



**UNIVERSITÀ  
DI PARMA**

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA**

**DOTTORATO DI RICERCA IN  
INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA**

CICLO XXX

**ANALISI NUMERICO-SPERIMENTALE  
DI MATERIALI COMPOSITI A MATRICE  
CEMENTIZIA (FRCM) PER IL RINFORZO  
DI ELEMENTI STRUTTURALI IN C.A.**

Coordinatore:  
Chiar.mo Prof. ANDREA CARPINTERI

Relatore:  
Chiar.mo Prof. ROBERTO CERIONI

Tutor:  
Chiar.ma Prof.ssa PATRIZIA BERNARDI

Dottorando: FILIPPO LEURINI

Anni 2014/2017

*Ottobre 2017*

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile e Architettura – Ciclo XXX  
Curriculum: Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di Parma  
Relatore: Prof. Roberto Cerioni  
Tutor: Prof.ssa Patrizia Bernardi  
Coordinatore: Prof. Andrea Carpinteri

*Happiness is not having what you want,  
but wanting what you have.*

[Hyman Judah Schachtel]

Questo lavoro è dedicato alle persone importanti della mia vita.  
Grazie.



## Riassunto

---

Il presente elaborato di tesi verte sullo studio di sistemi di rinforzo a matrice cementizia addizionata con fibre inorganiche, conosciuti come FRCM (Fiber-Reinforced Cementitious Matrix). Il materiale investigato, impiegato per il rinforzo di elementi strutturali in cemento armato e muratura, è stato solo recentemente introdotto sul mercato, non è ancora normato in tutti i paesi ed è pertanto oggetto di numerosi studi e ricerche al fine di caratterizzarne in modo approfondito il comportamento meccanico e l'interazione col supporto.

In relazione a ciò, la ricerca è stata condotta seguendo due filoni principali. Il primo filone è stato rivolto alla modellazione e simulazione numerica del comportamento meccanico del materiale e degli elementi rinforzati con questa tecnica, mentre il secondo ha riguardato l'esecuzione di una serie di prove sperimentali volte alla determinazione delle proprietà meccaniche del composito e dei suoi componenti, in particolare della malta cementizia.

Dopo aver analizzato la letteratura tecnico-scientifica relativa sia ai sistemi di rinforzo più tradizionali che agli FRCM, si è proceduto allo sviluppo di un legame costitutivo per lo studio del materiale composito. In particolare, si è adottato un approccio continuo in cui, nei diversi stadi del materiale (prima e dopo la comparsa della fessurazione), i contributi irrigidenti legati alla matrice e alla rete sono valutati separatamente e poi combinati tra loro in modo da formare la matrice di rigidità del materiale, implementata in un codice di calcolo ad elementi finiti. Nello stadio non fessurato si è assunta l'ipotesi di perfetta aderenza tra la malta e la rete di rinforzo, considerando un comportamento elastico-lineare per entrambi i materiali. Nella fase fessurata, la deformazione totale è assunta pari alla somma della deformazione del materiale tra le fessure e di quella della fessura.

L'efficacia del modello è stata quindi verificata effettuando dei confronti con numerosi risultati sperimentali reperiti in letteratura scientifica, relativi sia a tiranti in FRCM, che a travi in c.a. rinforzate a flessione. Tali confronti hanno messo in luce un ottimo accordo tra i risultati numerici e sperimentali.

Al fine di meglio indagare alcuni parametri utili per la messa a punto di idonei legami costitutivi presenti nel modello meccanico proposto, è stato deciso di effettuare una campagna di prove sperimentali rivolta alla caratterizzazione meccanica della malta, nonché dell'intero composito FRCM. Nello specifico, si sono eseguite prove a flessione su prismi di sola malta per la determinazione della resistenza a trazione per flessione e per ottenere l'energia specifica di frattura. Al fine di integrare i dati ottenuti e per avere una correlazione analitica tra la resistenza a trazione diretta e quella flessionale appositata per il materiale in

questione, si è proceduto ad eseguire ulteriori prove di trazione diretta su provini a "osso di cane" di sola malta. Oltre a ciò, si è studiato il comportamento dell'intero composito, eseguendo delle prove a trazione diretta su provini prismatici in FRCM. Le prove sono state eseguite nel laboratorio di "Prove materiali e strutture" dell'Università di Parma e le rielaborazioni sono state eseguite anche mediante l'uso della DIC (Digital Image Correlation). Dalla campagna sperimentale si è ottenuta una serie di dati utili per una corretta calibrazione del legame costitutivo. Tra questi si annoverano, per la malta cementizia, il coefficiente di Poisson e il modulo di elasticità normale, nonché l'energia specifica di frattura. Per quanto concerne l'intero composito FRCM, si sono ottenute informazioni utili in termini di carico-spostamento e soprattutto una conoscenza della distanza e dell'apertura di fessura che sono dati difficilmente reperibili in letteratura.

**Keywords:**

FRCM; legame costitutivo; prove sperimentali; rinforzo di elementi in c.a.; NLFEA

## Abstract

---

This work aims to study a new strengthening material, which is formed by a cement-based mortar enriched by inorganic fibers, known as FRCM (Fiber-Reinforced Cementitious Matrix). The investigated material, which is used to strengthen structural elements made of reinforced concrete and masonry, has been only recently launched on the market consequently, it is not yet regulated in all the countries and, it is still object of several studies and research works, in order to deeply characterize its mechanical behaviour and its interaction with the support.

In relation to this, the research carried out in this work was structured into two main branches. The first one was the modeling and the numerical simulation of the material and of the elements strengthened with this technique, while the second one was relative to the execution of a series of experimental tests for the determination of the mechanical properties of both the composite and its components.

After the analysis of the technical literature relative to both traditional reinforcing techniques and to FRCMs, a constitutive model was developed to study the nonlinear behavior of the composite material. In more detail, a continuous approach was adopted. Both in the uncracked and cracked stages, the stiffening contributions related to the mortar and to the fiber grid were separately evaluated, and then combined to each other in order to build the material stiffness matrix, implemented into a finite elements code. In the uncracked stage, perfect bond between the mortar and the fiber grid was assumed, hypothesizing a linear-elastic behavior for both the constituent materials. In the cracked stage, the total strain was assumed as the sum of the strain of the material between the cracks, and that in the crack.

The effectiveness of the proposed model was then verified by carrying out several comparisons with experimental results from the technical literature, relative to both FRCM tension ties, and RC beams retrofitted in bending. These comparisons showed an excellent agreement between numerical and experimental results.

However, in order to better investigate some parameters required for the calibration of the constitutive models adopted in the proposed mechanical model, it was decided to perform an experimental campaign, devoted to the mechanical characterization of the cement-based mortar and of the whole FRCM composite.

In more detail, flexural tests on prismatic specimens of mortar were first made so as to determine the flexural strength and the material fracture energy. These latter allowed to complete the obtained data on the mortar and to find an analytical correlation between the tensile and the flexural strength of the material. Further tensile tests on “dog bone” specimen of mortar were also made.

In addition to this, the behavior of the whole composite was studied, by performing tensile tests on prismatic FRCM specimens. All the tests were carried out at the “Testing Laboratory of Materials and Structures” of the University of

Parma. The post-processing was made by also using the DIC technique (Digital Image Correlation). As already stated, the experimental campaign allowed to obtain several data required for the correct calibration of the constitutive model. Among these, the Poisson's coefficient, the normal elastic modulus and the fracture energy for the mortar were calculated. As regards the entire FRCM composite, useful information in terms of load-displacement behavior and, above all, the knowledge of the cracking distances and openings, hardly available in the literature, were obtained.

**Keywords:**

FRCM; Constitutive model; Experimental tests; RC elements strengthening; NLFEA



# Indice

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUZIONE.....</b>   | <b>1</b>  |
| <b>CAPITOLO 1 SISTEMA DI RINFORZO FRCM .....</b>                                       | <b>5</b>  |
| <b>1.1 Sistemi di rinforzo.....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>1.2 Il sistema di rinforzo FRCM.....</b>  | <b>8</b>  |
| 1.2.1 Componenti del materiale composito FRCM .....                                    | 9         |
| 1.2.1.1 <i>La matrice cementizia</i> .....   | 10        |
| 1.2.1.2 <i>La maglia di fibre</i> .....  | 11        |
| 1.2.2 Il comportamento globale del composito.....                                      | 12        |
| 1.2.2.1 <i>Interfaccia malta-rete di fibre: telescopic debonding</i> .....             | 13        |
| 1.2.2.2 <i>Comportamento a trazione del composito</i> .....                            | 13        |
| <b>1.3 Aderenza tra il composito FRCM e il supporto.....</b>                           | <b>15</b> |
| 1.3.1 Le basi teoriche del problema dell'aderenza.....                                 | 15        |
| 1.3.2 Legge di aderenza.....   | 16        |
| 1.3.2.1 <i>Modello di d'Ambrisi, Feo e Focacci</i> .....                               | 16        |
| 1.3.2.2 <i>Modello di Ombres</i> .....   | 19        |
| 1.3.2.3 <i>Modello di Carloni, D'Antino, Pellegrino e Sneed</i> .....                  | 20        |
| 1.3.2.4 <i>Modello di Jung e altri</i> .....   | 22        |
| 1.3.3 Fattori influenzanti l'aderenza .....  | 22        |
| 1.3.3.1 <i>Il ritiro</i> .....   | 22        |
| 1.3.3.2 <i>Lunghezza di bond</i> .....   | 23        |
| 1.3.3.3 <i>Larghezza di bond</i> .....   | 23        |
| 1.3.3.4 <i>Influenza delle bande trasversali e degli strati esterni di malta</i> ..... | 24        |
| 1.3.4 Modalità di rottura all'interfaccia.....   | 24        |
| <b>1.4 Utilizzo del sistema di rinforzo per il rinforzo di travi e pilastri .....</b>  | <b>26</b> |
| 1.4.1 Travi.....   | 26        |
| 1.4.1.1 <i>Rinforzo a flessione</i> .....  | 26        |
| 1.4.1.2 <i>Rinforzo a taglio</i> .....   | 27        |
| 1.4.2 Pilastri.....  | 28        |
| <b>1.5 Stato dell'arte sui modelli analitici e numerici .....</b>                      | <b>29</b> |

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| 1.5.1   | Modelli analitici per il debonding .....                                  | 30        |
| 1.5.1.1   | <i>Modello di Ombres</i> .....  | 30        |
| 1.5.1.2   | <i>Modello di Carozzi, Colombi, Fava e Poggi</i> .....                    | 32        |
| 1.5.1.3   | <i>Modello di D'Ambrisi e Focacci</i> .....                               | 34        |
| 1.5.1.4   | <i>Modello di Ortlepp</i> .....   | 36        |
| 1.5.2   | Modelli numerici .....  | 36        |
| 1.5.2.1   | <i>Modellazione di Bertolesi, Milani, Carozzi e Poggi</i> .....           | 36        |
| 1.5.2.2   | <i>Modellazione di Paliga e altri</i> .....                               | 37        |
| 1.5.2.3   | <i>Modellazione di Elsanadedy e altri</i> .....                           | 38        |
| 1.5.2.4   | <i>Modellazione di Alabdulhady e altri</i> .....                          | 39        |
| 1.5.3   | Normativa attuale .....   | 40        |
| 1.5.3.1   | <i>Rinforzo a flessione</i> .....   | 40        |
| 1.5.3.2   | <i>Rinforzo per azioni di taglio</i> .....                                | 41        |
| <br><b>CAPITOLO 2 SVILUPPO DI UN LEGAME COSTITUTIVO PER L'ANALISI DEI COMPOSITI FRCM</b> .....                  |   | <b>45</b> |
| <b>2.1 Modellazione del comportamento meccanico di materiali a matrice cementizia: possibili approcci</b> ..... |   | <b>45</b> |
| 2.1.1   | Approccio discreto .....  | 46        |
| 2.1.2   | Approccio smeared .....   | 46        |
| 2.1.2.1   | <i>Modelli a fessura fissa</i> .....                                      | 47        |
| 2.1.2.2   | <i>Modelli-multidirezionali</i> .....                                     | 47        |
| 2.1.2.3   | <i>Modelli a fessura rotante</i> .....                                    | 47        |
| <b>2.2 Sviluppo di un modello non lineare per lo studio dei sistemi FRCM ...</b>                                |   | <b>48</b> |
| 2.2.1   | Ipotesi di base del modello .....   | 49        |
| 2.2.2   | Modellazione della fase non fessurata .....                               | 50        |
| 2.2.3   | Modellazione della fase fessurata .....                                   | 51        |
| 2.2.3.1   | <i>Costruzione della matrice di rigidità della fessura</i> .....          | 52        |
| 2.2.3.2   | <i>Valutazione del contributo della rete di fibra nella fessura</i> ..... | 57        |
| 2.2.4   | Condizione di debonding per le travi .....                                | 63        |
| <b>2.3 Implementazione in un programma FEM</b> .....  |   | <b>66</b> |
| 2.3.1   | Convergenza .....   | 66        |
| <b>2.4 Validazione del modello: confronto tra risultanze numeriche e sperimentali</b> .....                     |   | <b>67</b> |
| 2.4.1   | Analisi di tiranti in FRCM .....  | 67        |
| 2.4.2   | Analisi di travi in c.a. rinforzate a flessione con compositi FRCM .....  | 71        |

|                   |   |            |
|-------------------|---|------------|
| 2.4.2.1           | <i>Programma sperimentale di Ebead e altri</i> .....  | 72         |
| 2.4.2.2           | <i>Programma sperimentale Jabr e altri</i> .....  | 77         |
| 2.4.2.3           | <i>Programma sperimentale di Escrig e altri</i> .....   | 80         |
| 2.4.2.4           | <i>Programma sperimentale di Ombres</i> .....   | 83         |
| 2.4.2.5           | <i>Programma sperimentale D'Ambrisi e Focacci</i> .....                                       | 87         |
| <b>2.5</b>        | <b>Osservazioni conclusive</b> .....  | <b>90</b>  |
| <b>CAPITOLO 3</b> | <b>PROVE SPERIMENTALI</b> .....   | <b>93</b>  |
| <b>3.1</b>        | <b>Organizzazione delle prove sperimentali</b> .....  | <b>93</b>  |
| 3.1.1             | Introduzione.....   | 93         |
| 3.1.2             | Preparazione dei provini e allestimento prove.....  | 93         |
| 3.1.2.1           | <i>Scelta delle dimensioni dei provini</i> .....  | 94         |
| 3.1.2.2           | <i>Procedura per il getto</i> .....   | 97         |
| 3.1.2.3           | <i>Maturazione e preparazione per i test sperimentali</i> .....                               | 98         |
| 3.1.2.4           | <i>Progetto dei sistemi di trasmissione del carico per le prove di trazione diretta</i> ..... | 103        |
| 3.1.3             | Setup di prova.....   | 104        |
| <b>3.2</b>        | <b>Digital Image Correlation (DIC)</b> .....  | <b>105</b> |
| 3.2.1             | Funzionamento di base.....  | 106        |
| 3.2.1.1           | <i>Approccio teorico</i> .....  | 106        |
| 3.2.1.2           | <i>Equazione governanti DIC</i> .....   | 107        |
| 3.2.1.3           | <i>Vantaggi</i> .....   | 107        |
| 3.2.1.4           | <i>Problematiche aperte della DIC</i> .....   | 108        |
| 3.2.2             | Applicazione dell'analisi DIC al caso di studio.....  | 109        |
| 3.2.2.1           | <i>Setup di prova</i> .....   | 109        |
| 3.2.2.2           | <i>Post-processing delle immagini</i> .....   | 111        |
| 3.2.2.3           | <i>Procedura per high strain analysis</i> .....   | 114        |
| 3.2.2.4           | <i>Analisi con presenza di discontinuità</i> .....  | 114        |
| 3.2.2.5           | <i>Processo di rielaborazione dei dati</i> .....  | 115        |
| <b>3.3</b>        | <b>Prove sulla malta</b> .....  | <b>116</b> |
| 3.3.1             | Elementi tesi.....  | 116        |
| 3.3.1.1           | <i>Descrizione della prova</i> .....  | 116        |
| 3.3.1.2           | <i>Diagrammi forza-allungamento</i> .....   | 119        |
| 3.3.1.3           | <i>Resistenza a trazione diretta</i> .....  | 126        |
| 3.3.1.4           | <i>Modulo elastico</i> .....  | 127        |
| 3.3.1.5           | <i>Coefficiente di Poisson</i> .....  | 130        |
| 3.3.2             | Elementi inflessi.....  | 132        |
| 3.3.2.1           | <i>Descrizione della prova</i> .....  | 132        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| 3.3.2.2    | <i>Diagrammi</i> .....   | 133        |
| 3.3.2.3    | <i>Resistenza a trazione per flessione</i> .....   | 140        |
| 3.3.2.4    | <i>Stima della resistenza a trazione diretta da prove di flessione</i> .....                         | 141        |
| 3.3.2.5    | <i>Correlazione tra la resistenza a trazione per flessione e resistenza a trazione diretta</i> ..... | 142        |
| 3.3.2.6    | <i>Calcolo <math>G_f</math></i> .....  | 143        |
| <b>3.4</b> | <b>Prove sul composito</b> .....   | <b>144</b> |
| 3.4.1      | Diagrammi.....   | 144        |
| 3.4.2      | Posizione delle fessure.....   | 148        |
| 3.4.3      | Ampiezza di fessura.....   | 150        |
| 3.4.4      | Distanza tra le fessure.....   | 152        |
| <b>3.5</b> | <b>Osservazioni conclusive</b> .....   | <b>152</b> |
|            | <b>CONCLUSIONI</b> .....   | <b>155</b> |
|            | <b>BIBLIOGRAFIA</b> .....  | <b>159</b> |
|            | <b>LISTA DELLE PUBBLICAZIONI</b> .....   | <b>165</b> |

## Introduzione

---

Una delle maggiori esigenze in ambito edilizio e strutturale, specie nel mondo occidentale, è attualmente rappresentato dalla necessità di conservare e ripristinare la funzionalità del patrimonio già esistente. In Italia, è infatti innegabile che buona parte del costruito abbia un valore storico ed architettonico notevole. Questo patrimonio edilizio ha accumulato numerosi anni di servizio e in tempi recenti si è sentita sempre di più la necessità di intervenire per limitarne il degrado e ripristinarne la capacità portante originaria. In particolare, le problematiche relative al degrado delle strutture sono legate al decadimento naturale del materiale costituente la struttura stessa; per esempio, nel caso del cemento armato, i problemi più diffusi sono quelli legati alla carbonatazione, alle variazioni termiche e igrometriche e alle reazioni chimiche indesiderate. Tali fenomeni possono portare all'espulsione del copriferro oppure alla riduzione della sezione resistente della barra di armatura. Un'altra necessità diffusa è quella di ridurre le deformazioni di alcuni elementi strutturali che, nel corso degli anni, potrebbero essersi evolute eccessivamente creando problemi di esercizio delle strutture. Infine, recentemente è anche sorta la problematica dell'adeguamento sismico delle strutture che in generale non sono state progettate per resistere alle azioni orizzontali. Per queste ragioni, sono state sviluppate diverse tipologie di rinforzo che permettono di rispondere alle esigenze di ripristino delle strutture, dalla riduzione del degrado, alla limitazione delle deformazioni, all'adeguamento sismico. Nel corso degli ultimi decenni, il settore edilizio ha visto la nascita e lo sviluppo di numerose tecniche per il rinforzo strutturale, tra le quali si annoverano il beton plaquè, le tecniche di post tensioning, i materiali compositi FRP (Fiber-Reinforced Polymers) e i più recenti FRCM (Fiber-Reinforced Cementitious Matrix).

Tra le varie tecnologie di rinforzo strutturale, i materiali compositi che hanno in particolare goduto di una popolarità crescente negli ultimi anni e sono stati oggetto di un notevole sviluppo e di numerose ricerche sia a livello teorico che sperimentale. La diffusione di questi materiali è legata al fatto che offrono prestazioni elevate riducendo l'invasività dell'intervento, risultando quindi estremamente indicati anche nel caso di strutture con importante valore storico e culturale. Come noto, i materiali compositi sono una famiglia di elementi costituiti da materiali diversi, che presentano caratteristiche meccaniche differenti. Dall'unione dei componenti è possibile ottenere un nuovo materiale che presenta livelli prestazionali notevoli, superiori a quelli dei singoli costituenti.

I materiali compositi, più utilizzati e diffusi sono, come detto, i fibrorinforzati. Questi ultimi sono costituiti da un rinforzo, fatto di fibre ad alta resistenza, e da una matrice, che ha come scopo quello di legare la maglia di fibre al materiale da rinforzare e di trasferire le tensioni da quest'ultimo alla maglia di fibre. I primi materiali fibrorinforzati ad essere utilizzati, che ad oggi sono ancora quelli più diffusi, sono i materiali FRP, acronimo di Fiber Reinforced Polymer, i quali sono costituiti da una maglia di fibre, in carbonio o vetro solidarizzata al materiale da rinforzare mediante una matrice di natura organica, in genere costituita da resina epossidica. Tra le varie tecniche di rinforzo, gli FRP rappresentano una delle soluzioni migliori grazie alle ottime caratteristiche meccaniche, unite alla capacità di adattarsi ad ogni superficie. Questi compositi fibrorinforzati, inoltre, sono estremamente leggeri e pertanto utilizzabili in situazioni tra loro molto differenti. Si possono inoltre installare in tempi relativamente brevi, e la difficoltà di applicazione è relativamente modesta. L'elemento limitante nell'utilizzo di questi compositi è tuttavia rappresentato dalla natura della matrice. Infatti, le resine epossidiche utilizzate per legare la maglia di fibre all'elemento da rinforzare presentano dei limiti. In particolare, il materiale organico utilizzato possiede bassa resistenza al fuoco, una traspirabilità limitata e soprattutto un certo grado di tossicità. Negli ultimi anni si è quindi cercato di trovare un materiale che potesse mantenere gli stessi vantaggi dell'FRP, eliminando al contempo le problematiche più legate all'utilizzo di questo materiale. Una valida alternativa agli FRP è rappresentata dai materiali compositi a matrice cementizia, in cui alla matrice organica in materiale epossidico viene sostituita una matrice a base cementizia a bassa tossicità e in grado di resistere ad elevate temperature, che permette una migliore adesione al supporto e una migliore traspirabilità dello stesso. Questi compositi sono apparsi sul mercato con diversi acronimi nel corso degli anni. Attualmente sono noti con il nome di FRCM, che sta per Fiber Reinforced Cementitious Matrix, ovvero Matrice Cementizia Fibro-Rinforzata. Gli FRCM sono costituiti da una maglia di fibre (in genere vetro, carbonio o PBO) e da una matrice inorganica a base cementizia, ovvero da una malta che presenta una composizione appositamente studiata per migliorare l'aderenza e il trasferimento delle tensioni dal supporto alla rete di fibre. Si sottolinea inoltre che essendo la matrice a base cementizia presenta un'ottima compatibilità sia con substrati in muratura che in cemento armato.

In Italia l'uso di questi nuovi compositi non è ancora normato a differenza degli FRP che sono invece regolamentati dalle istruzioni CNR 200/2004 [1] e dalle linee guida, approvate nel luglio 2009 e successivamente revisionate con aggiornamenti periodici. Queste ultime regolano in particolare la progettazione, l'esecuzione e il controllo dei consolidamenti.

Trattandosi di un materiale innovativo, esso è ancora oggetto di studio e ricerca scientifica. La presente tesi verte proprio sullo studio del sistema di rinforzo FRCM, sia dal punto di vista sperimentale, sia nella modellazione numerica di elementi rinforzati con questo sistema, mediante lo sviluppo di un legame costitutivo ad hoc.

Lo studio di questo materiale innovativo è stato quindi condotto seguendo due filoni principali. Il primo è stato rivolto alla modellazione del comportamento meccanico del materiale, mediante la formulazione di un legame costitutivo

appropriato. L'efficacia del modello è stata quindi verificata effettuando dei confronti con numerosi risultati sperimentali reperiti in letteratura scientifica, relativi sia a tiranti in FRCC, che a travi in c.a. rinforzate a flessione. Il secondo filone ha riguardato l'esecuzione di una serie di prove sperimentali per la determinazione delle proprietà meccaniche del materiale composito e dei suoi componenti, in particolare della malta cementizia. La campagna di prove sperimentali è stata effettuata al fine di meglio indagare alcuni parametri utili per la messa a punto di idonei legami costitutivi presenti nel modello meccanico proposto.

## Struttura della tesi

La tesi è strutturata in tre capitoli.

Il Capitolo 1 descrive lo stato dell'arte relativo ai sistemi di rinforzo classici con particolare riferimento a quelli a matrice inorganica, conosciuti con il nome di FRCC. Dopo avere introdotto le principali caratteristiche del composito e dei suoi componenti, l'attenzione è stata rivolta all'analisi dell'aderenza tra il sistema di rinforzo e l'elemento da rinforzare, riferendosi principalmente al caso di substrato in cemento armato. Viene, inoltre, brevemente descritto lo stato dell'arte relativo ai modelli analitici e numerici presenti in letteratura per simulare e prevedere il comportamento degli elementi rinforzati tramite questo materiale.

Dopo avere analizzato la letteratura sull'argomento, si è quindi proceduto allo sviluppo di un apposito legame costitutivo del materiale composito FRCC nonché la sua interazione col substrato in cemento armato, come illustrato in dettaglio nel Capitolo 2. A tal fine, si è adottato un approccio continuo di tipo smeared simile a quello utilizzato per le strutture in calcestruzzo armato. Pertanto, sia in stadio non fessurato che non fessurato, i contributi irrigidenti legati alla matrice cementizia fibrorinforzata e alla rete di fibre, vengono modellate attraverso idonee leggi costitutive e poi assemblate per formare la matrice di rigidezza del materiale, successivamente implementata in un codice di calcolo ad elementi finiti. Nello stadio non fessurato si è assunta l'ipotesi di perfetta aderenza tra la malta e la rete di rinforzo, ipotizzando per entrambi i materiali un comportamento elastico lineare. Di conseguenza le loro matrici di rigidezza vengono fatte dipendere solo dalle proprietà elastiche dei componenti. Nella fase fessurata, l'ipotesi di perfetta aderenza non è più valida e la deformazione totale viene espressa come somma della deformazione del materiale tra le fessure e di quella relativa alla fessura. Il comportamento del materiale tra due fessure successive viene assunto uguale al comportamento in fase non fessurata, mentre il contributo irrigidente della fessura viene tenuto in conto definendo una specifica matrice di rigidezza, in cui vengono esplicitati i singoli contributi legati alla malta (aggregate bridging) e al rinforzo (tension stiffening). L'efficacia di tale legame costitutivo è stata quindi verificata mediante un confronto con numerosi risultati sperimentali disponibili nella letteratura scientifica, relativi sia a tiranti in FRCC, che, in un secondo momento, a travi in c.a. rinforzate a flessione con un numero variabile di strati di FRCC. In questo secondo caso il focus era quello della modellazione dell'interazione tra il

supporto e il sistema di rinforzo; questo, inoltre, ha richiesto un'apposita modifica del legame costitutivo. Sono stati presi in considerazione differenti tipologie di materiale composito, sia con rete di fibre in PBO che con rete di fibre in carbonio. Per meglio indagare alcuni parametri utili al fine della taratura di alcuni modelli meccanici presenti nel legame costitutivo proposto, si è deciso di studiare sperimentalmente il materiale in esame.

Nel Capitolo 3, è quindi descritta la campagna di prove sperimentali condotta presso il laboratorio "Prove materiali e strutture" dell'Università di Parma. Per quanto riguarda la malta, sulla quale le informazioni disponibili in letteratura sono più limitate, è stata eseguita una caratterizzazione a trazione al fine di ottenere i parametri necessari per la calibrazione del suo legame costitutivo tanto in fase elastica, quanto in fase fessurata (aggregate bridging). A tal fine, sono state eseguite due differenti tipologie di prove, ovvero dei test flessionali su campioni prismatici e dei test a trazione diretta su provini a "osso di cane". La prima tipologia di prova è stata utile per la determinazione della resistenza a trazione per flessione e per ottenere l'energia specifica di frattura del materiale. Dalla seconda tipologia, si sono ricavati il coefficiente di Poisson e il modulo di elasticità normale. L'esecuzione di due tipi di prove differenti ha permesso anche di eseguire alcune correlazione tra i dati trovati. Successivamente si è investigato il comportamento dell'intero composito, eseguendo delle prove a trazione diretta su tiranti in FRCM, finalizzate all'ottenimento di alcuni parametri utili per l'intero materiale, tra i quali, per esempio, l'apertura e la distanza tra le fessure. Tutte le prove sono state condotte con l'ausilio della tecnica DIC, per il monitoraggio degli spostamenti e delle deformazioni.



# Capitolo 1

## Sistema di rinforzo FRCM

---

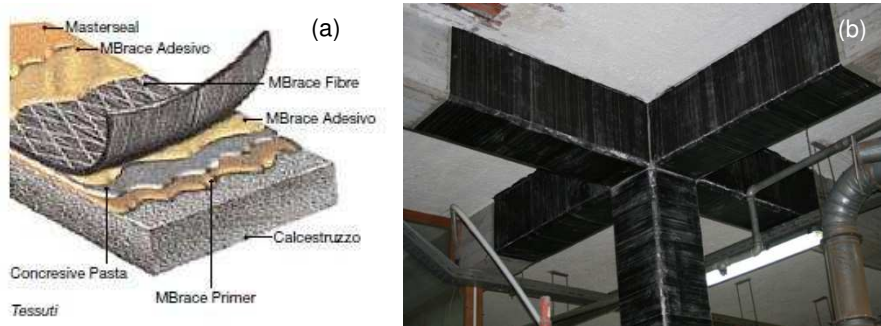
### 1.1 Sistemi di rinforzo

In questo capitolo viene fornita una panoramica sulle varie modalità di rinforzo che durante gli anni sono state utilizzate per ripristinare la capacità portante delle strutture, per limitarne il degrado e per ovviare a problemi di deformabilità eccessiva.

Una delle tecniche maggiormente diffuse per il rinforzo strutturale è costituita dai materiali fibrorinforzati a matrice polimerica il cui acronimo FRP ha il significato di "Fiber Reinforced Polymers". La struttura di questo tipo di rinforzo è riportata in Figura 1.1a. I materiali FRP sono stati utilizzati e vengono tuttora impiegati per il rinforzo di elementi in cemento armato quali travi, pilastri, nodi trave-pilastro come illustrato in Figura 1.1b. Gli FRP sono materiali con comportamento anisotropo che hanno un comportamento praticamente lineare elastico fino al collasso.

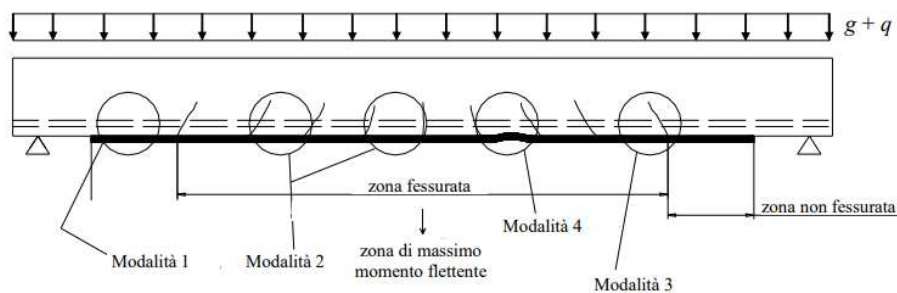
Questa tecnica ha cominciato a svilupparsi e a prendere piede fin dall'inizio degli anni '80 del 900. I materiali FRP hanno soppiantato altre tecniche più tradizionali grazie ad alcune caratteristiche salienti. In particolare rispetto alle tecniche che prevedono l'utilizzo di placche o barre d'acciaio, presentano una resistenza alla corrosione maggiore e sono molto meno invasive rispetto alle tecniche che prevedono l'allargamento della sezione resistente.

Nei rinforzi FRP, una matrice è di natura organica funge da impregnante per il rinforzo in fibra continua che ha elevate proprietà meccaniche. La resina di cui è costituita la matrice è solitamente di tipo epossidico. Le fibre usate sono caratterizzate da elevata leggerezza e alta resistenza meccanica. In particolare, la resistenza che interessa per il rinforzo è quella a trazione che è delegata alle fibre mentre la matrice polimerica ha il compito di tenere adese le fibre al supporto, trasmettere le forze dal supporto al rinforzo e distribuire le tensioni.



**Figura 1.1** Struttura del rinforzo FRP (a) e applicazione in opera per il rinforzo di un nodo trave pilastro (b)

Vi sono quattro modalità di rottura più frequenti per quanto concerne la crisi di trave inflesse rinforzate con FRP. Queste sono rappresentate in Figura 1.2. La modalità 1 rappresenta il distacco di estremità in cui le zone terminali del rinforzo sono soggette ad elevate tensioni tangenziali e non riescono più ad assolvere alla funzione di ancoraggio del composto al supporto. Il distacco del rinforzo dal supporto può avvenire anche a causa di fessure per flessione della trave, in questo caso le discontinuità prodotte dalle fessure generano concentrazioni di tensioni all'interfaccia calcestruzzo-FRP che possono causare il distacco parziale o completo del rinforzo, in Figura 1.2 questa modalità è indicata col numero 2. Nel caso in cui fosse l'azione di taglio a prevalere su quella flessionale, si avrebbe la modalità di distacco 3, in cui sono le fessure diagonali da taglio a causare lo scollamento dal supporto. Il modo 4 è causato dalle irregolarità superficiali del substrato di calcestruzzo. Quest'ultima modalità può essere evitata introducendo appositi accorgimenti per regolarizzare le superfici di applicazioni del rinforzo.



**Figura 1.2** Elenco delle modalità di rottura del sistema FRP [1]

Oltre all'appena descritta tecnologia di rinforzo FRP, vi sono altre tecniche utilizzate, soprattutto in passato, tra le quali la tecnica NSM, del beton plaqu , del post-tensioning e dell'allargamento della sezione resistente.

La tecnica NSM (Near Surfaced Mounted) è una leggera variazione del rinforzo mediante FRP. Essa prevede l'esecuzione di un solco nell'elemento che deve essere rinforzato ed il posizionamento in sede di una o più barre preformate in composito FRP. Queste ultime sono solidarizzate all'elemento strutturale mediante resina epossidica oppure malta.

Un'ulteriore tecnica di rinforzo molto conosciuta è la tecnica del beton plaquè di cui si riporta un esempio in Figura 1.3. Essa consiste nell'incollare lastre solitamente in acciaio mediante adesivo epossidico. I vantaggi che possono essere raggiunti con questo tipo di rinforzo sono la possibilità di variare la geometria delle lastre, l'elevata rigidità strutturale delle stesse, la loro buona deformabilità plastica, la possibilità di incrementare la resistenza a flessione e la possibilità di realizzare rinforzi a taglio. Di contro vi sono diversi svantaggi, tra cui il fatto che il peso specifico delle lastre è molto elevato, vi è una difficoltà nel trasporto che è direttamente correlata al peso e alle dimensioni sia delle putrelle che delle lastre, vi è necessità di usare apposite apparecchiature per posizionarle correttamente e soprattutto non sono immuni alla corrosione.



**Figura 1.3** Rinforzo di trave mediante la tecnica del beton plaquè

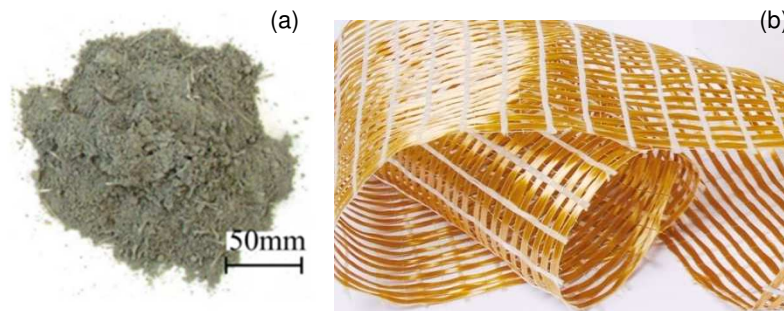
La tecnica del post-tensioning prevede di rinforzare le strutture in calcestruzzo mediante cavi post-tesi. Questi ultimi sono cavi in acciaio precompresso che vengono inseriti in guide di plastica e che sono posizionati, nel caso di rinforzo di strutture esistenti, in genere esternamente agli elementi resistenti da rinforzare.

Come ulteriore soluzione, è possibile anche allargare la sezione da rinforzare in modo che l'apporto di materiale aggiuntivo incrementi la capacità della sezione stessa di assorbire le azioni esterne.

## 1.2 Il sistema di rinforzo FRCM

In tempi recenti, si è cominciato a diffondere sempre di più un materiale innovativo, in cui una rete di rinforzo viene applicata non più mediante resina epossidica, come negli FRP, bensì mediante uno strato di malta.

Tra i vari acronimi utilizzati per questo tipo di rinforzo, quelli più diffusi sono: sistema TRM, acronimo di "Textile-Reinforced Mortar", sistema MBC, sinonimo di "Mineral-Based Composite" e infine TRC il cui significato è "Textile-reinforced Concrete". Oggigiorno l'acronimo FRCM (Fiber Reinforced Cementitious Mortar) è quello che si è diffuso maggiormente. Il materiale composito FRCM è costituito da due componenti principali: una malta cementizia fibrorinforzata (Figura 1.4a) e una rete di fibre (Figura 1.4b).



**Figura 1.4** Componenti del rinforzo FRCM, (a) malta e (b) rete di fibra

Questo sistema è applicato in opera in modo simile a quanto si fa per gli FRP, ovvero manualmente. In particolare, in cantiere l'applicazione avviene stendendo un singolo strato di malta, seguita dalla maglia di rete e successivamente da un ulteriore strato di malta come illustrato in Figura 1.5. Questo processo viene ripetuto fino a che non si è raggiunto il numero di strati desiderati. Il numero degli strati da applicare viene deciso in sede di progetto in funzione di diversi fattori e parametri che verranno discussi nel proseguio. La malta che viene utilizzata è appositamente studiata per essere associata a un determinato tessuto di fibre o a una rete metallica. Pertanto l'aderenza tra la rete e la matrice cementizia viene esplicata sia dal punto di vista chimico (chemical bond) sia dal punto di vista meccanico grazie alla malta cementizia che penetra attraverso gli spazi della griglia. È quindi operativamente abbastanza importante che l'applicazione degli strati successivi avvenga quando ancora lo strato precedente non sia ancora asciutto.

