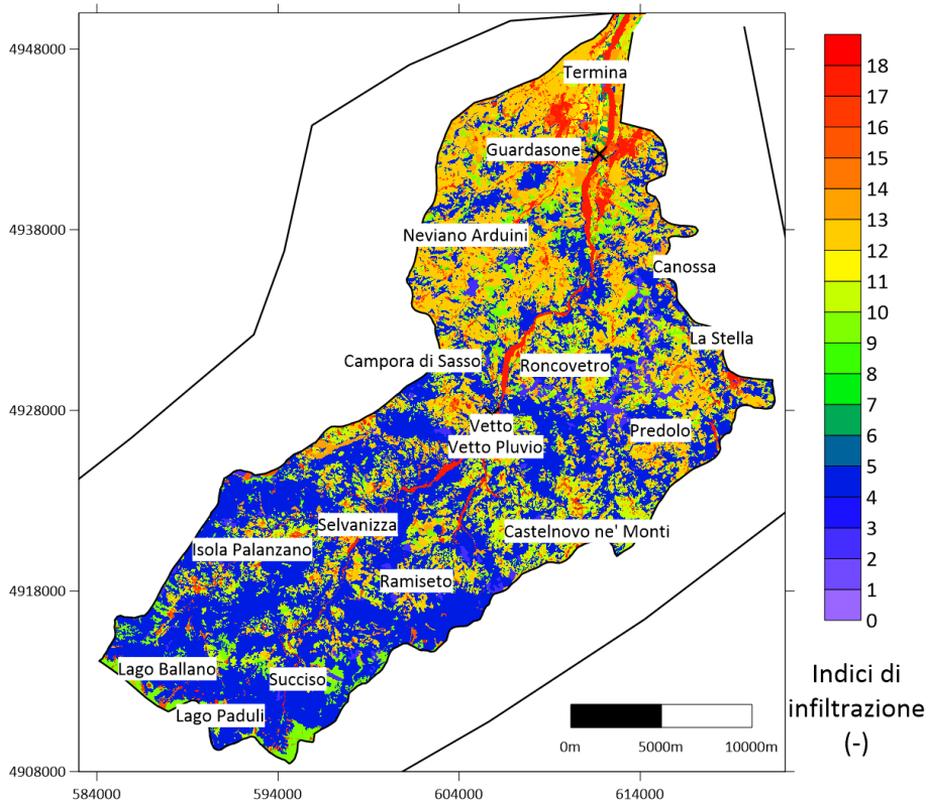


Figura 4.45: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il bacino dell'Enza

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

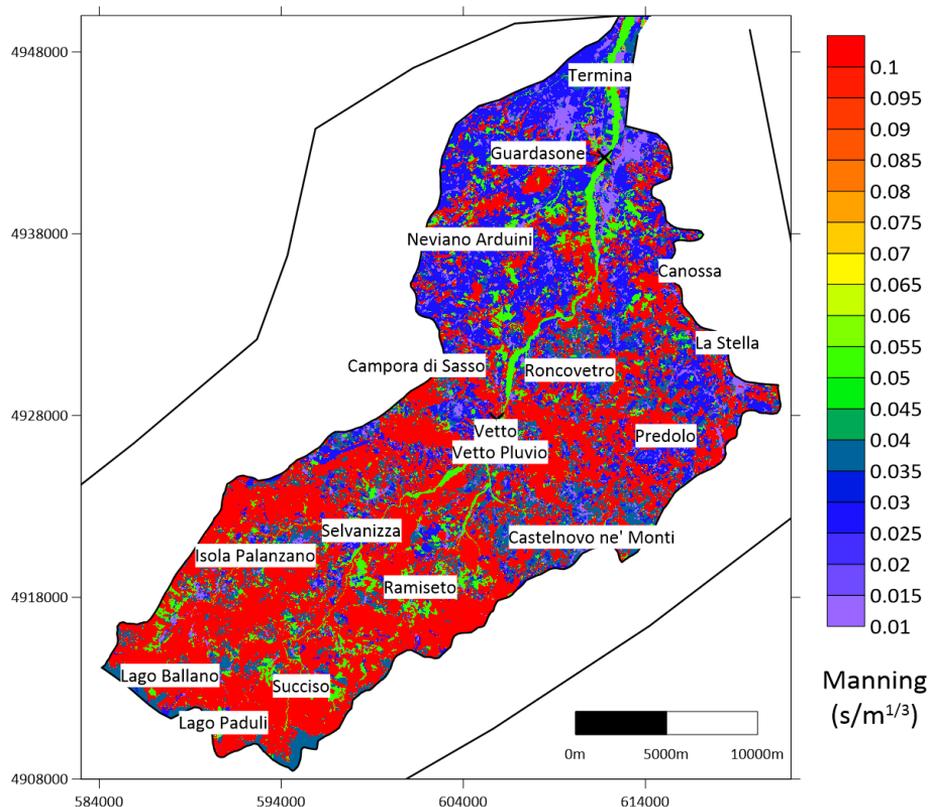


Figura 4.46: Mappa dei valori di scabrezza utilizzati per il bacino dell'Enza

4.3.4 Risultati e confronti

Utilizzando la griglia di calcolo precedentemente descritta si è proceduto infine alla simulazione dell'evento; in Figura 4.47 è mostrata la batimetria utilizzata per la modellazione e il poligono che descrive le condizioni al contorno (linea di colore nero). In tutto il contorno è stata imposta una condizione chiusa di riflessione eccetto per la sezione di chiusura del bacino a valle in cui è stato inserito un valore di pendenza pari a 0.01, atto a rappresentare in maniera corretta la pendenza locale del corso d'acqua per impostare una condizione trasmissiva (*far field*).

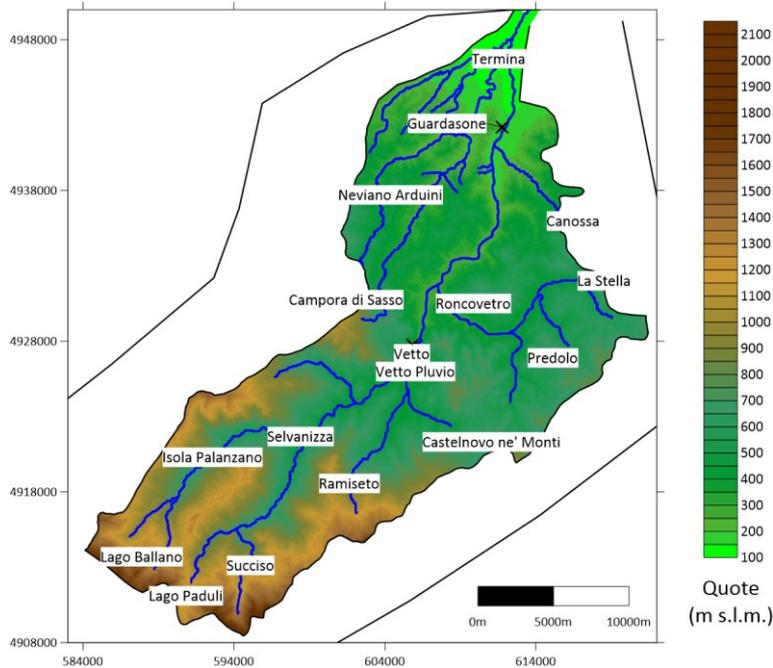


Figura 4.47: Batimetria utilizzata per la simulazione relativa al bacino dell'Enza

Per valutare la ricostruzione dell'evento si sono confrontati gli idrogrammi di portata transanti in alcune sezioni del torrente Enza, evidenziate in rosso in Figura 4.48, in particolare quelle denominate *sezione 3*, all'altezza del ponte di Strada Provinciale N. 10 sul quale è posto l'idrometro di Vetto e *sezione 4*, in prossimità della traversa di Guardasone in cui è presente oltre alla stazione idrometrica, un'opera trasversale dovuta alla presenza del canale della Spelta che attraversa in sub-alveo il torrente Enza mediante un manufatto a sifone (Figura 4.49), circa 900 m a monte del ponte di Strada Pedemontana.