Il sistema FRCM può essere applicato sia per il rinforzo di strutture in muratura che per strutture in cemento armato. In particolare, i vari produttori hanno sviluppato diverse tipologie di prodotto in funzione del tipo di supporto che dovrà essere rinforzato. Per quanto riguarda la malta, sono stati proposti prodotti a base cementizia eventualmente fibrorinforzati, calce idraulica o geopolimero. Per la rete, sono stati impiegati reti metalliche o in fibra di diversa natura (come vetro,

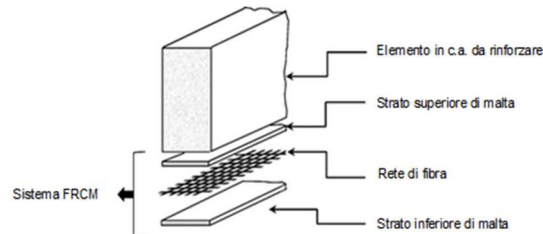
basalto, carbonio, PBO). Negli ultimi tempi, poi, si è assistito a una differenziazione delle soluzioni adottate anche in funzione del tipo di elemento strutturale su cui si interviene.

Il sistema FRCM presenta diversi vantaggi rispetto alle tecniche tradizionali. In primo luogo si ha una resistenza al fuoco e al calore notevole, questo grazie alla natura della matrice le cui proprietà meccaniche decadono meno rapidamente rispetto alle matrici di natura organiche tipiche dell'FRP. Presenta, inoltre, una durabilità elevata ed efficacia anche se applicati su un supporto ammalorato. Questo permette di applicare il materiale anche nei casi più complicati dopo un'adeguata preparazione del supporto. La sostituzione della resina epossidica presente negli FRP con la malta degli FRCM permette di utilizzare il sistema anche su supporti non perfettamente piani o bagnati, dato che l'umidità non crea problemi. Al contrario, la presenza di acqua è essenziale per la preparazione della malta ed è sufficiente per la pulizia degli attrezzi senza l'utilizzo di solventi. Infine, la tossicità del materiale risulta essere ridotta presentando quindi notevoli vantaggi dal punto di vista dell'applicazione e della messa in opera in cantiere.

Dal punto di vista normativo il materiale FRCM, essendo un materiale relativamente recente, non è ancora stato inquadrato in modo ufficiale in Italia. Tuttavia, questo materiale ha ricevuto alcune certificazioni in paesi esteri. L'ICC-ES, istituto americano accreditato dall'ANSI (American National Standards Institute), ha valutato questo tipo di materiale, stabilendo che potesse essere impiegato come materiale nelle costruzioni. In particolare è stato il primo, nel 2003, a stabilire criteri di accettazione per i compositi fibrorinforzati con matrice a base cementizi [2]. Nel 2013 questo documento è stato ampliato e sostituito dall'AC434-13 [3], che regola la caratterizzazione dei sistemi FRCM.

### **1.2.1 Componenti del materiale composito FRCM**

Il modulo base del composito FRCM, illustrato in Figura 1.5, prevede la presenza di due strati di malta cementizia, in cui sono dispersi dei filamenti, i quali racchiudono una rete di fibre. Queste fibre possono essere costituite da diversi materiali, per esempio carbonio, vetro, fibre aramidiche o il più innovativo PBO. Le singole fibre presentano diametro nell'ordine di pochi micrometri e vengono raggruppate in fasci che si presentano come bande aventi una determinata larghezza in funzione del tipo di maglia e materiale. Queste bande sono opportunamente distanziate in funzione del tipo di rete presa in considerazione. Se le bande sono disposte in una direzione prevalente allora la rete si dice unidirezionale e prevede una resistenza maggiore se non unica in quella direzione. In questo caso la rete si definisce "unidirezionale" e questa tipologia di rete è in generale associata al rinforzo di travi in cemento armato. Nel caso in cui le bande siano disposte nelle due direzioni perpendicolari, allora si può definire la maglia di rete "bidirezionale". In questo caso il contributo resistente della rete è nelle due direzioni perpendicolari. In questo caso il sistema FRCM viene impiegato nel rinforzo di pilastri in cemento armato.



**Figura 1.5** Struttura del rinforzo FRCM

### 1.2.1.1 La matrice cementizia

La matrice costituente il sistema FRCM studiato nella presente tesi è a base cementizia ed è arricchita da fibre corte disperse al suo interno. Le fibre disperse sono distribuite in maniera casuale all'interno della matrice e la loro natura è plastica o polimerica. Il ruolo di queste fibre disperse è quello di intervenire nel momento della fessurazione della malta, fornendo un contributo di bridging, e legando quindi i margini della fessura. Questo avviene dal punto di vista meccanico inibendo l'apertura di fessura opponendosi allo scorrimento della matrice. Un ulteriore contributo delle micro-fibre disperse è quello di ridurre il ritiro della malta riducendo la fessurazione della malta che si verifica in condizioni di presa della stessa. Infine si ha un incremento dell'aderenza esistente tra la matrice cementizia e la maglia di fibre. Grazie alle fibre, si ha pertanto un comportamento abbastanza duttile della matrice. Nella matrice sono presenti anche additivi fluidificanti, superfluidificanti e additivi che limitano il fenomeno del ritiro.

#### ***Il ritiro nella malta***

Essendo la malta a base cementizia, si presenta il problema del ritiro sebbene l'utilizzo di appositi additivi limitino il suo sviluppo e, come già detto nel paragrafo precedente, la presenza di fibre disperse ne permette la sua riduzione. Alcuni autori [4] osservano fessure da ritiro nella matrice cementizia di alcuni provini, comparse poco dopo il getto del composito. Da ciò viene dedotto che la comparsa della fessurazione da ritiro dipenda dalle condizioni di indurimento della malta. Il fatto che non tutti i provini presentassero fessure da ritiro, ha portato gli autori a ipotizzare che la matrice cementizia utilizzata fosse sensibile alle modalità di mixing e indurimento. Siccome la posizione di queste fessure variava tra i vari provini, un'ulteriore conclusione che si è potuta trarre è quella per cui la posizione e l'orientamento delle fessure da ritiro non dipenda dalla posizione e dall'orientamento dei fasci di fibre.

#### ***Caratterizzazione meccanica della matrice***

Nella letteratura tecnico-scientifica vi è una carenza di prove sperimentali esclusive per la malta impiegate per la matrice. Molto spesso, infatti, le prove sperimentali vengono effettuate sull'intero composito, mentre, per quello che

concerne i dati relativi alle proprietà meccaniche dei singoli componenti, sono considerati quelli che i vari produttori riportano nelle schede tecniche del materiale. Queste solitamente sono determinate seguendo classici standard specifici per le malte cementizie non fibrorinforzate.

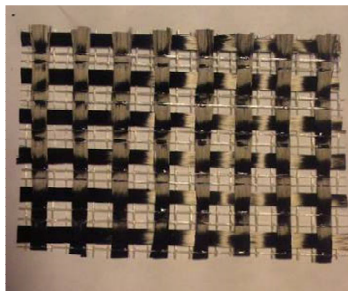
### 1.2.1.2 La maglia di fibre

Per quanto concerne la rete di fibre, come già accennato, sono differenti i materiali che possono essere impiegati. Di seguito si approfondiranno i due materiali più diffusi. Il Carbonio, utilizzato anche per gli FRP, era molto diffuso per il rinforzo di strutture in muratura. Negli ultimi tempi, un nuovo materiale si sta diffondendo in modo più capillare: il PBO.

#### ***Rete in Carbonio***

In genere, le reti che utilizzano questo materiale sono reti bidirezionali, bilanciate nelle due direzioni ortogonali come illustrato in Figura 1.6. Presentano delle bande distanziate tra di loro di circa 10 mm, misurati dall'interasse delle fibre, ovvero vi sono circa 6 mm di luce libera. Il peso a metro quadrato di questo tipo di rete varia da circa 100 grammi fino a più di 300 grammi. Il modulo elastico dichiarato dai diversi produttori è di 240 GPa, il materiale ha una tensione di rottura maggiore di 4500 MPa e una deformazione ultima maggiore di 1,5%. L'area di fibre per unità di larghezza è di 51,37 mm<sup>2</sup>/m.

Questo tipo di materiale per il tessuto di rinforzo del composito viene in generale utilizzato associandolo a una malta idraulica a base pozzolanica. Il sistema che si ottiene viene utilizzato per il rinforzo delle strutture in muratura per la compatibilità maggiore con la muratura stessa.

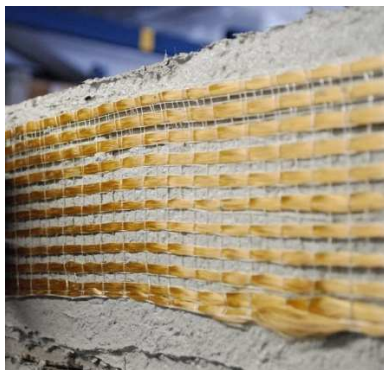


**Figura 1.6** Rete in carbonio utilizzata nei compositi FRCM

#### ***Rete in PBO***

PBO è l'acronimo di Poliparafenilenbenzobisoxazolo. Quest'ultimo è un polimero di sintesi che presenta una struttura molecolare tale per cui si stabiliscono legami chimici con i compositi idrati della malta. Questo permette di sviluppare un'aderenza tra fibra e malta molto elevata senza la necessità di interporre resine. Questa nuova fibra presenta valori di modulo elastico e carico a rottura molto

elevati, circa il doppio rispetto a una fibra aramidica. Presenta, inoltre, una buona resistenza al calore, con una temperatura di decomposizione che si aggira sui 650°. Le reti in PBO commercialmente in uso possono essere bidirezionali come illustrato in Figura 1.7a, nel caso in cui le bande di fibre siano disposte nelle due direzioni ortogonali, oppure monodirezionali, mostrate in Figura 1.7b, nel caso in cui le bande di fibre siano disposte in un'unica direzione. Un parametro importante che torna utile per lo svolgimento dei calcoli è quello dello spessore nominale. Questo è definito come il rapporto tra l'area della maglia di fibra in una determinata direzione e la larghezza della maglia stessa. Per quanto concerne le reti bidirezionali, sono usualmente utilizzate per il rinforzo di pilastri e hanno, nella direzione longitudinale o dell'ordito, uno spessore nominale pari a 0.046 mm, mentre in direzione trasversale o della trama è di 0.012 mm. Per quanto concerne invece le reti monodirezionali, sono utilizzate per il rinforzo di travetti di solaio o travi e hanno, nell'unica direzione dell'ordito uno spessore nominale pari a 0.056 mm. Per entrambe le tipologie di reti, l'allungamento a rottura è nell'ordine del 2,15%. Il modulo elastico dichiarato dai produttori è di 270 GPa. Alcuni autori [5] fanno, però, notare la discrepanza di comportamento meccanico delle sole fibre. I valori di modulo elastico e di resistenza a trazione delle fibre ricavate mediante prove sperimentali dagli autori sono differenti da quelli dichiarati dai produttori. La giustificazione è data dal fatto che i valori numerici dichiarati dal produttore sono ottenuti da fibre intrecciate, cosa che è differente nel prodotto fornito per le applicazioni. In particolare testando la maglia di rete si ottiene un modulo elastico delle fibre di circa 206 GPa.



**Figura 1.7** Esempio di rete monodirezionale in PBO utilizzata nei compositi FRCM.

### 1.2.2 Il comportamento globale del composito

Il materiale FRCM è un materiale composito, che per definizione è caratterizzato dall'unione di più materiali differenti tra di loro. Ogni materiale corrisponde a una differente fase, pertanto il composito è caratterizzato da una struttura non omogenea. Nei paragrafi precedenti si è provveduto a descrivere ciascun componente del composto, ovvero la malta cementizia e la rete di fibre. Ognuno di questi possiede proprietà fisico-chimiche differenti sia a livello



macroscopico che strutturale. Nel proseguo del paragrafo si procede alla descrizione di come i due materiali si interfaccino l'uno con l'altro e di come l'unione dei due produca un materiale innovativo.

### 1.2.2.1 Interfaccia malta-rete di fibre: telescopic debonding

La natura cementizia della matrice degli FRCM impedisce la penetrazione completa all'interno della rete di fibre che quindi rimane in parte "a secco". Questo fatto porta al fenomeno conosciuto come "telescopic failure" [6]: le fibre impregnate dalla malta si rompono mentre le fibre più interne non impregnate slittano lasciando un vuoto come illustrato in Figura 1.8. questo comportamento rende più complicato la modellazione analitica e numerica del materiale anche se in prima approssimazione può essere un fenomeno trascurabile.

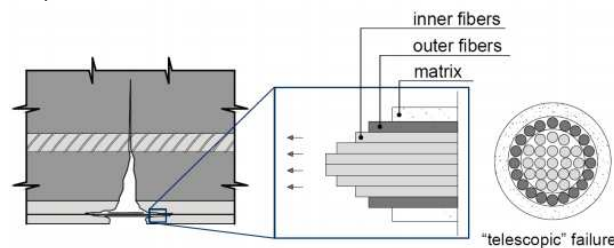


Figura 1.8 Fenomeno del "telescopic failure" [6]

### 1.2.2.2 Comportamento a trazione del composito

Uno degli aspetti che riguardano il comportamento globale del composito che viene solitamente indagato è il suo comportamento a trazione. Questo perché il materiale, deve assorbire sforzi di trazione generati dagli elementi strutturali da rinforzare. In questo paragrafo, si indaga quindi il comportamento meccanico dell'intero composito a trazione. L'American Design Code [3] suggerisce, per indagare il comportamento a trazione del composito, di testare campioni di forma rettangolare costituiti dalla malta con interposte una o più reti. Gli estremi del provino sono agganciati alla macchina di prova mediante attacchi di tipo "Clevis" illustrato in Figura 1.9a. In questo caso, il carico viene trasmesso attraverso sforzi tangenziali sulla malta e nessuno sforzo normale è esercitato direttamente sul provino. La rottura avviene a causa dello scorrimento delle fibre rispetto alla matrice e conseguentemente ci si aspetta la legge tensione-deformazione di tipo bilineare graficata in Figura 1.10a. Questa tipologia di applicazione del carico è conosciuta anche come Soft Clamping, dal punto di vista fisico la modalità di trasferimento del carico tra il provino e il sistema di bloccaggio avviene attraverso l'attrito. In questo caso si possono osservare scorrimenti tra il provino e il sistema di bloccaggio se viene superato l'attrito statico. Al contrario, in accordo con il metodo di bloccaggio più adottato in Europa e proposto dalla RILEM [7] il carico è trasmesso alla superficie del provino attraverso tensioni normali e tangenziali. Questo avviene utilizzando agli estremi del provino degli agganci che impediscano lo slittamento all'interno della matrice come illustrato in Figura 1.9b. Questa modalità di applicazione del carico è di tipo rigida (Rigid Load Application) in cui si

ha un meccanismo di trasferimento del carico attraverso tensioni normali e di taglio, non è presente slittamento tra le piastre di acciaio e il provino. In questo caso è possibile arrivare all'applicazione di carichi più elevati. In quest'ultimo caso, volendo ottenere un grafico in cui si possa esprimere la tensione presente all'interno del provino in funzione della deformazione, la forma che ci si aspetta è quella trilineare, riportata in Figura 1.10b.

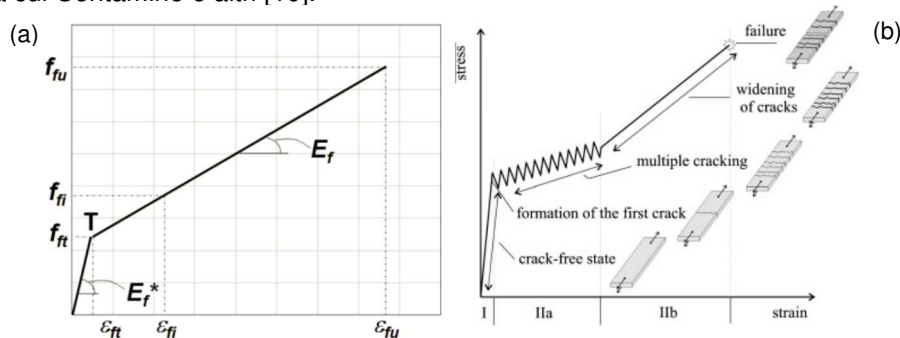


**Figura 1.9** Modalità di aggancio del provino per la caratterizzazione del comportamento a trazione: tipo Clevis (a) e Grip (b) [8,9]

Le relazioni di tipo tensione-deformazione illustrate in Figura 1.10 possono essere ottenute conoscendo la tensione presente e la deformazione del provino. La tensione viene ottenuto dalla conoscenza del carico applicato fornito come dato di output dalla macchina di prova. Di più difficile determinazione è la misura della deformazione. Sono diversi gli strumenti di misura che possono essere utilizzati, è possibile utilizzare strain gages, LVD o la tecnica DIC (Digital Image Correlation). Ciascuna di queste tecniche presenta vantaggi e svantaggi. Gli strain gages, per esempio, sono strumenti il cui utilizzo potrebbe essere più complicato quando si prevedono fessure multiple, ma nel contempo risultano strumenti fondamentali per avere informazioni di deformazione puntuali. È possibile superare il problema della fessurazione utilizzando gli LVDT, essi possono essere solidarizzati al piatto di tiraggio, ma essi restituiscono un valore di deformazione media e non puntuale. Una mitigazione di questo problema potrebbe essere quello di porre questi strumenti nella parte centrale del provino. La tecnica DIC permette di avere una misura puntuale dello spostamento e conseguentemente della deformazione senza però avere gli svantaggi degli strain gages, non dovendo applicare una strumentazione diretta al provino. Di questa innovativa tecnica e del relativo impiego se ne discuterà nel proseguo della tesi.

Concludendo, le evidenze sperimentali rivelano una dipendenza abbastanza marcata tra le modalità con cui è applicato il carico e la rottura del provino. I test condotti attraverso un'applicazione del carico rigida (Rigid Load Application) mostrano un più alto carico di rottura, sfruttando in questo caso maggiormente il contributo della maglia di fibre, al contrario test condotti con la modalità di aggancio Clevis, in cui il carico è trasmesso attraverso l'attrito alla Coulomb, portano a più bassi carichi di rottura. Un ulteriore parametro che presenta variazioni è lo stesso percorso di rottura viene influenzato dal tipo di bloccaggio, in particolare la

modalità di applicazione del carico rigida porta a tensioni più elevate a parità di deformazioni. L'influenza del mezzo di bloccaggio viene studiata da diversi autori, tra cui Contamine e altri [10].



**Figura 1.10** Legge tensione deformazione nel caso di aggancio del provino di tipo Clevis (a) o aggancio di tipo Grip (b) [2,11]

### 1.3 Aderenza tra il composito FRCM e il supporto

Gli FRCM sono materiali compositi costituiti da due tipologie di materiali distinti che interagiscono tra di loro e con il supporto sottostante rinforzato che possiedono un determinato comportamento meccanico globale. Nel seguente paragrafo, si riportano la teoria alla base del problema dell'aderenza tra i diversi costituenti e i risultati delle varie prove sperimentali condotte da diversi autori.

#### 1.3.1 Le basi teoriche del problema dell'aderenza

Nei sistemi di rinforzo FRCM si possono individuare due livelli di interfaccia su cui sono presenti tensioni tangenziali che trasmettono i carichi da un materiale a quello strettamente adiacente. Un primo livello è quello interno al materiale stesso, che divide la malta dalla rete di fibra. Un secondo livello riguarda invece l'interfaccia presente tra la malta e il supporto. In prima approssimazione si può ritenere valida l'ipotesi che il materiale cementizio agisca alla stregua di un adesivo, così che le tensioni tangenziali di aderenza siano trasferite direttamente dalla maglia di rete al supporto da rinforzare. Questo è giustificato anche da alcuni autori [12], i quali affermano che il processo di trasferimento del carico, nei modelli più semplificati, si possa considerare diretto tra la rete del composito e il supporto e pertanto lo slittamento che viene considerato sia quello tra il calcestruzzo e la maglia. In questo caso, il problema dell'aderenza è governato dall'equazione differenziale (1.1):

$$\frac{d^2s}{dx^2} = \frac{p_f}{E_f A_f} \tau(s). \quad (1.1)$$

dove l'incognita  $s(x)$  è lo slittamento,  $p_f$  è il perimetro della sezione trasversale delle fibre,  $E_f$  è il modulo elastico e  $A_f$  è l'area della sezione trasversale delle fibre. L'equazione è valida se si può ipotizzare l'esistenza di una relazione locale di aderenza, se le fibre in trazione hanno un comportamento elastico lineare e se gli spostamenti longitudinali del calcestruzzo sono trascurabili rispetto agli spostamenti longitudinali delle fibre. Se fosse possibile individuare una lunghezza effettiva di ancoraggio  $L_{eff}$ , definita come la lunghezza oltre la quale non vi è ulteriore incremento di carico portato, la forza di debonding, che è il carico in corrispondenza del quale comincia lo slittamento delle fibre all'interno della malta, può essere valutata nel seguente modo:

$$P_{dbu} = \sqrt{2p_f E_f A_f G_f} \quad (1.2)$$

E la rispettiva deformazione nelle fibre per lunghezze maggiori di  $L_{eff}$ :

$$\varepsilon_{dbu} = \sqrt{\frac{2p_f G_f}{E_f A_f}} \quad (1.3)$$

Dove  $G_f$  è l'energia di frattura definita come l'area sottesa dalla legge  $\tau-s$ :

$$G_f = \int_0^{\infty} \tau(s) ds \quad (1.4)$$

La procedura di calibrazione della legge di aderenza  $\tau-s$  consiste nella determinazione di un set di parametri incogniti che permetta di simulare i risultati sperimentali. Vi sono varie equazioni in letteratura che permettono di esprimere la relazione  $\tau-s$ .

### 1.3.2 Legge di aderenza

Come già accennato, con aderenza si intende l'interazione tra due materiali aventi differenti caratteristiche. Sotto condizioni e ipotesi ben definite è possibile considerare che vi sia l'esistenza di una tensione tangenziale di aderenza locale che viene indicata con  $\tau$ , la quale può essere rapportata a uno slittamento locale indicato genericamente con  $s$ . Diversi autori hanno studiato questa problematica e hanno proposto differenti leggi di aderenza.

#### 1.3.2.1 Modello di D'Ambrisi, Feo e Focacci

##### **Forma della legge di aderenza $\tau-s$**

Gli autori [13] propongono quattro modelli di leggi di aderenza, le quali sono poi utilizzate calibrandole seguendo un procedimento idoneo illustrato

successivamente, per la simulazione dei dati sperimentali. Queste sono descritte dalle equazioni (1.5), (1.6), (1.7), (1.8) e (1.9). L'intera trattazione teorica è stata supportata da prove di double lap shear test, i cui risultati, quindi, sono descrivibili dalle equazioni sotto riportate.

$$\tau(s) = \left[ \tau_0 + A(e^{-\alpha s} - e^{-\beta s}) \right] \cdot \left( 1 - \frac{s}{s_0} \right) \quad 0 \leq s \leq s_0 \quad (1.5)$$

Nell'equazione (1.5) il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $s_0$ . Questa relazione prevede un valore iniziale finito di tensione tangenziale di aderenza,  $\tau_0$  e viene assunto il valore nullo di tensione tangenziale  $\tau$  qualora lo slittamento  $s$  presente divenga maggiore di  $s_0$ .

$$\tau(s) = \left[ \tau_0 + \tau_m \left( 1 - e^{-\frac{s}{s_r}} \right)^\beta \right] \cdot (1 - \text{sen}(\delta s)) \quad 0 \leq s \leq \pi/(2\delta) \quad (1.6)$$

Nell'equazione (1.6) il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $\tau_m$ ,  $s_r$ ,  $\beta$  e  $\delta$ .

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_0 + \frac{\tau_m - \tau_0}{s_m} \cdot s & 0 \leq s \leq s_m \\ \tau_m - \tau_m \cdot \frac{s - s_m}{s_0 - s_m} & s_m \leq s \leq s_0 \\ 0 & s \geq s_0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Nell'equazione (1.7) il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $\tau_m$ ,  $s_m$ , e  $s_0$ .

$$\tau(s) = \tau_0 (As^\alpha + 1) \cdot e^{-\gamma s} (1 - \text{sen}(\delta s)) \quad 0 \leq s \leq \pi/(2\delta) \quad (1.8)$$

Nell'equazione (1.8) il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ .

$$\tau(s) = \tau_0 \left[ A \cdot (s + s_r)^\alpha + 1 \right] \cdot e^{-\gamma s} \left[ \left( \frac{s}{s_0} \right)^2 - \frac{2s}{s_0} + 1 \right] \quad 0 \leq s \leq s_0 \quad (1.9)$$

Nell'equazione (1.9) il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $A$ ,  $s_r$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $s_0$ . I parametri incogniti di queste equazioni sono stati trovati secondo la procedura di calibrazione che è spiegata più nel dettaglio successivamente.

### **Definizione della superficie di aderenza e parametro $k$**

Uno dei parametri fondamentali per l'individuazione di un'opportuna legge di aderenza che possa descrivere il movimento relativo tra il supporto e il composito (o tra la matrice e la maglia di fibre dato che vengono presi coincidenti) è il perimetro  $p_f$ . Se si avesse un solo strato di rinforzo, in cui quindi si individuano due strati di malta cementizia al cui interno è posto un singolo strato di rete, si può definire il perimetro come due volte la larghezza  $b_f$  della maglia di rete. A rigore, il perimetro andrebbe calcolato come la somma dei quattro lati del rettangolo, data però lo spessore trascurabile dello strato di rinforzo, è possibile non prendere in considerazione l'altezza dello strato e quindi calcolare il perimetro della rete solo come somma delle due basi. Nel caso in cui si avessero più strati di rinforzo, quindi avendo più strati di rete, il perimetro  $p_f$  può essere calcolato in due modi differenti. Nel primo caso si può assumere che gli " $n$ " strati di rinforzo siano considerati come un unico strato omogeneo, di spessore  $n \cdot t_f$ , in questo caso, supponendo ancora di trascurare lo spessore il perimetro  $p_f$  viene calcolato come  $2 \cdot b_f$ , quindi nello stesso modo in cui si calcolava per uno strato; nel secondo caso si suppongono gli " $n$ " strati indipendenti, pertanto il perimetro  $p_f$  è preso pari al perimetro di un singolo strato moltiplicato per " $n$ " volte, quindi  $p_f = n \cdot 2 \cdot b_f$ . Le due assunzioni teoriche precedenti sono state verificate mediante prove sperimentali eseguite dagli autori stessi. Tra i vari autori D'Ambrisi e al [13] dimostrano come il comportamento reale sia intermedio tra i due comportamenti teorici, pertanto il perimetro  $p_f$  varia da un minimo definito dalla prima ipotesi a un massimo definito dalla seconda. D'Ambrisi, quindi, inserisce un "bond effectiveness factor"  $k$  funzione del numero di strati di rinforzo presenti. Pertanto, in generale il perimetro  $p_f$  di aderenza può essere espresso come  $p_f = 2 \cdot n \cdot b_f \cdot k(n)$ , dove si assume che  $k(1) = 1$  e in generale compreso tra 0 e 1 in funzione del numero degli strati, tenendo conto del fatto che maggiore è il numero degli strati e minore risulta il valore del coefficiente  $k$ . A seguito delle considerazioni precedenti definendo correttamente il perimetro  $p_f$ , la massima forza di debonding può essere espressa con l'equazione (1.10)

$$P_{dbu} = 2nb_f \sqrt{k(n)E_f t_f G_f} \quad (1.10)$$

e la relativa deformazione può essere espressa secondo l'equazione (1.11).

$$\varepsilon_{dbu} = 2 \sqrt{\frac{k(n)G_f}{E_f t_f}} \quad (1.11)$$

### **Lunghezza di ancoraggio**

La lunghezza di ancoraggio  $L_{eff}$  è definita come quella lunghezza oltre la quale la forza di debonding  $P_{dbu}$  rimane costante, cioè non viene incrementata aumentando la lunghezza del rinforzo. Il valore di questa lunghezza è identificabile utilizzando la condizione riportata in equazione (1.12).

$$\varepsilon(L_{eff}) = \varepsilon_{dbu} \quad (1.12)$$

### **Calibrazione della relazione di aderenza**

Si procede nel proseguo a tarare la legge bond slip partendo dai risultati sperimentali. In particolare, è necessario tarare i parametri in modo da ottenere la legge sperimentale, diversi criteri sono stati proposti dagli autori stessi, per simulare questa calibrazione. Sono stati utilizzati due approcci per la calibrazione dei parametri. Un primo metodo consiste nel valutare un set di parametri che minimizzi la distanza tra la curva sperimentale carico-slip  $P(s)$  per ogni provino testato. A questo punto mediante una media tra le varie relazioni bond-slip si ottiene un'unica relazione  $\tau$ - $s$ . Il secondo approccio, invece, consente di ottenere il set di parametri incogniti minimizzando la distanza tra la curva che associa il carico di debonding  $P$  in funzione della lunghezza  $L$  di incollaggio e le predizioni analitiche. Conseguentemente la relazione  $\tau$ - $s$  viene determinata sulla base dell'intero set dei provini testati. Il primo criterio, però porta alla determinazione di una curva media partendo da curve  $\tau$ - $s$  molto diverse fra loro, con una dispersione molto alta. Oltre a ciò questo criterio non permette la predizione del carico di debonding in funzione della lunghezza  $L$  di incollaggio. Per evitare questi svantaggi, gli autori hanno deciso di adottare il secondo criterio. In questo modo riescono anche ad ottenere anche una stima del parametro  $k(n)$  e a tracciare la curva  $\tau$ - $s$ .

### **Conclusioni**

Come illustrato nei paragrafi precedenti, gli autori hanno calibrato quindi differenti leggi di aderenza sulla base dei risultati sperimentali provenienti da double lap shear test. Le leggi  $\tau$ - $s$  così ottenute sono tutte caratterizzate da un tratto discendente abbastanza marcato, fino a scorrimenti più grandi di 1 mm, e da un valore di massima tensione tangenziale relativamente basso, attorno a circa 0.6 mm. Questo fa sì che rispetto agli FRP si abbia una lunghezza di ancoraggio più pronunciata, circa sui 300 mm, e tensioni tangenziali più basse sull'interfaccia di calcestruzzo.

#### **1.3.2.2 Modello di Ombres**

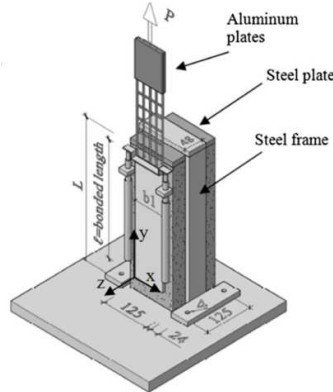
Un altro autore che segue lo stesso approccio proposto da D'Ambrisi e altri [13], che è stato appena illustrato, è Ombres [14]. In particolare, l'autore adotta come equazione che descrive la legge di aderenza quella descritta dall'equazione (1.5) in cui il set di parametri incogniti è  $\tau_0$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $s_0$ . La minimizzazione della distanza tra i risultati numerici e sperimentali è effettuata attraverso un approccio energetico e il set di parametri incogniti viene quindi dedotto a partire da tutti i risultati sperimentali che sono stati ottenuti dall'autore da single e double lap shear test. La curva analitica ricavata in questo modo dall'autore risulta in buon accordo

con le curve sperimentali e più conservativa rispetto a quella calibrata dai test di d'Ambrisi e altri [13].

### 1.3.2.3 Modello di Carloni, D'Antino, Pellegrino e Sneed

#### Curva teorica $P-g$

Gli autori [4,15–19] hanno eseguito una campagna di prove sperimentali mediante una configurazione di single-lap shear test leggermente modificata, la cui configurazione viene riportata in Figura 1.11.



**Figura 1.11** Set-up di prova di un single lap shear test [5,15,16,19,20]

Dalle rielaborazioni dei dati sperimentali si ottiene, per ogni provino analizzato, una curva in cui la forza di trazione applicata al provino  $P$  viene messa in relazione con lo slittamento globale  $g$  dell'intero composito. Questa legge  $P-g$  presenta una forma generale che viene riportata in Figura 1.12. La curva mostra quattro tratti i quali hanno una correlazione stretta con la curva di aderenza  $\tau-s$ . Il primo tratto (OA) della curva è lineare in cui si ripercorre il tratto elastico lineare ascendente della curva  $\tau-s$  dove si ha l'ipotesi di perfetta aderenza tra malta e maglia di fibra. Quando si raggiunge il picco della curva  $\tau-s$ , il comportamento comincia a divenire non lineare. Si ha quindi un tratto ascendente (AB) nella curva  $P-g$  senza però ancora attingere completamente all'attrito. In questo, alcune parti del composito che sostengono il carico, sono ancora nel primo tratto pre-picco della curva di aderenza  $\tau-s$ , mentre altri tratti hanno cominciato a seguirne il tratto discendente. Una volta che l'intero tratto di composito caricato ha percorso del tutto la curva di aderenza  $\tau-s$ , prima di attingere al solo attrito, si ha la perdita di aderenza e si legge conseguentemente nella curva  $P-g$  il valore di carico di debonding  $P_{deb}$  o  $P_{dbu}$  (punto B). Quest'ultimo può essere raggiunto solo se la lunghezza di applicazione del composito è maggiore o uguale alla lunghezza efficace di aderenza (o lunghezza di ancoraggio)  $L_{eff}$  che risulta essere la minima lunghezza necessaria per instaurare in modo completo il meccanismo di trasferimento delle tensioni. Dopo il carico di debonding  $P_{dbu}$  il carico esterno può



comunque essere incrementato (BC) fino a un certo punto grazie alla presenza dell'attrito e fintanto che la lunghezza di incollaggio è sufficientemente lunga per contenere la lunghezza efficace  $L_{eff}$  che trasla man mano che si ha la perdita di aderenza dei vari tratti. Nel momento in cui si arriva al punto che tutta la lunghezza di incollaggio del composito è sfruttata, in parte per la lunghezza efficace  $L_{eff}$  dove è presente il trasferimento di tensione e in parte per attrito, si raggiunge il carico di picco (punto C). Dopo il raggiungimento del carico di picco, il carico che può essere applicato al provino decresce (tratto CD) siccome la lunghezza del tratto incollato non ancora soggetto a debonding diviene minore della lunghezza efficace. Dopo il punto D si ha un cambio di concavità nella curva e il carico applicato decresce ancora più rapidamente. Infine, la curva termina con l'asintoto  $P_f$ , in questa fase, le fibre slittano e possono fare affidamento sul solo attrito.

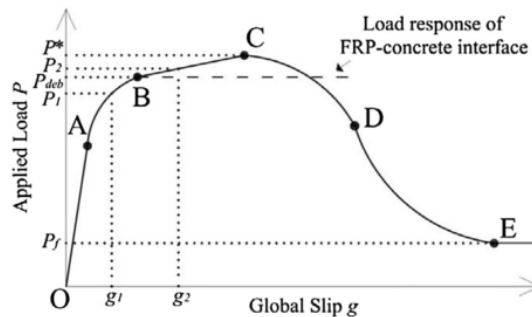


Figura 1.12 Forma generale della legge  $P-g$  per provini in FRCM [5]

### Legge di aderenza

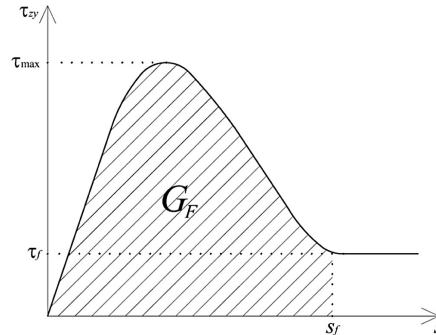
A questo punto, dopo avere ottenuto e studiato la curva  $P-g$ , gli autori espongono la modalità con cui si può pervenire alla legge di aderenza  $\tau-s$ . Gli autori ricavano il profilo delle deformazioni lungo tutto il composito in corrispondenza di alcuni punti notevoli. L'andamento delle deformazioni longitudinali  $\varepsilon_{yy}$  che interessa nel ricavare la legge di aderenza è quello che si ricava in corrispondenza del carico di debonding  $P_{dbu}$ . Supponendo che i ruoli delle due matrici siano uguali, si riesce a ricavare la tensione tangenziale secondo l'Equazione (1.13):

$$\tau_{zy} = \frac{1}{2} E t^* \frac{d\varepsilon_{yy}}{dy} \quad (1.13)$$

In cui  $E$  è il modulo elastico della rete di fibra che ha spessore pari a  $t^*$ . Per quanto concerne lo slittamento  $s$  si ricava secondo l'Equazione (1.14).

$$s(y_p) = \sum_{q=p}^N \frac{1}{2} (\varepsilon_q + \varepsilon_{q+1}) (y_q - y_{q+1}) \quad (1.14)$$

Dove  $y_p$  è la posizione del p-esimo strain gage utilizzato per la lettura della deformazione  $\varepsilon_p$ . La forma della legge di aderenza che viene ottenuta dagli autori è riportata in Figura 1.13.



**Figura 1.13** Legge idealizzata  $\tau$ - $s$  ricavata dagli autori [5]

#### 1.3.2.4 Modello di Jung e altri

Altri autori [21] hanno anche cercato di predire lo stato tensionale presente nel composito FRCM all'atto del debonding. Tra questi si annovera Jung [21] che modificando il modello di Teng [22] afferma che la tensione all'atto del debonding risulta calcolabile mediante l'Equazione (1.15)

$$\sigma_{FRCM} = \alpha \beta_p \beta_l \sqrt{\frac{E_p \sqrt{f'_c}}{t_1 \sqrt{n}}} \quad (1.15)$$

In cui  $E_p$  è il modulo elastico del materiale,  $f'_c$  è la resistenza a compressione del calcestruzzo di supporto,  $t_1$  è lo spessore di uno strato di rinforzo,  $n$  è il numero di strati di rinforzo applicati. I coefficienti  $\beta$  dipendono dalle dimensioni geometriche del rinforzo e dalla lunghezza di ancoraggio  $L_{eff}$ . Il coefficiente  $\alpha$  deve essere calibrato, e, a tal proposito, gli autori hanno effettuato una campagna sperimentale in cui hanno studiato il distacco del composito FRCM da varie tipologie di travi in cemento armato. Sono quindi giunti alla conclusione che un valore accettabile di questo coefficiente è di 0.729.

### 1.3.3 Fattori influenzanti l'aderenza

Dopo avere riportato alcuni tra i vari modelli che si occupano di definire una legge di aderenza  $\tau$ - $s$ , si passa ad analizzare quali sono i fattori che possono influenzare l'aderenza e quindi la forma della legge stessa. Tra questi si possono elencare il ritiro della malta cementizia, la lunghezza e larghezza di incollaggio.

#### 1.3.3.1 Il ritiro

In particolare alcuni autori [4] hanno osservato che alcuni provini avevano fessure esistenti prima della prova, dovute al ritiro. La presenza di queste fessure,

legata principalmente alla modalità di applicazione della malta, modificano leggermente la distribuzione tensionale. Pertanto viene dedotto che la matrice è sensibile alla miscelazione e alla procedura di maturazione. Concludendo gli autori [4] affermano che gli slittamenti misurati sono sensibili alla presenza di fessurazione preesistente, pertanto i dati sperimentali devono essere sempre interpretati tenendo conto di questo fattore.

### 1.3.3.2 Lunghezza di bond

Per quanto concerne l'influenza della lunghezza di bond, si osserva che il carico ultimo aumenta con la lunghezza di aderenza. In particolare il carico massimo associato a una lunghezza di bond maggiore a  $L_{eff}$  (lunghezza efficace o di ancoraggio) è il carico di debonding  $P_{dbu}$ , che risulta comunque inferiore rispetto al carico ultimo. Infatti quest'ultimo prevede il contributo anche dell'attrito residuo (frizione) come illustrato nel modello del Paragrafo §1.3.2.3. Pertanto, a differenza di quello che si può osservare nei sistemi di rinforzo FRP, la curva tensione-slittamento potrebbe non prevedere un tratto orizzontale. Per l'individuazione di questa  $L_{eff}$  è possibile analizzare l'andamento del profilo delle deformazioni assiali anche se nel caso degli FRCM l'influenza dell'attrito complica l'analisi.

Dal punto di vista sperimentale, d'Ambrisi e altri [13,23,24] trovano una lunghezza effettiva  $L_{eff}$  che varia tra i 250 mm e i 300 mm per un singolo strato di rinforzo applicato, mentre sale leggermente a un valore compreso tra 320 e 350 mm per due strati di rinforzo applicati. D'Antino e altri [5,15,16,20,25] trovano a seguito di test su un singolo strato di composito che la lunghezza di ancoraggio è di circa 260 mm, che è comunque in buon accordo con i valori trovati precedentemente.

Ombres [14,26] suggerisce una lunghezza di bond effettiva minore, compresa tra 150 e 200 mm.

### 1.3.3.3 Larghezza di bond

Un ulteriore parametro che viene preso in considerazione è la larghezza di incollaggio (bond width). Questo è un parametro ancora oggetto di discussione in quanto alcuni autori sostengono che non vi sia una dipendenza diretta da questo parametro, mentre alcuni ritengono che sia un fattore che possa influenzare l'aderenza. Sneed e altri [19] conducono test di single-lap facendo variare la lunghezza di bond e la larghezza del composito. La conclusione a cui giungono gli autori è quella per cui non esiste una width effect, ovvero non vi è la dipendenza del carico di debonding dalla larghezza di incollaggio. Il risultato è giustificato dal fatto che la rottura avviene tra l'interfaccia fibra-malta e non nel substrato di calcestruzzo, come accade negli FRP. Per questo motivo la larghezza del substrato non sarebbe significativa. Al contrario Ombres [8] osserva che c'è un effetto sulla larghezza di bond sulla relazione bond-slip. Questo viene spiegato con il fatto che non vi è una distribuzione uniforme delle fibre sulla larghezza.

#### **1.3.3.4 Influenza delle bande trasversali e degli strati esterni di malta**

Nonostante il fatto che nella pratica di cantiere il sistema FRCM viene sempre impiegato con la maglia di fibra posta tra i due strati di malta cementizia, è interessante conoscere l'influenza che ogni singolo strato possiede sull'intero composito. A tal fine, vi è uno studio che valuta l'influenza dello strato esterno di matrice e posizione delle bande trasversali. L'ipotesi che generalmente viene considerata valida è che lungo i due strati di malta la distribuzione tensionale sia la medesima. Come prima cosa, gli autori hanno comparato la tensione massima dei provini aventi lo strato di malta esterno, con diversi orientamenti della rete di fibre. Si è giunti alla conclusione che per i provini che prevedono lo strato esterno di malta, l'orientamento della rete di fibre non è importante. Pertanto la presenza o meno delle bande trasversali, nel caso di carichi in direzione concorde allo sviluppo principale della rete, non influenza il carico portato.

In un primo studio, gli autori [5] hanno ipotizzato che sui due strati di malta il meccanismo di trasferimento tensionale è il medesimo e suggeriscono studi più approfonditi per capire questo fenomeno. In uno studio successivo, gli stessi autori, Carloni 2015 [16] hanno indagato in modo più approfondito il ruolo dello strato più esterno di malta.

#### **1.3.4 Modalità di rottura all'interfaccia**

Dopo avere illustrato le basi tecniche alla base dell'aderenza tra il supporto e il rinforzo e avere ricavato le leggi che governano questo comportamento, si introducono le modalità di rottura che possono verificarsi in corrispondenza di questa interfaccia. Diversi autori [24] hanno individuato varie modalità di rottura all'interfaccia tra il materiale di supporto e il rinforzo, concordando tutti sostanzialmente che la maggioranza di queste modalità sono sostanzialmente differenti rispetto a quelle che si verificano con gli FRP. Queste modalità, secondo alcuni autori [24], possono essere schematizzate secondo quattro macro-tipologie, le quali sono illustrate in Figura 1.14.

La tipologia A, evidenziata in Figura 1.14a, prevede la rottura del calcestruzzo di ricoprimento. Si verifica, quindi, a livello supporto a seguito della formazione di una fessura orizzontale in corrispondenza della barra tesa di acciaio. Raggiunto il carico ultimo sostenibile, si ha la rottura del copriferro con il distacco del rinforzo. È un tipo di rottura fragile, in cui si ha un'improvvisa perdita della capacità portante della trave a seguito del distacco di parte della sezione e della venuta a meno improvvisa del rinforzo. Questa tipologia di rottura si verifica tendenzialmente quando il supporto ha una resistenza molto inferiore allo strato di rinforzo applicato. Pertanto è necessario effettuare adeguate prove sul supporto in modo da verificare l'applicabilità del rinforzo stesso.

In Figura 1.14c, è illustrata una tipologia di rottura molto simile a quella che può avvenire nel caso degli FRP e quindi rientra in una tipologia di rottura fragile. Questa modalità di rottura riguarda l'interfaccia tra il supporto e lo strato di rinforzo. Il distacco inizia dalla regione di massimo momento flettente dopo la formazione di fessure flessionali o di taglio. Il distacco tra lo strato di rinforzo e il supporto può essere pulito oppure potrebbe portare con sé parte del copriferro. La rottura di

questo tipo si verifica quando lo strato di supporto non è stato trattato adeguatamente. Infatti, prima dell'applicazione di un qualsiasi tipo di sistema di rinforzo, il supporto deve essere preparato. Nel caso di un supporto in calcestruzzo, si deve procedere al livellamento, alla pulitura e all'eventuale sabbiatura. È poi fondamentale la corretta applicazione del supporto. Questa tipologia di rottura potrebbe verificarsi anche nel caso in cui gli strati di rinforzo applicati siano più di uno.

Se il calcestruzzo presenta una sufficiente resistenza e quindi si può evitare la tipologia di rottura A, così come si può escludere la tipologia di rottura C trattando in modo opportuno il supporto ed effettuando una corretta progettazione del rinforzo, si può ambire a una rottura interna al materiale FRCM. Il caso migliore sarebbe quello in cui si possa verificare lo slittamento tra la rete di fibre e la malta cementizia. Questa situazione è illustrata in Figura 1.14b. Questa modalità permette di raggiungere carichi sufficientemente elevati e, giunti alla massima capacità portante del sistema rinforzato, una rottura graduale afferendo quindi alle rotture di tipo duttili. È una tipica situazione che si verifica quando si va ad applicare un singolo strato di rinforzo.

La rottura all'interfaccia malta-rete di fibra potrebbe verificarsi anche secondo una modalità di rottura più fragile, come illustrato in Figura 1.14d. questa è una rottura in cui gli slittamenti tra la rete e la malta sono minori, pur raggiungendo carichi ultimi abbastanza elevati. Questo tipo di modalità di rottura potrebbe manifestarsi o per la rottura delle fibre costituenti la maglia a causa di una concentrazione degli sforzi conseguente a una disposizione errata della rete, oppure nel caso in cui siano disposti un numero eccessivo di strati di rinforzo e pertanto il distacco avvenga non con la modalità di rottura C in corrispondenza del supporto ma all'interno del materiale composito.

### ***Fattori influenzanti le modalità di rottura.***

Nell'illustrare le varie modalità di rottura, si sono già accennati ad alcuni fattori, come il numero degli strati, che possono influenzare il modo in cui si ha la rottura del sistema rinforzato. In particolare si nota che l'aumento della capacità resistente a flessione della trave non sia direttamente proporzionale all'aumentare del numero degli strati. A proposito di questo, la quantificazione dell'incremento percentuale della capacità portante non è ancora stato definito in modo preciso dai diversi autori in letteratura. Un secondo fattore che influenza la modalità di rottura a flessione dell'FRCM, è il tipo di tessuto utilizzato per la composizione della maglia. In particolare, si nota come se il tessuto utilizzato per il rinforzo è il PBO si riesce ad ottenere un incremento di resistenza maggiore rispetto a quanto si ottiene utilizzando un tessuto in fibra di Carbonio. Altro parametro sempre legato al tipo di maglia usata è la spaziatura e la disposizione delle bande di fibre. Infatti, si dimostra che l'utilizzo di un tessuto con una spaziatura tra le varie bande, permetta una migliore penetrazione della malta, incrementando quindi l'aderenza tra malta e tessuto e pertanto incrementando la resistenza ultima che il composito può raggiungere. Un ulteriore parametro che influenza il modo di rompersi del composito è la tipologia di malta impiegata. In particolare, le aziende produttrici

addizionano la malta di cemento con fibre corte polimeriche, in questo modo le caratteristiche di aderenza migliorano e le proprietà meccaniche vengono notevolmente incrementate. Inoltre, l'utilizzo di una malta appositamente studiata permette di incrementare il grippaggio tra la superficie da trattare e il composito stesso. Un altro parametro che può modificare la modalità di rottura è la presenza di fasciature ad U che permettono di legare più efficacemente lo strato di rinforzo con il supporto. Nonostante in letteratura non sia ancora dimostrato in modo esaustivo e preciso l'effetto di quest'ultima, si può notare come la presenza di questa fasciatura faccia passare il tipo di rottura fragile in cui può avvenire il distacco improvviso del supporto a una tipologia duttile in cui la rottura avviene per lo slittamento della rete di fibre all'interno del materiale. Altri fattori che possono essere presi in considerazione sono relativi ad alcune caratteristiche del supporto. Come già accennato, il supporto deve essere sufficientemente resistente per evitare il distacco del copriferro e adeguatamente preparato per evitare problemi di incollaggio. A tal proposito, alcuni autori hanno studiato gli effetti della corrosione e notano come l'applicazione del rinforzo su un supporto degradato faccia sì che la modalità di rottura che si presenta sia la separazione del composito dal supporto.

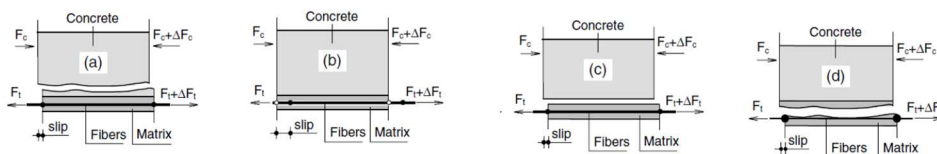


Figura 1.14 Modalità di rottura (a) (b) (c) (d) secondo D'Ambrisi e Focacci [24]

## 1.4 Utilizzo del sistema di rinforzo per il rinforzo di travi e pilastri

Relativamente alle strutture in cemento armato, il composito FRCM viene in genere utilizzato per rinforzare sia elementi orizzontali, quali travi, sia elementi verticali come i pilastri. Nel proseguo del paragrafo, si riportano le modalità con cui potere rinforzare queste tipologie di elementi strutturali.

### 1.4.1 Travi

Le travi in cemento armato necessitano usualmente di rinforzo nel caso in cui le sollecitazioni di flessione o taglio siano eccessive e quindi venga compromessa la capacità portante delle stesse.

#### 1.4.1.1 Rinforzo a flessione

Tra i vari elementi che compongono una generica struttura, quello deputato principalmente ad assorbire sforzi flessionali è la trave. La resistenza e la rigidezza a flessione non sono proprietà di base del materiale ma derivano da un effetto

combinato delle proprietà a taglio del materiale e principalmente dalla resistenza a trazione e a compressione dello stesso materiale. Quando viene applicato un carico sono indotte tensioni sia di taglio che di trazione che di compressione. Si raggiunge dunque la rottura del materiale quando si ha il raggiungimento dei limiti in una dei tre campi. Per quanto concerne la minimizzazione delle tensioni di taglio e il rinforzo in tal senso si rimanda al paragrafo successivo. È invece scopo di questo paragrafo l'illustrazione del rinforzo flessionale. Per il calcestruzzo il limite più stringente è il raggiungimento della resistenza a trazione che, in una trave caricata nei modi più usuali, viene raggiunta all'intradosso. Si cerca di limitare questo problema inserendo armature d'acciaio. Nelle costruzioni esistenti, però, potrebbe essere richiesto un'ulteriore resistenza per azioni che non erano state tenute in conto durante la progettazione, come l'azione sismica, oppure per limitare le deformazioni che nel corso del tempo sono aumentate. Per l'incremento della resistenza complessiva è quindi necessario intervenire aumentando la resistenza a trazione. Oltre a ciò, è buona norma cercare di tendere a un tipo di rottura di tipo duttile, in cui quindi si abbia una graduale perdita di resistenza dell'elemento strutturale con ampie deformazioni. Questi due obiettivi possono essere raggiunti mediante l'applicazione del materiale FRCM all'intradosso della trave da rinforzare. Grazie alla rete di fibra interna, si ha un incremento della resistenza a trazione del calcestruzzo con il conseguente aumento della resistenza complessiva dell'elemento. Se ben progettato, poi, il rinforzo FRCM permette una rottura di tipo duttile in cui le fibre cominciano a slittare all'interno della matrice cementizia, senza quindi la perdita improvvisa di resistenza.

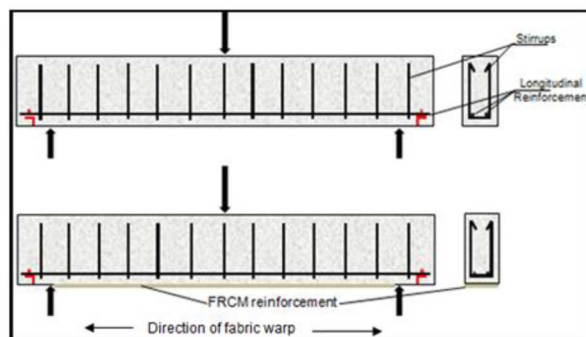


Figura 1.15 Esempio di un tipico rinforzo a flessione di una trave [8]

#### 1.4.1.2 Rinforzo a taglio

Il composito FRCM può essere utilizzato oltre che per il rinforzo a flessione di travi in cemento armato anche per consolidare a taglio le stesse. Per quanto concerne questo tipo di rinforzo, sono tre i fattori che influenzano l'incremento della resistenza per gli elementi rinforzati. Il primo fattore riguarda il numero di strati di rete che vengono applicati. Incrementando il numero di strati utilizzati si ha un aumento della resistenza a taglio, seppure in modo non proporzionale. Anche il tipo di tessuto utilizzato influenza la capacità di taglio. In particolare diversi autori,

tra cui Escrig [27] dimostrano che i compositi con rete in PBO siano i più performanti a confronto con gli FRCM con rete in Carbonio, Vetro o altro materiale. In particolare si fa notare come nel caso del composito con rete in Carbonio, a causa di un'aderenza tra la malta e la rete più limitata, si abbia un incremento risibile della capacità portante dell'elemento rinforzato. Infine, l'ultimo parametro da considerare è la disposizione del sistema di rinforzo. In particolare, per il rinforzo a taglio, è buona norma applicare le bande in direzione perpendicolare all'asse della trave, questo comportamento tende a simulare il comportamento delle staffe. Un'ulteriore possibilità sarebbe la disposizione a spirale di queste bande; mentre alcuni autori verificano che non vi è alcun vantaggio di questa particolare disposizione [28], altri [29] riportano che utilizzando un alto numero di strati di rinforzo, la configurazione a spirale aumenterebbe di circa il 50% la resistenza a taglio.

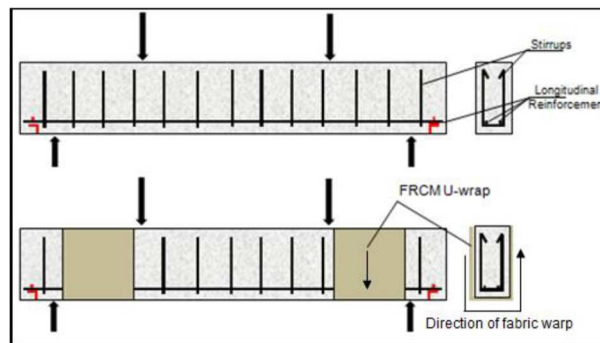


Figura 1.16 Esempio di un tipico rinforzo a taglio di una trave [8]

### 1.4.2 Pilastrì

Ulteriore applicazione di questa innovativa tecnica di rinforzo strutturale è il confinamento dei pilastrì. Il contributo della fasciatura di pilastrì in cemento armato con il materiale composito FRCM è una questione ancora relativamente aperta e specialmente per i pilastrì in cemento armato non estesamente indagata. Diverse sono le modalità di rottura che possono verificarsi in questo caso. La rottura delle fibre del tessuto in genere avviene quando le barre d'acciaio si instabilizzano oppure quando il calcestruzzo si dilata a causa dell'eccessivo carico. Questo tipo di rottura è in genere favorita nei sistemi FRCM che hanno una malta con bassa resistenza a trazione oppure con tessuti che hanno bassa resistenza a trazione. Nel momento in cui avviene la rottura del tessuto, si ha la perdita dell'effetto di confinamento e quindi la rottura dell'elemento. Anche nel caso in cui questo composito sia utilizzato per il confinamento dei pilastrì si potrebbe avere rottura per debonding all'interfaccia tra la matrice e il tessuto accompagnato spesso dallo slittamento delle fibre, quest'ultimo in genere dovuto da una distribuzione non uniforme della forza tra le varie bande. Nel caso di rinforzo con una quantità elevata di strati di FRCM la rottura potrebbe avvenire per crushing del calcestruzzo, con l'instabilizzazione delle barre di acciaio, senza il



danneggiamento del composito. Diversi sono i fattori che possono influenzare la capacità portante di pilastri rinforzati con FRCM. In primis troviamo il numero di strati utilizzati. Come già detto il numero di strati impiegato influenza la modalità di rottura degli elementi. Gli elementi rinforzati con un basso numero di strati si rompono in genere per crushing del calcestruzzo e instabilizzazione delle barre d'acciaio seguito dalla rottura del tessuto, mentre nel caso di più strati si ha la rottura del calcestruzzo per crushing senza danneggiare il tessuto FRCM.

Sia il tipo di tessuto che il tipo di malta influenzano il comportamento del composito. In particolare, tessuti che hanno bassa resistenza a trazione prevedono in genere una rottura del composito, preceduta dal buckling delle barre di acciaio e dalla dilatazione del calcestruzzo. Questo, per esempio, è tipico nel caso in cui si abbia la rete di vetro. Anche la scelta del tipo di malta influenza la modalità di rottura del sistema. Triantafillou [30] utilizzando due tipologie di malte, dimostra come con una malta che ha resistenza più bassa la modalità di rottura è il debonding del composito FRCM dal calcestruzzo, mentre con una malta con una resistenza meccanica a compressione molto più alta si abbia rottura del tessuto.

Nel caso di colonne, subentra un nuovo fattore che influenza il comportamento del rinforzo. In particolare, si dimostra come il confinamento sia molto più efficace nel caso di colonne circolari rispetto al rinforzo di sezioni diverse. Questo perché nel caso di sezioni circolari la pressione di confinamento esercitata dal rinforzo è uniforme, cosa che non succede nel caso di sezioni prismatiche. Dal punto di vista quantitativo, si può stimare un 20% in meno di efficacia nel rinforzo di colonne a sezione quadrata rispetto al rinforzo di sezioni circolari. L'eccentricità del carico, inoltre, influenza non la modalità di rottura dell'elemento, ma il guadagno di resistenza dell'elemento rinforzato.

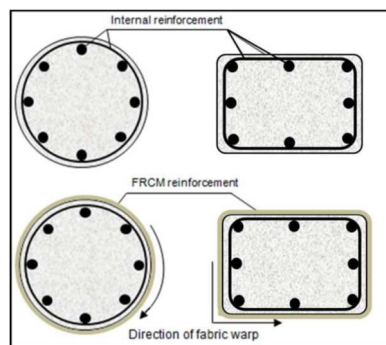


Figura 1.17 Esempio di un tipico rinforzo per un pilastro [8]

## 1.5 Stato dell'arte sui modelli analitici e numerici

Data la recente diffusione del materiale FRCM, il numero di modelli che permettono lo studio analitico e numerico di questo materiale è ancora limitato. In generale, si possono distinguere due grandi tipologie di modellazione

relativamente a quanto presente in letteratura per questo materiale. La modellazione degli FRCM e del loro comportamento come materiale a sé stante non è, infatti, così diffuso. È, invece, più facile individuare modelli che permettono di simulare l'interazione tra il supporto e il rinforzo.

### 1.5.1 Modelli analitici per il debonding

I modelli analitici permettono di simulare il comportamento del materiale senza dovere ricorrere all'ausilio di software di calcolo. Per quanto concerne i modelli analitici deputati alla modellazione degli FRCM, si concentrano esclusivamente sulla previsione del comportamento d'interfaccia tra il supporto e il rinforzo. Quest'ultimo viene tenuto in conto in modo semplificato, spesso considerandolo alla stregua di un materiale elastico-lineare. Non vi è in letteratura alcun modello analitico per la previsione del comportamento meccanico del solo materiale composito FRCM e pertanto verranno qui di seguito presentati solo modelli analitici per la previsione del comportamento di aderenza tra il supporto e il rinforzo.

#### 1.5.1.1 Modello di Ombres

Dopo avere effettuato dei test sperimentali su travi in cemento armato e avere notato la perdita di aderenza del materiale di rinforzo rispetto al supporto in un modo simile a quanto avveniva nella rottura a flessione del rinforzo FRP (Modo 2), l'autore [26] propone di descrivere i test sperimentali effettuati su questo tema, analizzando il fenomeno mediante un modello non lineare sviluppato in precedenza dall'autore stesso per l'analisi del debonding per gli FRP. Il modello, il cui schema fondamentale è riportato in Figura 1.14, prevede di considerare un elemento di tipo trave soggetto a momento flettente, in cui entrambe le estremità del rinforzo sono soggette a trazione. Le fessure vengono supposte verticali lungo l'altezza della trave. Il modello permette la valutazione delle tensioni e delle deformazioni nell'elemento trave per ogni configurazione di fessurazione, questo per ogni valore del carico applicato e la corrispondente distribuzione di momento. Si definisce il carico di debonding in corrispondenza della configurazione di fessurazione sulla base di condizioni limite. Il debonding inizia nel blocco soggetto a massimo momento flettente, quindi propaga nei blocchi adiacenti fino agli estremi del rinforzo.

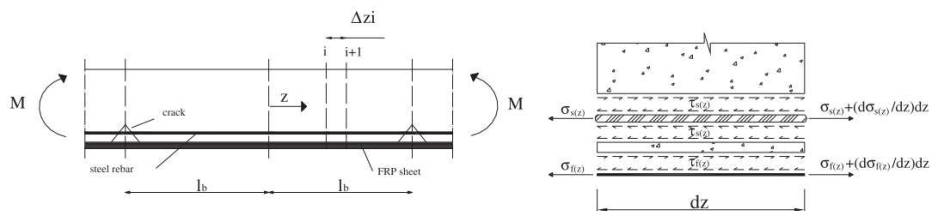


Figura 1.18 Schema di base per il modello di Ombres [26]

Per risolvere il problema strutturale sono utilizzate le condizioni di equilibrio sulle sezioni trasversali, sia alla traslazione (Equazione (1.16)) che alla rotazione (Equazione (1.17)):

$$\int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c + \sum_{i=1,n} \omega_{ri} \sigma_{ri} = 0 \quad (1.16)$$

$$\int_{\Omega_c} \sigma_c y d\Omega_c + \sum_{i=1,n} \omega_{ri} y_{ri} \sigma_{ri} = M \quad (1.17)$$

Dove  $\Omega_c$  è l'area di calcestruzzo,  $\omega_{ri}$  è l'area dell'*i*-esimo strato di rinforzo (sia acciaio che materiale composito),  $y_i$  è la distanza tra l'asse neutro della sezione trasversale e il centroide dell'*i*-esimo rinforzo.

Sono utilizzate, poi, le condizioni di compatibilità, tra due punti, inizialmente completamente sovrapposti, appartenenti all'acciaio e al calcestruzzo (Equazione (1.18)) e allo strato di materiale composito e al calcestruzzo (Equazione (1.19))

$$u'_s(z) = \frac{du_s}{dz} = \varepsilon_s(z) - \varepsilon_{cts}(z) \quad (1.18)$$

$$u'_f(z) = \frac{du_f}{dz} = \varepsilon_f(z) - \varepsilon_{ct}(z) \quad (1.19)$$

Dove  $u_s(z)$  è lo slittamento tra il calcestruzzo e la barra d'acciaio;  $\varepsilon_s(z)$  e  $\varepsilon_{cts}(z)$  sono le deformazioni della barra di acciaio e del calcestruzzo in trazione a livello delle barre d'acciaio rispettivamente,  $u_f(z)$  è lo slittamento tra il calcestruzzo e il materiale composito;  $\varepsilon_f(z)$  e  $\varepsilon_{ct}(z)$  sono le deformazioni del composito e del calcestruzzo al lato teso della sezione trasversale rispettivamente.

Si scrivono infine le equazioni di equilibrio per le tensioni longitudinali per i rinforzi al calcestruzzo:

$$\sigma'_s(z) = \frac{d\sigma_s(z)}{dz} = \frac{4}{d_b} \tau_s(z) \quad (1.20)$$

Con  $d_b$  che è il diametro della barra d'acciaio,  $\sigma_s$  sono le tensioni di trazioni nella barra d'acciaio,  $\tau_s$  sono le tensioni di aderenza tra la barra di acciaio e il calcestruzzo.

$$\sigma'_f(z) = \frac{d\sigma_f(z)}{dz} = \frac{1}{t_f} \tau_f(z) \quad (1.21)$$

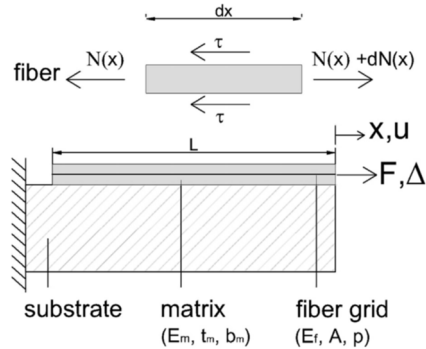
Con  $t_f$  che è lo spessore del materiale composito,  $\sigma_f$  sono le tensioni di trazioni nel materiale composito,  $\tau_f$  sono le tensioni di aderenza tra il materiale composito FRP e il calcestruzzo.

Le Equazioni dalla (1.16) alla (1.21) forniscono un sistema di equazioni differenziali che può anche essere risolto mediante un procedimento alle differenze finite. Come si evince dalle Equazioni (1.20) e (1.21) è necessario fornire un'opportuna equazione di aderenza della quale si è già discusso nei paragrafi precedenti. In questo modello, il comportamento meccanico del materiale di rinforzo FRCM viene assunto elastico-lineare con un comportamento di tipo fragile quando si ha il raggiungimento della resistenza a trazione del materiale.

### 1.5.1.2 Modello di Carozzi, Colombi, Fava e Poggi

Carozzi et al [31] si propongono di studiare il fenomeno dell'aderenza del sistema di rinforzo FRCM, essendo questo un fattore chiave che influenza il comportamento dell'elemento che si vuole rinforzare e il modo di rottura, il quale, di solito, coinvolge l'interfaccia tra la malta e la rete di tessuto se il rinforzo è ben progettato. Si propone nel lavoro espressioni analitiche per la risposta carico-spostamento e per la distribuzione della tensione di aderenza a differenti livelli di carico tenendo in conto degli effetti della frizione. Il modello assume che né il supporto né la matrice cementizia siano deformabili, pertanto solo lo spostamento della rete di fibre è preso in considerazione. L'ipotesi di supporte la matrice non deformabile e completamente solidale con il supporto è una condizione semplificativa che viene adottata per facilitare la formulazione del modello. Questo spostamento è poi considerato il medesimo per ogni filamento costituente la rete di fibre. Il modello, inoltre, è predisposto per tenere in conto dell'effetto della rottura telescopica e pertanto è necessario calcolare quella che viene definita "area effettiva" che è una frazione dell'area totale. Il legame costitutivo per il materiale costituente la rete di fibra è assunto elastico lineare e viene trascurato il taglio che potrebbe essere scambiato tra i vari filamenti. Per quanto concerne l'interfaccia tra la matrice cementizia e la rete di fibra, si assume una legge tensione-spostamento di tipo trilineare.

In Figura 1.19 è presentata la configurazione adottata per lo sviluppo del modello. In Figura 1.19a viene riportato l'equilibrio di un singolo filamento, mentre in Figura 1.19b viene riportato lo schema di carico adottato.



**Figura 1.19** Schema di base per il modello di Carozzi [31]

Si indica con  $A$  l'area effettiva della rete e con  $p$  il suo perimetro. L'Equazione (1.22) riporta l'equilibrio di un tratto  $dx$  di rete:

$$\tau = \frac{1}{p} \frac{dN}{dx} \quad (1.22)$$

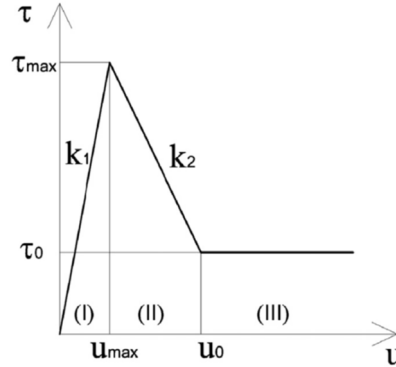
Dove  $N$  è la forza assiale nella rete e  $\tau$  è la tensione di tangenziale all'interfaccia tra la matrice e la rete, che è funzione, in accordo con il modello proposto, dello spostamento della rete di fibra  $u$ . Quindi, le equazioni costitutive e di compatibilità della rete di fibre restituiscono la seguente Equazione (1.23):

$$\frac{dN}{dx} = EA \frac{d^2u}{dx^2} \quad (1.23)$$

dove  $E$  è il modulo elastico della rete di fibre. Se l'Equazione (1.23) viene inserita nell'equazione (1.22), si può ottenere l'Equazione (1.24):

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{p}{EA} \tau = 0 \quad (1.24)$$

La soluzione dell'Equazione (1.24) richiede la conoscenza di un'opportuna legge  $\tau$ - $s$ . In questo modello gli autori propongono di adottare una legge di tipo trilineare, come illustrata in Figura 1.20.



**Figura 1.20** Legge  $\tau$ - $s$  trilineare adottata nel modello [31]

Nel primo stadio (I), vale la condizione di perfetta aderenza tra matrice e malta e pertanto la tensione tangenziale cresce proporzionalmente allo spostamento della rete ed è possibile calcolarne il valore mediante l'utilizzo dell'Equazione (1.25).

$$\tau = k_1 \cdot u \quad (1.25)$$

Quando viene raggiunta la massima tensione tangenziale,  $\tau_{max}$ , si ha l'inizio del ramo di softening (II) dove lo slittamento  $u$  è compreso tra  $u_{max}$  e  $u_0$  e la tensione tangenziale può essere calcolata con la seguente Equazione (1.26).

$$\tau = k_2 \cdot u + \tau_{max} \left( \frac{k_1 + k_2}{k_1} \right) \quad (1.26)$$

Dove  $k_1$  e  $k_2$  sono rispettivamente le pendenze del ramo ascendente e discendente rispettivamente. Lo slittamento finale  $u_0$  raggiunto alla fine del ramo di softening è definito dall'Equazione (1.26):

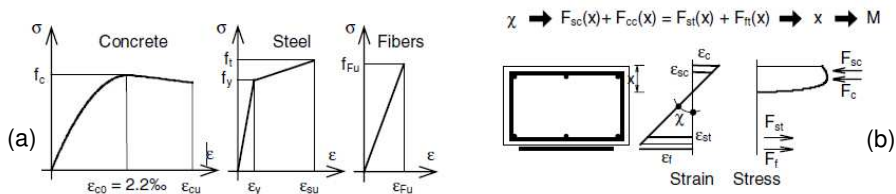
$$u_0 = -\frac{\tau_0}{k_2} + \tau_{max} \left( \frac{k_1 + k_2}{k_1 \cdot k_2} \right) \quad (1.27)$$

Alla fine, nel tratto III, la tensione tangenziale diventa costante ed è uguale al valore di frizione  $\tau_0$ .

### 1.5.1.3 Modello di D'Ambrisi e Focacci

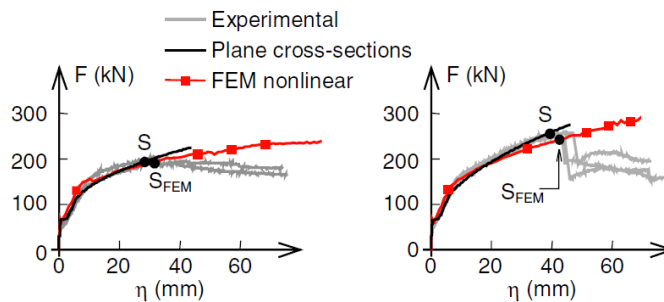
Gli autori [24] hanno presentato un programma sperimentale esteso in cui hanno studiato il comportamento di travi di differenti lunghezze e con una diversa percentuale geometrica di armatura, rinforzate con diverse tipologie di rinforzo FRCM. Dopo la messa a punto del programma sperimentale, per ogni trave che

avesse raggiunto la rottura per debonding del materiale di rinforzo, è stata valutata la massima deformazione presente nelle fibre comparando i risultati sperimentali con le predizioni numeriche di due differenti modelli: un modello semplificato analitico basato sull'assunzione di sezioni piane e un modello ad elementi finiti non lineare più raffinato che implementa il modello CEB-FIB (1993) per l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo e l'ipotesi di perfetta aderenza tra le fibre in PBO e il calcestruzzo. Si riporta in Figura 1.21a i legami costitutivi che sono stati assunti per simulare il comportamento meccanico dei vari materiali. Si nota che per il materiale FRCM il legame costitutivo adottato è di tipo elastico-lineare. In Figura 1.21b è riportata una generica sezione di trave rinforzata accanto alla quale sono riportate le forze agenti sulla sezione stessa.



**Figura 1.21** Legame costitutivo adottato per i materiali (a) ed equilibrio della sezione (b) [24]

Come riportato in Figura 1.22, le curve teoriche riescono a seguire in modo corretto le curve sperimentali fino a un certo punto, indicato con S, dopo il quale le curve teoriche cominciano a divergere rispetto a quelle sperimentali. Siccome il modello adottato non è in grado di simulare la perdita di aderenza delle fibre, la deformazione media calcolata con i modelli fino al punto S è stata assunta come una deformazione di debonding stimata,  $\epsilon_{f,max}$ . Si osserva che la deformazione delle fibre al debonding che può essere stimata mediante una più rifinita analisi FEM è molto simile a quella della più semplice analisi sezionale ipotizzando il mantenimento delle sezioni piane. Dopo il punto S, la divergenza tra le curve sperimentali e le curve teoriche può essere graduale o improvvisa, dipendendo questa dalla modalità di rottura che si verifica.



**Figura 1.22** Esempi di curve sperimentali e analitiche per travi [24]

#### 1.5.1.4 Modello di Ortlepp

Il modello proposto da Ortlepp [32] si propone di stimare la forza ultima di distacco  $F_{L,Vu}$  che può essere raggiunta da un singolo strato di rinforzo del composito FRCM. La forza ultima viene trasferita al calcestruzzo di supporto mediante tensioni tangenziali sia nel tratto "fessurato" di lunghezza  $l_{v,II}$ , sia nel tratto "non fessurato" di lunghezza  $l_{v,I}$ . Quindi la forza viene scomposta in due componenti, la prima costituita da tensioni tangenziali nel tratto fessurato  $\tau_{v,II}$  e la seconda che è data dalle tensioni tangenziali nel tratto non fessurato  $\tau_{v,I}$ . Lo schema del modello è riportato in Figura 1.23

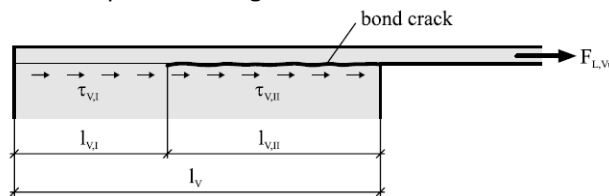


Figura 1.23 Definizione dei simboli nel modello [32]

È quindi possibile scrivere la forza ultima portata secondo l'Equazione (1.29)

$$F_{L,Vu} = b_L \cdot (l_{v,I} \cdot \tau_{vu,I} + l_{v,II} \cdot \tau_{v,II}) \quad (1.28)$$

In cui  $b_L$  è la larghezza dello strato di rinforzo  $\tau_{vu,I}$  è la tensione ultima di aderenza nel tratto  $l_{v,I}$ .