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

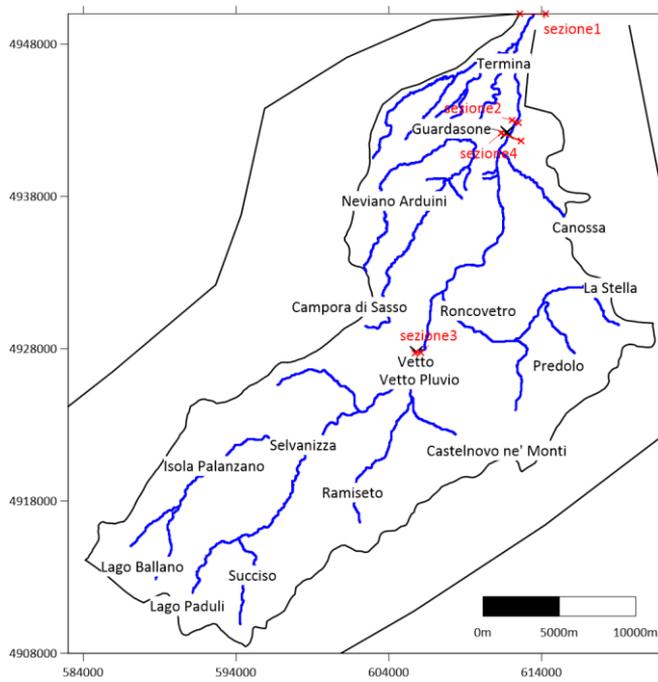


Figura 4.48: Sezioni di confronto per il bacino del torrente Enza



Figura 4.49: Traversa in località Guardasone sul torrente Enza

Come confronto per valutare gli apporti in ingresso al sistema di casse di espansione sul torrente Enza, costituito da due invasi posti in serie in località Montecchio Emilia nella zona a valle della sezione di chiusura del bacino, si sono reperiti tre diversi studi pregressi: il primo è il modello monodimensionale HEC-RAS dell'asta del fiume Enza tra Vetto e la confluenza in Po (circa 70 km), realizzato dall'ing. Paolo Polo di Hydro Nova Srl, che nel proseguo sarà denominato *I-D Polo* [85]. In tale studio è riportato per la sezione di Vetto d'Enza l'idrogramma di piena ottenuto da un modello HEC-HMS, ricalibrato nel periodo 2000-2015, facente parte della catena FEWS (*Flood Early Warning System*) per la previsione in tempo reale delle piene sul bacino del Po. Parte del modello monodimensionale, tra la traversa di Guardasone e la confluenza in Po, è stata successivamente integrata tramite l'utilizzo di un rilievo LiDAR, realizzato per conto di AIPo nel 2014, del tratto a sud della Via Emilia, e di sezioni rilevate a terra nel 2018. Altre correzioni di dettaglio locali sono state effettuate da parte del DIA (Dipartimento di Ingegneria e Architettura) dell'Università di Parma nell'ambito degli approfondimenti effettuati per conto dell'Autorità di bacino distrettuale del fiume Po [86], nel corso dei quali è stato sviluppato un modello monodimensionale dell'asta del torrente Enza, opportunamente tarato tramite procedura inversa. Tale modello, successivamente denominato *Modello Inverso*, restituisce l'andamento delle portate nella sezione di Guardasone attraverso una procedura inversa che permette di rispettare le osservazioni di livello registrate ai tre idrometri posti nella cassa di monte, nella cassa di valle e a Sorbolo, noto il livello di riempimento massimo delle casse.

Nella Figura 4.50 è mostrato il confronto tra gli idrogrammi di piena relativi alla *sezione 3* in località Vetto d'Enza; dal confronto tra gli idrogrammi si osserva come i risultati forniti dal modello 2D qui sviluppato siano in discreto accordo con le osservazioni alla stazione idrometrica e con i risultati numerici ottenuti negli studi pregressi presi in considerazione, anche se rispetto al dato osservato il modello numerico 2D fornisce un idrogramma complessivamente ritardato di qualche ora. In special modo la prima fase del ramo di crescita dell'onda si manifesta con un sensibile ritardo rispetto alle registrazioni, ritardo che viene in parte recuperato grazie ad una

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

risalita più ripida dell'idrogramma calcolato rispetto a quello misurato. Per contro, il valore di picco dell'idrogramma osservato appare colto correttamente e non sembrano esserci significative differenze in termini di volume sotteso tra dato calcolato e misurato. È tuttavia da segnalare che sussistono importanti incertezze di stima relativamente all'idrogramma di portata dedotto dai livelli osservati, sia in termini di affidabilità delle acquisizioni, a causa della particolarità della stazione di misura di Vetto d'Enza, che relativamente alla scala di deflusso adottata per la conversione dei livelli in portate. Tale scala di deflusso, di origine interpolare sulla base della misura di valori di portata modesti, risulta poco affidabile con riferimento alla stima dei valori di portata elevati che caratterizzano l'evento in esame [84,85].

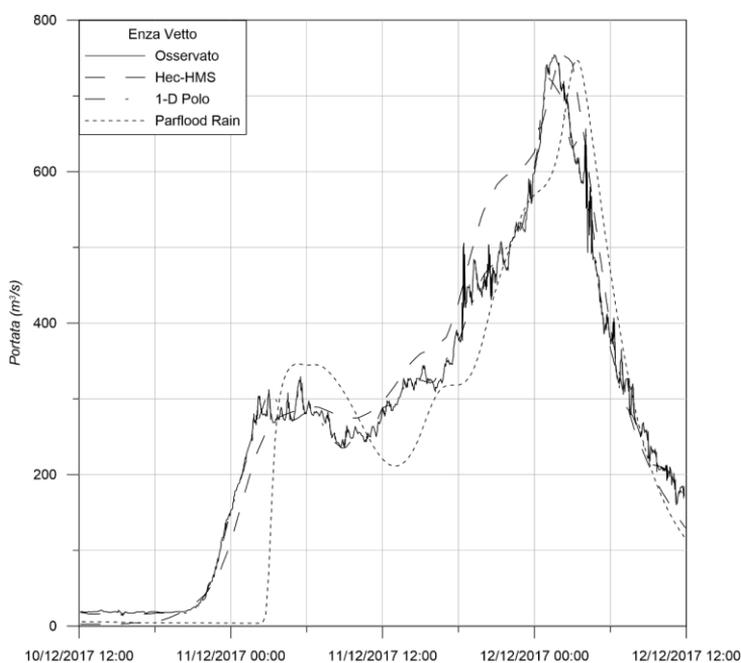


Figura 4.50: Idrogrammi di piena osservati e ricostruiti nella sezione 3 in località Vetto d'Enza

In Figura 4.51 è illustrato il confronto degli idrogrammi di portata relativi alla stazione idrometrica sita presso la traversa di Guardasone per la quale non è disponibile una scala delle portate. La stazione idrometrica ha inoltre subito notevoli danni proprio

nel corso dell'evento del dicembre 2017, risultando aggirata a causa di un fenomeno di erosione innescatosi in sinistra idraulica. Per questo motivo anche l'idrogramma di livello registrato risulta scarsamente affidabile al fine del calcolo di un idrogramma di portata a causa delle modificazioni subite dalla geometria della sezione in corso d'evento. In assenza quindi di un affidabile idrogramma osservato, neppure in termini di livello, ci si limita a confrontare l'onda di portata ottenuta dal modello qui sviluppato con quelle di origine numerica riportate negli studi pregressi. Il confronto tra tutti gli idrogrammi numerici presentati vede un risultato complessivamente meno soddisfacente rispetto a quello relativo alla stazione di Vetto d'Enza.

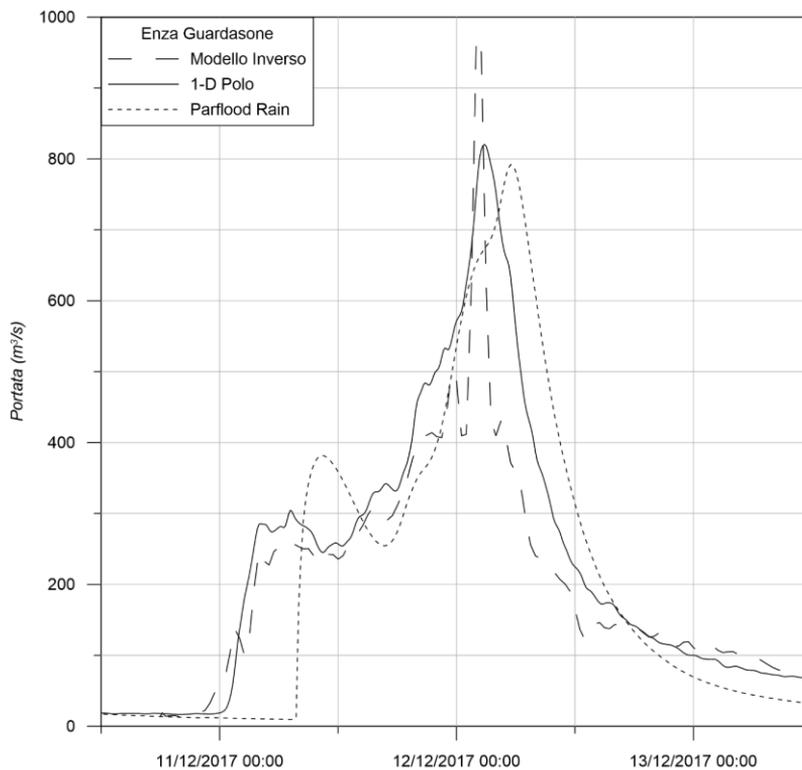


Figura 4.51: Idrogrammi di piena ricostruiti nella sezione 4 in località Guardasone

Anche in questo caso, a fronte dei risultati preliminari poco soddisfacenti, si è proceduto a variare per tentativi i valori dei coefficienti CN e di scabrezza

4.3 Evento del 6-12 dicembre 2017 sul torrente Enza

incrementandoli o diminuendoli mantenendo la proporzionalità della distribuzione originaria al fine di meglio cogliere le caratteristiche degli idrogrammi assunti a riferimento.

In Figura 4.52 sono mostrate le mappe delle profondità idriche calcolate (superiori a 0.01 m) alle ore 17:00 e 21:00 del 11/10/2017 e alle 01:00 e 05:00 del 12/12/2017. Come è possibile osservare, come per i casi precedenti, il modello restituisce l'evoluzione del fenomeno a scala di bacino in maniera molto dettagliata nelle varie zone del campo di moto.

In particolare nella zona montana e nei primi istanti mostrati si assiste ad un considerevole fenomeno di scorrimento superficiale con tiranti idrici diffusi sui versanti e molto modesti (< di 0.1 m). Localmente, nella zona di monte del bacino, si osservano profondità idriche anche piuttosto significative lungo l'alveo principale che anche in questo caso si manifestano dove la descrizione del modello del terreno è meno accurata (celle di 40 x 40 m).

In Figura 4.53 viene presentato il campo delle massime profondità idriche calcolate sul dominio. Dall'immagine si nota come i massimi tiranti idrici sui versanti siano comunque di modesta entità al contrario di quanto si riscontra nel reticolo idrografico principale.