### 1.5.2 Modelli numerici

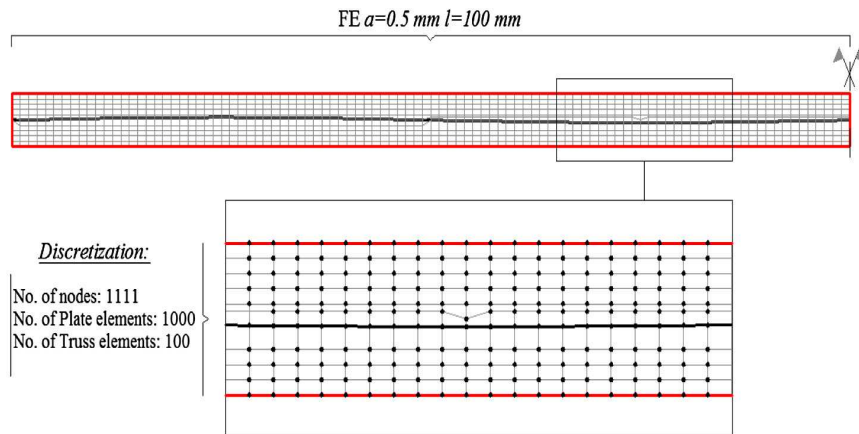
In questo paragrafo si trattano alcuni dei modelli numerici che differenti autori hanno proposto per simulare il comportamento meccanico sia del materiale FRCM sottoposto a trazione pura che di differenti elementi strutturali rinforzati con FRCM.

#### 1.5.2.1 Modellazione di Bertolesi, Milani, Carozzi e Poggi

In questo lavoro gli autori [33] si propongono di studiare e comparare differenti legami costitutivi per la matrice cementizia per la simulazione delle prove sperimentali di tiranti in FRCM e di esaminare gli effetti di possibili imperfezioni iniziali in provini soggetti a trazione. A tal proposito, vengono impiegate due tipologie di modellazione, la prima in cui i modelli del materiale sono meno sofisticati, la seconda in cui si ha la possibilità di tenere in conto del softening e di una legge di danno dopo il post-picco. Gli autori hanno preferito utilizzare un codice di calcolo commerciale facendo variare tre parametri per la modellazione: la non planarità della griglia di composito, la flessione del provino e la presenza di fessure preesistenti. La modellazione numerica ha riguardato tiranti in FRCM i quali sono stati discretizzati mediante il metodo degli elementi finiti usando elementi a quattro nodi non lineari in stato piano di tensione per quanto concerne la malta, elementi di tipo truss a due nodi per modellare invece il tessuto interno.



A titolo di esempio, si riporta in Figura 1.24 lo schema di modellazione di un tirante e la mesh ad elementi finiti. La modellazione risulta essere in 2D dato che gli autori non hanno rilevato particolari differenze con un modello completo 3D, il quale d'altra parte avrebbe richiesto un onere computazionale molto più elevato.



**Figura 1.24** Esempio di modellazione FEM di un tirante in FRCM [33]

Al di là dei risultati interessanti che gli autori ricavano da queste modellazioni, si vuole mettere in risalto i legami costitutivi che gli autori hanno adottato per la modellazione dei vari materiali. Per la rete di fibre, infatti, è stato adottato un comportamento tensione-deformazione di tipo uniassiale, in cui il comportamento rimane elastico-lineare fino alla deformazione di rottura. Per quanto concerne la simulazione del comportamento meccanico della malta, invece, la scelta degli autori è ricaduta su legami costitutivi già implementati all'interno del software ad elementi finiti, di cui sono stati tarati in modo opportuno i vari parametri di definizione. Gli autori hanno giustificato la scelta dell'utilizzo di legami costitutivi preconfezionati affermando che l'intento finale risulta essere quello di dare alla possibilità ad altri ricercatori di riprodurre i risultati.

### 1.5.2.2 Modellazione di Paliga e altri

Nel lavoro di Paliga e altri [34] sono state studiate le travi oggetto di una campagna sperimentale condotta da Ombres [35]. Gli autori hanno optato per una simulazione numerica di queste ad elementi finiti che verrà illustrata nel proseguo. Il calcestruzzo della trave viene modellato attraverso degli elementi in stato piano di tensione il cui legame costitutivo è basato sul modello di Darwin e Pecknold impiegando il criterio bidimensionale di rottura equivalente della deformazione monoassiale di Kupfer e Gerstle. Per il comportamento post-fessurativo, è stata adottata una curva che include il comportamento di softening per tenere in conto del contributo del calcestruzzo al tension stiffening tra le fessure. L'armatura è rappresentata dal modello basato sullo studio di Elwi e Hruday in cui ogni barra di rinforzo è stata considerata come una parte irrigidente all'interno del calcestruzzo

che resiste alle sole forze assiali. È stata assunta l'ipotesi di perfetta aderenza tra il rinforzo e il calcestruzzo. Quindi, la matrice di rigidezza del rinforzo ha le stesse dimensioni dell'elemento di calcestruzzo. L'equazione costitutiva dell'acciaio è bilineare sia per la trazione che per la compressione. La modellazione dell'elemento di rinforzo avviene mediante elementi quadratici di truss piani con tre nodi. Questi materiali sono modellati in modo da avere un comportamento elastico lineare fino a rottura e capaci di assorbire solo forze di trazione parallele al loro asse longitudinale. Gli elementi di rinforzo sono solidarizzati alla restante mesh mediante elementi di interfaccia. Il modello costitutivo implementato per questi elementi di interfaccia è quello raccomandato dal modello proposto dal Model Code 1990 con i parametri della relazione di aderenza tra le tensioni di aderenza ( $\tau$ ) e gli scorrimenti ( $s$ ) ottenuti in letteratura tecnica. Si riporta in Figura 1.25, la mesh utilizzata per la modellazione della trave.

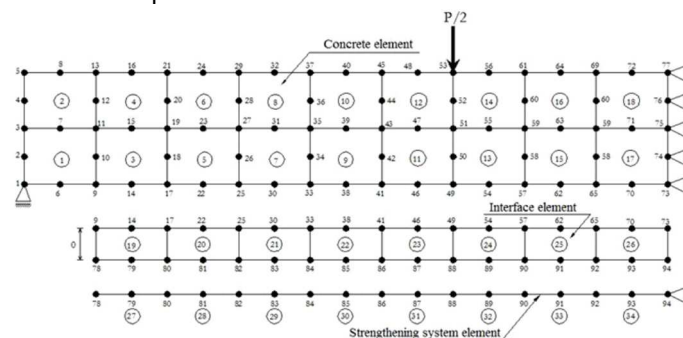


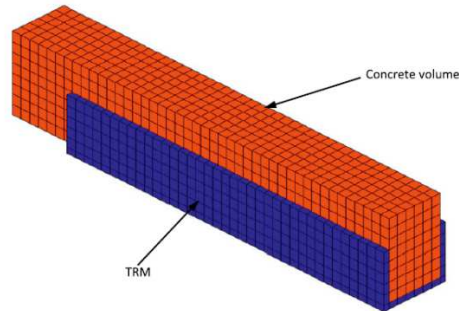
Figura 1.25 Mesh agli elementi finiti [34]

Gli autori affermano che il modello ad elementi finiti utilizzato per le simulazioni numeriche sia stato uno strumento molto utile per l'analisi di questo tipo di problema grazie alla sua efficienza. In particolare il modello numerico ha riportato dei risultati con errori sui carichi ultimi inferiori al 2.8%.

### 1.5.2.3 Modellazione di Elsanadedy e altri

In questo lavoro, gli autori [36] studiano come le malte fibrorinforzate, qui denominate TRM invece del più diffuso FRCM, possano incrementare la capacità flessionale delle travi in calcestruzzo armato. Dopo una serie di test sperimentali, vengono presentati anche delle simulazioni numeriche non lineari effettuate mediante un codice di calcolo commerciale ad elementi finiti. La modellazione adottata è di tipo tridimensionale come si può notare in Figura 1.26. A livello di legame costitutivo, sia per quanto concerne il calcestruzzo costituente la trave che per la malta componente del sistema FRCM è stato utilizzato lo stesso tipo di materiale. Per la modellazione, invece, della rete di tessuto si è utilizzato un modello di materiale ortotropico che prevede la possibilità che il materiale si possa rompere in modo fragile. La modellazione tra gli strati di materiale composito e il supporto di calcestruzzo è stato modellato mediante la definizione di una superficie

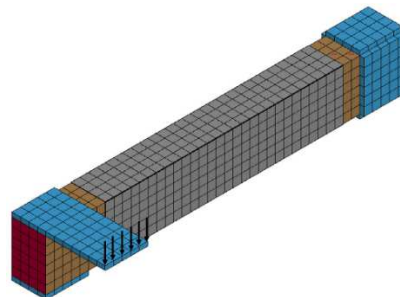
di contatto tiebreak presente nel software. L'algoritmo di contatto tiene conto sia delle forze normali che tangenziali all'interfaccia.



**Figura 1.26** Mesh agli elementi finiti 3D di una trave rinforzata con FRCM [36]

#### 1.5.2.4 Modellazione di Alabdulhady e altri

Nel presente lavoro, gli autori [37] presentano i risultati di una simulazione numerica effettuata per investigare il comportamento torsionale di travi in calcestruzzo armato rinforzate con compositi FRCM. La simulazione è stata effettuata mediante un software commerciale ad elementi finiti, si riporta in Figura 1.27 la trave modellata. Sia il calcestruzzo che la matrice del materiale FRCM sono stati modellati mediante un modello di materiale basato sulla plasticità. Questo tipo di materiale è un modello a tre invarianti che permette di tenere in conto l'energia di frattura a trazione del materiale cementizio, l'effetto del confinamento e la dilatazione a taglio. Le barre di acciaio di rinforzo sono state rinforzate con un materiale a comportamento plastico, adatto per la modellazione di materiali isotropici e con comportamento plastico incrudente. Per la modellazione delle fibre in PBO, sono state prese in considerazione solo le fibre nella direzione primaria. Il legame costitutivo adottato per la modellazione delle fibre in PBO e Carbonio è di tipo elastico ortotropo, in cui i principali parametri necessari per il modello sono il modulo elastico normale e tangenziale nelle tre direzioni ortogonali e un vettore che definisca la direzione delle fibre. Gli autori hanno poi utilizzato appositi elementi di contatto per la modellazione dell'interazione tra la trave e gli elementi di rinforzo.



**Figura 1.27** Mesh agli elementi finiti 3D di una trave rinforzata a torsione con FRCM [37]

### 1.5.3 Normativa attuale

Come già accennato nei paragrafi precedenti, il materiale FRCM è un materiale innovativo e, in quanto tale, ancora necessita di essere studiato sia dal punto di vista sperimentale che dal punto di vista numerico. In Italia, il materiale non ha ancora ricevuto un'inquadratura normativa e pertanto, i progettisti che vogliono servirsi di questo materiale devono affidarsi a normative relative a materiali compositi differenti (FRP) oppure a linee guida e normative estere di comprovata validità. Uno dei riferimenti in tal senso è un documento sviluppato dall'American Concrete Institute (ACI). Le linee guida sono relative al materiale FRCM e sono raggruppate nell'ACI 549 - Guide to Design and Construction of Externally Bonded Fabric Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) Systems for Repair and Strengthening Concrete and Masonry Structures [2]. Le linee guida illustrano le modalità secondo le quali è possibile qualificare il materiale FRCM, come applicarlo e le indicazioni per il rinforzo di elementi in c.a.

#### 1.5.3.1 Rinforzo a flessione

Le suddette linee guida indicano alcune ipotesi di base nel caso in cui si utilizzi il composito per il rinforzo a flessione di una sezione in cemento armato. Le assunzioni sono le seguenti:

- Le sezioni rimangono piane dopo durante l'applicazione del carico;
- Si ha perfetta aderenza tra il supporto di calcestruzzo e il rinforzo in FRCM;
- Si assume come massima deformazione a compressione del calcestruzzo il valore di 0.003 mm/mm.
- Il legame costitutivo adottato per il materiale FRCM è di tipo bilineare fino a rottura, dove solo la seconda parte della curva viene utilizzata per il progetto del rinforzo.

L'ACI 549 prevede che resistenza a flessione di una sezione in calcestruzzo armato dipenda sulla sua modalità di rottura. Per quanto concerne la rottura di una sezione rinforzata con FRCM si possono individuare 6 casi differenti:

- Crushing del calcestruzzo compresso prima dello snervamento dell'acciaio;
- Deformazione dell'acciaio in trazione seguito dal crushing del calcestruzzo;
- Delaminazione a taglio/trazione del copriferro di calcestruzzo o delaminazione del copriferro;
- Debonding del sistema FRCM dal substrato di calcestruzzo;
- Interlaminar debonding;
- Scorrimento della rete di fibra all'interno della matrice cementizia.

La deformazione effettiva di progetto nel rinforzo FRCM, in corrispondenza della rottura,  $\varepsilon_{fe}$ , è limitata al valore della deformazione a trazione di progetto del composito FRCM  $\varepsilon_{fd}$  pari a 0.012. In questo modo è possibile calcolare la resistenza effettiva a trazione moltiplicando il valore della deformazione a rottura per il modulo elastico.

La resistenza a flessione è calcolata in accordo all'Equazione (1.29):

$$\Phi_m M_n = \Phi_m (M_s + M_f) \quad (1.29)$$

Dove  $M_n$  è la resistenza a flessione nominale, e  $M_s$  e  $M_f$  sono i contributi dell'acciaio e del rinforzo FRCM. Il coefficiente  $\Phi_m$  è un fattore di riduzione che è definito in ACI 318 e ACI 562, riportato nell'Equazione (1.30).

$$\Phi_m = \begin{cases} 0.65 + \frac{0.9}{0.25(\varepsilon_t - \varepsilon_{sy})} \\ 0.005 - \varepsilon_{sy} \\ 0.65 \end{cases} \quad (1.30)$$

Dove  $\varepsilon_t$  è la deformazione a trazione della rete di fibre e  $\varepsilon_{sy}$  è la deformazione a snervamento a trazione dell'acciaio. La norma prevede poi ulteriori limiti per tenere conto delle condizioni di servizio oppure per limitare lo scorrimento viscoso o le tensioni da fatica. Un'indicazione utile per il progettista è quella per cui l'incremento di resistenza fornita dal composito FRCM non può in generale eccedere il 50% della resistenza a flessione già presente.

### 1.5.3.2 Rinforzo per azioni di taglio

Il contributo sulla resistenza a taglio che il sistema FRCM può dare dipende da vari fattori che includono la geometria della trave o della colonna, lo schema di applicazione del composito e la resistenza del calcestruzzo esistente. La deformazione a taglio,  $\varepsilon_{fv}$ , che può essere raggiunta nel rinforzo a taglio è calcolata con l'Equazione (1.31)

$$\varepsilon_{fv} = e_{fu} \leq 0.004 \quad (1.31)$$

E la resistenza di progetto a trazione del composito FRCM,  $f_{fv}$ , è calcolata in accordo con l'Equazione (1.32)

$$f_{fv} = E_f \cdot \varepsilon_{fv} \quad (1.32)$$

In cui  $E_f$  è il modulo di elasticità del composito FRCM fessurato. In questo modo la resistenza a taglio di progetto è calcolabile mediante l'Equazione (1.33)

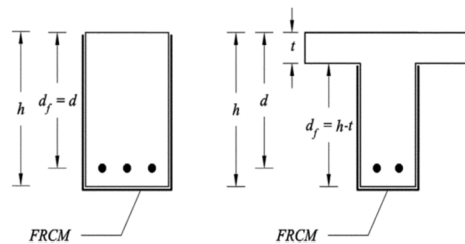
$$\Phi_v V_n = \Phi_v (V_c + V_s + V_f) \quad (1.33)$$

dove  $V_n$  è la resistenza nominale a taglio, e  $V_c$ ,  $V_s$ , e  $V_f$  sono i contributi che il calcestruzzo, l'armatura esistente in acciaio e il composito FRCM apportano alla resistenza nominale a taglio. Il fattore di resistenza a taglio  $\Phi_v$  dovrebbe essere preso uguale a 0,75 in accordo con ACI 318 and ACI 562.  $V_c$  e  $V_s$  sono calcolate

in accordo con l'ACI 318. Invece, il contributo a taglio dell'FRCM  $V_f$ , è dato dall'Equazione (1.34)

$$V_f = nA_f f_y d_f \quad (1.34)$$

Dove  $n$  è il numero degli strati del rinforzo,  $A_f$  è l'area della rete di rinforzo,  $d_f$  è la profondità effettiva del rinforzo a taglio FRCM come illustrato in Figura 1.28.



**Figura 1.28** Calcolo di  $d_f$  [2]

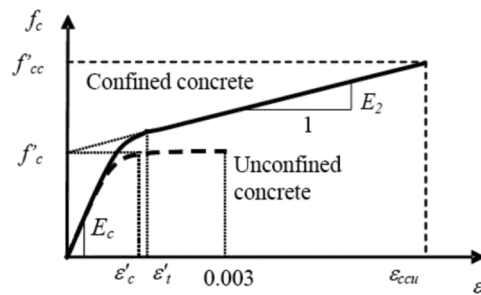
Per quanto concerne la forza totale di taglio fornita dal composito FRCM e dal rinforzo in acciaio, deve comunque essere limitata ai valori forniti dall'Equazione (1.35)

$$V_s + V_f \leq 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (1.35)$$

In ogni caso l'incremento di forza apportata dal rinforzo FRCM alla resistenza a taglio non può essere superiore al 50% della resistenza a taglio esistente.

### Rinforzo per azioni normali

I compositi FRCM, oltre a potere essere utilizzati per il rinforzo a flessione e a taglio, sono impiegati anche per il confinamento di pilastri e questo permette di aumentare la resistenza del pilastro nonché la sua duttilità. Il rinforzo in FRCM è applicabile sia a sezioni circolari che a sezioni rettangolari. Il diagramma tensione-deformazione per il calcestruzzo confinato mediante FRCM è illustrato in Figura 1.29.



**Figura 1.29** Legame tensione-deformazione per il calcestruzzo confinato con FRCM [2]

Le espressioni che ne consentono la determinazione sono indicate mediante le Equazioni (1.36), (1.37) e (1.38).

$$f_c = \begin{cases} E_c \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4f'_c} (\varepsilon_c)^2 \\ f'_c + E_2 \varepsilon_c \end{cases} \quad (1.36)$$

$$\varepsilon'_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2} \quad (1.37)$$

$$E_2 = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\varepsilon_{ccu}} \quad (1.38)$$

Dove  $E_c$  è il modulo di elasticità del calcestruzzo,  $E_2$  è la pendenza della porzione lineare della curva tensione-deformazione riportata in Figura 1.29,  $f_c$  è la tensione di compressione del calcestruzzo,  $f'_c$  è la resistenza specifica a compressione del calcestruzzo,  $f'_{cc}$  è la massima resistenza a compressione del calcestruzzo,  $\varepsilon_c$  è la deformazione nel calcestruzzo,  $\varepsilon_{ccu}$  è la deformazione ultima assiale di compressione nel calcestruzzo corrispondente a  $f'_{cc}$  e  $\varepsilon'_t$  è la deformazione di transizione nella curva tensione deformazione del calcestruzzo confinato con FRCM. La massima resistenza a compressione del calcestruzzo confinato è calcolabile con l'Equazione (1.39)

$$f'_{cc} = f'_c + 3.1k_a f_l \quad (1.39)$$

La massima pressione di confinamento, per una sezione rettangolare, è possibile calcolarla con l'Equazione (1.40)

$$f_l = (2nA_f E_f \varepsilon_{fe}) / (b^2 + h^2)^{1/2} \quad (1.40)$$

Dove  $A_f$  è l'area per unità di larghezza della rete di fibra,  $n$  è il numero di strati di rinforzo,  $b$  e  $h$  sono le dimensioni dei lati del rettangolo. Il fattore di efficienza  $k_a$  è funzione della forma della sezione trasversale e, per le sezioni rettangolari, è calcolabile mediante l'Equazione (1.41)

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \quad (1.41)$$

In cui l'espressione  $A_e/A_c$  è definita attraverso l'Equazione (1.42):

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \left[ \left( \frac{b}{h} \right) (h - 2r_c)^2 + \left( \frac{h}{b} \right) (b - 2r_c)^2 \right] - \rho_g}{3A_g - 1 - \rho_g} \quad (1.42)$$

Dove  $A_c$  è l'area netta della sezione trasversale compressa,  $A_e$  è l'area effettivamente confinata di calcestruzzo,  $A_g$  è l'area complessiva dell'elemento compresso,  $\rho_g$  è il rapporto geometrico d'armatura. In ogni caso la deformazione di trazione all'interno del composito FRCM non può superare il valore fornito dall'Equazione (1.43).

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fd} \leq 0.012 \quad (1.43)$$

Il contributo della matrice cementizia alla resistenza a compressione dell'elemento confinato mediante FRCM può essere trascurato. La deformazione ultima assiale del calcestruzzo confinato,  $\varepsilon_{ccu}$ , non dovrebbe eccedere il valore di 0.01 in modo da prevenire l'eccessiva fessurazione e quindi risultare nella perdita dell'integrità del calcestruzzo. Il valore di  $\varepsilon_{ccu}$  può essere calcolato mediante l'Equazione (1.44).

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon'_c \left( 1.5 + 12kb \frac{f_r}{f'_c} \left( \frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon_c} \right)^{0.45} \right) \leq 0.01 \quad (1.44)$$

In cui  $\varepsilon'_c$  è la deformazione a compressione del calcestruzzo non confinato corrispondente a  $f'_c$ . Il valore del coefficiente di efficienza  $kb$  può essere calcolato mediante l'Equazione (1.45)

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \left( \frac{h}{b} \right)^2 \quad (1.45)$$

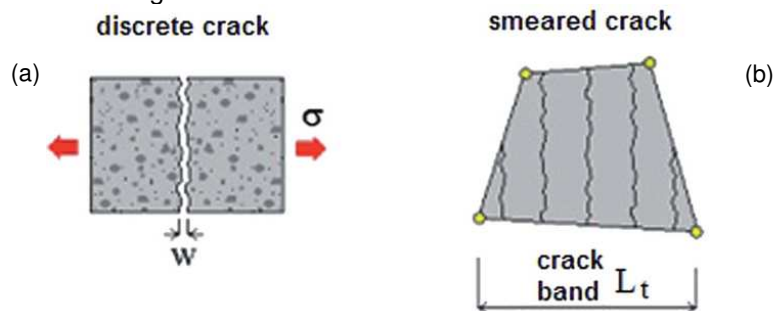


# Sviluppo di un legame costitutivo per l'analisi dei compositi FRCM

---

## 2.1 Modellazione del comportamento meccanico di materiali a matrice cementizia: possibili approcci

La meccanica del continuo e della frattura si propongono, tra le altre cose, di descrivere i meccanismi di collasso e di formazione delle fessure per i diversi tipi di materiali. I modelli presenti in letteratura per la simulazione del comportamento non lineare dei materiali di natura cementizia si basano in genere sul metodo degli elementi finiti. I vari approcci disponibili che possono essere utilizzati per la previsione dell'evoluzione del quadro fessurativo possono essere raggruppati in due famiglie. La prima comprende tutti quei modelli basati su un approccio di tipo discreto, in cui la fessurazione viene considerata mediante l'introduzione di discontinuità nella mesh, come illustrato in Figura 2.1a; il secondo gruppo di modelli è invece basato su un approccio di tipo "smeared", in cui la mesh rimane inalterata nel corso dell'analisi e in cui vengono modificate le proprietà del materiale, inteso come continuo equivalente, per tener conto della fessurazione, come illustrato in Figura 2.1b.



**Figura 2.1** Possibili approcci per la modellazione della fessurazione nei materiali a matrice cementizia: approccio discreto (a) e approccio smeared (b).

### 2.1.1 Approccio discreto

Come detto, la formulazione discreta tiene conto della fessurazione introducendo delle discontinuità nella mesh. La fessura può propagarsi per separazione dei bordi degli elementi oppure attraverso gli elementi stessi. Nel primo caso il modello è di tipo “inter-element” e la separazione dei bordi degli elementi introduce nuovi gradi di libertà. È dunque necessario incorporare all’interno della mesh originale degli elementi di interfaccia per simulare l’apertura delle fessure [38]. Nel caso in cui, invece, la fessurazione si propaghi all’interno dell’elemento si ha un modello di tipo “intra-element”. In questo caso è necessario introdurre speciali elementi con discontinuità per rappresentare le fessure all’interno dell’elemento [39]. Questa modalità di modellazione, attraverso la visualizzazione discreta della discontinuità è quella che potrebbe apparire più attraente per la modellazione della fessurazione, anche se spesso la fessurazione che si presenta nei sistemi a base cementizia è di tipo diffusa e pertanto formulazioni di tipo “smeared”, che meglio si adattano al metodo degli elementi finiti, vengono in genere preferite

### 2.1.2 Approccio smeared

L’approccio di tipo smeared prevede di rappresentare il materiale fessurato come un continuo equivalente, distribuendo la fessurazione in un volume predefinito del materiale. Questo modello permette di rappresentare il comportamento non lineare del materiale intervenendo sul suo legame costitutivo; in particolare, in ogni punto di integrazione della mesh si controlla lo stato tensionale presente e se viene superato un determinato limite oltre il quale si innesca la fessurazione, la rigidità del materiale viene ridotta. Nei modelli che seguono questo tipo di approccio, la matrice del legame costitutivo per il materiale fessurato è inizialmente scritta nel sistema di coordinate locali e quindi ruotata nel sistema di coordinate globali, adottando adeguate matrici di rotazione. Questo tipo di approccio, sviluppato alla fine degli anni ’60 da Rashid [40], è quello attualmente più adottato per la modellazione della fessurazione nelle applicazioni ingegneristiche. La modellazione di tipo smeared è, infatti, meno onerosa dal punto di vista numerico, rispetto alla modellazione discreta, e soprattutto permette di mantenere la medesima mesh per l’intera analisi. Oltre a ciò, le fessure possono propagare in qualsiasi direzione e quindi la loro orientazione non è limitata. La formulazione di tipo smeared presenta tuttavia alcune limitazioni quando l’elemento strutturale investigato è interessato da una fessurazione molto limitata. Una di queste limitazioni è rappresentata dallo stress-locking che, in alcuni casi, può portare a una sottostima del carico e quindi ad un livello di sicurezza atteso leggermente inferiore.

Le formulazioni di tipo smeared possono essere suddivise in tre categorie principali, in funzione di come varia l’orientazione della fessura durante il processo di carico: a fessurazione fissa, multi-direzionale o rotante.

### 2.1.2.1 Modelli a fessura fissa

Nei modelli a fessura fissa, il processo di fessurazione generalmente inizia in direzione normale alla direzione principale di sforzo, e la direzione della fessura rimane la stessa per l'intera analisi, anche se le direzioni principali di sforzo cambiano. Quest'ultima è un'ipotesi molto restrittiva, siccome, in generale, le direzioni principali cambiano durante la storia di carico soprattutto in presenza di elevate tensioni di taglio. Pertanto, usando un modello a fessura fissa "standard" si potrebbe trovare una risposta strutturale molto più rigida rispetto all'evidenza sperimentale.

Un approccio a fessura fissa più raffinato è quello basato sulla decomposizione delle deformazioni. Quest'ultimo consiste nel suddividere il vettore delle deformazioni totali  $\{\epsilon\}$  in due componenti, ovvero quella relativa alla parte intatta di matrice cementizia  $\{\epsilon_m\}$  e quella in corrispondenza della fessura  $\{\epsilon_{cr}\}$ . Seguendo questo approccio, proposto da De Borst [41], e che ha sempre più guadagnato popolarità negli ultimi anni, il fattore di taglio può essere omesso. Questo rende la formulazione più vicina all'approccio di tipo discreto. L'approccio basato sulla decomposizione delle deformazioni, formulato in modo incrementale, permette inoltre di considerare la possibile chiusura e successiva riapertura delle fessure. Infine, questo approccio può essere facilmente esteso in modo da tenere conto anche il caso della fessurazione multipla, come meglio descritto nei paragrafi seguenti.

### 2.1.2.2 Modelli-multidirezionali

Una versione più raffinata dei modelli a fessura fissa basati sulla decomposizione della deformazione è rappresentato dall'approccio a fessurazione multi-direzionale. In questo caso, al materiale è permesso di fessurarsi più di una volta, aggiungendo il contributo di deformazione delle fessure successive nella composizione del vettore totale delle deformazioni. Questo approccio rappresenta un'opzione intermedia tra i modelli a fessurazione fissa e quelli a fessurazione rotante; rispetto ai modelli a fessura fissa è più vicino alla realtà fisica pur mantenendo numerosi vantaggi nella modellazione. Uno dei maggiori svantaggi è invece legato alle complicazioni di tipo numerico che potrebbero sorgere nel caso di contemporanea apertura e chiusura di più fessure. Pertanto tale approccio è in genere più oneroso dal punto di vista computazionale.

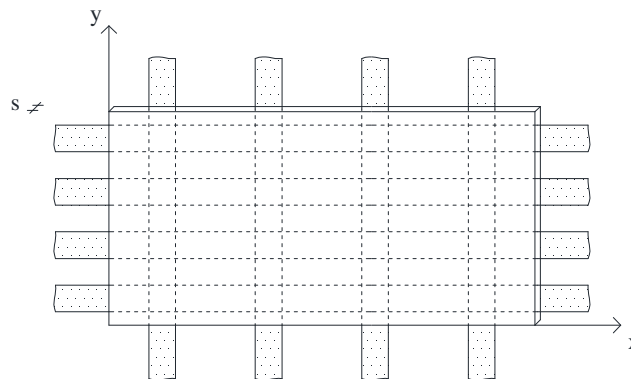
### 2.1.2.3 Modelli a fessura rotante

Nella formulazione a fessura rotante, l'orientamento delle fessure cambia in accordo alle direzioni principali di tensione durante l'intera storia di carico. Questo approccio, originariamente proposto da Cope e altri [42], è più semplice da usare e implementare nei codici ad elementi finiti rispetto alle formulazioni a fessurazione fissa o multidirezionale e pertanto ha conosciuto notevole diffusione nel corso degli anni. Nonostante questo metodo sia molto efficiente dal punto di vista ingegneristico e permetta di ridurre gli oneri computazionali, potrebbero esseri mossi delle riserve dal punto di vista del significato fisico che possiede. Infatti, nella

realtà fisica, le fessure non sono libere di cambiare liberamente la loro direzione così come succede per le direzioni principali di tensione. Nel corso degli anni il metodo è stato rivisto e studiato da diversi autori [43].

## 2.2 Sviluppo di un modello non lineare per lo studio dei sistemi FRCM

Il legame costitutivo che è stato sviluppato e che verrà illustrato nel presente lavoro di tesi è un modello di tipo smeared, a fessura fissa, basato sull'approccio della decomposizione delle deformazioni. Il modello permette di simulare il comportamento non lineare del materiale FRCM, a partire dalle proprietà meccaniche dei suoi singoli componenti. Tale modello è stato pensato per essere utilizzato unitamente alla tecnica degli elementi finiti ed è basato su approccio al continuo, in cui tutte le quantità fondamentali sono "spalmate" all'interno dell'elemento (smeared). La sua formulazione è stata sviluppata con riferimento ad un elemento FRCM soggetto a stato piano di tensione, come illustrato in Figura 2.2.



**Figura 2.2** Elemento membranale in materiale FRCM non fessurato soggetto a stato piano di tensione. con indicazione del Sistema di riferimento globale (x,y), parallelo ai lati dell'elemento e al rinforzo.

Prima della fessurazione, il comportamento del materiale è assunto elastico lineare ed è quindi influenzato solo dal modulo elastico e dal coefficiente di Poisson dei due componenti (malta e rete di fibre). In fase fessurata, le fessure sono assunte fisse ed equispaziate, e il comportamento del materiale composito governato da diversi contributi resistenti. In particolare, in corrispondenza della fessura viene considerata l'azione di bridging degli aggregati e delle fibre presenti nella malta; viene inoltre tenuto in conto l'effetto del tension stiffening tra le fessure. Il tension stiffening è l'irrigidimento che il materiale integro compreso tra due fessure contigue esercita sulla rete di fibre; questo aumento di rigidità è

permesso dall'aderenza tra la rete di fibre e la malta che permette il trasferimento delle tensioni dalla rete alla malta stessa. In fase fessurata, inoltre, la matrice di rigidità tiene anche conto del contributo del materiale integro compreso tra due fessure e non solo dei contributi resistenti che si sviluppano nella fessura. Gli effetti che sono stati descritti nelle righe precedenti, sono rappresentati nel modello attraverso opportune leggi costitutive semi-empiriche. Il modello è, infatti, organizzato secondo una struttura di tipo modulare; quindi, tutti i contributi meccanici sono modellati separatamente e ogni parte dell'algoritmo può essere modificata indipendentemente dalle altre. La sua struttura di base è ispirata ad un legame costitutivo presente in letteratura per l'analisi non-lineare degli elementi in c.a., noto con l'acronimo "2D-PARC" [44].

Il modello è stato scritto sotto forma di una routine Fortran, utilizzata come "User-Material" subroutine (UMAT) all'interno di un programma commerciale ad elementi finiti (ABAQUS). Date le deformazioni totali, ad ogni incremento di carico dell'analisi, la subroutine UMAT fornisce al codice agli elementi finiti il campo tensoriale e la matrice di rigidità globale del materiale per ogni punto di integrazione della mesh. Tutti i controlli sulla convergenza sono quindi effettuati dal codice ad elementi finiti, in accordo con i criteri scelti. Oltre alla convergenza, il software commerciale gestisce le fasi di assemblaggio delle matrici di rigidità, valuta il vettore delle forze interne e ricerca infine l'equilibrio. L'implementazione del modello nel software ad elementi finiti verrà discussa più nel dettaglio al Paragrafo §2.3.

### 2.2.1 Ipotesi di base del modello

Il modello è stato formulato con riferimento ad un elemento membranale in FRCM di spessore  $s$  e soggetto ad uno stato piano di tensione, come illustrato in Figura 2.2. Per questo elemento è definito un sistema globale di coordinate  $x-y$ , le cui direzioni sono assunte parallele ai lati dell'elemento. Quest'ultimo è rinforzato con una rete di fibre, anch'esse disposte parallelamente ai lati. Nello stadio fessurato, caratterizzato da fessure equispaziate a distanza  $a_m$ , è adottato un sistema di coordinate  $(n,t)$  locale, dove gli assi  $n$  e  $t$  indicano rispettivamente la direzione normale e parallela alla fessura. L'elemento è caratterizzato da una certa percentuale geometrica di armatura, definita come rapporto tra l'area delle fibre e l'area trasversale della malta, ed indicata con  $\rho_{ri}$ , dove il pedice "i" ( $i=1,2$ ) si riferisce ai due ordini di fibre.

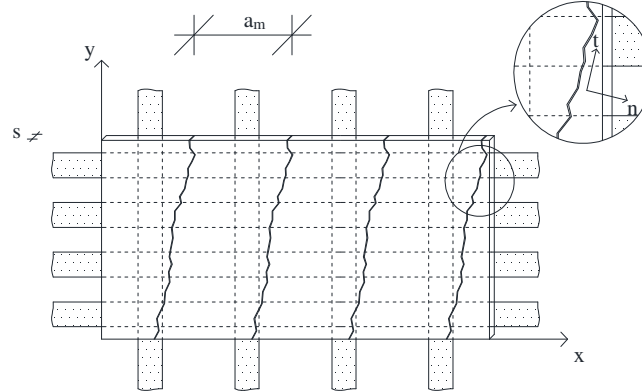


Figura 2.3 Elemento base in materiale FRCM

### 2.2.2 Modellazione della fase non fessurata

In questa fase, è assunta perfetta aderenza tra la malta e la rete di fibre. Pertanto, le deformazioni dei due materiali, raggruppate nei vettori  $\{\varepsilon_m\}$  e  $\{\varepsilon_r\}$ , possono essere considerate coincidenti tra loro e con la deformazione totale dell'elemento  $\{\varepsilon\}$ :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_m\} = \{\varepsilon_r\} \quad (2.1)$$

Conseguentemente, lo sforzo totale  $\{\sigma\}$  può essere espresso come somma della tensione nella malta  $\{\sigma_m\}$  e di quella nella rete di fibre,  $\{\sigma_r\}$ , e la matrice di rigidezza globale in fase non fessurata del composito può essere valutata come somma delle matrici di rigidezza relative ai singoli costituenti. Assumendo un comportamento di tipo elastico lineare, la matrice di rigidezza della malta  $[D_m]$  può essere semplicemente funzione del suo modulo elastico  $E_m$  e del coefficiente di Poisson  $\nu_m$ , come definito dall'Equazione (2.2):

$$[D_m] = \frac{1}{1 - \nu_m^2} \begin{bmatrix} E_m & \nu_m \cdot E_m & 0 \\ \nu_m \cdot E_m & E_m & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_m^2) \cdot G_m \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

In cui  $G_m = E_m / (2 \cdot (1 + \nu_m))$  è il modulo elastico tangenziale della malta. In modo simile, la matrice di rigidezza della rete di fibre  $[D_r]$ , definita dall'Equazione (2.3), dipende solo dal modulo elastico delle fibre  $E_{ri}$  e dalla percentuale geometrica d'armatura  $\rho_{ri}$ :

$$[D_r] = \sum_{i=1}^2 [D_{ri}] = \sum_{i=1}^2 \rho_{ri} \begin{bmatrix} E_{ri} & 0 \\ 0 & G_{ri} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

In cui  $G_{ri} = E_{ri} / (2 * (1 + \nu_{ri}))$  è il modulo elastico tangenziale dell'i-esimo ordine di fibra. In fase fessurata, quando si modellerà il comportamento del materiale integro tra due fessure, il termine di taglio  $G_{ri}$  verrà trascurato.

Dall'Equazione di congruenza (2.1) e imponendo le condizioni di equilibrio è possibile ottenere lo stato tensionale (Equazione (2.4)), in cui  $[D]$  rappresenta la matrice di rigidezza globale dell'FRCM, esprimibile come somma delle matrici di rigidezza dei singoli costituenti.

$$\{\sigma\} = [D_m]\{\epsilon_m\} + [D_r]\{\epsilon_r\} = [D]\{\epsilon\} \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Modellazione della fase fessurata

Quando la tensione principale massima agente raggiunge la resistenza a trazione della malta, si ha il passaggio allo stato fessurato. Il modello assume che la fessurazione si manifesti immediatamente, che sia uniformemente diffusa (con interasse tra le fessure costante) e che rimanga fissa all'aumentare del carico. Non è più possibile considerare valida l'ipotesi di perfetta aderenza e, in accordo con le ipotesi del modello, la deformazione totale  $\{\epsilon\}$  può essere ora ottenuta sommando la deformazione della malta tra due fessure successive  $\{\epsilon_m\}$ , e quella della fessura  $\{\epsilon_{cr}\}$ , quest'ultima legata ai cinematismi che si sviluppano in corrispondenza della fessura stessa. Quindi, la deformazione totale è definita dall'Equazione (2.5)

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_m\} + \{\epsilon_{cr}\}. \quad (2.5)$$

Come detto in precedenza, per il materiale tra due fessure successive si adotta il medesimo comportamento del materiale in fase non fessurata governato dall'Equazione (2.4), mentre per quello nella fessura,  $\{\epsilon_m\}$  e  $\{\epsilon_{cr}\}$  possono essere rispettivamente ottenuti attraverso le equazioni (2.6) e (2.7).

$$\{\epsilon_m\} = [D_m]^{-1}(\{\sigma\} - [D_r]\{\epsilon_r\}) \quad (2.6)$$

$$\{\epsilon_{cr}\} = [D_{cr}]^{-1}\{\sigma\} = ([D_{m,cr}] + [D_{r,cr}])^{-1}\{\sigma\} \quad (2.7)$$

In cui  $[D_{cr}]$  è la matrice di rigidezza della fessura, in cui vengono condensati tutti i contributi resistenti irrigidenti legati alla malta,  $[D_{m,cr}]$  e alla rete di fibre  $[D_{r,cr}]$ . Sostituendo le (2.6) e (2.7) nell'Equazione (2.5) si ottiene l'Equazione (2.8):

$$\{\epsilon\} = [D_m]^{-1}(\{\sigma\} - [D_r]\{\epsilon_r\}) + [D_{cr}]^{-1}\{\sigma\} = ([D_m]^{-1} + [D_{cr}]^{-1})\{\sigma\} - [D_m]^{-1}[D_r]\{\epsilon_r\} \quad (2.8)$$

In condizioni di fessurazione stabilizzata e quindi in presenza di uno scorrimento non nullo tra la rete di fibre e la malta, si può ritenere lecito ipotizzare, commettendo una piccola approssimazione per eccesso, che la deformazione della rete di fibre  $\{\varepsilon_r\}$  sia coincidente con la deformazione media dell'elemento  $\{\varepsilon\}$ . La tensione totale può essere quindi ricavata riscrivendo l'Equazione (2.8) in funzione di  $\{\sigma\}$ , come:

$$\{\sigma\} = \left( [D_m]^{-1} + [D_{cr}]^{-1} \right)^{-1} ([I] + [D_m]^{-1} [D_r]) \{\varepsilon\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (2.9)$$

In cui  $[I]$  rappresenta la matrice identità, mentre  $[D]$  è la matrice di rigidezza totale espressa nel sistema di riferimento globale.

### 2.2.3.1 Costruzione della matrice di rigidezza della fessura

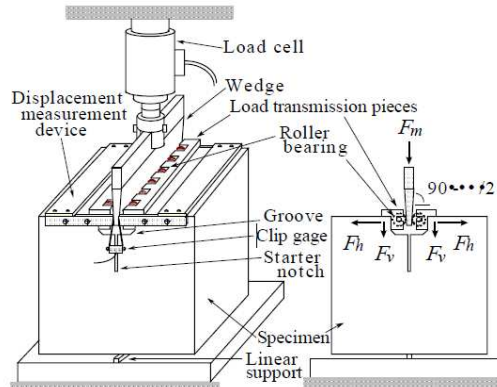
#### ***Valutazione del contributo della malta nella fessura***

Come già diffusamente trattato nel Capitolo 1, la malta utilizzata nel materiale composito include fibre e polimeri, che, oltre a migliorarne le caratteristiche meccaniche del composto, hanno lo scopo di stabilizzare lo sviluppo della fessura riducendone l'apertura. Dopo la formazione della fessura, la presenza di filamenti e polimeri dispersi nella malta forniscono un contributo irrigidente, grazie all'effetto di bridging attraverso la fessura, il quale si va ad aggiungere all'effetto irrigidente che esercitano gli inerti fini della malta. Questo contributo resistente viene tenuto in conto utilizzando un modello microscopico originariamente sviluppato da Li e altri [45,46] per il calcestruzzo fibrorinforzato. In accordo con questo modello, l'effetto di bridging nei compositi a matrice cementizia fibrorinforzati può essere principalmente attribuito agli aggregati e alle fibre disperse nella matrice. Queste ultime possono esercitare due azioni principali: la prima, chiamata "fiber bridging", che dipende dall'opposizione che le fibre sviluppano al debonding (pull-out delle fibre); il secondo, chiamato "fiber prestressing", è invece relativo alla pretensione della fibra prima della fessurazione. Nel modello la trasmissione delle tensioni di trazione attraverso la fessura per effetto degli aggregati e delle fibre è modellata separatamente. Questi contributi sono scritti in funzione dell'apertura di fessura  $w$ . L'azione di "aggregate bridging" dovuta alla malta viene quindi espressa in funzione di questa apertura di fessura  $w$ , utilizzando la legge di tension softening proposta da Ishiguro [47,48]. L'azione delle fibre disperse nella malta verrà tenuta in conto adottando un opportuno modello micromeccanico illustrato nel proseguio.

#### ***Legge di tension softening di Ishiguro per la sola malta (plain mortar)***

Per la determinazione della legge di tension softening è stato utilizzato un modello già presente in letteratura [47,48], sviluppato a partire dai risultati di prove di wedge-splitting su malte cementizie utilizzate per riparazioni e lavori di ripristino (Figura 2.4).





**Figura 2.4** Schema del wedge-splitting test per la determinazione delle proprietà meccaniche della malta [48]

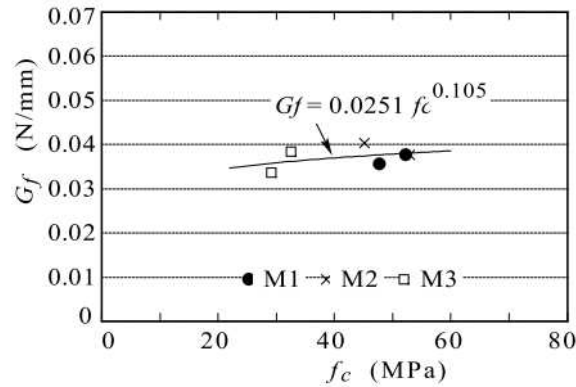
Usando questi dati, gli autori hanno proposto il diagramma di tension-softening per la malta illustrato in Figura 2.6 la cui applicabilità è stata verificata attraverso analisi numeriche in cui sono state simulate le prove di wedge-splitting in condizioni di crescita stabile della fessura, confrontando i risultati così ottenuti con quelli sperimentali. Il modello prevede la valutazione di un'apertura di fessura limite  $w_c$  espressa in funzione dell'energia di frattura della malta  $G_f$  e dalla sua resistenza a trazione  $f_{ct}$ , attraverso l'Equazione (2.10):

$$w_c = 4.7 \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (2.10)$$

in cui l'energia specifica di frattura  $G_f$  può essere calcolata secondo l'Equazione (2.11):

$$G_f = 0.0251 \cdot f_c^{0.105} \quad (2.11)$$

in funzione della resistenza a compressione  $f_c$  della malta. In Figura 2.5 è riportato un grafico che illustra la dipendenza dell'energia specifica di frattura  $G_f$  dalla resistenza a compressione della malta.

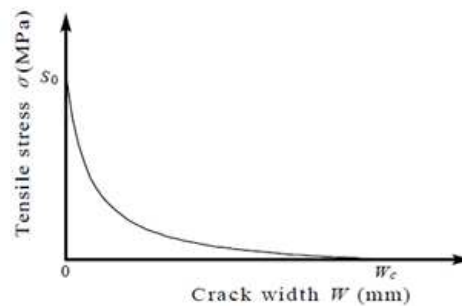


**Figura 2.5** Dipendenza dell'energia di frattura specifica  $G_f$  dalla resistenza a compressione della malta [47]

Conseguentemente la curva di tension softening  $\sigma_{ct}-w$ , modellata con una funzione iperbolica, ha la forma descritta dall'Equazione (2.12):

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \frac{c_1 - c_1 \cdot w/w_c}{c_1 + w/w_c} \quad (2.12)$$

dove  $w$  è l'ampiezza di apertura di fessura corrente e  $c_1$  è una costante uguale a 0.168 calibrata sulla base dei dati sperimentali [47,48].



**Figura 2.6** Legge di tension-softening adottata [48]

L'efficacia di questa correlazione è confermata dal buon accordo con i dati sperimentali. Continuando a seguire la formulazione sviluppata da Cerioni e altri [44], il coefficiente di bridging  $c_b$  che deve essere inserito nella matrice di rigidità della malta fessurata  $[D_{m,cr}]$  può essere definito come:

$$c_b = \frac{\sigma_{ct} \cdot a_m}{w} \quad (2.13)$$

essendo  $a_m$  la distanza tra le fessure.

Infine, si osserva che, a differenza del calcestruzzo, l'aggregate interlock non è così rilevante nella malta a causa dell'assenza dell'aggregato grosso nella miscela. Si può quindi procedere alla modellazione degli effetti irrigidenti che nascono grazie alle fibre disperse nella malta.

**Valutazione del contributo resistente delle fibre disperse nella malta (fibre prestress e fibre bridging)**

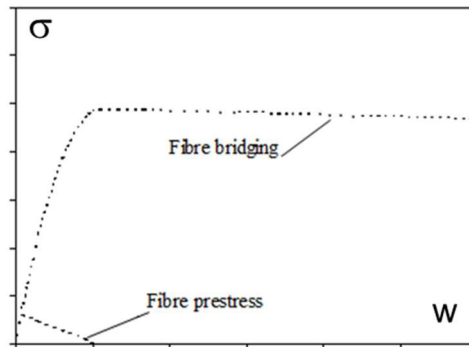
Come detto, il modello che viene proposto permette di modellare separatamente la trasmissione delle tensioni di trazione attraverso la fessura dovuta agli aggregati e alle fibre. Nel primo caso, come detto, viene utilizzata la legge di tension softening di Ishiguro [47,48], pensata appositamente per le malte, mentre il contributo delle fibre disperse nella malta viene modellato introducendo un ulteriore coefficiente nella matrice di rigidità  $[D_{m,cr}]$ . Quest'ultimo viene valutato a partire dalla tensione di bridging  $\sigma_{b1}$  e dalla pretensione  $\sigma_{ps1}$  dalle fibre, che vengono a loro volta calcolate in accordo col modello di Li [45,49,50]. Il coefficiente  $c_f$  che appare nella matrice di rigidità fessurata della malta può essere ottenuto dall'Equazione (2.14):

$$c_f = \frac{\sigma_f \cdot a_m}{w} \quad (2.14)$$

in cui  $\sigma_f$  può essere valutato come somma dell'effetto bridging  $\sigma_{b1}$  sviluppato dalle fibre stesse nella regione di frattura, e del contributo di pretensione,  $\sigma_{ps1}$ , che caratterizza le fibre prima dell'apertura della fessura. L'Equazione (2.15) riporta la somma dei contributi appena elencati:

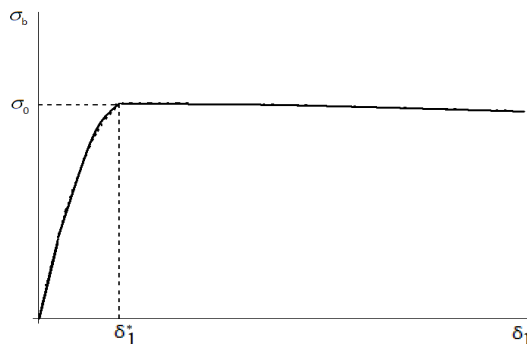
$$\sigma_f(s_1) = \sigma_{b1}(s_1) + \sigma_{ps1}(s_1) \quad (2.15)$$

che vengono fatti dipendere dalle caratteristiche geometriche e meccaniche delle fibre, nonché dalla loro percentuale volumetrica nella miscela. Si riporta nella Figura 2.7 l'andamento in funzione dell'apertura di fessura del contributo del bridging della fibra ( $\sigma_{b1}$ ) e della pretensione della fibra ( $\sigma_{ps1}$ ):



**Figura 2.7** Legge che illustra l'andamento dei contributi del bridging e della pretensione nella fibra [45,49,50]

Il termine di bridging  $\sigma_{b1}$  è espresso come funzione di un'appropriata apertura di fessura  $\delta_f$ , correlata al debonding frizionale di interfaccia. Questo viene effettuato attraverso un'operazione di integrazione del contributo di ogni fibra, caricata all'estremità da una forza  $P$  e posizionata a diverse distanze dalla fessura, con diverse orientazioni. Si ottiene quindi una relazione  $\sigma_{b1} - \delta_f$ , illustrata in Figura 2.8, caratterizzata da un tratto ascendente fino a  $\delta_f^*$ , valore che corrisponde a un debonding completo lungo tutta la lunghezza del segmento di fibra; a questo segue un tratto leggermente discendente.



**Figura 2.8** Legge che illustra l'andamento del contributo del bridging delle fibre (fibre bridging) [45,49,50]

Il secondo termine di prestress delle fibre,  $\sigma_{ps1}$ , è valutato riducendo linearmente lo stato di tensione  $\sigma_{ps1}^0$  che caratterizza le fibre prima dell'apertura di fessura.

Per tenere conto del progressivo debonding la tensione totale nelle fibre  $\sigma_f$  viene espressa in funzione dello spostamento totale  $s_f^*$ , lungo la fessura, che rappresenta la risultante dell'apertura di fessura  $w_f$  e dello scorrimento  $v_f$ . La tensione  $\sigma_f$  viene quindi suddivisa in due componenti rispettivamente perpendicolare ( $\sigma_{f1}$ ) e parallela ( $\tau_{f12}$ ) alla fessura, come:

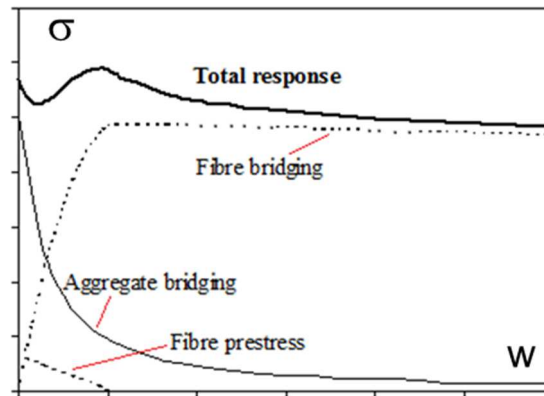
$$\sigma_{f1}(s_1^*) = \sigma_f(s_1^*) \cos \omega_1 = \sigma_f(s_1^*) \frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + v_1^2}} = c_f \varepsilon_1 \quad (2.16)$$

$$\tau_{f12}(s_1^*) = \sigma_f(s_1^*) \sin \omega_1 = \sigma_f(s_1^*) \frac{v_1}{\sqrt{w_1^2 + v_1^2}} = c_f \gamma_{12} \quad (2.17)$$

in cui  $c_f$  rappresenta il coefficiente relativo al contributo delle fibre, da inserire nella matrice  $[D_{m,cr}]$ , mentre  $\varepsilon_1 = w_1/a_{m1}$  e  $\gamma_{12} = v_1/a_{m1}$ . In conclusione, la matrice di rigidezza della malta fessurata nel sistema di riferimento locale, considerando il bridging dell'inerte e i contributi delle fibre può essere assunta nella forma espressa dalla (2.18):

$$[D_{m,cr}^{(n,t)}] = \begin{bmatrix} c_b + c_f & 0 \\ 0 & c_f \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

L'andamento totale del contributo di bridging (somma del bridging delle fibre e del bridging degli inerti) in funzione dell'apertura di fessura  $w$  è mostrato nel grafico di Figura 2.9.



**Figura 2.9** Legge che illustra l'andamento totale del contributo della malta all'interno della fessura [45,49,50]

### 2.2.3.2 Valutazione del contributo della rete di fibra nella fessura

Come già menzionato, nel sistema FRCM il rinforzo è costituito da uno o più strati di rete di fibre posti all'interno di due strati di malta. Per valutare il contributo irrigidente che la malta tesa tra due fessure successive esplica sul rinforzo (tension stiffening), è necessario considerare l'interazione tra questi due materiali. A questo

scopo, sono stati condotti diversi programmi sperimentali, che hanno fornito le relazioni di aderenza da riutilizzarsi per differenti tipi di rete di fibra e malta circostante, come già illustrato nel Capitolo 1. Nel modello proposto, il contributo di tension stiffening è stato valutato a partire dall'approccio proposto da Cerioni e altri [44], che prevede di determinare un apposito coefficiente  $g_i$  da inserire nella matrice di rigidezza della rete di fibra nella fessura,  $[D_{r,cr}]$ . Tale coefficiente viene valutato implementando per ogni punto di integrazione fessurato della mesh ad elementi finiti, un'appropriata legge di aderenza  $\tau$ - $s$  all'interno di una procedura numerica basata sul metodo delle differenze finite. L'aderenza tra malta e rete di fibre determina una distribuzione delle deformazioni non uniforme nella rete di rinforzo, la quale può essere valutata numericamente in un numero finito di punti lungo lo sviluppo longitudinale del rinforzo stesso. Il problema viene risolto imponendo le condizioni di equilibrio per l'intera sezione, per la malta e per il rinforzo; queste sono riportate nelle Equazioni (2.19), (2.20) e (2.21):

$$\frac{d\sigma_m}{dx_i} + \rho \frac{d\sigma_r}{dx_i} = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{d\sigma_m}{dx_i} = -\rho_r \frac{4}{\phi_{eq}} \tau(s(x_i)) \quad (2.20)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dx_i} = \frac{4}{\phi_{eq}} \tau(s(x_i)) \quad (2.21)$$

in cui  $\rho_r$  è il rapporto tra l'area delle fibre e l'area trasversale della malta (percentuale geometrica di armatura) e  $\phi_{eq}$  è il diametro equivalente della rete di fibre, calcolato effettuando un'equivalenza tra l'area delle fibre e l'area di una circonferenza. Oltre le condizioni di equilibrio, viene introdotta l'equazione di compatibilità (2.22):

$$s(x_i) = u_r - u_m, \quad (2.22)$$

dove con  $s$  si indica lo "slip" o scorrimento, definito come la differenza degli spostamenti tra due punti inizialmente sovrapposti di malta e rete di fibra. Derivando l'Equazione (2.22) rispetto ad  $x_i$ , si ottiene:

$$\frac{ds}{dx_i} = \varepsilon_r - \varepsilon_m, \quad (2.23)$$

essendo  $\varepsilon_r$  e  $\varepsilon_m$  le deformazioni normali della rete di fibra e della malta lungo lo sviluppo longitudinale del rinforzo.

Combinando le Equazioni (2.21) e (2.23) si ottiene la classica equazione differenziale del secondo ordine dell'aderenza, che può essere risolta numericamente attraverso il metodo delle differenze finite per ottenere lo scorrimento  $s$ :

$$\frac{d^2s}{dx_i^2} = \frac{4}{\phi E_r E_m} \left( 1 + \frac{E_r}{E_m} \rho_r \right) \cdot \tau(s(x_i)) \quad (2.24)$$

L'equazione (2.24) viene quindi risolta in un numero finito di punti, equidistanti l'uno dall'altro e posti in direzione dello sviluppo longitudinale del rinforzo:

$$\frac{s_{j-1} - 2s_j + s_{j+1}}{\Delta x_j^2} = k \tau_j \quad (2.25)$$

in cui il coefficiente  $k$  è calcolato mediante l'Equazione (2.26):

$$k = \frac{4}{\phi E_r} \left( 1 + \frac{E_r}{E_m} \rho_r \right) \quad (2.26)$$

Applicando le due condizioni al contorno  $s(0) = 0$  and  $s(l_s/2) = \delta/2$  è possibile scrivere il sistema in forma matriciale (2.27) come:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_{n-1} \\ s_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k \Delta x_i^2 \tau_2 \\ \dots \\ k \Delta x_i^2 \tau_{n-1} \\ \delta/2 \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

il quale viene risolto per mezzo di una procedura iterativa. Dopo aver determinato lo scorrimento  $s(x_i)$ , è possibile valutare le altre variabili seguendo una procedura analoga. Le tensioni nella malta sono ottenute mediante l'integrazione dell'equazione di equilibrio della malta stessa, adottando, ancora una volta, il metodo delle differenze finite:

$$\sigma_{m,j} - \sigma_{m,j+1} = \rho_r \frac{4}{\phi} \Delta x_i \tau_j \quad (2.28)$$

Si ottiene quindi il sistema risolvibile riportato nell'Equazione (2.29):

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{m,1} \\ \sigma_{m,2} \\ \dots \\ \sigma_{m,n-1} \\ \sigma_{m,n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho \ 4/\phi \ \Delta x_i \ \tau_1 \\ \rho \ 4/\phi \ \Delta x_i \ \tau_2 \\ \dots \\ \rho \ 4/\phi \ \Delta x_i \ \tau_{n-1} \\ \sigma_{ct}^{cr} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

Per quanto concerne le deformazioni della malta, queste possono essere valutate a partire dalle tensioni corrispondenti, sulla base della legge costitutiva adottata per la malta in trazione. A questo punto le deformazioni della rete di fibra possono essere ottenute dall'equazione (2.23), che può essere riscritta nella forma:

$$\varepsilon_{r,j} = \varepsilon_{m,j} + \frac{1}{2\Delta x_j} (s_{j+1} - s_{j-1}). \quad (2.30)$$

Imponendo le condizioni di simmetria in  $x_i = 0$  and  $x_i = l_s/2$ , la relazione (2.30) può essere riscritta in forma matriciale come:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{r,1} \\ \varepsilon_{r,2} \\ \dots \\ \varepsilon_{r,n-1} \\ \varepsilon_{r,n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{m,1} \\ \varepsilon_{m,2} \\ \dots \\ \varepsilon_{m,n-1} \\ \varepsilon_{m,n} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2\Delta x_j} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & \dots & -1 & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_{n-1} \\ s_n \end{Bmatrix}. \quad (2.31)$$

A questo punto è necessario garantire la congruenza globale (a livello dell'intera procedura), imponendo che il valore medio della deformazione della rete di fibre  $\varepsilon_{r,mean}$ , calcolata tra due fessure adiacenti seguendo la procedura appena descritta come:

$$\varepsilon_{r,mean} = \frac{1}{n-1} \left( \frac{\varepsilon_{r,1}}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} \varepsilon_{r,i} + \frac{\varepsilon_{r,n}}{2} \right) \quad (2.32)$$

risulti uguale alla deformazione della rete di fibre valutata mediante la procedura globale. Quando questa condizione è soddisfatta, si ottiene l'effettiva distribuzione di deformazione lungo il rinforzo. Il coefficiente di tension stiffening,  $g_i$ , può quindi essere calcolato come rapporto tra la deformazione dell' $i$ -esimo strato di rete di fibre nella fessura ( $\varepsilon_{ri,cr}$ ) e la deformazione della fessura stessa ( $\delta_i/l_{si}$ ). L'Equazione che riporta questo rapporto è la (2.33).



$$g_i = \frac{\varepsilon_{ri,cr}}{\delta_i} l_{si} \quad (2.33)$$

La tensione nella barra spalmata lungo le superfici della fessura si può esprimere come:

$$\sigma_{ri}^{cr} = \frac{N_{ri}^{cr}}{\rho_i t} = \frac{\bar{E}_{ri}^{cr} \pi \phi_i^2}{4 s_i t} = \rho_{ri} \bar{E}_{ri}^{cr} \varepsilon_{ri,cr} = \rho_{ri} \bar{E}_{ri}^{cr} g_i \frac{\delta_i}{l_{si}} \quad (2.34)$$

in cui  $\bar{E}_{ri}^{cr}$  è il modulo elastico secante in corrispondenza della deformazione assiale della rete  $\varepsilon_{ri,cr}$  della fessura e  $\rho_i$  è la spaziatura tra le varie bande della rete di fibre. La matrice di rigidezza fessurata  $[D_{ri,cr}]$  relativa alla rete di fibre, per la  $i$ -esima direzione, può essere ottenuta mediante la formulazione riportata dalla (2.35).

$$[D_{ri,cr}^{(x_i, y_i)}] = \rho_{ri} \begin{bmatrix} \bar{E}_{ri}^{cr} \cdot g_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

### Calibrazione dei parametri della legge di aderenza

Come accennato nel paragrafo precedente la risoluzione dell'Equazione differenziale (2.24) richiede l'adozione di una legge di aderenza  $\tau$ - $s$ . La forma della legge di aderenza adottata è quella del Model Code 2010 [51]. La relazione tra la tensione tangenziale  $\tau$  e lo scorrimento  $s$  proposto dal Model Code è definita da quattro tratti, rispettivamente individuati dalle Equazioni (2.36), (2.37), (2.38) e (2.39):

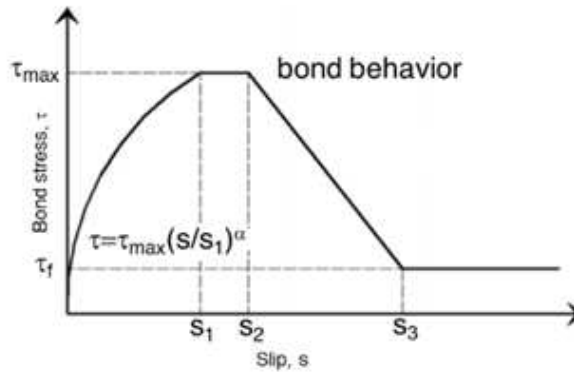
$$\tau = \tau_{max} (s/s_1)^\alpha \quad 0 \leq s \leq s_1 \quad (2.36)$$

$$\tau = \tau_{max} \quad s_1 < s \leq s_2 \quad (2.37)$$

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \left( \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right) \quad s_2 < s \leq s_3 \quad (2.38)$$

$$\tau = \tau_f \quad s_3 < s \quad (2.39)$$

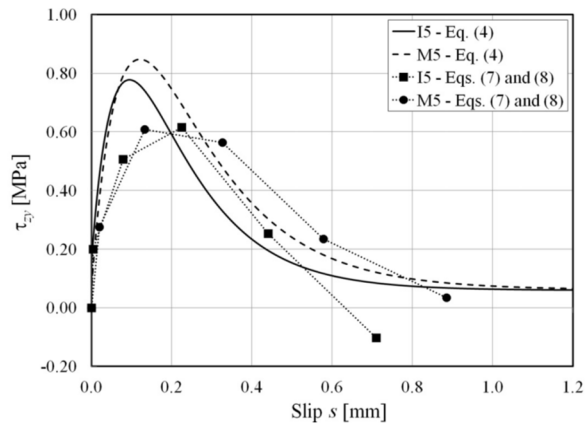
in cui  $\tau_f$  è la tensione di aderenza residua,  $\tau_{max}$  è la tensione massima al picco, entrambi dipendono dalle condizioni di aderenza e dal tipo di rottura prevista,  $\alpha$  è un coefficiente che nel caso del cemento armato è tabulato e vale 0.4. La legge di aderenza descritta dalle Equazioni precedenti è illustrata Figura 2.10.



**Figura 2.10** Forma della legge di aderenza  $\tau$ - $s$  secondo il Model Code 2010 [51]

Nel presente lavoro di tesi si è scelto di utilizzare la legge di aderenza del Model Code 2010 [51], calibrandone opportunamente i parametri sulla base dei risultati sperimentali relativi all'FRCM disponibili in letteratura.

Nello specifico, per il PBO-FRCM si è scelta la legge di derivazione sperimentale proposta da D'Antino e altri [5], già descritta nel Capitolo 1 e illustrata in Figura 2.11.



**Figura 2.11** Legge di aderenza proposta da D'Antino e altri [5] adottata nel modello.

I parametri che devono essere calibrati per la definizione completa della legge del Model Code 2010 sono quattro:  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  e il coefficiente  $\alpha$ . La procedura

seguita per la calibrazione dei suddetti parametri consiste nel metodo dei minimi quadrati. In prima battuta vengono fissati i valori di tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$  e residua  $\tau_r$  sulla base dei valori sperimentali; associati a questi, vengono quindi scelti i valori degli scorrimenti  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$ . Mediante una procedura di minimizzazione tra la legge di aderenza sperimentale e quella di cui è necessario tarare i parametri si ottiene il coefficiente  $\alpha$ . Si riportano di seguito, in Tabella 2.1, i parametri della legge del Model Code 2010 ottenuti dopo la procedura di calibrazione ai minimi quadrati.

| Parametro | Valore |
|-----------|--------|
| $s_1$     | 0.108  |
| $s_2$     | 0.108  |
| $s_3$     | 0.770  |
| $\alpha$  | 0.437  |

**Tabella 2.1** Parametri utilizzati per il PBO-FRCM sulla base della legge di D'Antino et al. [5]

Nel caso in cui la rete di fibre sia in carbonio (cosiddetto Carbon-FRCM), si è seguito lo stesso procedimento già illustrato per il PBO-FRCM, utilizzando in questo caso i dati sperimentali di D'Ambrisi et al [52]. I parametri così ottenuti sono riportati in Tabella 2.2.

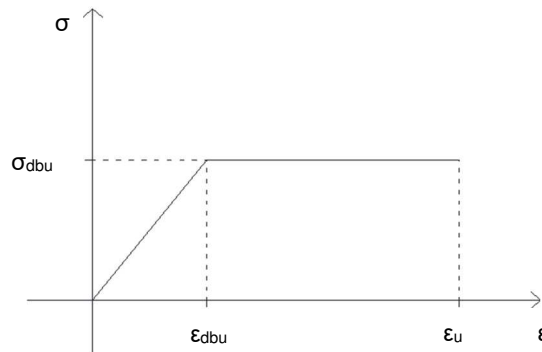
| Parametro | Valore |
|-----------|--------|
| $s_1$     | 0.049  |
| $s_2$     | 0.049  |
| $s_3$     | 0.014  |
| $\alpha$  | 0.114  |

**Tabella 2.2** Parametri utilizzati per il Carbon-FRCM sulla base dei risultati sperimentali di D'Ambrisi et al [52].

## 2.2.4 Condizione di debonding per le travi

Il legame costitutivo proposto si pone l'obiettivo, oltre che di prevedere il comportamento meccanico del materiale composito, anche di simulare la condizione di perdita d'aderenza tra il materiale composito stesso e il supporto in cemento armato come dettagliatamente illustrato nel Paragrafo §1.4.1.1. Questa è la tipologia di rottura ricorrente nei sistemi rinforzati e pertanto deve essere correttamente prevista nella simulazione numerica del comportamento di travi in c.a. rinforzate con FRCM. Ciò può essere fatto seguendo diverse strategie, che consistono nella modellazione dell'interfaccia tra il rinforzo e il substrato (considerando dei collegamenti tra questi elementi di rinforzo e la parte rimanente di mesh, inserendo uno strato di elementi di interfaccia, attribuendo un comportamento di interfaccia) oppure nella modifica del legame costitutivo adottato per il materiale di rinforzo, considerando valida l'ipotesi di perfetta

aderenza col substrato. Nel presente lavoro di tesi, la condizione di perdita di aderenza tra il supporto e il rinforzo viene proprio simulata modificando il comportamento assunto dal materiale di rinforzo quando si ha il raggiungimento di determinati livelli deformativi. Come si vedrà più nella validazione numerica del modello, la mesh che viene creata per la simulazione di trave e rinforzo prevede che i nodi degli elementi usati per simulare l'FRCM siano coincidenti con i nodi degli elementi della struttura rinforzata. Le evidenze sperimentali mostrano, infatti, un decremento nella forza sostenuta dal rinforzo, a causa della progressiva perdita di aderenza tra le fibre e la matrice per grandi slittamenti o per la rottura delle fibre stesse. Tale condizione viene quindi simulata all'interno del legame costitutivo proposto modificando la legge tensione-deformazione della maglia di rete di fibre, che come illustrato al Paragrafo §2.2.1, è stata assunta elastica lineare fino a rottura. La modifica apportata riguarda sia la modellazione del materiale in fase non fessurata, che quella del materiale integro compreso tra due fessure successive, per la fase fessurata. Nello specifico si è adottato un comportamento elastico fino al raggiungimento della deformazione corrispondente al debonding  $\epsilon_{db}$  e, successivamente, perfettamente plastico fino al raggiungimento del valore ultimo di deformazione della rete di fibre, come mostrato in Figura 2.12.



**Figura 2.12** Legame costitutivo adottato per la maglia di rinforzo dei sistemi FRCM, modificato al fine di considerare il fenomeno del debonding

La calibrazione dei diversi parametri del modello è stata effettuata analizzando i risultati sperimentali disponibili in letteratura [12,13,25,53] relativi a prove di taglio su provini in FRCM. Per prima cosa, è necessario individuare il valore della massima forza  $P_{dbu}$  che può essere sopportata dal composito prima che si manifesti lo slittamento della fibra all'interno della matrice. In generale, la forza di debonding  $P_{dbu}$ , in corrispondenza della quale le fibre cominciano a slittare nella malta, e la forza  $P_{max}$ , a cui corrisponde il distacco del composito dal supporto, non sono a rigore lo stesso valore per i compositi FRCM, questo perché per questo tipo di materiale si ha la presenza dell'attrito, come già accennato nel Capitolo 1. Per semplificare il problema, dato che l'attrito restituisce un contributo che in prima approssimazione può essere trascurato, si assume che  $P_{dbu}$  sia coincidente con  $P_{max}$ . Pertanto è da quest'ultimo valore, più facilmente ricavabile dal punto di vista sperimentale, che verrà ricavata la deformazione di debonding

$\varepsilon_{dbu}$ . I dati sperimentali disponibili in letteratura, sintetizzati in Tabella 2.3, mostrano un buon accordo tra loro, attestandosi a un valore medio di 9.72 kN nel caso del PBO-FRCM.

| Autore                 | Dimensioni del composito (t·b <sub>r</sub> ) | P <sub>dbu</sub> [kN] | σ <sub>dbu</sub> [MPa] |
|------------------------|--|-----------------------|------------------------|
| D'ambrisi e altri [13] | 0.0455x100                                   | 10.78                 | 2369                   |
| D'Antino e altri [5]   | 0.0455x60                                    | 7.004                 | 2565                   |
| D'Antino e altri [5]   | 0.0455x80                                    | 9.086                 | 2496                   |
| Tran e altri [12]      | 0.0455x100                                   | 10.21                 | 2243                   |

**Tabella 2.3** Valori sperimentali della forza massima P<sub>dbu</sub> riportati da diversi autori [12,13,25,53].

Come si evince dalla Tabella 2.3, i valori proposti dai vari autori per la tensione di debonding sono tutti molto ravvicinati, pertanto per il composito PBO-FRCM viene presa pari al valor medio, uguale a 2418 MPa. L'energia di frattura d'interfaccia G<sub>f</sub> al debonding può essere ottenuta dalla forza di debonding P<sub>dbu</sub> attraverso l'Equazione (2.40).

$$G_f = \int_0^{\infty} \tau(s) ds = \frac{P_{dbu}^2}{2b_r E_r A_r} \quad (2.40)$$

dove b<sub>r</sub> e A<sub>r</sub> sono lo spessore e la sezione trasversale del materiale di rinforzo, rispettivamente, e E<sub>r</sub> è il modulo di Young delle fibre. Una volta nota l'energia di frattura d'interfaccia G<sub>f</sub>, la deformazione di debonding ε<sub>dbu</sub> può quindi essere valutata attraverso l'Equazione (2.41).

$$\varepsilon_{dbu} = \sqrt{\frac{2p_r G_f}{E_r A_r}} \quad (2.41)$$

dove p<sub>r</sub> è il perimetro della sezione trasversale delle fibre. I valori dell'energia specifica di frattura G<sub>f</sub> e della deformazione corrispondente al debonding ε<sub>dbu</sub> per il PBO-FRCM da utilizzarsi per la definizione del legame costitutivo della rete (Figura 2.12) sono riassunte in Tabella 2.4.

| Autore                 | Dimensioni del composito (t·b <sub>r</sub> ) | G <sub>f</sub> [N/mm] | ε <sub>dbu</sub> [-] |
|------------------------|--|-----------------------|----------------------|
| D'ambrisi e altri [13] | 0.0455x100                                   | 0.69                  | 0.018                |
| D'Antino e altri [5]   | 0.0455x60                                    | 0.81                  | 0.020                |
| D'Antino e altri [5]   | 0.0455x80                                    | 0.76                  | 0.019                |
| Tran e altri [12]      | 0.0455x100                                   | 0.62                  | 0.017                |

**Tabella 2.4** Valori di energia specifica di frattura e deformazione corrispondente al debonding ε<sub>dbu</sub> per il PBO-FRCM [12,13,25,53].

## 2.3 Implementazione in un programma FEM

Il legame costitutivo per i compositi FRCM è stato quindi implementato all'interno del codice ad elementi finiti ABAQUS. La scelta è ricaduta su questo programma commerciale perché permette all'utente di definire e implementare un generico modello costitutivo in modo relativamente semplice, fornendo al software la matrice di rigidezza del materiale all'interno di una "user-material" subroutine (UMAT). Quest'ultima è un file, che contiene una sequenza di istruzioni in linguaggio FORTRAN. Il connubio tra la possibilità dell'utente di decidere in modo così flessibile il comportamento del materiale e le potenzialità offerte da un software commerciale permette di eseguire analisi numeriche su vari elementi strutturali e su strutture anche complesse in modo relativamente semplice e veloce.

La UMAT viene richiamata dal software per ogni punto di integrazione all'inizio di ogni incremento di carico o iterazione all'interno dell'incremento di carico. In particolare, per ogni iterazione, ABAQUS fornisce alla User Subroutine lo stato corrente di deformazione  $\{\varepsilon\}$  e di tensione  $\{\sigma\}$ , nonché un valore di tentativo dell'incremento di deformazione  $\{\Delta\varepsilon\}$ , che può essere variato per raggiungere la convergenza; a partire da questi dati, la subroutine calcola la matrice di rigidezza del materiale  $[D]$  e le tensioni aggiornate, che vengono quindi ripassati al codice di calcolo.