4 Applicazione del modello alla simulazione di eventi reali

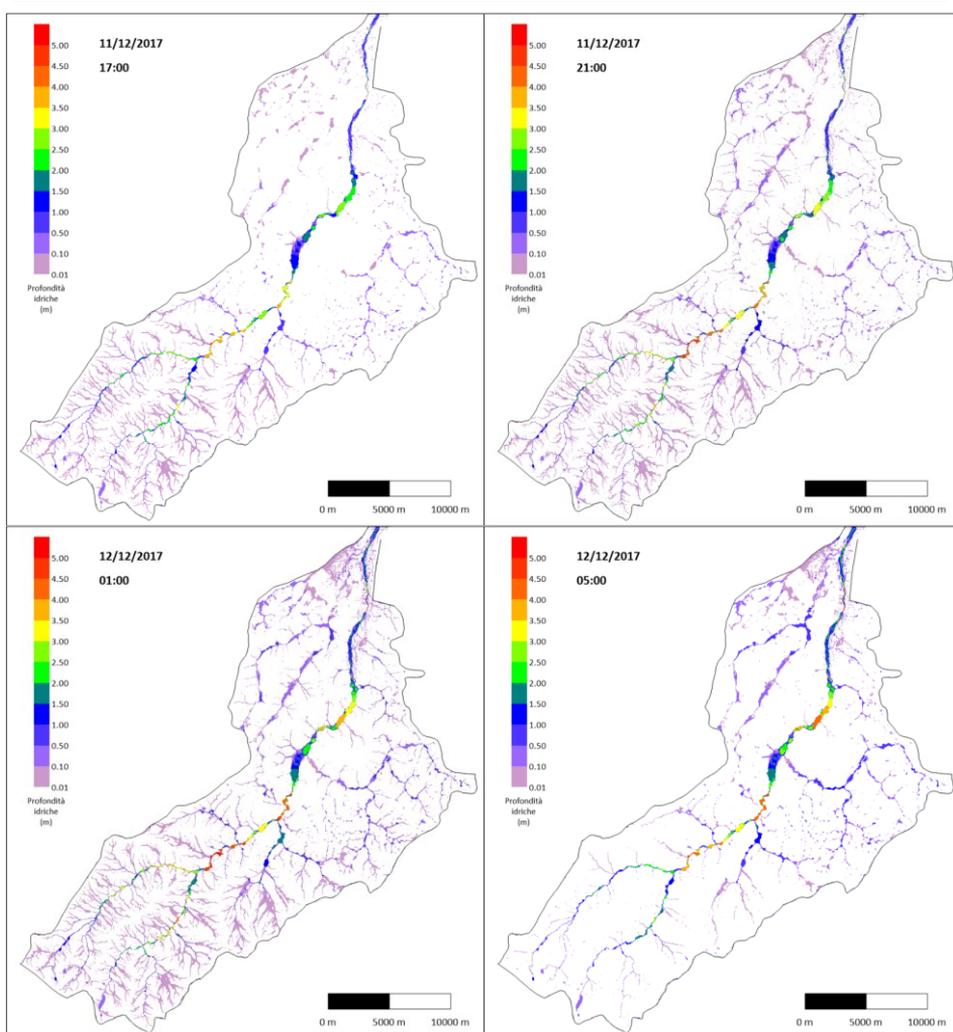


Figura 4.52: Mappe delle profondità idriche in alcuni istanti di simulazione per l'evento del 12/12/2017 sul bacino del torrente Enza

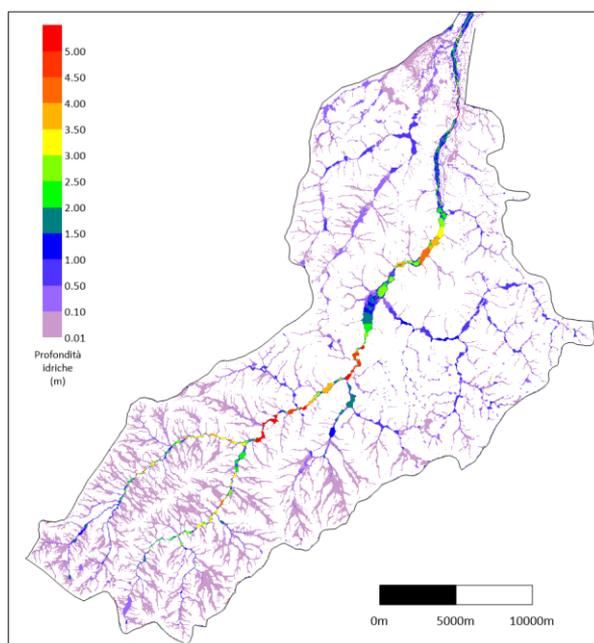


Figura 4.53: Mappa delle massime profondità idriche per l'evento del 12/12/2017 sul bacino del torrente Enza

Il risultato non del tutto soddisfacente fornito dagli ultimi confronti effettuati pone senza dubbio l'interrogativo su come sia effettivamente possibile compiere ulteriori passi in avanti al fine di trasformare il modello sviluppato in un efficace strumento di previsione dei fenomeni oggetto di interesse. Uno degli aspetti che si è pertanto ritenuto indispensabile affrontare, nell'ottica di superare l'incertezza relativa all'individuazione dei parametri del modello (condotta fino ad oggi essenzialmente per tentativi o sulla base di assunzioni di letteratura) è stato quello della determinazione automatica dei parametri di calibrazione del modello a partire dalle osservazioni disponibili delle grandezze idrologiche di riferimento.

5. Calibrazione del modello con un metodo ES-MDA

In questo capitolo verrà descritta la metodologia utilizzata per stimare alcuni parametri del modello Parflood Rain attraverso l'accoppiamento dello stesso con il metodo ES-MDA (*Ensemble Smoother with Multiple Data Assimilation*). Il metodo rappresenta un nuovo approccio alla modellazione inversa, in cui attraverso una procedura iterativa si vuole stimare l'ingresso ad un sistema basandosi su osservazioni note delle grandezze che il modello si propone di ricostruire. In questo caso l'obiettivo è la stima dei parametri del solutore (*Parflood Rain*), noto ad esempio l'idrogramma di portata in una o più sezioni del dominio. Il fine ultimo è quello di pervenire alla calibrazione del modello in corso di evento, sulla base di un'osservazione nota fino ad un dato istante, effettuando quindi una previsione per i tempi successivi, questo grazie all'efficienza computazionale del modello parallelizzato su GPU.

Nei seguenti paragrafi sarà inizialmente descritto il metodo ES-MDA, basato sui filtri di *Kalman*, illustrata l'implementazione per accoppiare il metodo con il modello sviluppato ed infine saranno presentati due casi sintetici con cui si è testata la procedura, uno relativo ad un caso test di letteratura ed uno riferito ad un dominio reale. Per ultimo,

il metodo sarà utilizzato per la taratura dei parametri relativi al caso del dominio reale del bacino dei torrenti Parma e Baganza in occasione dell'evento alluvionale del 13/10/2014.

5.1 Metodo ES-MDA

Il metodo presentato, basato sui filtri di *Kalman* (*EnKF* - *ensemble Kalman Filtering*), è più efficiente dei più diffusi modelli inversi, ad esempio di tipo Monte Carlo, per il modo in cui vengono calcolate le matrici di covarianza, necessarie per correlare parametri, osservazioni e loro predizioni. L'approccio può essere inoltre facilmente parallelizzato allo scopo di ottenere ulteriori riduzioni dei tempi di calcolo. I metodi basati su *ensemble*, ovvero su un insieme di possibili distribuzioni dei parametri, permettono intrinsecamente il superamento delle incertezze legate alle stime grazie alla generazione di molteplici realizzazioni.

Il metodo proposto è una valida alternativa all'*EnKF* [87,88], nel caso in cui la sequenza temporale dell'osservazione sia completamente disponibile al momento dell'analisi. ES-MDA, introdotto da Emerick e Reynolds [47,89] è una variante dell'Ensemble Smoother, inizialmente proposto da van Leeuwen ed Evensen [90], il metodo assimila ripetutamente i medesimi dati più volte al fine di migliorare i risultati dell'ES (*Ensemble Smoother*), il quale assimila tutti i dati contemporaneamente in un unico passo di aggiornamento.

Nel caso specifico, i parametri del metodo servono alla valutazione delle mappe dei valori di scabrezza e dei valori di *CN* (si utilizza infatti il metodo *SCS-CN* per la stima della precipitazione efficace all'interno del modello in avanti). Le due mappe sono dati di input del modello *Parflood Rain*, che, come osservato al capitolo 4, possono essere stimate a partire dalle informazioni del tipo e dell'uso del suolo. Il metodo, dal punto di vista operativo, stima in realtà alcuni coefficienti moltiplicativi delle mappe sopracitate, in modo da mantenere una distribuzione dei parametri nel dominio di calcolo sempre proporzionale a quella relativa alle mappe iniziali.

Di seguito è brevemente illustrata la procedura *ES-MDA*, descritta in modo dettagliato in [46,47]. Si considera la seguente formulazione del modello in avanti:

$$\mathbf{Y} = g(\mathbf{X}), \quad (5.1)$$

dove $\mathbf{X} \in \mathcal{R}^{N_p}$ è una realizzazione dei parametri e l'operatore $g(\mathbf{X})$ rappresenta il modello in avanti che descrive la relazione tra i parametri e lo stato del sistema corrispondente alle osservazioni $\mathbf{Y} \in \mathcal{R}^m$; N_p è il numero di parametri e m è il numero delle osservazioni disponibili. Lo scopo della procedura inversa è di stimare il vettore dei parametri \mathbf{X} utilizzando un set di osservazioni $\mathbf{D} \in \mathcal{R}^m$ dello stato del sistema \mathbf{Y} .