Tutte le successive operazioni per la risoluzione del problema (integrazione numerica, assemblaggio delle matrici, valutazione delle forze interne e degli incrementi di spostamento, oltre che le iterazioni di equilibrio per la convergenza) sono quindi eseguite da ABAQUS. Tra le varie quantità fondamentali che il software restituisce, è bene sottolineare come ABAQUS permetta di ottenere quelle che vengono denominate "solution-dependent state variables" o SDV ad ogni incremento di carico che possono essere definite dall'utente all'interno della UMAT stessa. Nello studio del comportamento tenso-deformativo dei sistemi di rinforzo è, ad esempio, possibile visualizzare il valore assunto dell'apertura di fessura in diverse zone dell'elemento.

### 2.3.1 Convergenza

Dopo aver calcolato la matrice di rigidezza del materiale  $[D]$ , la subroutine UMAT determina le tensioni totali  $\{\sigma\}$  che vengono quindi passate al programma principale:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} + \{\Delta\varepsilon\}) \quad (2.42)$$

Integrando tali tensioni  $\{\sigma\}$  sull'elemento, il codice ad elementi finiti calcola poi il vettore delle forze interne  $\{f_{int}\}$  relative al singolo elemento e successivamente quelle sull'intera struttura, attraverso un procedimento di assemblaggio. La matrice di rigidezza del materiale  $[D]$ , contenente il legame costitutivo descritto nei paragrafi precedenti, è a sua volta utilizzata per valutare la matrice di rigidezza di

ogni elemento  $[k_e]$ . La matrice di rigidezza globale dell'intera struttura  $[K]$  viene quindi ottenuta dall'assemblaggio di tutte le matrici  $[k_e]$ . Per ogni incremento di carico, o all'interno dell'incremento, il sistema risolvibile può essere risolto a partire dalla matrice di rigidezza globale  $[K]$  della struttura e dal vettore delle forze residuali  $\{\Delta F\}$  che può essere calcolato come differenza tra le forze esterne  $\{f_{ext}\}$  che sono note, e le forze interne  $\{f_{int}\}$  ottenute per l'integrazione delle tensioni:

$$\{\Delta q\} = [K]^{-1}(\{f_{ext}\} - \{f_{int}\}) \quad (2.43)$$

Il residuo  $\{\Delta F\}$  rappresenta quindi lo scarto delle forze esterne che non sono bilanciate dallo stato tensionale interno dell'intera struttura. Anche in questo caso è il software ABAQUS che, mediante iterazioni di equilibrio e modificando lo stato tensionale interno, fa sì che l'Equazione (2.43) sia soddisfatta a meno di uno scarto che può essere deciso dall'utente. Per avere equilibrio, sarebbe necessario azzerare la differenza  $\{\Delta F\}$ , tuttavia, trattandosi di un problema non lineare, il valore di scarto non sarà mai perfettamente nullo. Per tale ragione viene definita una certa tolleranza, che per default è assunta pari allo 0,5% di una forza media nella struttura (mediate sul "tempo"), la quale viene calcolata in modo automatico da ABAQUS.

Se l'equazione di equilibrio viene soddisfatta si raggiunge convergenza e il software passa all'incremento di carico successivo; nel caso in cui la convergenza non sia, invece, ottenuta, il software propone un nuovo valore di tentativo per l'incremento di deformazione  $\{\Delta \epsilon\}$ , a partire dall'incremento di spostamento trovato  $\{\Delta q\}$ .

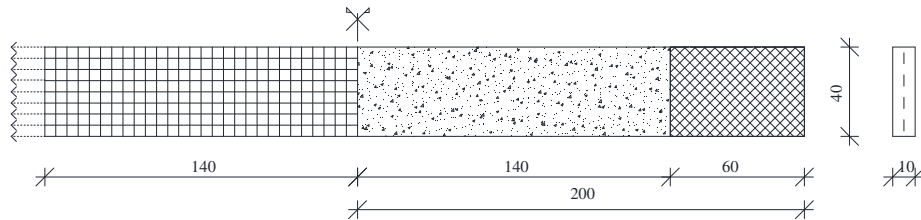
## 2.4 Validazione del modello: confronto tra risultanze numeriche e sperimentali

Il legame costitutivo proposto è stato quindi validato attraverso il confronto con alcune risultanze sperimentali significative disponibili in letteratura tecnica. Anzitutto, la bontà del legame proposto è stata verificata con riferimento ad elementi semplici formati dal solo materiale composito FRCM; di conseguenza, l'attenzione è stata focalizzata su tiranti in FRCM. Successivamente, si è quindi proceduto all'analisi di interi elementi rinforzati mediante tecnica FRCM, in modo da valutare l'efficacia del modello nel predire l'effetto del rinforzo sul supporto e le modalità di rottura. Nello specifico, sono state analizzate diverse campagne sperimentali relative a travi in cemento armato rinforzate a flessione mediante uno o più strati di FRCM.

### 2.4.1 Analisi di tiranti in FRCM

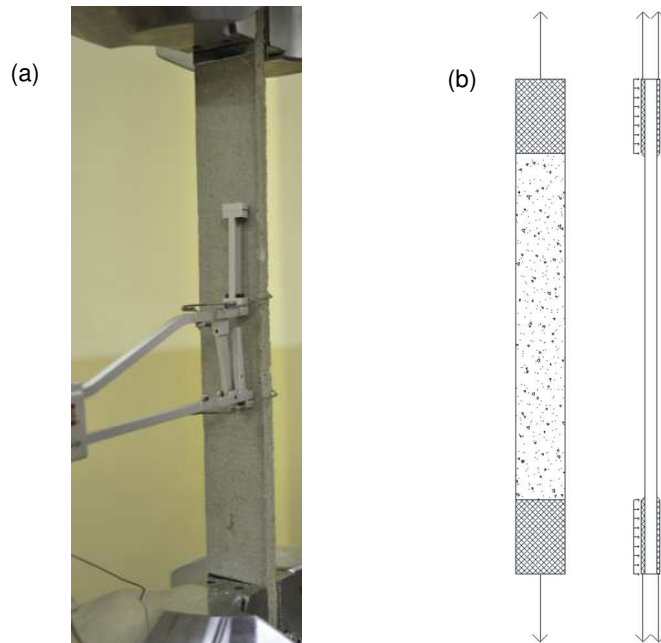
La validità della procedura sopra descritta è stata inizialmente verificata attraverso confronti con dettagliati dati sperimentali disponibili in letteratura tecnica

e relativi a tiranti in FRCM. In particolare è stato considerato il programma sperimentale condotto da Carozzi e Poggi nel 2015 [54,55], finalizzato alla caratterizzazione meccanica del materiale FRCM. A tal fine sono stati analizzati provini prismatici di dimensione 400x40x10 mm, come mostrato in Figura 2.13.



**Figura 2.13** Sulla sinistra: mesh ad EF e indicazione dello spostamento applicato all'estremità del provino. Sulla destra: schizzo del provino con piatto metallico ad un'estremità e sezione trasversale con indicazione della maglia di rete (in mezzo). Tutte le dimensioni sono in mm.

Il materiale FRCM utilizzato è stato ottenuto a partire da una matrice cementizia a bassa percentuale di polimeri e di filamenti di fibre. Sono stati realizzati diversi provini, in cui è stata fatta variare la rete di fibre utilizzata come rinforzo; in particolare, sono state considerate reti in PBO, carbonio oppure in fibra di vetro.



**Figura 2.14** (a) immagine del set-up di prova [54,55] ; (b) schema del provino con indicazione degli spostamenti imposti e di come essi vengano trasmessi al provino stesso



Per quanto riguarda il set-up di prova, gli estremi di ogni provino sono stati fissati nelle morse della macchina di prova e quindi il provino è stato soggetto a trazione applicando uno spostamento crescente. La Figura 2.14 mostra nel dettaglio la tecnica utilizzata per solidarizzare il tirante alla macchina di prova. Siccome i due estremi del provino potrebbero essere soggetti ad elevate tensioni di compressione, sono stati incollati alle estremità dell'elemento due piatti fibrorinforzati di dimensioni 60x40x2 mm. Durante la prova, un estensimetro di lunghezza di 100 mm è stato fissato nell'area centrale del provino in modo da misurarne gli spostamenti.

Lo sviluppo del quadro fessurativo è stato registrato a differenti livelli di carico adottando la Digital Image Correlation (DIC). Tale sistema ha permesso inoltre di determinare la deformazione ultima e la massima forza di trazione sopportabile dal provino, così come il modulo di elasticità della malta sia nella fase non fessurata che nella fase fessurata. Sperimentalmente è stato osservato un comportamento trilineare, caratterizzato da una prima fase, in cui il provino non è fessurato e il suo comportamento è più o meno coincidente con quello della malta, una seconda fase di transizione, in cui si sviluppano le fessure, ed un'ultima in cui il carico esterno viene portato esclusivamente dalla rete di fibre.

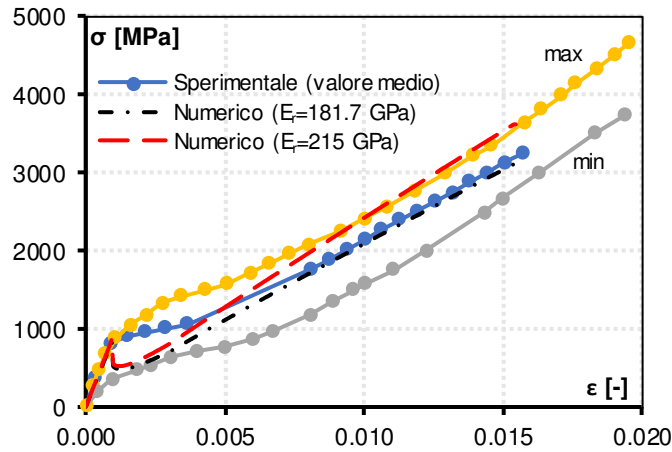
Le prove sperimentali sopradescritte sono state qui modellate mediante analisi agli elementi finiti, utilizzando il legame costitutivo proposto per i compositi FRCCM. Come detto l'attenzione è stata concentrata sui soli provini con rinforzo in PBO o in carbonio; tuttavia, avendo la medesima geometria, è stata adottata un'unica mesh per tutti i casi analizzati, formata da elementi membranali a 8 nodi con integrazione ridotta (M3D8R) con una dimensione media dell'elemento di 5 mm. Sfruttando la simmetria, si è scelto di modellare solo metà del provino applicando i vincoli di simmetria nella sezione centrale e applicando uno spostamento crescente sull'estremo libero.

Per quanto riguarda le proprietà meccaniche adottate nelle simulazioni numeriche, si è fatto riferimento ai valori sperimentali. Per le fibre sono necessari solo due parametri (in particolare il modulo elastico e la tensione o deformazione ultima), avendo fatta l'ipotesi di comportamento lineare elastico fino a rottura. Al contrario, la definizione delle proprietà meccaniche della malta da utilizzare nelle analisi presenta maggiori incertezze. I dati sperimentali disponibili sono infatti relativi alla sola resistenza a trazione ottenuta da prove brasiliane  $f_{ct,split}$ . Siccome il legame costitutivo proposto richiede di specificare la resistenza a trazione diretta, quest'ultima è stata dedotta dal valore sperimentale di splitting, adottando un fattore di correlazione simile a quello usato per il calcestruzzo, che varia tra 0.8 e 0.9. Come primo tentativo, si è scelto di adottare il valore di  $f_{ct}=0.85 \cdot f_{ct,split}$ . Inoltre, per tenere conto della variazione di resistenza lungo il provino, si è scelto di adottare nelle analisi il limite inferiore della resistenza di trazione della malta, riferendosi al frattile del 5%, pertanto  $f_{tk0,05}=0,7 \cdot f_{ctm}$  come riportato in Tabella 2.5. Come sarà mostrato nel seguito tale assunzione permette di ottenere un buon fitting con le evidenze sperimentali. Il legame costitutivo proposto richiede inoltre di specificare il valore del modulo elastico della malta  $E_m$  e della resistenza a compressione  $f_c$  che sono stati dedotti da altri test sperimentali relativi lo stesso materiale, come riportato in Tabella 2.5.

| Materiale                     | $E$ [GPa] | $\varepsilon_U$ [-] | $f_{ctk,0.05}$ [MPa] | $f_c$ [MPa] |
|-------------------------------|-----------|---------------------|----------------------|-------------|
| Fibre in PBO                  | 215.9     | 0.0155              |                      |             |
| Fibre in Carbonio             | 203.0     | 0.0094              |                      |             |
| Malta per provini in PBO      | 2.87      |                     | 3.65                 | 20.2        |
| Malta per provini in Carbonio | 2.87      |                     | 2.02                 | 20.2        |

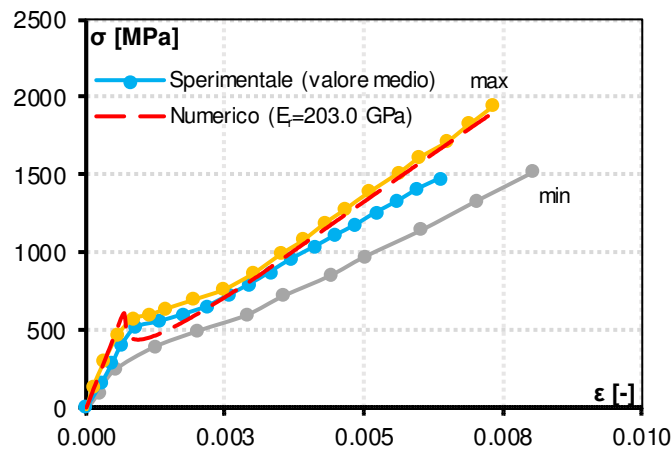
**Tabella 2.5** Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati nella modellazione numerica

I confronti sono forniti in termini di tensione-deformazione, per ogni tipo di rete di fibra considerata. In maggior dettaglio, le Figura 2.15 e Figura 2.16 riportano tre curve sperimentali rispettivamente riferite al massimo e al minimo involucro di tutte le curve sperimentali e all'andamento medio fornito dagli autori. Deve essere sottolineato che le tensioni sono calcolate dividendo le forze applicate ai provini per l'area delle fibre, dal momento che l'area della malta non è sempre perfettamente la stessa, data la piccola dimensione dei provini. Come osservato dai grafici riportati, i risultati numerici e sperimentali risultano in buon accordo tra loro. Come si può osservare il maggiore scostamento tra le curve si ha immediatamente dopo la formazione della prima fessura; in tale fase il comportamento del tirante è infatti maggiormente governato dal bridging degli aggregati e quindi la risposta numerica è fortemente influenzata dalla legge di tension softening adottata per la malta. La mancanza di un andamento tri-lineare ben definito nelle curve numeriche è imputabile al fatto che il modello costitutivo adottato per l'FRCM è di tipo smeared, ed è basato sull'assunzione che dopo il raggiungimento della resistenza a trazione della malta, il quadro fessurativo si sviluppi immediatamente e non in modo graduale. È inoltre opportuno sottolineare che, nel caso dei provini in PBO, sono state effettuate due simulazioni numeriche, variando il modulo elastico delle fibre, che essenzialmente va ad influenzare il comportamento del terzo stadio. Tale valore è infatti affetto da una certa dispersione, come sottolineato dalla grande covarianza dei dati forniti dagli Autori. Adottando il valore sperimentale del modulo elastico delle fibre (uguale a 215.9 GPa), nel terzo tratto, la curva numerica mostra una pendenza maggiore rispetto a quella media sperimentale, andando a sovrapporsi alla curva relativa all'involuppo dei massimi. Utilizzando invece un valore più basso del modulo elastico (pari a 181.7 GPa), dedotto dall'effettiva pendenza della curva tensione-deformazione media sperimentale, la risposta numerica migliora notevolmente.



**Figura 2.15** Confronti tra i risultati sperimentali [54,55] e numerici per i tiranti in PBO-FRCM

Per i provini in FRCM con rete in carbonio è invece stata effettuata una sola analisi numerica effettuando il valore sperimentale del modulo elastico dichiarato dagli Autori. In questo caso, l'analisi numerica restituisce una risposta che è abbastanza vicina al limite superiore dell'involuppo sperimentale.

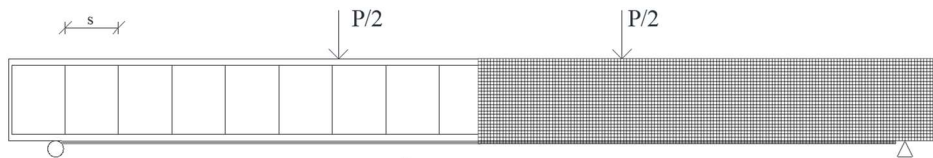


**Figura 2.16** Confronti tra i risultati sperimentali [54,55] e numerici per i tiranti in Carbon-FRCM

### 2.4.2 Analisi di travi in c.a. rinforzate a flessione con compositi FRCM

Dopo aver verificato la capacità del modello proposto di rappresentare correttamente il comportamento del singolo materiale composito FRCM, si è passati alla simulazione di elementi strutturali in cemento armato rinforzati a

flessione con uno o più strati di FRCM, così da verificare l'attendibilità del modello nel prevedere l'incremento di capacità portante e di duttilità legato alla presenza del rinforzo stesso, nonché le modalità di rottura del sistema. Nella modellazione numerica, il comportamento non-lineare del cemento armato è stato simulato utilizzando il legame costitutivo sviluppato da Cerioni e altri [44,56], denominato 2D-PARC. Anche questo legame costitutivo, così come per quello proposto nella presente tesi per il composito FRCM, è espresso sotto forma di matrici di rigidità e implementato come UMAT all'interno del codice ad elementi finiti ABAQUS. Le analisi così effettuate permettono di descrivere la risposta dell'elemento strutturale fino a rottura, tenendo conto del comportamento non lineare dei differenti materiali che formano il substrato e il rinforzo e della loro interazione all'interfaccia. Per la modellazione ad elementi finiti è stata adottata una mesh con elementi membranali a 8 nodi ad integrazione ridotta, con 4 punti di Gauss. La dimensione degli elementi varia in funzione del tipo di materiale considerato. In Figura 2.17 è riportato un esempio di modellazione agli elementi finiti di una trave in cemento armato. In generale, sfruttando la simmetria delle travi testate sperimentalmente, è possibile analizzare solo metà dell'elemento riducendo in tal modo gli oneri computazionali richiesti. Per ogni strato di FRCM è stato usato lo stesso modello ad elementi finiti, ipotizzando che il supporto FRCM sia perfettamente adeso alla trave. Analogamente alle prove sperimentali considerate anche, le analisi ad elementi finiti sono condotte in controllo di spostamento.



**Figura 2.17** Esempio di modellazione ad elementi finiti adottata per le travi inflesse rinforzate con FRCM

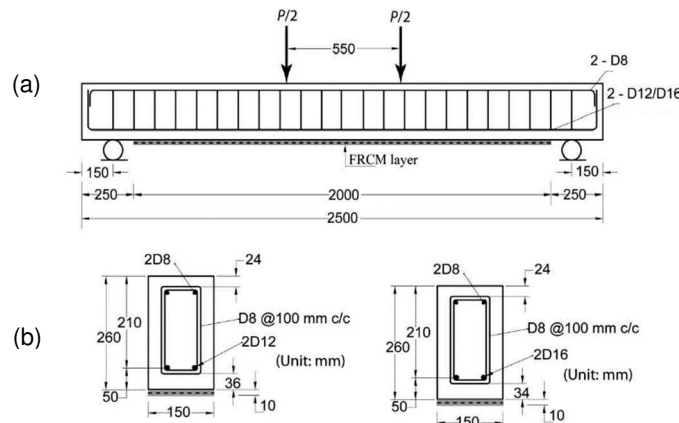
Nel proseguo del paragrafo, si riportano i diversi programmi sperimentali che sono stati presi in considerazione, con i relativi confronti tra risultati sperimentali e risultati ottenuti dall'analisi numerica.

#### 2.4.2.1 Programma sperimentale di Ebead e altri

Nel programma sperimentale condotto da Ebead e altri [57], sono state testate fino a rottura dodici travi in cemento armato soggette a flessione e rinforzate in zona tesa mediante l'utilizzo di uno o più strati di materiale composito FRCM, in cui il tessuto di fibre è fatto di PBO. Le travi testate sono caratterizzate da due tipologie di armatura a flessione, rispettivamente costituite da barre di armatura di diametro 12 e 16 mm. Come detto, il rinforzo esterno è stato effettuato sia con un singolo strato, che con un doppio strato di composito PBO-FRCM.

### Descrizione del programma sperimentale

Le travi testate hanno una luce libera di 2500 mm e presentano una sezione rettangolare di 260x150 mm<sup>2</sup> come illustrato in Figura 2.18. Due delle sei travi considerate nella presente tesi, sono state utilizzate come campioni di riferimento e pertanto non sono state rinforzate esternamente. La Figura 2.18 riporta la geometria dei campioni testati, così come la loro sezione trasversale.



**Figura 2.18** (a) Schema di prova e (b) sezioni trasversali considerate [57]

Le rimanenti quattro travi considerate sono rinforzate con uno o due strati di PBO-FRCM. Il calcestruzzo utilizzato presenta le caratteristiche meccaniche riportate in Tabella 2.6; la medesima tabella riassume inoltre le caratteristiche meccaniche degli acciai di armatura. La malta utilizzata per il rinforzo in FRCM è stata preparata in accordo con le raccomandazioni del fornitore, quindi 6,5 litri di acqua per 25 kg di secco. La resistenza media a compressione a 28 giorni è pari 29.06 MPa. Sempre in Tabella 2.6 vengono inoltre riportate le caratteristiche meccaniche della rete di PBO, in termini di modulo elastico e resistenza ultima. Lo spazio libero tra le bande nella direzione del rinforzo è di 5 mm per il tessuto in PBO.

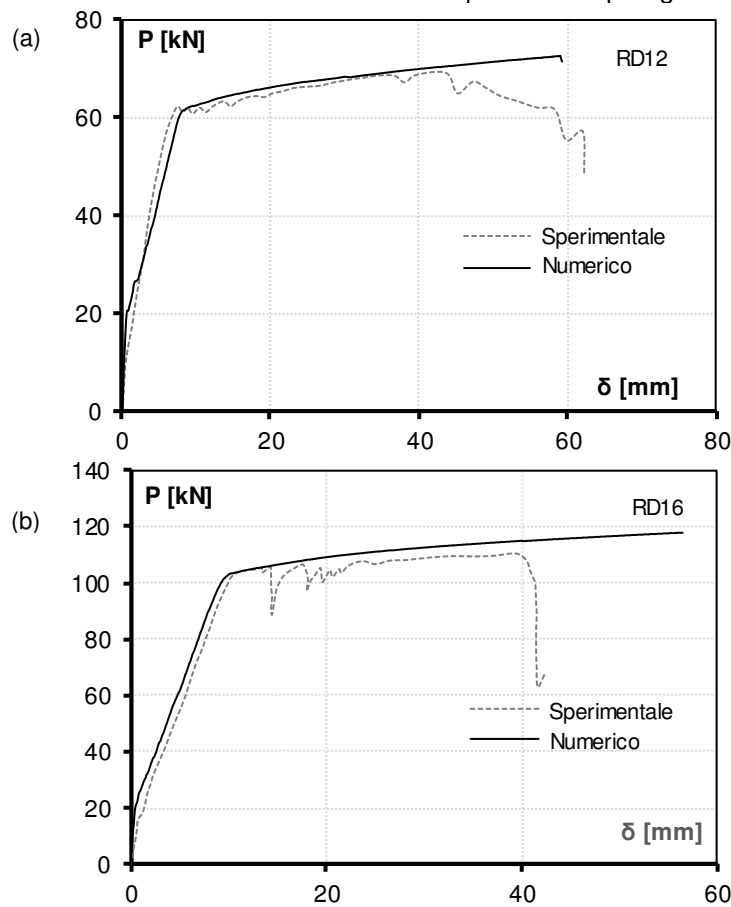
| Elemento          | E [MPa] | $f_c$ [MPa] | $f_y$ [MPa] | $f_u$ [MPa] |
|-------------------|---------|-------------|-------------|-------------|
| Calcestruzzo      | -       | 67.50       | -           | -           |
| Acciaio $\phi 12$ | 205000  | -           | 601         | -           |
| Acciaio $\phi 16$ | 183000  | -           | 595         | -           |
| Fibra PBO         | 270000  | -           | -           | 5800        |
| Malta             | -       | 29.06       | -           | -           |

**Tabella 2.6** Proprietà meccaniche dei materiali della trave dichiarati dagli autori [57]

Le prove sono state effettuate in controllo di spostamento, con una velocità di 1 mm/minuto. Durante le prove sperimentali, gli spostamenti in mezzeria sono stati misurati mediante LVDT. Sono stati inoltre applicati alcuni strain gauges alle barre in trazione in corrispondenza della mezzeria del provino, al fine di misurare direttamente le deformazioni presenti.

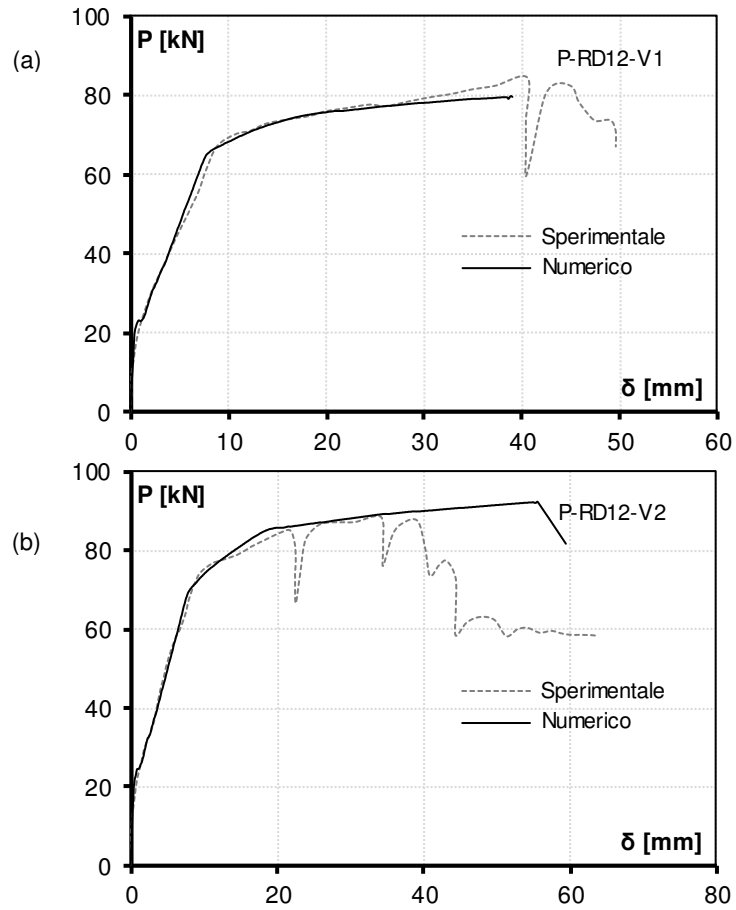
### Diagrammi carico-freccia

I confronti in Figura 2.19 sono forniti in termini di carico-spostamento per ognuna delle travi non rinforzate descritte nel precedente paragrafo.



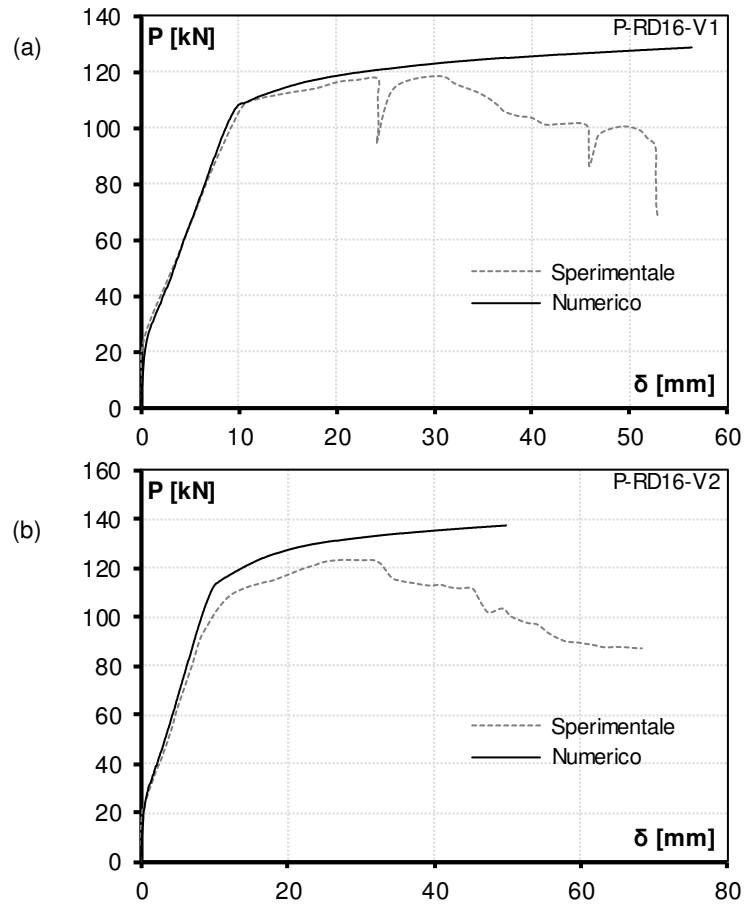
**Figura 2.19** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per travi non rinforzate RD12 (a) e RD16 (b)

Si riportano in Figura 2.20 i confronti tra i risultati numerici e sperimentali delle travi con barre longitudinali di diametro 12 mm rinforzate con uno (Figura 2.20a) o due strati (Figura 2.20b) di PBO-FRCM.



**Figura 2.20** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per travi rinforzate con barre di diametro 12 mm, P-RD12-V1 (a) e P-RD12-V2 (b)

Gli stessi grafici, riferiti ai provini rinforzate con barre  $\phi 16$  e uno o due strati di materiale composito, sono invece riportati in Figura 2.21a e Figura 2.21b rispettivamente.



**Figura 2.21** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per travi rinforzate con barre di diametro 16 mm, P-RD16-V1 (a) e P-RD16-V2 (b)

### **Quadro fessurativo**

A titolo di esempio in Figura 2.22, si riporta inoltre il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di quadro fessurativo a rottura, per quanto riguarda la trave P-RD12-V.





**Figura 2.22** Quadro fessurativo a rottura delle travi P-RD12-V1 rinforzate con un singolo strato di composito.

Per quanto concerne le travi che presentano barre longitudinali di 12 mm, i grafici mostrano un ottimo accordo tra i risultati numerici e sperimentali nel caso in cui sia stato impiegato un singolo strato di rinforzo; il modello coglie inoltre correttamente il comportamento della trave rinforzata con due strati, fino al raggiungimento della perdita di aderenza delle fibre, che si può notare in Figura 2.20b in corrispondenza della prima caduta di resistenza registrata per la trave sperimentale. Il modello è in grado di cogliere la pendenza della curva dopo il debonding, ma non permette di predire la riduzione del carico massimo sopportato dall'elemento conseguente al degrado di prestazioni della trave reale. La stessa cosa accade per le travi rinforzate con barre longitudinali sono di 16 mm. Nel caso di un singolo strato di rinforzo la previsione del comportamento globale è corretta fino al debonding; nella fase successiva, il comportamento viene invece sovrastimato. Anche nel caso delle travi rinforzate con due strati di FRCM (Figura 2.21b) si ha una leggera stima per eccesso del carico portato della trave anche se l'andamento globale è ben colto. Come si può notare, la modellazione numerica riesce a cogliere correttamente il quadro fessurativo nella trave presente in corrispondenza del carico ultimo come si può notare dalla Figura 2.22. Infine, in Tabella 2.7 si riportano i valori dei carichi ultimi raggiunti dalle travi. Vengono riportati i valori sperimentali, i valori numerici e la differenza percentuale che questi ultimi presentano rispetto alle evidenze misurate in laboratorio.

| Trave     | Sperimentali<br>[kN] | Numerici<br>[kN] | Differenza<br>[%] |
|-----------|----------------------|------------------|-------------------|
| RD12      | 69                   | 73               | 5.8               |
| RD16      | 110                  | 118              | 7.3               |
| P-RD12-V1 | 85                   | 80               | -5.9              |
| P-RD12-V2 | 88                   | 92               | 4.6               |
| P-RD16-V1 | 119                  | 129              | 8.4               |
| P-RD16-V2 | 124                  | 138              | 11.2              |

**Tabella 2.7** Confronto tra i carichi ultimi  $P_u$  ottenuti numericamente rispetto ai valori sperimentali

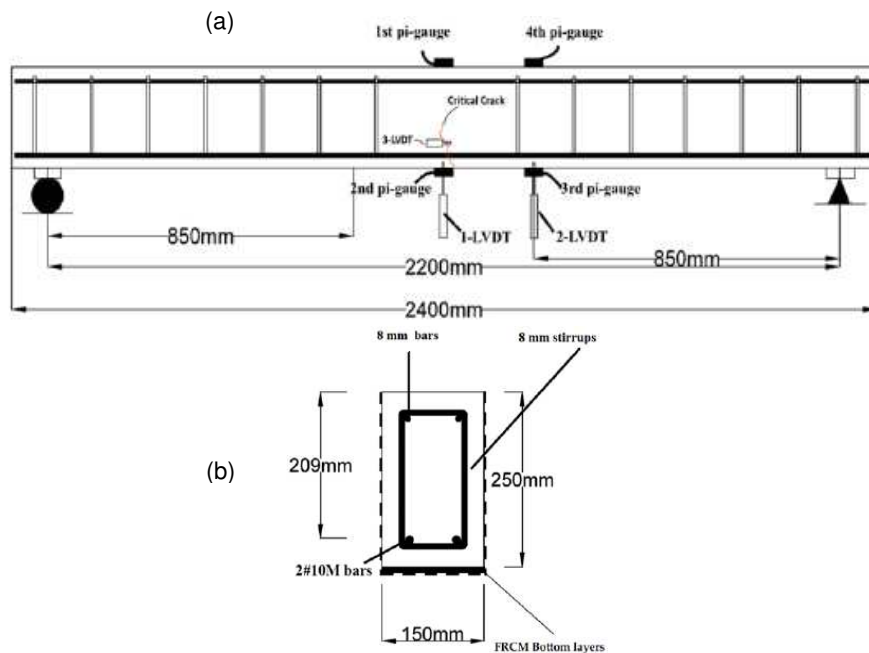
#### 2.4.2.2 Programma sperimentale Jabr e altri

Il programma sperimentale condotto da Jabr e altri [58] ha investigato il comportamento di travi in cemento armato rinforzate a flessione mediante l'utilizzo

del sistema FRCM. In questo programma sperimentale è stato preso in considerazione l'utilizzo di differenti materiali per la maglia costituente la rete interna del composito. Nel presente lavoro di tesi sono state modellate le sole travi rinforzate con 2 strati di PBO-FRCM. Il rinforzo è stato anche risvoltato in corrispondenza degli estremi della trave al fine di evitare rotture fragili dello stesso, come, per esempio, il distacco improvviso del materiale composito.

### Descrizione del programma sperimentale

Ognuna delle travi testate è alta 250 mm, larga 150 mm e ha una lunghezza di 2400 mm. Le travi modellate numericamente sono state rinforzate con due barre longitudinali di diametro di 10 mm a flessione e staffe di diametro 8 mm con passo di 150 mm. La Figura 2.23 mostra lo schema di prova della trave, in cui sono riportate anche le indicazioni delle dimensioni e delle posizioni degli strumenti di misura.

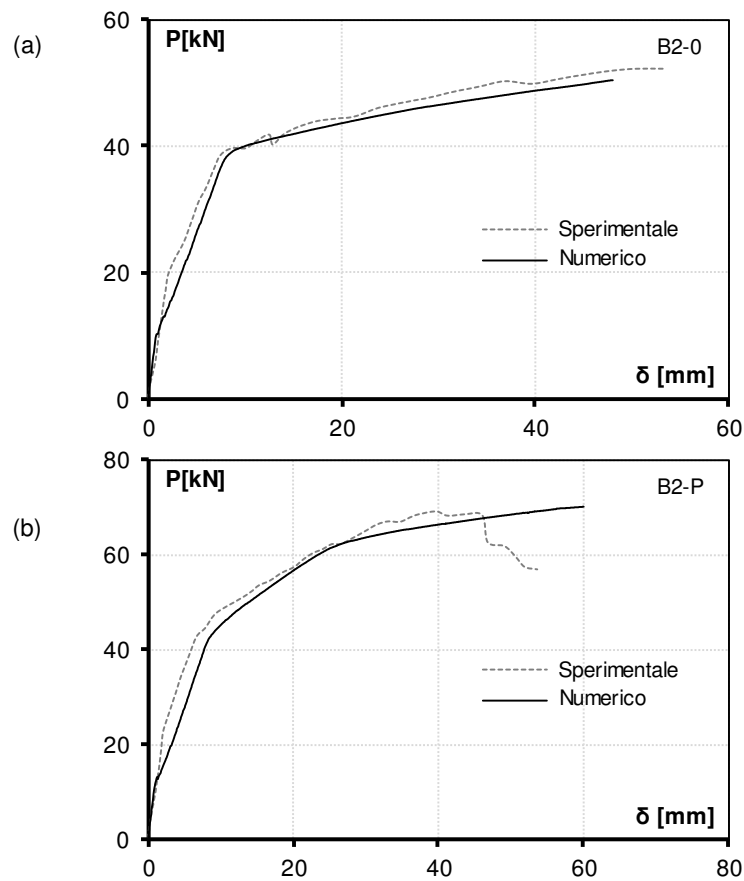


**Figura 2.23** (a) Setup di prova adottato e (b) indicazione della sezione trasversale [58]

Il calcestruzzo utilizzato per il getto delle travi presenta una resistenza a compressione media di 33 MPa; le barre hanno, invece, una resistenza media a snervamento di circa 500 MPa con un modulo elastico di 200 GPa, come riportato in Tabella 2.8. Per quanto concerne il sistema FRCM, la malta, di natura polimerica, è caratterizzata da una resistenza a compressione di 30 MPa, mentre la rete in PBO ha una resistenza ultima di 5800 MPa con un modulo elastico dichiarato di 270 GPa.

| Elemento     | E [MPa] | $f_c$ [MPa] | $f_y$ [MPa] | $\sigma_u$ [MPa] |
|--------------|---------|-------------|-------------|------------------|
| Calcestruzzo | -       | 33          | -           | -                |
| Acciaio      | 200000  | -           | 500         | -                |
| Fibra PBO    | 270000  | -           | -           | 5800             |
| Malta        | -       | 30          | -           | -                |

**Tabella 2.8** Proprietà meccaniche dei materiali dichiarate dagli autori [58]



**Figura 2.24** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per trave non rinforzata B2-0 (a) e trave rinforzata con due strati di FRCM B2-P (b)

Le travi di prova sono semplicemente appoggiate su una luce netta di 2200 mm. La prova a flessione su quattro punti è stata condotta applicando uno spostamento crescente in due punti della trave distanti tra loro 500 mm, ad una

velocità di di 2 mm/minuto. Gli spostamenti in mezzeria sono stati misurati utilizzando LVDT posti sia in mezzeria che in corrispondenza degli appoggi. Strumentazione apposita è stata inoltre utilizzata per la misurazione dell'apertura di fessura subito dopo la comparsa della fessurazione in corrispondenza della mezzeria. Sono stati applicati anche degli strain gauges all'intradosso per la misura delle deformazioni.

### **Confronti con modello numerico**

La Figura 2.24 mostra il confronto tra i risultati numerici e sperimentali, in termini di carico-spostamento in mezzeria. Si riportano i due grafici, rispettivamente relativi al campione non rinforzato, e al campione rinforzato con due strati di PBO-FRCM.

I confronti mostrano che vi è un ottimo accordo tra i risultati sperimentali e numerici. Per quanto concerne le travi non rinforzate (Figura 2.24a), si nota che il modello numerico restituisce nel primo tratto un comportamento leggermente meno rigido rispetto al comportamento sperimentale, mentre coglie correttamente il carico di snervamento delle armature, nonché il carico ultimo e la relativa duttilità.

Per quanto riguarda le travi rinforzate (Figura 2.24b), si nota che la curva numerica coglie correttamente il comportamento fino all'inizio della perdita di aderenza tra il composito e il supporto individuato dal brusco decremento di capacità portante nei risultati sperimentali. Anche la stima numerica del carico ultimo risulta più che soddisfacente. Infine, in Tabella 2.9 si riportano i confronti tra i risultati sperimentali e numerici relativamente al carico ultimo raggiunto dalle travi, indicando altresì la differenza percentuale tra questi valori.

| Trave | Sperimentali<br>[kN] | Numerici<br>[kN] | Differenza<br>[%] |
|-------|----------------------|------------------|-------------------|
| B2-0  | 52                   | 50               | -3.8              |
| B2-P  | 69                   | 70               | 1.4               |

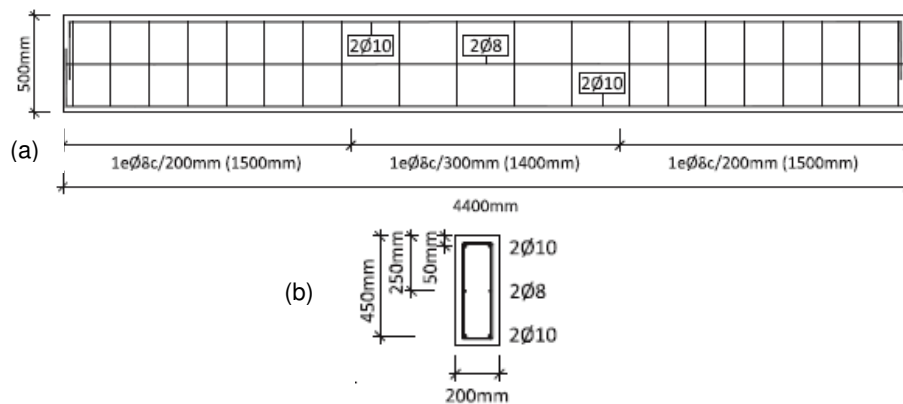
**Tabella 2.9** Confronto tra i carichi ultimi  $P_u$  ottenuti numericamente rispetto ai valori sperimentali

#### **2.4.2.3 Programma sperimentale di Escrig e altri**

Nel programma sperimentale condotto da Escrig e altri [59] vengono presi in considerazione differenti tipi di compositi FRCM applicati come rinforzo nei confronti della flessione. Nella modellazione numerica proposta nel presente lavoro di Tesi è stato preso in considerazione il rinforzo effettuato mediante PBO-FRCM. Il programma sperimentale risulta interessante poiché le travi prevedono tre ordini di armatura longitudinale, una staffatura non uniforme e un ancoraggio di estremità per il composito FRCM.

### Descrizione modello sperimentale

Le travi testate presentano una lunghezza di 4.40 m, una base di 200 mm e un'altezza di 500 mm. L'armatura longitudinale è costituita da due barre longitudinali di diametro 10 mm poste sia in zona tesa che in zona compressa, e da due barre di diametro 8 mm a metà altezza della sezione trasversale, come mostrato in Figura 2.25b. L'armatura a taglio è costituita da staffe di diametro 8 mm, poste a un passo di 300 mm nella parte centrale della trave, e raffittite a un passo di 200 mm alle estremità, come mostrato in Figura 2.25a.



**Figura 2.25** (a) Schema dei campioni testati con indicazione dell'armatura presente e (b) sezione trasversale [59]

La malta utilizzata nel programma sperimentale è di tipo idraulico, contenente fibre e additivi, e specificatamente progettata per essere applicata sul calcestruzzo. Per quanto riguarda la rete di fibra in PBO, si tratta di una rete unidirezionale le cui caratteristiche meccaniche sono riportate in Tabella 2.10.

| Elemento     | E [MPa] | $f_c$ [MPa] | $f_y$ [MPa] | $\sigma_u$ [MPa] |
|--------------|---------|-------------|-------------|------------------|
| Calcestruzzo | -       | 42.35       | -           | -                |
| Acciaio      | 198480  | -           | 517.20      | 633.63           |
| Fibra PBO    | 270000  | -           | -           | 5800             |
| Malta        | -       | 30          | -           | -                |

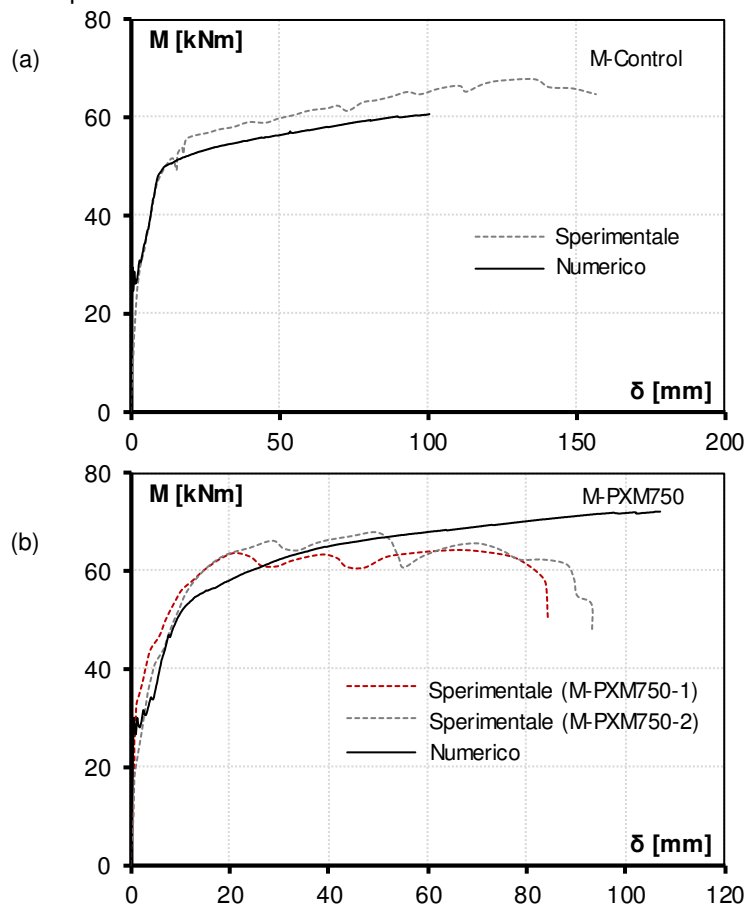
**Tabella 2.10** Proprietà meccaniche dei materiali dichiarati dagli autori [59]

Nelle prove è stato considerato un singolo strato di rete di rinforzo applicato all'intradosso della trave fissato mediante due fasciature dello stesso materiale, in corrispondenza degli appoggi, in modo da limitare ed evitare la rottura per debonding del supporto. È stato inoltre testato un campione di controllo non rinforzato. Le prove di flessione su quattro punti sono state condotte in controllo di spostamento. Sono stati misurati gli spostamenti verticali in cinque sezioni

trasversali differenti. In tre di queste, in corrispondenza della mezzeria sono stati ottenuti gli spostamenti medianti potenziometri, mentre nelle restanti sezioni le inflessioni sono state controllate mediante trasduttori laser.

### Confronti con modello numerico

La Figura 2.26 mostra il confronto tra i numerici e sperimentali in termini di momento agente-spostamento in corrispondenza della sezione di mezzeria delle travi. Si riportano i due grafici, rispettivamente relativi al campione non rinforzato, che al campione rinforzato con uno strato di PBO.



**Figura 2.26** (a) Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per la trave non rinforzata M-Control e (b) per le travi rinforzate con un singolo strato di FRCM M-PXM750 in termini di momento agente-freccia

Come si può notare, la curva sperimentale relativa alla trave non rinforzata presenta una freccia ultima superiore a quelle delle travi rinforzate con uno strato

di composito, a parità di caratteristiche geometriche e di armatura d'acciaio presente. Ovviamente, tale comportamento "anomalo" non viene colto dalla modellazione numerica, che restituisce una freccia confrontabile per i campioni rinforzati e non rinforzati. I grafici mostrano comunque una buona rispondenza tra curve numeriche e sperimentali in termini di rigidezza iniziale e fessurata, nonché di momento ultimo. I valori sperimentali e numerici del momento ultimo raggiunto dalle varie tipologie di travi, nonché la loro differenza percentuale sono riportati in Tabella 2.11.

| Trave      | Sperimentali<br>[kNm] | Numerici<br>[kNm] | Differenza<br>[%] |
|------------|-----------------------|-------------------|-------------------|
| M-Control  | 67.89                 | 61                | -10               |
| M-PXM750-1 | 64.54                 | 72                | 10                |
| M-PXM750-2 | 67.98                 | 72                | 5.91              |

**Tabella 2.11** Confronto tra i momenti ultimi  $M_u$  ottenuti numericamente rispetto ai valori sperimentali

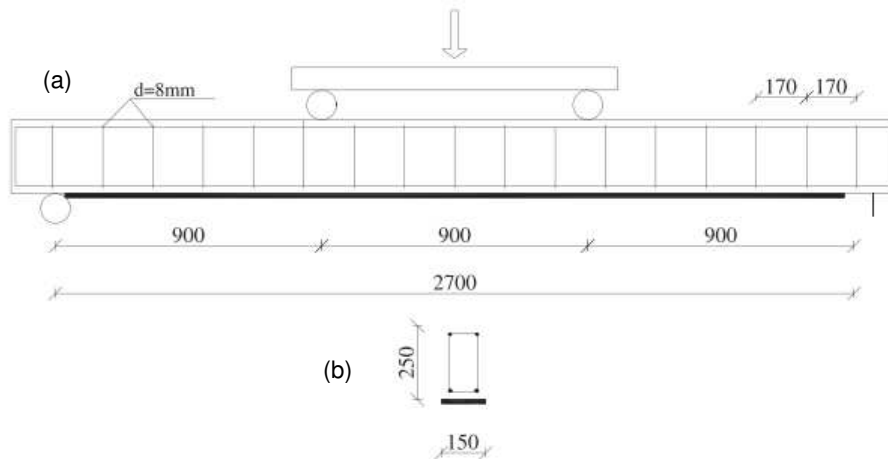
#### 2.4.2.4 Programma sperimentale di Ombres

Il programma sperimentale condotto da Ombres [60] ha come scopo principale quello di investigare l'influenza esercitata dal numero di strati in PBO-FRCM sulle modalità di rottura del campione; a questo scopo sono state quindi testate travi con uno, due o tre strati di rinforzo in PBO-FRCM. Una delle principali conclusioni ottenute è che le travi rinforzate con uno strato di PBO si rompono in modo più duttile, con crushing del calcestruzzo successivo allo snervamento dell'armatura tesa longitudinale, mantenendo una perfetta aderenza tra l'FRCM e il supporto in calcestruzzo. Al contrario, le travi rinforzate con un numero di strati maggiore hanno mostrato una rottura meno duttile a causa del debonding di interfaccia. Pertanto nelle simulazioni numeriche sono state considerate solo le travi rinforzate con un singolo strato di rete di PBO. Quindi riassumendo la scelta è ricaduta su questo programma sperimentale poiché si ha la possibilità di vedere come varia il comportamento a rottura delle travi rinforzate in funzione del numero di strati di rinforzo applicati.

#### **Descrizione modello sperimentale**

In dettaglio, la modellazione ha riguardato tre travi, una non rinforzata e due rinforzate con un singolo strato di PBO-FRCM, che sono state testate a flessione su quattro punti. I campioni presentano una luce netta di 2.7 m, mentre la distanza del punto di applicazione di ciascun carico rispetto all'appoggio è di 900 mm. Le travi presentano una sezione trasversale di base 150 mm di base, con un'altezza di 250 mm, rinforzata con tre ferri longitudinali di 12 mm in zona tesa e due ferri longitudinali di diametro 10 mm in zona compressa. L'armatura di taglio è costituita da staffe di diametro 8 mm a passo 170 mm. Uno schizzo del campione modellato è illustrato in Figura 2.28. Le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati per

il confezionamento dei campioni sono riportate in Tabella 2.12. Per quanto concerne il rinforzo, le travi modellate presentano un unico strato di rinforzo le cui caratteristiche meccaniche sono state riportate in Tabella 2.13.



**Figura 2.27** (a) Schema dei campioni testati con indicazione dell'armatura presente e (b) sezione trasversale [60]

| Serie | $f_{cm}$ [MPa] | $f_{ctm}$ [MPa] | $E_{cm}$ [MPa] | $\phi$ [mm] | $f_{ym}$ [MPa] |
|-------|----------------|-----------------|----------------|-------------|----------------|
| S1    | 22.7           | 2.03            | 28140          | 12          | 515.44         |
|       |                |                 |                | 10          | 521.89         |

**Tabella 2.12** Proprietà meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio delle travi modellate [60]

| Elemento rinforzo | E [GPa] | $f_u$ [MPa] | $f_c$ [MPa] |
|-------------------|---------|-------------|-------------|
| PBO               | 270     | 5800        | -           |
| Malta             | 6       | 4.7         | 29          |

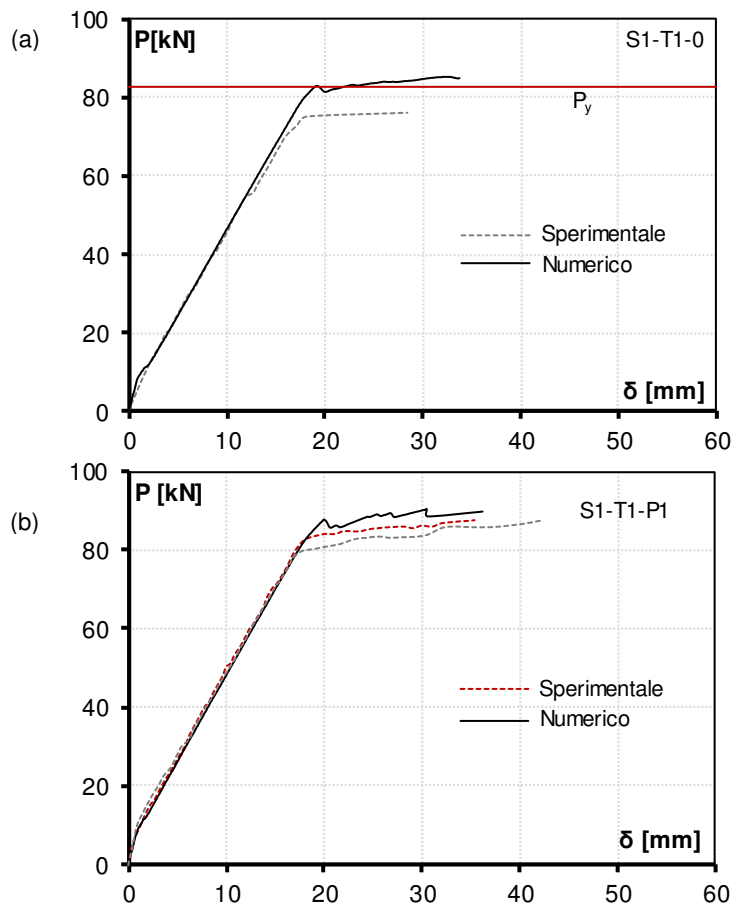
**Tabella 2.13** Proprietà meccaniche dei materiali costituenti il rinforzo FRCM [60]

### Diagrammi carico-freccia

I confronti sono forniti in termini di carico-spostamento per ognuna delle travi descritte nel precedente paragrafo. In Figura 2.28 sono mostrati alcuni confronti tra risultati numerici e sperimentali. Per tutti i campioni considerati, i evidenziano un generale buon accordo tra i risultati numerici e quelli sperimentali. Si può tuttavia notare come l'analisi numerica relativa al campione di riferimento non rinforzato (Figura 2.28a) fornisca un carico di snervamento superiore rispetto a quello sperimentale. Il valore numerico risulta tuttavia in sostanziale accordo con quello ottenibile analiticamente sulla base dei dettagli geometrici e delle proprietà



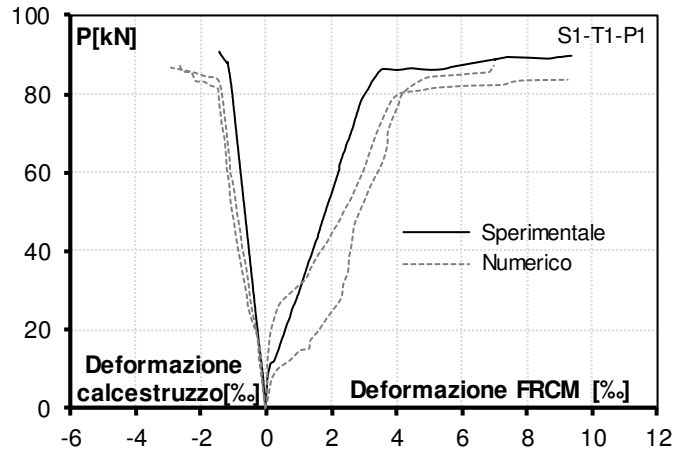
meccaniche dei materiali. Tale carico di snervamento ottenuto analiticamente ( $P_y$ ) è stato visualizzato sulle curve di Figura 2.28, notando come questo sia quasi coincidente con il valore numerico restituito dall'analisi ad elementi finiti.



**Figura 2.28** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per travi non rinforzate S1-T1-0 (a) e travi rinforzate con un singolo strato di FRCM S1-T1-P1 (b)

### Diagrammi di carico-deformazione

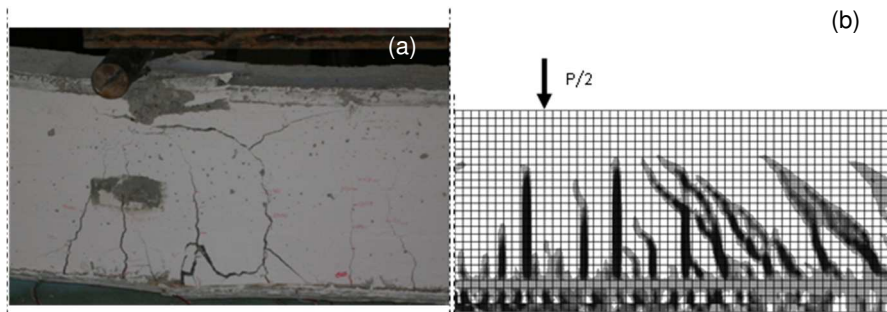
Per le travi rinforzate S1-T1-P1-1 e S1-T1-P1-2 sono effettuati dei confronti anche in termini di carico e deformazione del calcestruzzo nella zona compressa per la trave rinforzata, e in termini di carico vs deformazione nel sistema di rinforzo, entrambe misurati in corrispondenza della mezzeria della trave. Anche in questo caso è possibile notare una buona correlazione anche a livello locale. Si riporta il diagramma in Figura 2.29.



**Figura 2.29** Deformazioni nel calcestruzzo compresso e nel sistema FRCM teso in corrispondenza della mezzeria delle travi rinforzate con 1 strato di rinforzo (S1-T1-P1)

### Confronti in termini di quadro fessurativo

Si riporta in Figura 2.30 anche un confronto tra il quadro fessurativo numerico e sperimentale per la trave S1-T1-P1-1 in corrispondenza del carico di rottura:



**Figura 2.30** Quadro fessurativo sperimentale (a) e numerico (b) in corrispondenza della zona caricata per un carico pari a quello ultimo.

Al fine di riportare un raffronto tra i risultati ottenuti dal modello e quelli sperimentali, i carichi di rottura sperimentali e numerici per ogni trave sono riportati in Tabella 2.14. Nella stessa tabella è presentata anche la differenza percentuale tra i due valori. Come può essere notato, la deviazione percentuale è sempre minore del 4%, mostrando che il presente modello restituisce risultati attendibili e accurati.

| Trave      | Sperimentali<br>[kN] | Numerici<br>[kN] | Differenza<br>[%] |
|------------|----------------------|------------------|-------------------|
| S1-T1-0    | 75.96                | 84.48            | 11.21             |
| S1-T1-P1-1 | 87.42                | 90.50            | -3.64             |
| S1-T1-P1-2 | 87.60                | 90.50            | -3.31             |

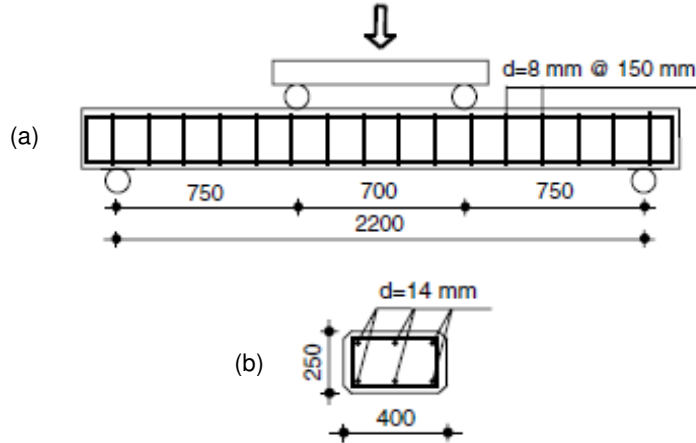
**Tabella 2.14** Confronto tra i carichi ultimi  $P_u$  ottenuti numericamente rispetto ai valori sperimentali

#### 2.4.2.5 Programma sperimentale D'Ambrisi e Focacci

Come ultimo programma sperimentale si considera quello condotto da D'Ambrisi e altri [24] su travi in cemento armato che vengono rinforzate mediante FRCCM. A differenza di quanto visto finora, le travi modellate in questo lavoro di Tesi sono state rinforzate con un sistema FRCCM la cui rete è costituita da Carbonio invece che PBO. Sarà interessante notare che, anche in questo caso, il legame costitutivo proposto si rivelerà in grado di prevedere correttamente il comportamento di queste travi.

#### **Descrizione modello sperimentale**

Le travi sono rinforzate con una rete di fibre bilanciata in Carbonio, disposta lungo due direzioni ortogonali e inserita in una matrice cementizia. Anche in questo caso, dal vasto programma sperimentale nel quale si sono variati i materiali delle fibre, la loro disposizione, i tipi di matrice e le configurazioni delle fibre, solo quattro travi sono state considerate per la modellazione. I test considerati hanno riguardato due travi, denominate D1 e D2, rinforzate con due strati di rete in Carbonio, e altre due travi, denominate B1 e B2 non rinforzate, tenute come riferimenti. Le travi sono state testate mediante una prova di flessione su quattro punti in controllo di spostamento. Lo schema statico è analogo a quanto rappresentato in Figura 2.31, con il carico concentrato disposto a una distanza di 750 mm dall'appoggio e a 350 mm dalla mezzera. Le travi presentano una profondità di 400 mm e un'altezza di 250 mm e sono state rinforzate con tre ferri di 14 mm di diametro dal punto di vista sia dell'armatura longitudinale in trazione che in compressione. Sono state disposte staffe di diametro 8 mm con passo a 150 mm in modo che la resistenza a taglio fosse molto maggiore rispetto alla resistenza a flessione.



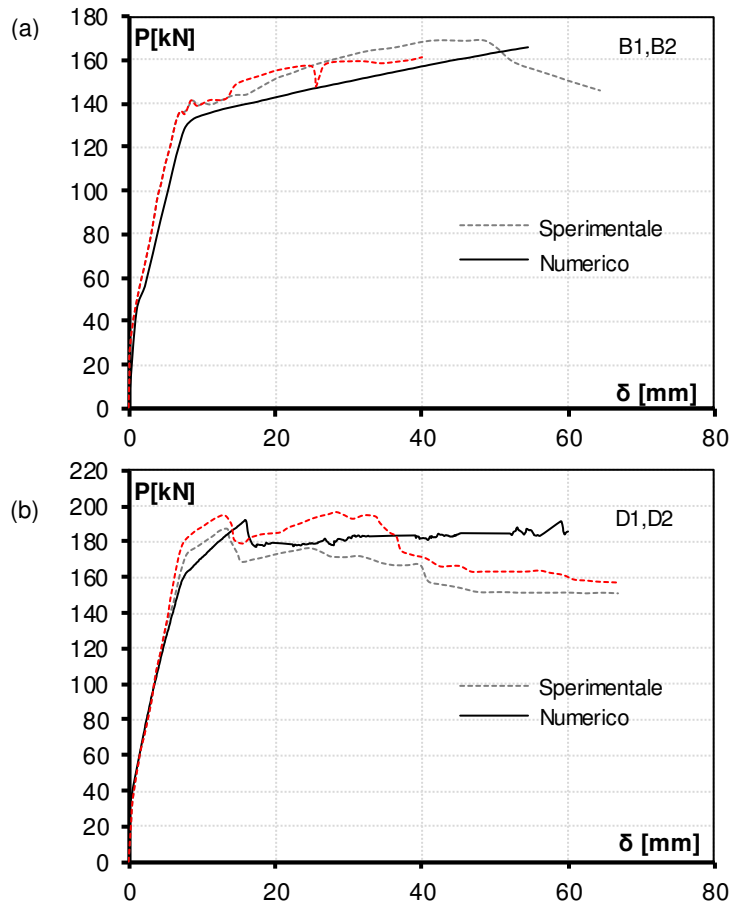
**Figura 2.31** Schema tipo trave (a) con sezioni trasversali (b) [24]

Il rinforzo in FRCM-Carbon è stato applicato mediante due strati di rete di fibra in Carbonio per tutta la profondità di 400 mm dell'intradosso della trave, dopo avere trattato in modo appropriato la superficie del calcestruzzo. Lo spessore nominale delle fibre è di 0.047 mm in entrambe le direzioni della rete. In Tabella 2.15 si riportano le proprietà meccaniche del materiale costituente le travi (calcestruzzo e armatura) e del sistema di rinforzo in FRCM-Carbon (matrice a base cementizia e rete bilanciata in Carbonio). Nella medesima tabella, si riportano, oltre i valori sperimentali forniti dagli autori, anche i valori di modulo elastico e resistenza a trazione per il calcestruzzo che sono necessari per eseguire le analisi numeriche. Questi sono ottenuti attraverso le formule del EC2-1-1 partendo dalla tensione di compressione del calcestruzzo. Per l'acciaio si è assunto il valore di 200 GPa, in accordo con le prescrizioni del EC2-1-1.

| Elemento       | E [GPa] | $f_{ct}$ [MPa] | $f_c$ [MPa] |
|----------------|---------|----------------|-------------|
| Malta          | 7.522   | 4.78           | 29.75       |
| Fibre carbonio | 238     | 3051           | -           |
| Calcestruzzo   | -       | -              | 47.68       |
| Acciaio        | 200000  | 523.15         | -           |

**Tabella 2.15** Proprietà meccaniche dei materiali della trave dichiarati dagli autori [58]

### Confronti in termini di carico-freccia



**Figura 2.32** Confronti tra i risultati numerici e sperimentali per travi non rinforzate B1, B2 (a) e travi rinforzate con un singolo strato di FRCM D1, D2 (b)

### Commenti dei risultati

Le analisi numeriche condotte sia su travi non rinforzate (Figura 2.32a) che su travi rinforzate (Figura 2.32b) restituiscono un comportamento globale in buon accordo con le evidenze sperimentali. Nel caso delle travi rinforzate con due strati di composito in cui la maglia di rete è in Carbonio, viene colto in modo più che soddisfacente sia il tratto iniziale, confermando la validità del modello nel cogliere il comportamento in esercizio e la rigidità dell'intero sistema, che il tratto in cui comincia a verificarsi il fenomeno della perdita di aderenza tra il supporto e il sistema di rinforzo. In quest'ultimo tratto, infatti, si nota che mediamente non vi è più alcun incremento consistente di resistenza e di carico e questo viene riportato

molto fedelmente anche dal modello numerico. I valori sperimentali e numerici del carico ultimo raggiunto dalle varie tipologie di travi, nonché la loro differenza percentuale è riportato in Tabella 2.16.

| Trave | Sperimentali<br>[kN] | Numerici<br>[kN] | Differenza<br>[%] |
|-------|----------------------|------------------|-------------------|
| B1/B2 | 166.54               | 166.20           | -0.20             |
| D1    | 197.16               | 191.68           | -2.78             |
| D2    | 188.07               | 191.68           | 1.92              |

**Tabella 2.16** Confronto tra i carichi ultimi  $P_u$  ottenuti numericamente rispetto ai valori sperimentali

## 2.5 Osservazioni conclusive

Nel presente capitolo è stato presentato un modello costitutivo non lineare, di tipo smeared, da utilizzarsi nelle analisi numeriche ad elementi finiti su singoli elementi in FRCM (per esempio tiranti) o su strutture in cemento armato rinforzate con uno o più strati di FRCM (per esempio travi a flessione). In questo secondo caso, gli elementi utilizzati per la modellazione del rinforzo vengono direttamente collegati a quelli usati per simulare la trave in cemento armato, senza prevedere l'introduzione di elementi di interfaccia, e ipotizzando quindi una perfetta aderenza tra i due materiali. Va tuttavia sottolineato che un tale tipo di approccio non consente di predire tutte e quattro le tipologie di rottura individuate da d'Ambrisi e altri [24] (si veda il Capitolo 1). Gli autori hanno infatti evidenziato che la rottura dell'elemento rinforzato può avvenire per strappo del calcestruzzo di ricoprimento, per rottura interna alla malta, per delaminazione del rinforzo dal supporto o per debonding delle fibre all'interno della matrice. Una possibile strategia per tenere conto di questi fenomeni potrebbe quindi essere quella di introdurre degli elementi di interfaccia tra supporto e FRCM, nonché tra rete di fibre e matrice all'interno del composito stesso (così da cogliere le ultime due tipologie di rottura sopra elencate), ed eventualmente adottare un approccio di tipo discreto per rappresentare i distacchi lato calcestruzzo o lato malta. Alternativamente la discontinuità all'interno del campo degli spostamenti dovuto alla frattura potrebbe essere rappresentata facendo ricorso al metodo degli elementi finiti esteso (XFEM) [61]. Va tuttavia osservato che tali strategie di modellazione comportano un notevole incremento degli oneri computazionali richiesti rispetto al modello smeared proposto, con vantaggi relativamente limitati. Infatti, se il sistema di rinforzo FRCM viene progettato in modo opportuno, la condizione di rottura più probabile è quella corrispondente allo scorrimento della rete di fibre all'interno della matrice di malta, che è anche quella maggiormente auspicabile essendo caratterizzata da una maggiore duttilità. Pertanto, partendo da questo presupposto, la strategia di modellazione seguita risulta perfettamente idonea al problema, dal momento che la condizione di debonding può essere

opportunamente inserita all'interno del legame costitutivo proposto, come già illustrato al Paragrafo §2.2.4. Il legame costitutivo sviluppato, per potere essere utilizzato nelle analisi numeriche, è stato quindi incorporato in una routine scritta in linguaggio FORTRAN, da utilizzarsi come user-material subroutine all'interno del software commerciale ABAQUS. La validità del legame costitutivo proposto è stata verificata mediante confronti con dati sperimentali relativi sia a prove su tiranti in FRCM, sia a prove su travi in cemento armato rinforzate a flessione mediante FRCM con rete in PBO o Carbonio. I risultati ottenuti sono soddisfacenti sia in termini di comportamento globale, e quindi in termini di rigidità iniziale e fessurata, nonché carico ultimo e duttilità attesa, che in termini di comportamento locale, ovvero in termini di deformazioni dei materiali costituenti e di sviluppo del quadro fessurativo. Il buon accordo tra i valori sperimentali e numerici ottenuti per il carico di rottura, dimostra che il modello può essere utilizzato per scopi predittivi, fermo restando la tipologia di rottura prevista dalle ipotesi del modello. Possibili sviluppi futuri potrebbero comunque riguardare un ulteriore affinamento della modellazione, così da poter includere anche altre tipologie di rottura dell'elemento rinforzato. Oltre a ciò alcune legami costitutive del modello potrebbero essere meglio calibrate alla luce di maggiori dati sperimentali, in modo tale da ottenere risposte più vicine alla realtà.





## Capitolo 3

### Prove sperimentali

---

#### 3.1 Organizzazione delle prove sperimentali

##### 3.1.1 Introduzione

Per lo studio del materiale composito FRCM si è condotta una campagna di prove sperimentali che ha riguardato sia lo studio del comportamento meccanico della malta che dell'intero composito. Per quanto concerne la malta costituente il materiale composito FRCM, vi è la necessità di ricavare le proprietà meccaniche che consentono una modellazione numerica del materiale più precisa e affidabile. Le simulazioni condotte nel Capitolo 2, infatti, sono state effettuate attingendo ai dati della malta presenti nella letteratura tecnico-scientifica. Per avere una caratterizzazione più approfondita del materiale, si è deciso di eseguire una campagna di prove sperimentali presso il laboratorio "Prove materiali e strutture" dell'Università di Parma. Sulla componente cementizia sono state condotte prove a flessione e prove a trazione diretta. Sul composito FRCM, invece, sono state condotte prove a flessione in modo da ottenere curve sperimentali che potessero essere direttamente confrontate con le evidenze sperimentali presenti nella letteratura tecnico-scientifica.

##### 3.1.2 Preparazione dei provini e allestimento prove

In questo paragrafo si procede a descrivere come è stata effettuata la scelta delle tipologie di provini per la campagna di prove sperimentali. In particolare sono state vagliate differenti modalità di provini per quanto concerne le prove a trazione. Per i provini di sola malta sottoposti a trazione diretta si è scelto di seguire la normativa giapponese - Recommendations for Design and Construction of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks (HPFRCC) - [62], che prevede l'utilizzo di campioni ad "osso di cane", mentre per le prove a flessione si è optato per i più tradizionali provini prismatici, così come anche per le prove a trazione sul composito FRCM. Le prove sperimentali sono state organizzate in due tornate distinte: una prima, effettuata durante l'Ottobre 2016, in cui si sono testati solo provini costituiti dalla malta cementizia fibrinforzata, ed una seconda, effettuata all'inizio del 2017, in cui si sono

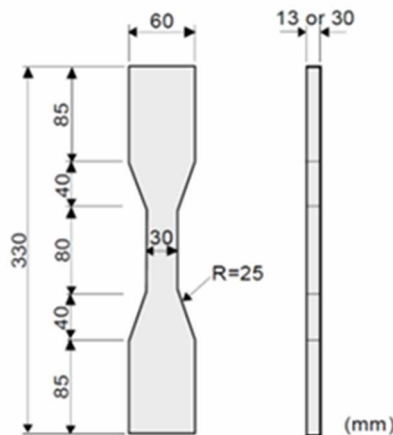
effettuate sia prove sui provini di sola malta, sia sui compositi FRCM. Nella prima tornata, sono stati portati a rottura 9 provini per trazione e 3 per flessione. Nella seconda tornata, invece, sono state effettuate sulla malta 11 prove di trazione, di cui 3 su provini strumentati con estensimetri e 6 sulle prove di flessione, infine sono state effettuate 3 3 prove a trazione per il composito FRCM.

### 3.1.2.1 Scelta delle dimensioni dei provini

Si illustrano di seguito le scelte effettuate per quanto concerne la geometria adottata dei provini costituiti dalla sola malta e per quelli in FRCM.

#### **Scelta delle dimensioni dei provini a “osso di cane”**

Si sono studiati i casseri per il getto dei provini a trazione diretta. Si è optato per dei provini sagomati a osso di cane seguendo la normativa per gli HPFRCC (High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks) ovvero compositi che comprendono una matrice a base cementizia e fibre corte di rinforzo. Tali compositi presentano alta duttilità ed assenza di aggregati grossi, mostrando pertanto un comportamento molto simile, almeno dal punto di vista macroscopico, a quella della malta componente del sistema FRCM. Per tale motivo, si è scelto di seguire la norma giapponese [62]. Quest'ultima prevede dei provini a trazione a osso di cane con le dimensioni riportate in Figura 2.31.



**Figura 3.1** Tipologia di provino ad osso di cane previsto dalla norma giapponese [62]

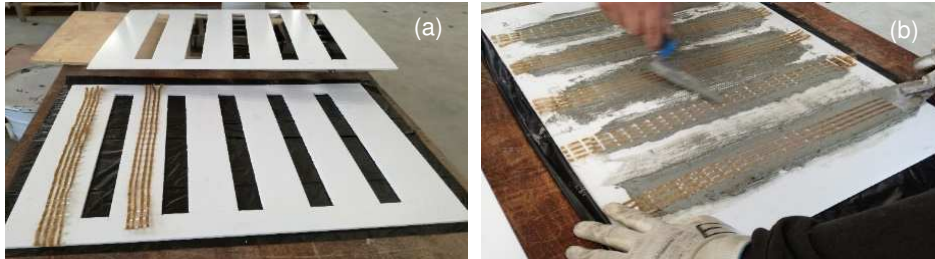
In laboratorio si è proceduto a ricavare 12 sagome da lastre di legno compensato di spessore 10 mm. Il legno è stato trattato con una speciale vernice con il compito di impermeabilizzare gli stampi, in modo tale che nel momento del getto non ci fosse assorbimento di acqua da parte del cassero. Questo è necessario al fine di mantenere inalterato il rapporto acqua/cemento dell'impasto che si andrà a gettare negli stampi. Si riportano in Figura 3.2a le immagini dei casseri utilizzati. Nella Figura 3.2(b-d) si illustra sia stato eseguito il getto per l'ottenimento dei provini di malta.