La procedura di risoluzione si articola in una fase di inizializzazione (*initialization step*) e in una fase iterativa costituita da due passi: il primo di previsione, *forecast step*, nel quale vengono fatte le previsioni per un *ensemble* di parametri del modello e il secondo di aggiornamento, *update step*, nel quale i parametri sono corretti in funzione della differenza tra le osservazioni \mathbf{D} e le previsioni \mathbf{Y} ottenute dal modello in avanti. Il metodo assimila le stesse osservazioni diverse volte modificando la matrice di covarianza degli errori. Questo passaggio è svolto definendo un coefficiente $\alpha_{ES,i}$ per ciascuna iterazione (i), che deve soddisfare la seguente condizione:

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\alpha_{ES,i}} = 1, \quad (5.2)$$

in cui N corrisponde al numero totale di iterazioni.

Passo di inizializzazione

All'inizio della procedura viene definito un *ensemble* iniziale dei parametri, realizzato utilizzando tutte le informazioni a priori disponibili. Nel caso in esame l'*ensemble* iniziale dei parametri è stato definito selezionando casualmente le realizzazioni da un intervallo prefissato il quale garantisce che siano tutte compatibili con il problema in esame. Successivamente si scelgono il numero di iterazioni N e il coefficiente $\alpha_{ES,i}$.

Passo di previsione

Il modello in avanti esegue la simulazione per ciascuna realizzazione j dell'*ensemble* di parametri, utilizzando per la prima iterazione il set iniziale di parametri allestito. Per le successive iterazioni le previsioni \mathbf{Y} sono generate utilizzando i parametri \mathbf{X} aggiornati alla fine dell'iterazione precedente:

$$\mathbf{Y}_{j,i} = g(\mathbf{X}_{j,i}). \quad (5.3)$$

Passo di aggiornamento

Il vettore dei parametri per la realizzazione j è aggiornato ad ogni iterazione seguendo la relazione:

$$\mathbf{X}_{j,i+1} = \mathbf{X}_{j,i} + \frac{\mathbf{C}_{\mathbf{XY}}^i}{\mathbf{C}_{\mathbf{YY}}^i + \alpha_i \mathbf{R}} \times (\mathbf{D} + \sqrt{\alpha_{ES,i}} \varepsilon_j - \mathbf{Y}_{j,i}), \quad (5.4)$$

in cui ε_j rappresenta l'errore che si ipotizza segua una distribuzione Gaussiana con media pari a 0 e una matrice di covarianza $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^{m \times m}$, $\mathcal{N}(0, \mathbf{R})$. $\mathbf{C}_{\mathbf{XY}}^i \in \mathcal{R}^{m \times m}$ è la matrice di cross-covarianza tra i vettori dei parametri e delle previsioni mentre $\mathbf{C}_{\mathbf{YY}}^i \in \mathcal{R}^{m \times m}$ è la matrice di auto-covarianza del vettore delle previsioni. Le matrici di covarianza sono calcolate dall'*ensemble* delle realizzazioni per ciascuna iterazione come:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{XY}}^i = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{j=1}^{N_e} (\mathbf{X}_{j,i} - \bar{\mathbf{X}}_i)(\mathbf{Y}_{j,i} - \bar{\mathbf{Y}}_i)^T; \quad (5.5)$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{YY}}^i = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{j=1}^{N_e} (\mathbf{Y}_{j,i} - \bar{\mathbf{Y}}_i)(\mathbf{Y}_{j,i} - \bar{\mathbf{Y}}_i)^T; \quad (5.6)$$

dove N_e è il numero totale delle realizzazioni dell'*ensemble* e $\bar{\mathbf{X}}_i$ e $\bar{\mathbf{Y}}_i$ sono rispettivamente le medie dell'*ensemble* dei parametri e delle previsioni. Il passo di aggiornamento può essere svolto in uno spazio trasformato (T), ad esempio di tipo logaritmico o secondo la radice quadrata, al fine di prevenire la stima di valori negativi non fisici.

Avanzando nel processo iterativo, si ritorna al passo di previsione considerando $\mathbf{X}_{j,i} = \mathbf{X}_{j,i-1}$ fino al raggiungimento dell'ultima iterazione. Si segnala che il calcolo del vettore delle previsioni $\mathbf{Y}_{j,i}$ richiede N_e simulazioni per ciascuna iterazione. Per tale motivo la numerosità dell'ensemble è da mantenere la più bassa possibile al fine di ridurre i tempi di calcolo.

5.2 Accoppiamento di Parflood Rain e ES-MDA

Al fine di accoppiare il modello in avanti *Parflood Rain* con il metodo ES-MDA è stato necessario implementare due algoritmi per la comunicazione, i quali sono annessi all'algoritmo di base ES-MDA già sviluppato: il primo è relativo alla scrittura dei files iniziali di input per ciascuna simulazione ed alla successiva esecuzione, il secondo è relativo alla lettura degli idrogrammi simulati da confrontare con le osservazioni.

Nel primo algoritmo, in funzione dei coefficienti moltiplicativi stimati dal metodo ES-MDA, viene calcolata la mappa relativa ai coefficienti di scabrezza e viene modificato il file relativo ai parametri di *CN*. La modifica sui coefficienti di scabrezza viene effettuata sul valore espresso secondo la formulazione di Strickler e successivamente ricondotto alla formulazione di Manning, secondo la relazione:

$$n_{man,i+1} = \frac{1}{c_i \cdot K_{s,i}}. \quad (5.7)$$

Nella (5.7) $K_{s,i}$ rappresenta il coefficiente di scabrezza secondo la formulazione di Strickler, inverso della formulazione di Manning ($n_{man} = K_s^{-1}$), c_i rappresenta il coefficiente stimato dal metodo ES-MDA ed i e $i+1$ sono gli indici corrispondenti rispettivamente alla *i-esima* iterazione e a quella successiva.

La modifica sui valori di *CN* viene effettuata sui valori descritti all'interno del file di testo .RAIN in cui è espressa la relazione diretta tra gli indici interi relativi alle mappe di infiltrazione ed il corrispondente valore di *CN*. Per determinare il valore aggiornato di *CN* si è agito modificando proporzionalmente il valore di *S*, il massimo volume di ritenzione idrica; il *CN* viene modificato di conseguenza in maniera non lineare. Inizialmente viene individuato il valore di *S* corrispondente al valore di *CN* secondo

5.3 Casi sintetici e risultati

l'equazione (2.51); successivamente viene corretto il valore di S con il coefficiente moltiplicativo tarato dal metodo ES-MDA ed infine invertendo l'equazione sopracitata si ricava il valore aggiornato di CN .

Dopo aver modificato i files l'algoritmo procede all'esecuzione della simulazione ed alla successiva realizzazione dell'ensemble di parametri.

Il secondo algoritmo implementato è quello che, una volta terminata la simulazione procede all'estrazione degli idrogrammi di portata nelle sezioni desiderate. L'algoritmo aspetta che sia conclusa la simulazione i -esima ed esegue lo script relativo all'estrazione dei dati di portata secondo la discretizzazione temporale desiderata; successivamente organizza i dati andando a riempire la matrice delle previsioni e procedendo alla simulazione successiva.

Si è riscritto infine il ciclo relativo al passo di previsione in modo tale da eseguire in parallelo tutte le simulazioni di ciascuna iterazione.

5.3 Casi sintetici e risultati

Il metodo ES-MDA presentato nei paragrafi precedenti, accoppiato con il modello *Parflood Rain*, è stato utilizzato per la taratura relativa a due casi sintetici. I casi sintetici consentono il confronto tra i risultati della procedura inversa e la soluzione di riferimento.

Caso 1: Dominio V-Shaped

Il primo caso è caratterizzato dal dominio V-Shaped già descritto al capitolo 3 nel paragrafo "Caso test 2D - 5". Per la simulazione oggetto di taratura, in cui la precipitazione è uniforme sul dominio con intensità $r = 100$ mm/h per una durata $t = 90$ minuti, si è adottata una depurazione della pioggia attraverso il metodo *SCS-CN*; la distribuzione ipotizzata dei parametri CN è illustrata in Figura 5.1 nella quale ad indici interi corrispondono valori univoci del CN come descritto in Tabella 5.1. Il secondo parametro del metodo *SCS-CN* relativo alle perdite iniziali α_{SCS} è stato posto pari a 0.2 in tutte le celle del dominio.

Tabella 5.1: Relazione tra indice e valore di CN per il dominio V-Shaped

Indice	1	2	3
CN	99	80	60

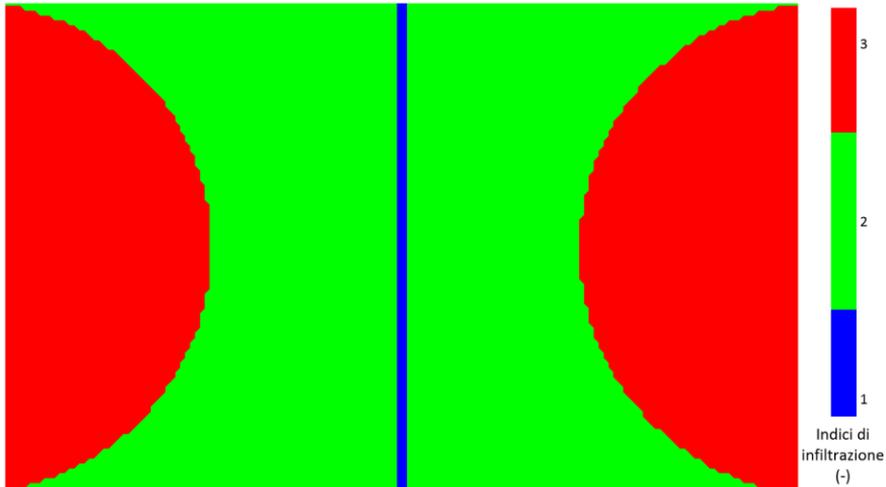


Figura 5.1: Mappa degli indici relativi ai parametri di CN per il dominio V-Shaped

I parametri di scabrezza secondo Manning sono pari a $n_{man} = 0.015 \text{ sm}^{-1/3}$ per i versanti e $n_{man} = 0.15 \text{ sm}^{-1/3}$ per il canale. Per velocizzare il processo di taratura è stata utilizzata la griglia a multirisoluzione spaziale ottenuta a partire da quella uniforme a passo $\Delta x = 10 \text{ m}$. Il tempo fisico simulato è pari a 3 ore e la modellazione numerica con la griglia multirisoluzione (16'640 celle) necessita di 1 minuto di tempo di calcolo. La soluzione di riferimento è ottenuta eseguendo una simulazione in avanti in cui gli input relativi ai parametri di scabrezza e CN sono quelli sopra descritti; nel caso in esame i coefficienti c_1 e c_2 ($Np = 2$), oggetto di stima del metodo, sono quindi unitari. L'idrogramma di portata ottenuto da questa simulazione preliminare, estratto nella sezione più depressa del canale centrale, è utilizzato come osservazione per il metodo ES-MDA. Quest'ultimo è discretizzato con un passo temporale di 3 minuti per tutta la

5.3 Casi sintetici e risultati

durata della simulazione; pertanto il numero complessivo di osservazioni (m) è pari a 60.

Nell'applicazione della procedura inversa, si è considerato un errore di osservazione casuale ε con distribuzione normale, media zero e varianza $2.8 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{s)}^2$.

L'*ensemble* iniziale è composto da 18 realizzazioni dei coefficienti c_1 e c_2 selezionati entrambi in modo casuale nell'intervallo $[0.5, 1.5]$. Si eseguono 5 iterazioni con il coefficiente α_{ES} decrescente, $\alpha_{ES} = [121.00; 40.33; 13.44; 4.48; 1.49]$, tale da garantire che l'equazione (5.2) sia soddisfatta. In Tabella 5.2 sono confrontati i coefficienti moltiplicativi c_1 e c_2 di riferimento e stimati; si riportano per i valori stimati le medie più o meno due volte le deviazioni standard calcolate sull'*ensemble*. I coefficienti così individuati sono in ottimo accordo con i quelli di riferimento, presentando un errore percentuale pari a 0.1% e 0.5% rispettivamente per c_1 e c_2 .

Tabella 5.2: Coefficienti di riferimento e stimati dal metodo per il caso 1

Coefficienti	Riferimento	Stimati
c_1	1.000	0.999±0.002
c_2	1.000	0.995±0.016

In Figura 5.2 sono illustrati i risultati in termini di idrogramma di portata con la relativa fascia di confidenza del 95% (95% C.I. - *Confidence Interval*); come si osserva l'idrogramma stimato (*stimato*) riproduce esattamente l'onda osservata (*osservato*). Inoltre, è possibile osservare in figura che la fascia di confidenza è completamente sovrapposta all'onda stimata, indicando la buona accuratezza della stima.

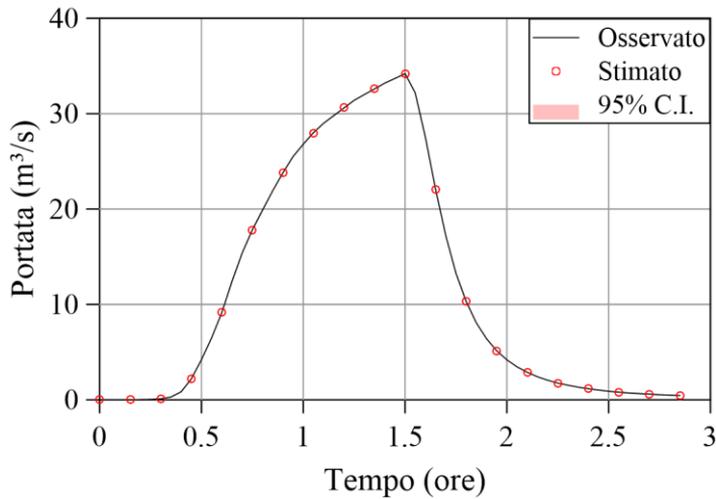


Figura 5.2: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA, caso 1

Caso 2: Dominio reale, bacino del torrente Baganza

Il secondo caso sintetico simulato è quello relativo al bacino del torrente Baganza, in cui le precipitazioni ed i valori di scabrezza sono quelli descritti al paragrafo 4.1 relativamente all'evento alluvionale del 13-15 ottobre 2014; in questo caso il dominio oggetto di taratura è unicamente quello del bacino relativo al torrente Baganza. La griglia a multirisoluzione adottata per le simulazioni è quella illustrata in Figura 5.3, in cui si sono mostrati i 4 livelli di risoluzione spaziale adottati, 4 m (nero) 8 m (blu) 16 m (verde) e 32 m (rosso). Per questo caso sintetico si sono simulate le prime 30 ore dell'evento alluvionale; la modellazione numerica con la griglia mostrata (1'117'184 celle) impiega 1.25 ore di tempo di simulazione.

In questo caso i parametri incogniti sono rappresentati dal coefficiente moltiplicativo del CN (c_2) e dai coefficienti moltiplicativi della mappa di scabrezza, differenziati per i parametri relativi al fiume ($c_{l,f}$) e ai versanti ($c_{l,v}$).

Analogamente al caso precedente, la soluzione di riferimento è ottenuta eseguendo una simulazione in avanti con coefficienti noti ($Np = 3$). L'idrogramma di portata utilizzato come osservazione è quello estratto sul torrente Baganza a monte della zona

5.3 Casi sintetici e risultati

interessata dagli allagamenti in prossimità della tangenziale sud di Parma (*Sezione 16*, Figura 4.12). L'onda è discretizzata con un passo temporale di 30 minuti per una durata complessiva di 16.5 ore, corrispondenti alle ultime ore della simulazione; il numero complessivo di osservazioni (m) è quindi pari a 33.

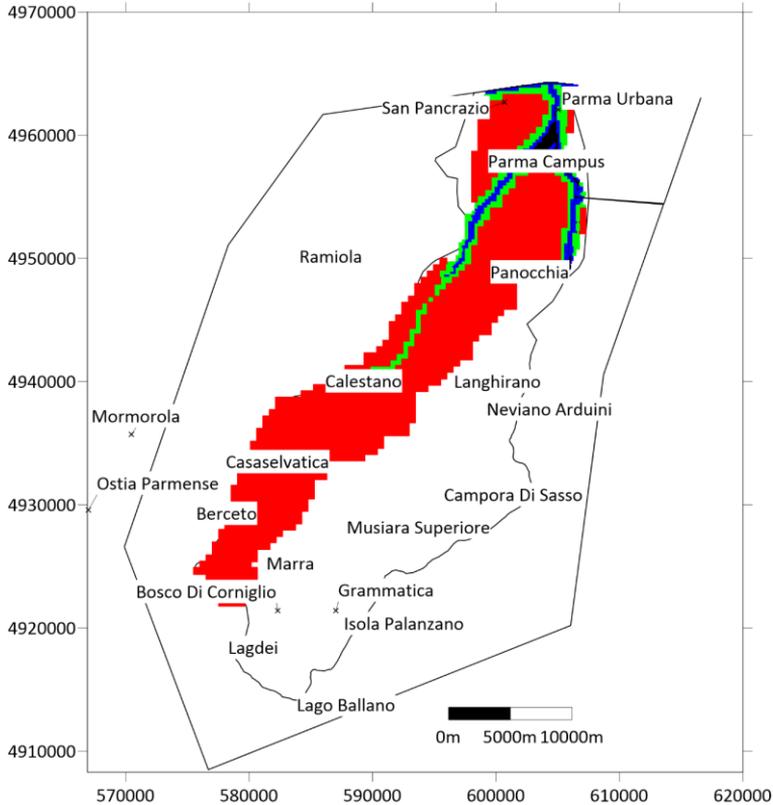


Figura 5.3: Griglia multirisoluzione per il caso sintetico relativo al torrente Baganza

L'errore ε considerato su ciascun valore di portata osservata è pari al 5% dello stesso. L'ensemble iniziale è composto da 20 realizzazioni dei coefficienti moltiplicativi selezionati in modo casuale nei seguenti intervalli: $[0.8, 1.6]$ per $c_{1,f}$ e per $c_{1,v}$, $[0.7, 1.0]$ per c_2 . Si eseguono 5 iterazioni con il medesimo set di coefficienti α_{ES} del caso precedente, $\alpha_{ES} = [121.00; 40.33; 13.44; 4.48; 1.49]$.

I risultati sono riassunti in Tabella 5.3, dove anche in questo caso sono riportati i coefficienti di riferimento e stimati (media più o meno due volte la deviazione standard dell'*ensemble*). I coefficienti stimati sono in buon accordo con quelli di riferimento, gli errori di stima percentuali sono 1.6% per $c_{1,f}$, 6.2% per $c_{1,v}$ e 0.0% per c_2 .

Tabella 5.3: Coefficienti di riferimento e stimati dal metodo per il caso 2

Coefficienti	Riferimento	Stimati
$c_{1,f}$	1.056	1.073±0.146
$c_{1,v}$	1.508	1.420±0.012
c_2	0.868	0.868±0.079

In Figura 5.4 viene infine, confrontato l'idrogramma di piena stimato con quello osservato, riportando la relativa fascia di confidenza del 95%. L'idrogramma stimato riproduce molto bene l'onda osservata con una stretta fascia di confidenza.

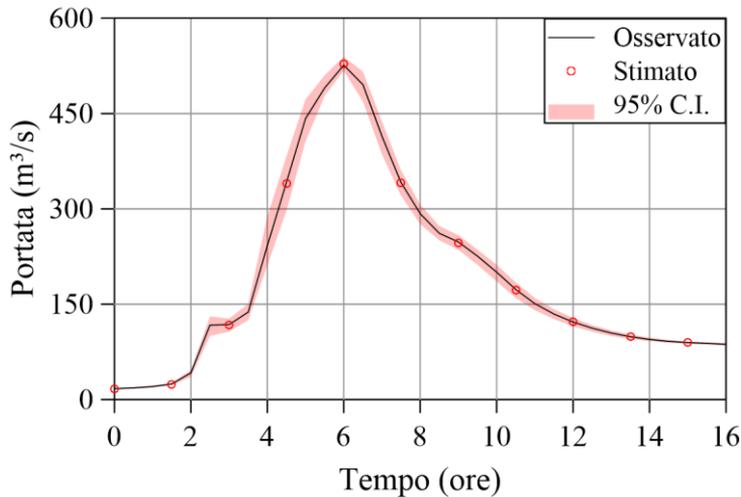


Figura 5.4: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA per il caso 2

5.4 Evento reale e risultati

Il metodo ES-MDA presentato nei paragrafi precedenti, accoppiato con il modello *Parflood Rain*, è stato utilizzato per la taratura relativa all'evento alluvionale del 13-15 ottobre 2014. Il dominio di calcolo oggetto di taratura è il medesimo del secondo caso sintetico simulato, quello relativo al bacino del torrente Baganza, come anche i parametri oggetto di stima, coefficienti moltiplicatori della mappa relativa alla scabrezza, differenziati per i versanti ($c_{l,v}$) e per il torrente ($c_{l,f}$) e dei parametri S del metodo SCS-CN per la depurazione della pioggia (c_2).

Per la modellazione numerica si è utilizzata la griglia a 4 livelli multirisoluzione illustrata in Figura 5.3 che per simulare le prime 20.5 ore dell'evento alluvionale impiega 0.85 ore di tempo di simulazione.

L'idrogramma di portata utilizzato come osservazione è quello ricostruito mediante un modello inverso di tipo geostatistico Bayesiano, estratto sul torrente Baganza a monte della zona interessata dagli allagamenti in prossimità della tangenziale sud di Parma (*Sezione 16*, Figura 4.12) ed utilizzato come confronto nel paragrafo 4.1.4. L'onda è discretizzata con un passo temporale di 10 minuti per una durata complessiva di 9 ore, corrispondenti alle ultime ore della simulazione; il numero totale di osservazioni (m) è quindi pari a 71.

Nell'applicazione della procedura inversa, si è considerato un errore casuale ε su ciascun valore di portata, con distribuzione normale. Allo scopo di dare un peso maggiore alle osservazioni di portata disponibili intorno al picco si è deciso di considerare un errore modesto per tali valori (varianza pari a $0.05 \text{ (m}^3/\text{s)}^2$ e media nulla) per valori di portata maggiori a $600 \text{ m}^3/\text{s}$ e errore maggiore (varianza pari a $100 \text{ (m}^3/\text{s)}^2$ e media nulla) per valori di portata inferiore.

L'ensemble iniziale è composto da 5 realizzazioni dei parametri selezionati in modo casuale nei seguenti intervalli: $[0.5, 1.8]$ per $c_{l,f}$ e $c_{l,v}$, $[1.2, 1.8]$ per c_2 . Si eseguono 5 iterazioni con il coefficiente α costante, $\alpha = [5, 5; 5, 5; 5]$.

In Figura 5.5 viene infine, confrontato l'idrogramma di piena stimato con quello

osservato, riportando la relativa fascia di confidenza del 95%. L'idrogramma riproduce discretamente l'onda osservata con una stretta fascia di confidenza, eccetto per i valori in prossimità del colmo, che risultano inferiori ($763 \text{ m}^3/\text{s}$ contro $870 \text{ m}^3/\text{s}$).

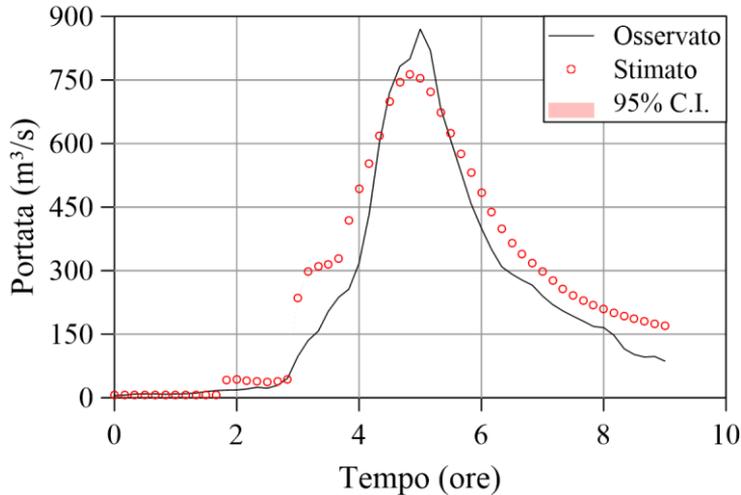


Figura 5.5: Idrogrammi di portata osservati e stimati dal metodo ES-MDA per il caso reale

I coefficienti stimati sono riassunti in Tabella 5.4 in termini di valore medio più o meno due volte la deviazione standard dell'*ensemble*. Dalla stima dei coefficienti moltiplicativi si osserva che quelli relativi ai valori di scabrezza del corso d'acqua e dei versanti risultano rispettivamente molto alti (> 2 , raddoppio il valore di scabrezza secondo Strickler) e piuttosto modesti, mentre il valore del parametro relativo alla massima capacità di ritenzione idrica del terreno (S) è all'interno del *range* di partenza e di poco differente dall'unità ($= 1$ corrisponde alla mappa iniziale di S).

Tabella 5.4: Parametri stimati dal metodo ES-MDA per il caso reale

Coefficienti	Stimati
$c_{1,f}$	2.298
$c_{1,v}$	0.441
c_2	1.227

6. Conclusioni

Sviluppatosi nell'ambito delle tematiche relative alla simulazione di processi idraulici ed idrologici tramite modellazione numerica bidimensionale, lo studio ha condotto all'implementazione di un codice numerico alle acque basse, multirisoluzione e parallelizzato su GPU, avente la finalità di rendere possibili modellazioni idrodinamiche a scala di bacino. Lo strumento di calcolo qui elaborato e validato, consente di simulare il meccanismo della formazione di un evento di piena a partire dalla sollecitazione idrometeorologica e la successiva propagazione idraulica dell'onda, sia nel reticolo fluviale che su regioni anche di considerevole estensione esterne all'alveo, qualora per insufficiente capacità di portata o cedimento di rilevati arginali abbia luogo un evento alluvionale. Tra le prerogative principali del solutore ad alte prestazioni qui sviluppato, vi è la possibilità di utilizzare una griglia di calcolo multirisoluzione, opportunamente gerarchizzata, che consente di sfruttare l'informazione geometrica fornita da rilievi ad alta risoluzione solo nelle zone del dominio di calcolo ove la complessità della topografia impone una descrizione di maggior dettaglio. Sulla base della possibilità di utilizzo di questo tipo di griglie

multirisoluzione, l'individuazione di opportuni criteri fisicamente basati, o di procedure di analisi dei modelli del terreno, potrebbe consentire la creazione automatica delle griglie di calcolo sulla base dell'individuazione di alcune caratteristiche salienti del bacino di interesse, in maniera completamente indipendente dai fenomeni idrodinamici che sullo stesso possono avere luogo. La disponibilità di strumenti di analisi di questo tipo potrebbe consentire di individuare il reticolo costituito dal minor numero di celle di calcolo adeguato a descrivere geometricamente il dominio in funzione del grado desiderato in termini di accuratezza della soluzione.

Altra caratteristica del solutore è l'elevata efficienza computazionale raggiunta, che consente di simulare i fenomeni idrodinamici oggetto di interesse con elevati valori del rapporto tra tempo fisico simulato e tempo di calcolo. Tale capacità assume una grande importanza nella prospettiva di pervenire a modelli di simulazione che possano essere utilizzati addirittura in corso d'evento con finalità di Protezione Civile a tutela di vite umane e di beni mobili od immobili. In tema di modellazione idrodinamica di fenomeni alluvionali ad alta risoluzione ed elevata efficienza lo sviluppo di codici parallelizzati di tipo multi-GPU rappresenta quindi senza dubbio uno dei principali obiettivi di ricerca da perseguire nell'immediato futuro.

Anche in presenza di fenomeni di propagazione idraulica che potrebbero non richiedere a rigori l'applicazione della forma completa delle equazioni del movimento (si pensi ad esempio al ruscellamento superficiale di un sottile strato di acqua lungo un versante a bassi numeri di Froude), le risultanze dello studio confermano che l'approccio bidimensionale alle acque basse può essere applicato con profitto anche alla formazione dei deflussi di piena a partire dalle precipitazioni. Indagini potrebbero essere tuttavia condotte nell'immediato futuro circa l'opportunità o meno di una riscrittura delle equazioni risolventi il processo di movimento che consenta di utilizzare la forma completa delle equazioni alle acque basse solo dove le caratteristiche cinematiche della corrente strettamente lo richiedano, riservando alle altre regioni del campo di moto l'applicazione di sistemi risolventi opportunamente semplificati. Occorrerà in tal caso attentamente valutare se i benefici conseguibili tramite un approccio di questo tipo siano

effettivamente tali da compensare gli inevitabili appesantimenti computazionali e la possibile perdita di accuratezza del solutore.

Grazie anche alle caratteristiche di efficienza del solutore sviluppato si sono potuti compiere alcuni primi passi nella direzione dell'individuazione automatica dei parametri di calibrazione del modello, implementando una metodologia inversa basata sui filtri di Kalman. La procedura risulta efficacemente impiegabile soprattutto grazie agli elevati rapporti tra tempo fisco simulato e tempo di calcolo conseguiti che hanno consentito di effettuare le numerose simulazioni in avanti necessarie all'applicazione della procedura in tempi accettabili. Quello della calibrazione degli strumenti di calcolo, che dovrebbe preferibilmente essere condotta sulla base di procedure automatiche, in grado di assimilare anche in continuo le osservazioni idro-pluviometriche acquisite alle stazioni di rilevamento, resta infatti un tema di ricerca ancora aperto di notevole importanza.

Bibliografía

1. Chow, V. Te; Zvi, B. A. Hydrodynamic modeling of two-dimensional watershed flow. *J. Hydraul. Div.* **1973**, *99*, 2023–2040.
2. Kawahara, M.; Yokoyama, T. Finite element method for direct runoff flow. *J. Hydraul. Div.* **1980**, *106*, 519–534.
3. Di Giammarco, P.; Todini, E.; Lamberti, P. A conservative finite elements approach to overland flow: The control volume finite element formulation. *J. Hydrol.* **1996**, *175*, 267–291.
4. Singh, J.; Altinakar, M.S.; Ding, Y. Numerical Modeling of Rainfall-Generated Overland Flow Using Nonlinear Shallow-Water Equations. *J. Hydrol. Eng.* **2015**, *20*, 04014089.
5. Yu, C.; Duan, J. Two-Dimensional Hydrodynamic Model for Surface-Flow Routing. *J. Hydraul. Eng.* **2014**, *140*, 04014045.
6. Yu, C.; Duan, J. Simulation of Surface Runoff Using Hydrodynamic Model. *J. Hydrol. Eng.* **2017**, *22*, 04017006.
7. Cea, L.; Garrido, M.; Puertas, J.; Jácome, A.; Del Río, H.; Suárez, J. Overland

- flow computations in urban and industrial catchments from direct precipitation data using a two-dimensional shallow water model. *Water Sci. Technol.* **2010**, *62*, 1998–2008.
8. Cea, L.; Bladé, E. A simple and efficient unstructured finite volume scheme for solving the shallow water equations in overland flow applications. *Water Resour. Res.* **2015**, *51*, 5464–5486.
 9. Liang, D.; Özgen, I.; Hinkelmann, R.; Xiao, Y.; Chen, J.M. Shallow water simulation of overland flows in idealised catchments. *Environ. Earth Sci.* **2015**, *74*, 7307–7318.
 10. Xia, X.; Liang, Q.; Ming, X.; Hou, J. An efficient and stable hydrodynamic model with novel source term discretization schemes for overland flow and flood simulations. *Water Resour. Res.* **2017**, *53*, 3730–3759.
 11. Zhang, L.; Nan, Z.; Liang, X.; Xu, Y.; Hernández, F.; Li, L. Application of the MacCormack scheme to overland flow routing for high-spatial resolution distributed hydrological model. *J. Hydrol.* **2018**, *558*, 421–431.
 12. European Environmental Agency Economic losses from climate-related extremes. *Indic. Assessment. Data maps* **2019**, *44*.
 13. Anselmo, V.; Galeati, G.; Palmieri, S.; Rossi, U.; Todini, E. Flood risk assessment using an integrated hydrological and hydraulic modelling approach: a case study. *J. Hydrol.* **1996**, *175*, 533–554.
 14. Agnese, C.; Baiamonte, G.; Corrao, C. A simple model of hillslope response for overland flow generation. *Hydrol. Process.* **2001**, *15*, 3225–3238.
 15. Wang, G.-T.; Chen, S.; Boll, J.; Stockle, C.O.; McCool, D.K. Modelling overland flow based on Saint-Venant equations for a discretized hillslope system. *Hydrol. Process.* **2002**, *16*, 2409–2421.
 16. Morbidelli, R.; Corradini, C.; Govindaraju, R.S. A simplified model for estimating field-scale surface runoff hydrographs. *Hydrol. Process.* **2007**, *21*, 1772–1779.
 17. Jasper, K.; Gurtz, J.; Lang, H. Advanced flood forecasting in Alpine watersheds

-
- by coupling meteorological observations and forecasts with a distributed hydrological model. *J. Hydrol.* **2002**, *267*, 40–52.
18. Jaber, F.H.; Mohtar, R.H. Stability and accuracy of finite element schemes for the one-dimensional kinematic wave solution. *Adv. Water Resour.* **2002**, *25*, 427–438.
 19. Jaber, F.H.; Mohtar, R.H. Stability and accuracy of two-dimensional kinematic wave overland flow modeling. *Adv. Water Resour.* **2003**, *26*, 1189–1198.
 20. Lerat, J.; Perrin, C.; Andréassian, V.; Loumagne, C.; Ribstein, P. Towards robust methods to couple lumped rainfall–runoff models and hydraulic models: A sensitivity analysis on the Illinois River. *J. Hydrol.* **2012**, *418–419*, 123–135.
 21. Nguyen, P.; Thorstensen, A.; Sorooshian, S.; Hsu, K.; AghaKouchak, A.; Sanders, B.; Koren, V.; Cui, Z.; Smith, M. A high resolution coupled hydrologic–hydraulic model (HiResFlood-UCI) for flash flood modeling. *J. Hydrol.* **2016**, *541*, 401–420.
 22. Kim, J.; Warnock, A.; Ivanov, V.Y.; Katopodes, N.D. Coupled modeling of hydrologic and hydrodynamic processes including overland and channel flow. *Adv. Water Resour.* **2012**, *37*, 104–126.
 23. Cea, L.; Garrido, M.; Puertas, J. Experimental validation of two-dimensional depth-averaged models for forecasting rainfall–runoff from precipitation data in urban areas. *J. Hydrol.* **2010**, *382*, 88–102.
 24. Aureli, F.; Maranzoni, A.; Mignosa, P.; Ziveri, C. A weighted surface-depth gradient method for the numerical integration of the 2D shallow water equations with topography. *Adv. Water Resour.* **2008**, *31*, 962–974.
 25. Jaber, F.H.; Mohtar, R.H. Dynamic Time Step for One-Dimensional Overland Flow Kinematic Wave Solution. *J. Hydrol. Eng.* **2002**, *7*, 3–11.
 26. Warnock, A.; Kim, J.; Ivanov, V.; Katopodes, N.D. Self-Adaptive Kinematic-Dynamic Model for Overland Flow. *J. Hydraul. Eng.* **2014**, *140*, 169–181.
 27. Costabile, P.; Costanzo, C.; Macchione, F. Performances and limitations of the diffusive approximation of the 2-d shallow water equations for flood simulation
-

- in urban and rural areas. *Appl. Numer. Math.* **2017**, *116*, 141–156.
28. Costabile, P.; Costanzo, C.; Macchione, F. Comparative analysis of overland flow models using finite volume schemes. *J. Hydroinformatics* **2012**, *14*, 122–135.
29. Costabile, P.; Costanzo, C.; Macchione, F. A storm event watershed model for surface runoff based on 2D fully dynamic wave equations. *Hydrol. Process.* **2013**, *27*, 554–569.
30. Aricò, C.; Nasello, C. Comparative Analyses between the Zero-Inertia and Fully Dynamic Models of the Shallow Water Equations for Unsteady Overland Flow Propagation. *Water* **2018**, *10*, 44.
31. Hou, J.; Wang, T.; Li, P.; Li, Z.; Zhang, X.; Zhao, J.; Hinkelmann, R. An implicit friction source term treatment for overland flow simulation using shallow water flow model. *J. Hydrol.* **2018**, *564*, 357–366.
32. Brodtkorb, A.R.; Sætra, M.L.; Altinakar, M. Efficient shallow water simulations on GPUs: Implementation, visualization, verification, and validation. *Comput. Fluids* **2012**, *55*, 1–12.
33. Smith, L.S.; Liang, Q. Towards a generalised GPU/CPU shallow-flow modelling tool. *Comput. Fluids* **2013**, *88*, 334–343.
34. Lacasta, A.; Morales-Hernández, M.; Murillo, J.; García-Navarro, P. An optimized GPU implementation of a 2D free surface simulation model on unstructured meshes. *Adv. Eng. Softw.* **2014**, *78*, 1–15.
35. Liang, Q.; Xia, X.; Hou, J. Catchment-scale High-resolution Flash Flood Simulation Using the GPU-based Technology. *Procedia Eng.* **2016**, *154*, 975–981.
36. Le, P.V.V.; Kumar, P.; Valocchi, A.J.; Dang, H.-V. GPU-based high-performance computing for integrated surface–sub-surface flow modeling. *Environ. Model. Softw.* **2015**, *73*, 1–13.
37. Hu, X.; Song, L. Hydrodynamic modeling of flash flood in mountain watersheds based on high-performance GPU computing. *Nat. Hazards* **2018**,

-
- 91, 567–586.
38. Xing, Y.; Liang, Q.; Wang, G.; Ming, X.; Xia, X. City-scale hydrodynamic modelling of urban flash floods: the issues of scale and resolution. *Nat. Hazards* **2019**, *96*, 473–496.
 39. Vacondio, R.; Dal Palù, A.; Mignosa, P. GPU-enhanced Finite Volume Shallow Water solver for fast flood simulations. *Environ. Model. Softw.* **2014**, *57*, 60–75.
 40. Lacasta, A.; Morales-Hernández, M.; Murillo, J.; García-Navarro, P. GPU implementation of the 2D shallow water equations for the simulation of rainfall/runoff events. *Environ. Earth Sci.* **2015**, *74*, 7295–7305.
 41. Juez, C.; Lacasta, A.; Murillo, J.; García-Navarro, P. An efficient GPU implementation for a faster simulation of unsteady bed-load transport. *J. Hydraul. Res.* **2016**, *54*, 275–288.
 42. Vacondio, R.; Dal Palù, A.; Ferrari, A.; Mignosa, P.; Aureli, F.; Dazzi, S. A non-uniform efficient grid type for GPU-parallel Shallow Water Equations models. *Environ. Model. Softw.* **2017**, *88*, 119–137.
 43. Miglio, E.; Altinakar, M.S.; Fijolek, E.K. Representation of linear terrain features in 2d free surface models using ghost-uid method. In Proceedings of the 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8), 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008); 2008.
 44. Altinakar, M.S.; McGrath, M.Z.; Ozeren, Y.; Miglio, E. Two-Sided Cut-Cell Boundary Method for Simulating Linear Terrain features and 1D Stream Flows on a 2D Rectangular Mesh. In Proceedings of the Proc. of the 33rd International IAHR Biennial Congress; 2009.
 45. Mignosa, P.; Vacondio, R.; Aureli, F.; Dazzi, S.; Ferrari, A.; Prost, F. High resolution 2D modelling of rapidly varying flows: Some case studies. *Ital. J. Eng. Geol. Environ.* **2018**, *2018*, 143–160.
 46. Todaro, V.; D’Oria, M.; Tanda, M.G.; Gómez-Hernández, J.J. Ensemble smoother with multiple data assimilation for reverse flow routing. *Comput.*
-

- Geosci.* **2019**.
47. Emerick, A.A.; Reynolds, A.C. Ensemble smoother with multiple data assimilation. *Comput. Geosci.* **2013**, *55*, 3–15.
 48. Toro, E.F. *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*; Wiley, 2001;
 49. Liang, Q.; Borthwick, A.G.L. Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet–dry fronts over complex topography. *Comput. Fluids* **2009**, *38*, 221–234.
 50. Toro, E.F. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*; Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999;
 51. Xia, X.; Liang, Q. A new efficient implicit scheme for discretising the stiff friction terms in the shallow water equations. *Adv. Water Resour.* **2018**, *117*, 87–97.
 52. Audusse, E.; Bouchut, F.; Bristeau, M.-O.; Klein, R.; Perthame, B. A Fast and Stable Well-Balanced Scheme with Hydrostatic Reconstruction for Shallow Water Flows. *SIAM J. Sci. Comput.* **2004**, *25*, 2050–2065.
 53. Liang, Q.; Marche, F. Numerical resolution of well-balanced shallow water equations with complex source terms. *Adv. Water Resour.* **2009**, *32*, 873–884.
 54. Kurganov, A.; Petrova, G. A Second-Order Well-Balanced Positivity Preserving Central-Upwind Scheme for the Saint-Venant System. *Commun. Math. Sci.* **2007**, *5*, 133–160.
 55. Nvidia C.U.D.A. Compute unified device architecture programming guide 2007.
 56. United States Department of Agriculture Urban Hydrology for Small Watershed. **1986**, *Second Edi*, 164.
 57. Lighthill, M.J.; Whitham, G.B. On kinematic waves I. Flood movement in long rivers. *Proc. R. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci.* **1955**, *229*, 281–316.
 58. Henderson, F.M.; Wooding, R.A. Overland flow and groundwater flow from a steady rainfall of finite duration. *J. Geophys. Res.* **1964**, *69*, 1531–1540.

-
59. Wooding, R.A. A hydraulic model for the catchment-stream problem. I. Kinematic-wave theory. *J. Hydrol.* **1965**, 3, 254–267.
 60. Woolhiser, D.A.; Liggett, J.A. Unsteady, one-dimensional flow over a plane-The rising hydrograph. *Water Resour. Res.* **1967**, 3, 753–771.
 61. Parlange, J.-Y.; Rose, C.W.; Sander, G. Kinematic flow approximation of runoff on a plane: An exact analytical solution. *J. Hydrol.* **1981**, 52, 171–176.
 62. Rose, C.W.; Parlange, J.-Y.; Sander, G.C.; Campbell, S.Y.; Barry, D.A. Kinematic flow approximation to runoff on a plane: An approximate analytic solution. *J. Hydrol.* **1983**, 62, 363–369.
 63. Moore, I.D. Kinematic overland flow: Generalization of Rose's approximate solution. *J. Hydrol.* **1985**, 82, 233–245.
 64. Gottardi, G.; Venutelli, M. An accurate time integration method for simplified overland flow models. *Adv. Water Resour.* **2008**, 31, 173–180.
 65. Gottardi, G.; Venutelli, M. A control-volume finite-element model for two-dimensional overland flow. *Adv. Water Resour.* **1993**, 16, 277–284.
 66. Morgali, J.R.; Linsley, R.K. Computer analysis of overland flow. *J. Hydraul. Div.* **1965**, 91(HY3), 81–100.
 67. Govindaraju, R.S.; Kavvas, M.L.; Jones, S.E. Approximate Analytical Solutions for Overland Flows. *Water Resour. Res.* **1990**, 26, 2903–2912.
 68. Iwagaki, Y. Fundamental studies on the runoff analysis by characteristics. *Bull. - Disaster Prev. Res. Inst.* **1955**, 10, 1–25.
 69. Feng, K.; Molz, F.J. A 2-D , diffusion-based , wetland flow model. **1997**, 196, 230–250.
 70. Carrier, G.F.; Wu, T.T.; Yeh, H. Tsunami run-up and draw-down on a plane beach. *J. Fluid Mech.* **2003**, 475, 79–99.
 71. Tsai, T.L.; Yang, J.C. Kinematic wave modeling of overland flow using characteristics method with cubic-spline interpolation. *Adv. Water Resour.* **2005**, 28, 661–670.
 72. Hou, J.; Guo, K.; Liu, F.; Han, H.; Liang, Q.; Tong, Y.; Li, P. Assessing Slope

- Forest Effect on Flood Process Caused by a Short-Duration Storm in a Small Catchment. *Water* **2018**, *10*, 1256.
73. Simons, F.; Busse, T.; Hou, J.; Özgen, I.; Hinkelmann, R. A model for overland flow and associated processes within the Hydroinformatics Modelling System. *J. Hydroinformatics* **2014**, *16*, 375–391.
74. West, D.W.; Kubatko, E.J.; Conroy, C.J.; Yaufman, M.; Wood, D. A multidimensional discontinuous Galerkin modeling framework for overland flow and channel routing. *Adv. Water Resour.* **2017**, *102*, 142–160.
75. Yu, C.; Duan, J.G. High resolution numerical schemes for solving kinematic wave equation. *J. Hydrol.* **2014**, *519*, 823–832.
76. Overton, D.E.; Brakensiek, D.L. A kinematic model of surface runoff response. *IASH-UNESCO Symp. Results Res. Represent. Exp. Basins* **1970**, 100–112.
77. Liggett, J.A.; Woolhiser, D.A. The use of the shallow water equations in runoff computation. In Proceedings of the Third annual American Water Resources Conference; 1967; pp. 117–126.
78. Woolhiser, D.A.; Liggett, J.A. Unsteady, one-dimensional flow over a plane: The rising hydrograph. *Water Resour. Res.* **1967**, *3*, 753–771.
79. Liggett, J.A.; Woolhiser, D.A. Difference Solutions of the Shallow-Water Equation. *J. Eng. Mech. Div.* **1967**, *93*, 39–72.
80. Morris, E.M.; Woolhiser, D.A. Unsteady one-dimensional flow over a plane: Partial equilibrium and recession hydrographs. *Water Resour. Res.* **1980**, *16*, 355–360.
81. Thacker, W.C. Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equations. *J. Fluid Mech.* **1981**, *107*, 499.
82. Hou, J.; Liang, Q.; Simons, F.; Hinkelmann, R. A 2D well-balanced shallow flow model for unstructured grids with novel slope source term treatment. *Adv. Water Resour.* **2013**, *52*, 107–131.
83. DICATeA; AIPo. Completamento delle attività propedeutiche alla realizzazione della cassa di espansione sul torrente Baganza. **2015**.

-
84. Arpa. Relazione Tecnica - Attività di studio finalizzate alla ricostruzione idrologica dell'evento di piena del 11-12 dicembre 2017 e all'aggiornamento dell'idrologia di piena del torrente Enza 2019. **2019**.
 85. Ing. Polo, Paolo. HydroNova. Nota evento dicembre 2017 Enza **2018**.
 86. DIA. AdBPo. Approfondimento tecnico-scientifico delle condizioni di sicurezza idraulica dei territori di pianura lungo l'asta del fiume Po e dei suoi principali affluenti. Asta del torrente Enza. **2019**.
 87. Evensen, G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.* **1994**, *99*, 10143.
 88. Evensen, G. Inverse methods and data assimilation in nonlinear ocean models. *Phys. D Nonlinear Phenom.* **1994**, *77*, 108–129.
 89. Emerick, A.A.; Reynolds, A.C. History matching time-lapse seismic data using the ensemble Kalman filter with multiple data assimilations. *Comput. Geosci.* **2012**, *16*, 639–659.
 90. van Leeuwen, P.J.; Evensen, G. Data Assimilation and Inverse Methods in Terms of a Probabilistic Formulation. *Mon. Weather Rev.* **1996**, *124*, 2898–2913.