**Figura 3.2** Casseri in POLIPLAT (a), riempimento casseri (b), maturazione (c), provino scasserato (d)

### **Scelta delle dimensioni dei provini a trazione FRCM**

I provini in FRCM, usati per le prove a trazione, sono stati realizzati con forma prismatica. Per la realizzazione dei casseri si è proceduto a procurarsi due lastre di POLIPLAT di spessore 5 mm l'uno. Il POLIPLAT, chiamato anche Carton Plume o cartone sandwich, è un materiale speciale ottenuto accoppiando, su uno strato di polistirolo espanso estruso, due fogli di carta. Questo materiale è stato scelto poiché può essere tagliato con l'uso di un taglierino, risulta essere facile da maneggiare e soprattutto impermeabile. Sono state intagliate e ricavate quindi delle sagome rettangolari aventi dimensioni di 40x40 mm, che avrebbero avuto lo scopo di contenere i tiranti in FRCM. Le due lastre di spessore 5 mm hanno consentito di effettuare un primo getto, livellarlo e quindi interporre la rete di fibra, successivamente è stata sovrapposta l'altra lastra di uguale spessore, facendo combaciare le aperture in modo da ottenere il provino di spessore voluto. In Figura 3.3 si mostra la preparazione dei casseri e il getto dei provini di FRCM.



**Figura 3.3** Casseri con rete in PBO (a), riempimento casseri (b)

La scelta di utilizzare dei provini rettangolari per le prove a trazione è dovuta in primo luogo al fatto che dovendo contenere una rete nastriforme, era necessaria una forma sufficientemente regolare. Inoltre, questa tipologia di provino è quella utilizzata dalla maggior parte degli Autori [33,54,63,64] per la sperimentazione del materiale composito.

#### **Scelta delle dimensioni dei provini a flessione per la malta**

Per la caratterizzazione meccanica della malta cementizia, oltre all'utilizzo delle prove a trazione diretta si è scelto di effettuare delle prove a flessione. Sono stati quindi preparati i casseri per il getto dei provini prismatici aventi dimensione standard di 40x40x160 mm. I casseri sono stati puliti e pretrattati con disarmante in modo da potere togliere i provini più facilmente. In Figura 3.4 si riportano alcune immagini dei casseri utilizzati, nonché la procedura di riempimento e di ottenimento dei provini.



**Figura 3.4** Casseri per i provini a flessione (a), riempimento casseri (b) e prismi da testare a flessione

La scelta della forma e dimensione dei provini è stata effettuata in accordo con la norma UNI EN 1015-11 [65].

### 3.1.2.2 Procedura per il getto

Scelte le dimensioni dei provini e realizzati i casseri, si è proceduto alla preparazione del materiale per il getto. Le caratteristiche meccaniche della matrice inorganica utilizzata sono riportate in Tabella 3.1, così come indicate dalla ditta produttrice.

| Proprietà                   | Valore                      |
|-----------------------------|-----------------------------|
| Consistenza                 | 175 mm                      |
| Peso specifico malta fresca | 1.80±0.05 g/cc              |
| Acqua da impasto per 100 kg | 26-28 litri                 |
| Resa                        | ~1400 kg/m <sup>2</sup> /mm |

**Tabella 3.1** Caratteristiche meccaniche della matrice inorganica

Il materiale è stato miscelato rispettando i limiti acqua cemento prescritti dal produttore. In particolare per un intero sacco di malta da 25 kg sono stati aggiunti 6.5 litri d'acqua. Come si evince dalla Tabella 3.1, il range di acqua consigliata dal produttore da aggiungere nell'impasto è compreso tra i 26 e 28 litri per 100 kg. In particolare, quest'ultima è stata pesata in modo preciso attraverso una bilancia graduata opportunamente tarata in precedenza. Parte del contenuto del sacchetto è stata versata in un contenitore e gradualmente si è aggiunta acqua, nel mentre si è effettuata la miscelazione attraverso un miscelatore meccanico da cantiere, evitando quindi il mixing manuale sconsigliato anche dal produttore. In Tabella 3.4 si può vedere uno dei passaggi della preparazione della componente cementizia per il getto.



**Figura 3.5** Miscelazione del composto mediante miscelatore meccanico

Dopo un'attenta miscelazione si è proceduto al getto all'interno dei casseri precedentemente preparati. Pertanto si è proceduto a gettare 12 provini a osso di cane di sola malta, 6 prismi a flessione di sola malta e 5 tiranti in FRCM. Tutto il processo di miscelazione e la conseguente preparazione dei provini, è avvenuta sotto la supervisione di un responsabile dell'azienda produttrice del composito, per verificare la correttezza dei diversi passaggi eseguiti.

### 3.1.2.3 Maturazione e preparazione per i test sperimentali

A seguito del getto, i provini sono stati soggetti a condizionamento mediante copertura con panni inumiditi così da permettere le reazioni di presa. A seguito di ciò, si è proceduto a scasserare i provini e a riporli in acqua per la successiva maturazione, come illustrato in Figura 3.6.



**Figura 3.6** Maturazione in acqua dei provini a flessione.

Dopo il processo di maturazione in acqua, si sono estratti e lasciati asciugare per un paio d'ore. A questo punto si è effettuata una lisciatura mediante carta vetrata, in modo tale da poterli poi trattare con lo spray e quindi effettuare le prove. Si sono quindi opportunamente misurati per determinare le dimensioni effettive, e si sono segnate le posizioni per il successivo posizionamento sulla macchina di prova. Si riportano nelle tabelle seguenti le dimensioni geometriche della sezione trasversale rilevate per i provini di sola malta: testati e a flessione (Tabella 3.2) a trazione (Tabella 3.3) nella prima tornata di prove (2016). Si sono utilizzate le sigle "FLEX" e "T" per distinguere le due tipologie di provini. Il provino FLEX 1 è stato utilizzato per calibrare la prova pertanto è stato scartato dalle successive rielaborazioni.

| Provino | Base [mm] | Altezza [mm] |
|---------|-----------|--------------|
| FLEX 2  | 40.18     | 41.18        |
| FLEX 3  | 40.87     | 41.08        |
| FLEX 4  | 40.23     | 41.40        |

**Tabella 3.2** Dimensioni dei provini testati a flessione della prima campagna di prove sperimentali (2016)

| Provino | Base [mm] | Altezza [mm] |
|---------|-----------|--------------|
| T 1     | 30.06     | 14.64        |
| T 2     | 29.91     | 14.80        |
| T 3     | 30.08     | 15.08        |
| T 4     | 30.06     | 15.24        |
| T 5     | 29.85     | 14.50        |
| T 6     | 30.12     | 15.05        |
| T 7     | 30.02     | 15.20        |
| T 8     | 29.91     | 14.60        |
| T 9     | 29.98     | 15.03        |

**Tabella 3.3** Dimensioni geometriche della sezione trasversale dei provini testati a trazione nella prima tornata della campagna di prove sperimentali (2016)

Si riportano nelle tabelle seguenti i dati delle dimensioni geometriche della sezione trasversale dei provini testati a flessione (Tabella 3.5) e a trazione (Tabella 3.4) nella seconda tornata (2017). I provini relativi alla seconda tornata di prove sono distinti dai precedenti dalla lettera "b". Inoltre, i provini strumentati con estensimetri presentano una lettera "s" finale.

Il provino T 3b, viene riportato nella seguente tabella, anche se non sono state eseguite rielaborazioni successive a causa di un'errata esecuzione della prova che ha portato alla rottura non corretta dello stesso.

| Provino | Base [mm] | Altezza [mm] |
|---------|-----------|--------------|
| T 1b    | 32.72     | 15.82        |
| T 2b    | 38.17     | 15.40        |
| T 3b    | 29.66     | 14.09        |
| T 4b    | 30.19     | 14.92        |
| T 5b-s  | 33.20     | 14.04        |
| T 6b-s  | 29.27     | 14.60        |
| T 7b-s  | 30.71     | 15.23        |
| T 8b    | 30.18     | 14.24        |
| T 9b    | 30.17     | 14.03        |
| T 10b   | 29.77     | 14.34        |
| T 11b   | 29.58     | 13.99        |

**Tabella 3.4** Dimensioni geometriche della sezione trasversale dei provini a trazione della seconda tornata della campagna di prove sperimentali (2017)

| Provino | Base [mm] | Altezza [mm] |
|---------|-----------|--------------|
| FLEX 1b | 41.70     | 40.10        |
| FLEX 2b | 41.40     | 40.16        |
| FLEX 3b | 41.00     | 40.20        |
| FLEX 4b | 41.00     | 40.05        |
| FLEX 5b | 40.00     | 40.70        |
| FLEX 6b | 40.52     | 40.06        |

**Tabella 3.5** Dimensioni dei provini a flessione della prima campagna di prove sperimentali (2017)

I provini destinati alle prove a flessione sono stati inoltre intagliati. L'intaglio è stato necessario per localizzare la zona di inizio della fessura. È stato quindi posizionato in corrispondenza della metà della lunghezza del provino come illustrato in Figura 3.7.



**Figura 3.7** Intaglio realizzato nei provini da sottoporre a flessione

Lo sviluppo dell'intaglio procede per tutta la profondità del provino e la sua altezza, nonché apertura, vengono riportate in Tabella 3.6 per ogni provino prismatico della prima campagna di prove 2016 e in Tabella 3.7 per i provini della campagna 2017.

| Provino | Altezza [mm] | Profondità [mm] |
|---------|--------------|-----------------|
| FLEX 2  | 2.98         | 1.50            |
| FLEX 3  | 3.01         | 1.52            |
| FLEX 4  | 3.02         | 1.49            |

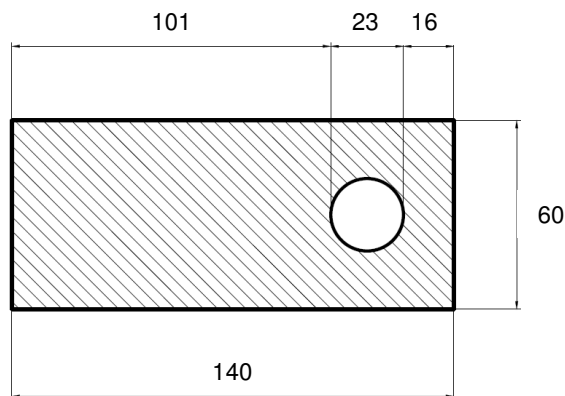
**Tabella 3.6** Altezza e profondità dell'intaglio per i provini a flessione (2016)



| Provino | Altezza [mm] | Profondità [mm] |
|---------|--------------|-----------------|
| FLEX 1b | 3.00         | 1.48            |
| FLEX 2b | 2.60         | 1.52            |
| FLEX 3b | 2.52         | 1.50            |
| FLEX 4b | 2.22         | 1.55            |
| FLEX 5b | 2.75         | 1.51            |
| FLEX 6b | 2.95         | 2.95            |

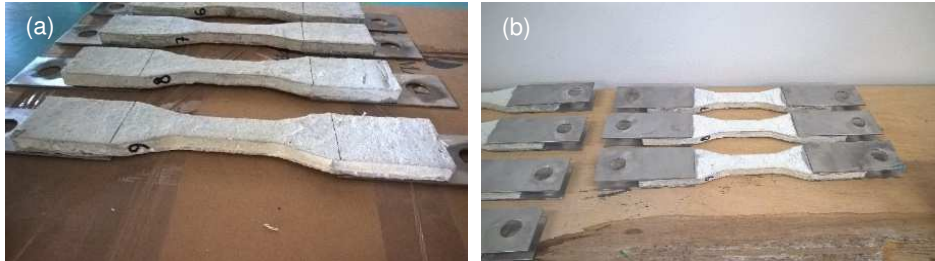
**Tabella 3.7** Altezza e profondità dell'intaglio per i provini a flessione (2017)

Per quanto riguarda i provini a osso di cane, per consentire l'afferraggio della macchina di prova, sono state incollate quattro piastrine d'acciaio, due per ogni estremo per entrambi i lati. La geometria di queste piastrine è riportata in Figura 3.8.



**Figura 3.8** Geometria delle piastrine metalliche incollate ai provini ad osso di cane (dimensioni in mm)

La colla utilizzata è una resina epossidica bicomponente, applicata sotto cappa e lasciata asciugare per un paio d'ore. Questo sistema di tiraggio, in cui piastrine metalliche vengono forate e successivamente incollate al provino, simula il comportamento di aggancio di tipo Clevis che permette di trasmettere il carico al provino mediante tensioni tangenziali senza esercitare tensioni normali allo stesso. Sono riportate le fasi di incollaggio delle piastrine sui provini, inizialmente su un lato degli stessi (Figura 3.9a) e su quello opposto (Figura 3.9b) facendo attenzione al corretto allineamento dei fori. A questo punto, avendo l'intenzione di utilizzare la tecnica DIC (Digital Image Correlation) per calcolare le deformazioni e gli spostamenti, si è proceduto a trattare in modo opportuno le superfici dei provini mediante vernice spray, come verrà spiegato dettagliatamente nel successivo Paragrafo §3.2.



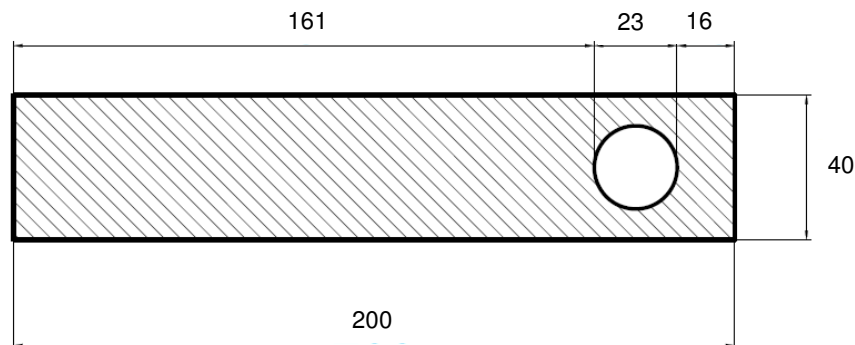
**Figura 3.9** Incollaggio delle piastrine su un lato dei provini (a) e su quello opposto (b)

Si è quindi effettuato lo stesso procedimento per quanto concerne i tiranti in FRCM. Una volta estratti dall'acqua si sono asciugati e si è effettuata una veloce levigatura delle superficie di modo tale da potere essere misurati e trattati per la DIC. In Tabella 3.8 si riportano le dimensioni geometriche ottenute dai rilievi effettuati.

| Provino  | Base [mm] | Altezza [mm] |
|----------|-----------|--------------|
| FRCM 1-s | 43.00     | 12.70        |
| FRCM 2-s | 42.47     | 13.20        |
| FRCM 3-s | 43.08     | 13.01        |

**Tabella 3.8** Dimensioni geometriche dei provini compositi in FRCM sottoposti a trazione (2017)

A questo punto, come nel caso dei provini ad osso di cane, per eseguire la prova di trazione deve essere pensato un sistema di aggancio alla macchina di prova. Anche in questo caso si è optato per una tipologia di aggancio di tipo Clevis, in accordo con le indicazioni delle norme americane di qualificazione del materiale AC 434 [66]. Si sono quindi realizzate piastrine metalliche forate in cui potesse passare un perno da agganciare poi direttamente agli agganci della macchina di prova. Si riportano in Figura 3.10 le dimensioni geometriche delle piastrine.



**Figura 3.10** Geometria delle piastrine metalliche per FRCM (dimensioni in mm)

Anche per i provini rettangolari in FRCM si è provveduto all'incollaggio delle piastrine al provino mediante una resina epossidica bicomponente, come si illustra in Figura 3.11.

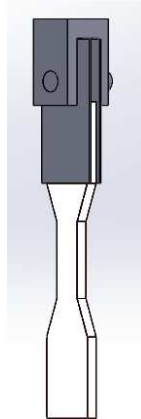


**Figura 3.11** Provini FRCM a cui sono incollate le piastrine d'acciaio

Dopo avere lasciato asciugare la resina e quindi assicurato l'aderenza tra le piastrine e i provini, questi ultimi sono stati opportunamente trattati mediante vernice spray per l'esecuzione successiva dell'analisi DIC.

#### **3.1.2.4 Progetto dei sistemi di trasmissione del carico per le prove di trazione diretta**

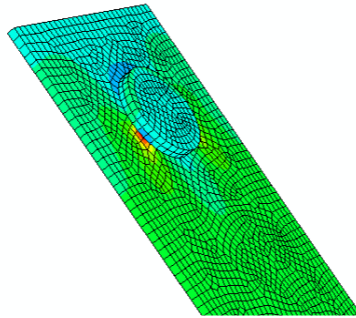
Le piastrine che sono state utilizzate per la trasmissione del carico dalla macchina di prova al provino, sono state opportunamente progettate e realizzate per la campagna di prove sperimentale. Per la loro realizzazione è stato scelto un acciaio S235. Si sono quindi progettate le dimensioni delle piastrine così da poterle utilizzare per i sistemi di aggancio già forniti con la macchina e in secondo luogo per evitare rotture durante la prova. Per verificare che le dimensioni fossero compatibili sia con il provino che con i sistemi di aggancio presenti, si è realizzato un primo disegno tridimensionale mediante l'ausilio di Solidworks. Si riporta in Figura 3.12 il modellino effettuato.



**Figura 3.12** Schizzo 3D dei sistemi di trasmissione del carico

Una volta fatto ciò si è verificato che con i carichi previsti per i vari provini (quindi di sola malta e dell'intero composito FRCM), le tensioni non superassero il valore del limite elastico del materiale impiegato, di modo tale da mantenere le piastrine in campo elastico lineare e da limitarne la deformabilità. Per effettuare

questo tipo di verifica si sono modellate le piastrine mediante l'ausilio di un programma ad elementi finiti, ABAQUS. Si riporta, a titolo di esempio, in Figura 3.13 la modellazione FEM dei sistemi di trasmissione del carico.



**Figura 3.13** Dettaglio di modellazione ad elementi finiti della piastrina metallica con perno

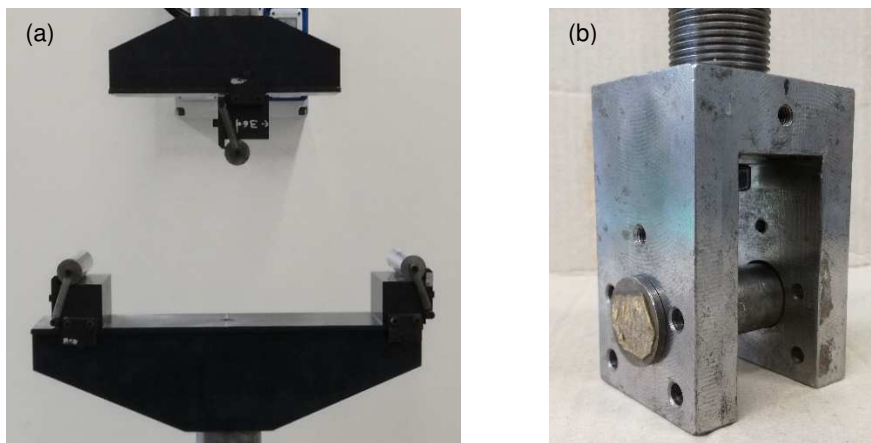
### 3.1.3 Setup di prova

Tutte le tipologie di prove, sia di trazione che di flessione, sono state realizzate presso il laboratorio "Prove materiali e strutture" dell'Università di Parma. Tra le varie attrezzature e macchine di prova, per la realizzazione dei test sperimentali è stata utilizzata una macchina Instron 8862 (Figura 3.14). La macchina presenta un unico attuatore elettromeccanico a vite e una cella di carico ad alta precisione e può essere interamente controllata da un PC mediante software dedicato. Quest'ultimo permette infatti di tarare la cella di carico, gli strain gauges applicati e consente il monitoraggio e controllo diretto di ogni operazione.



**Figura 3.14** Macchina Instron utilizzata per tutta la campagna di prove sperimentali

Le prove di flessione su quattro punti sono state eseguite utilizzando quello che è il setup di prova classico, posizionando i provini prismatici su due rulli e ponendo un cilindro metallico superiore come contrasto per il carico, come illustrato in Figura 3.15a. Le prove di trazione, sia per quanto concerne i soli provini a osso di cane della malta cementizia, sia per quanto concerne i provini rettangolari del composito FRCM, sono state effettuate mediante l'utilizzo di ganci che, come detto, hanno permesso di simulare il comportamento di tipo Clevis. Mediante l'utilizzo di un perno che passa attraverso i fori delle piastrine metalliche, progettate secondo il procedimento del paragrafo §3.1.2.4, il carico che viene generato dalla cella di carico della macchina viene trasmesso al provino attraverso sole tensioni tangenziali, senza l'esercizio di compressione sui lati dello stesso. Si riporta in Figura 3.15b la foto degli agganci della macchina.

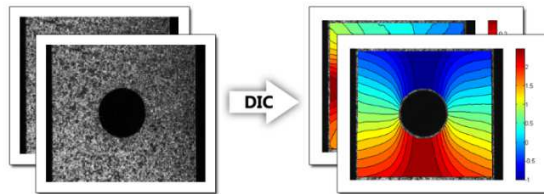


**Figura 3.15** Setup di prova specifico per le prove a flessione (a) e per le prove a trazione (b)

### 3.2 Digital Image Correlation (DIC)

La Digital Image Correlation (DIC) è una tecnica abbastanza recente che fa uso di strumenti ottici al fine di misurare gli spostamenti e in seconda battuta le deformazioni mediante l'ausilio di un apposito software. Fa parte degli approcci fotogrammetrici in cui la misura delle quantità di interesse avviene senza necessità di contatto. La tecnica è innovativa, non eccessivamente complicata e permette un risparmio di costi rispetto ad altre tecniche per la misurazione delle stesse quantità. Si illustreranno nel Paragrafo §3.2.1.3 i vantaggi di questo approccio di misura rispetto a quelli più tradizionali. D'altra parte, essendo una tecnica non ancora del tutto consolidata permangono alcune incertezze, nodi irrisolti e problematiche che verranno trattate per esteso nel Paragrafo §3.2.1.4. La tecnica DIC può essere impiegata in una vasta quantità di situazioni e ambiti. Nel caso specifico, come già accennato viene utilizzata per la valutazione di spostamenti e

deformazioni che risultano essere di fondamentale importanza per la valutazione delle proprietà meccaniche dei materiali. L'applicazione al presente caso di studio verrà affrontata nel Paragrafo §3.2.2.



**Figura 3.16** Funzionamento di base della DIC

### 3.2.1 Funzionamento di base

Nel presente paragrafo verrà in primis riportato l'approccio teorico alla base della tecnica in questione; successivamente si riporteranno le equazioni costituenti il nucleo della DIC, nonché i suoi vantaggi sui tradizionali sistemi di misura e gli svantaggi con le annesse problematiche da tenere in considerazione.

#### 3.2.1.1 Approccio teorico

La tecnica DIC prevede di preparare preventivamente la superficie dell'oggetto di cui si vogliono misurare gli spostamenti e le deformazioni. Questo viene fatto in prima battuta levigando le superfici e quindi pulendole. A questo punto è indicata la stesura di un leggero strato di vernice bianca per eliminare le imperfezioni permettendo infine l'utilizzo di una vernice spray nera al fine di realizzare un pattern che servirà al software in fase di rielaborazione dei dati. È necessario poi dotarsi di una macchina fotografica che abbia buone caratteristiche tecniche sia di risoluzione delle immagini in modo che queste possano essere rielaborate con più precisione dal software, sia di velocità di acquisizione delle stesse, al fine di poterne acquisire un numero sufficiente in un breve lasso di tempo. La tecnica, infatti, prevede di scattare diverse fotografie della stessa superficie ad un certo intervallo temporale. Effettuata la rilevazione fotografica, il passaggio successivo è la rielaborazione mediante l'uso di un software apposito. In particolare, deve essere indicata l'area della foto che è necessario analizzare (ROI). La prima foto fornita viene presa come riferimento per il calcolo degli spostamenti. Agendo su diversi parametri, si indica al programma di calcolo quella che è la dimensione della "cella" di base. Questa cella viene quindi individuata nella fotografia di riferimento ed è compito del software "ritrovare" questa cella nella fotografia successiva come illustrato in Figura 3.17. In generale questa non sarà nella stessa posizione, e il calcolo di questo spostamento è esattamente il fine dell'analisi, permettendo il calcolo del campo degli spostamenti e successivamente delle deformazioni.

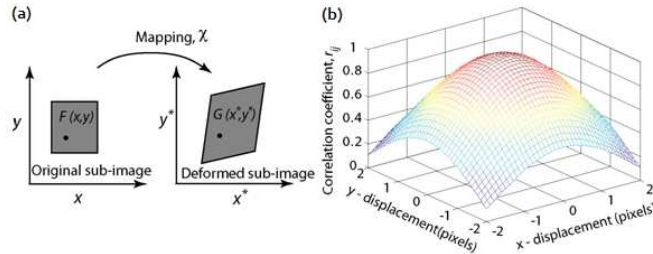


Figura 3.17 Dall'immagine originale a quella deformata

### 3.2.1.2 Equazione governanti DIC

Come già accennato nel precedente paragrafo, il funzionamento di base ha come obiettivo quello di “seguire” la cella fondamentale individuata sulla foto di riferimento e calcolarne gli spostamenti relativi nelle successive immagini. Entrando nel particolare, è necessario puntualizzare che la corrispondenza della stessa cella tra una fotografia e quella successiva può non essere perfetta, pertanto si considera la massima correlazione possibile facendo uso di tecniche iterative non lineari. Il parametro da considerare in due dimensioni è il coefficiente discreto di correlazione  $r_{ij}$ . Quest'ultimo può essere definito in molti modi, tra i quali quello più diffuso è definito dall'Equazione (2.40).

$$r_{ij} = \frac{\sum_m \sum_n [f(m+i, n+j) - \bar{f}] \cdot [g(m, n) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_m \sum_n [f(m, n) - \bar{f}]^2 \cdot \sum_m \sum_n [g(m, n) - \bar{g}]^2}} \quad (3.1)$$

dove la funzione  $f(m, n)$  rappresenta l'intensità del pixel oppure in alternativa il valore in scala di grigio al punto di coordinate  $(m, n)$  nell'immagine originale,  $g(m, n)$  è il valore in scala di grigi al punto di coordinate  $(m, n)$  nell'immagine traslata,  $\bar{f}$  e  $\bar{g}$  sono i valori medi delle matrici di intensità  $f$  e  $g$  rispettivamente. Definito il massimo coefficiente di correlazione  $\{r\}$  a partire dalle sue coordinate  $r_{ij}$  calcolate mediante l'Equazione (2.40), è possibile ottenere gli spostamenti nelle due direzioni  $\Delta x$  e  $\Delta y$  della cella considerata mediante l'Equazione (3.2).

$$(\Delta x, \Delta y) = \underset{(i, j)}{\arg \max}(r) \quad (3.2)$$

### 3.2.1.3 Vantaggi

La tecnica della Digital Image Correlation presenta alcuni vantaggi rispetto alle tecniche di misura e rilievo degli spostamenti e deformazioni più tradizionali. Il metodo è sicuramente rapido nell'installazione dopo che si è acquisita una certa manualità nel posizionare la fotocamera e nel configurare il software di controllo

della stessa. L'utilizzo di questa tecnica evita di dovere incollare strain gages al provino e di collegare tutta la cavetteria, con un consistente risparmio di tempo. Sempre facendo riferimento agli estensimetri, la tecnica DIC consente un risparmio economico siccome non deve essere acquistata la strumentazione per ogni singolo provino da testare. Non è richiesto inoltre il contatto diretto con il provino stesso e quindi viene evitato in un qualche modo il disturbo dato dalla misurazione. È inoltre una tecnologia rapida e pratica.

### 3.2.1.4 Problematiche aperte della DIC

Essendo la DIC una tecnica relativamente recente, è indubbio che vi siano ancora dei punti da indagare più approfonditamente. In particolare Mazzoleni [67] mette in evidenza che la dispersione dei dati associata alle misure con DIC non possono ancora competere con altre tecniche di misura più tradizionali e in particolare questo potrebbe costituire un problema nella valutazione delle deformazioni elastiche e nel test dei materiali fragili questo perché i livelli di disturbo raccolti coi dati sono generalmente troppo elevati. Un'ulteriore problematica è legata all'incertezza dei valori di deformazioni ottenute. Infatti, le deformazioni sono ottenute con un'operazione di derivazione nei confronti degli spostamenti. Come è noto, la differenziazione numerica è un processo che amplifica gli errori e pertanto porta a risultati caratterizzati da una più bassa accuratezza. Altro punto su cui è necessario mettere l'accento è il fatto che l'interpolazione dell'immagine è ancora uno step critico degli algoritmi DIC. In particolar modo se si hanno alte componenti in frequenza dell'intensità d'immagine, queste ultime possono essere male interpretate durante le misurazioni e quindi falsare i risultati stessi. Ulteriore criticità è rappresentata dal problema delle deformazioni fittizie. Quest'ultimo può sorgere nel caso in cui il setup di prova non sia perfettamente allineato. In altre parole nel caso in cui la fotocamera sia posizionata in modo non del tutto corretto nei confronti del provino da testare. Infatti, con la tecnica DIC che fa uso di una sola fotocamera, solo i problemi complanari possono essere studiati: quindi la superficie di misura deve essere piana e allo stesso tempo gli spostamenti e le deformazioni devono agire sullo stesso piano. Questo problema è ben conosciuto in letteratura e il suo ordine di grandezza può essere facilmente calcolato. Nel caso di moto rigido le deformazioni fittizie  $\varepsilon_{fict}$  che vengono generate dall'algoritmo della DIC possono essere calcolate mediante l'Equazione (3.3).

$$\varepsilon_{fict} = \frac{\delta}{D}, \quad (3.3)$$

dove  $\delta$  rappresenta lo spostamento locale fuori dal piano tra due immagini e  $D$  rappresenta la distanza di lavoro. Sono state studiate diverse soluzioni per superare questa problematica. Si può cercare di misurare gli spostamenti fuori dal piano e compensare quindi analiticamente i risultati della DIC. Un'alternativa è l'utilizzo di ottiche ad alta focale per incrementare la distanza di lavoro. Sicuramente anche la specifica conoscenza del materiale da testare permette un



miglior controllo dei risultati ottenuti. Un'ulteriore problematica legata a questo aspetto e non specificatamente investigata in letteratura è l'allineamento tra la fotocamera e la superficie di misura. Per evitare errori grossolani in fase di interpretazione dei risultati a causa della mancanza di parallelismo tra il sensore della fotocamera e la superficie di misura, è bene impostare in modo corretto la posizione della fotocamera fin dall'inizio, siccome una correzione dei risultati in fase di post-produzione non è semplice, considerando anche che come accennato prima si potrebbero avere deformazioni fittizie che si sommano a quelle reali. D'altra parte, durante la preparazione del set up di prova, è difficile garantire la planarità tra la superficie di ispezione e il sensore della fotocamera: per questa ragione, sarebbe buona norma dotarsi di uno strumento apposito per assicurare il parallelismo tra sensore e superficie.

### 3.2.2 Applicazione dell'analisi DIC al caso di studio

Dopo avere introdotto la tecnica DIC e averne messo in evidenza i vantaggi e gli svantaggi rispetto alle tecniche di misura più tradizionali, si passa in questo paragrafo all'applicazione della stessa alla campagna di prove sperimentali effettuate. Si illustrerà quindi l'allestimento del setup di prova con la definizione della strumentazione utilizzata e il successivo post-processing delle immagini acquisite mediante l'uso di un apposito software.

#### 3.2.2.1 Setup di prova

Si è deciso di attuare la tecnica DIC per le prove di flessione che per le prove di trazione dell'intera campagna sperimentale. La prima operazione da compiere è quella della preparazione dei provini. La superficie del provino deve essere inizialmente levigata per evitare asperità, successivamente si applica un leggero strato di vernice bianca per aumentare il contrasto con il pattern puntinato che è stato successivamente creato con uno spray a vernice nera, ottenendo il risultato illustrato in Figura 3.18.



**Figura 3.18** Particolare del pattern puntinato creato sulle superficie che saranno analizzate con la tecnica DIC

Una volta preparati i provini, è necessario procurarsi una macchina fotografica di qualità per l'acquisizione delle immagini. La macchina fotografica utilizzata durante le prove è una Nikon D750 la cui foto è riportata in Figura 3.19. Quest'ultima ha un sensore da 24,3 Megapixel full frame con filtro anti-aliasing. Il range di ISO che può coprire è tra i 100 e i 12800, con una massima velocità di scatto pari a 1/4000 e con uno scatto continuo che può arrivare a 6,5 frame al secondo.



**Figura 3.19** Macchina fotografica utilizzata nel corso della prova per l'acquisizione delle immagini

La macchina fotografica deve essere solidarizzata a un cavalletto stabile, in modo tale che il provino rimanga a fuoco durante tutta la prova e soprattutto in modo tale da evitare le problematiche illustrate nel Paragrafo §3.2.1.4. Il setup di prova è raffigurato in Figura 3.20.



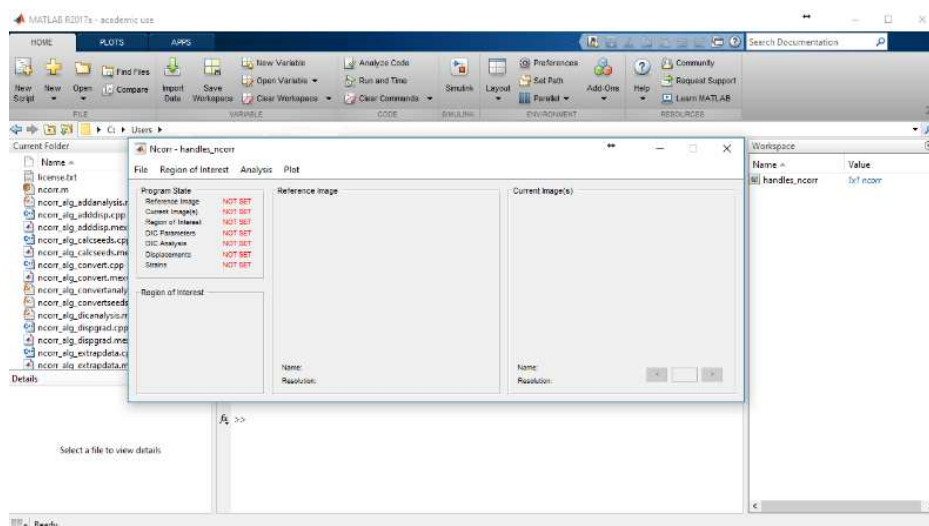
**Figura 3.20** Posizione della macchina fotografica utilizzata per l'acquisizione delle immagini (a) e illuminatore (b)

È quindi necessario dotarsi di un PC in cui sia stato installato un software apposito, che permetta di controllare la macchina fotografica da remoto, impostando i vari parametri della macchina fotografica in manuale. Dopo avere

fissato questi valori in modo tale che non possano cambiare durante l'esecuzione della prova, si imposta il software per poter acquisire un'immagine ogni dato intervallo di tempo. Nelle prove in questione l'intervallo temporale di acquisizione è stato fissato di dieci secondi. In particolare per questa campagna di prove sperimentali, il software prescelto è digiCam Control. Si è scelto anche di posizionare un illuminatore per mantenere costanti le condizioni di luce durante l'esecuzione delle prove, considerando che la tecnica DIC si basa anche sul riconoscimento delle varie scale di grigio.

### 3.2.2.2 Post-processing delle immagini

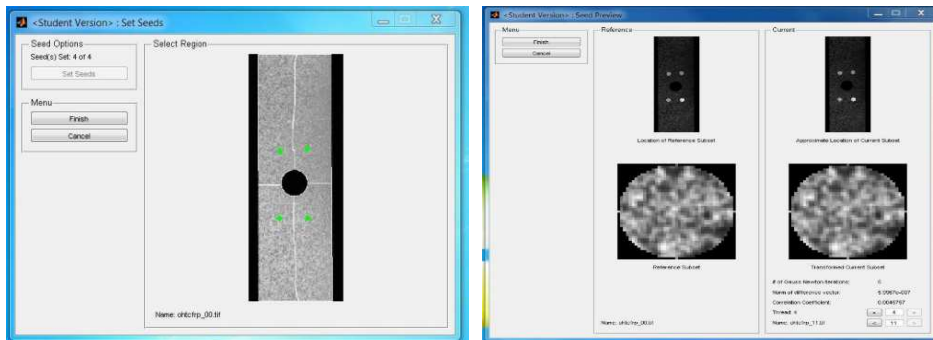
A seguito dell'acquisizione delle immagini in sede di laboratorio si è proceduto alla rielaborazione delle stesse per potere ottenere un campo di spostamenti e deformazioni attraverso un apposito software. La scelta è ricaduta su un software open source, denominato Ncorr [68]. Quest'ultimo è un applicativo che si interfaccia con Matlab, come illustrato in Figura 3.21, che implementa l'algoritmo per eseguire analisi DIC di tipo bidimensionale.



**Figura 3.21** Schermata iniziale del software Ncorr all'interno dell'ambiente MatLab

Il software presenta un'interfaccia grafica molto semplice; è sempre possibile controllare in alto a sinistra a quale punto dei vari step per la rielaborazione si è arrivati. Per prima cosa è necessario caricare l'immagine di riferimento sulla quale il programma setterà lo zero sia degli spostamenti che delle deformazioni. Il passaggio successivo consiste nel caricare le immagini successive che si sono acquisite durante la prova. È necessario quindi definire una Regione di Interesse (Region of Interest - ROI). L'impostazione della ROI è stata effettuata disegnando direttamente la regione mediante l'interfaccia grafica messa a disposizione dal programma. Come raccomandato dalla guida del software, la regione di interesse

è stata tracciata all'interno della zona del provino preparata per la DIC, lasciando un sottile bordo esterno. È quindi richiesto il settaggio dei parametri per eseguire l'analisi DIC per poterla quindi lanciare in un secondo momento. Le più importanti opzioni da settare sono raggruppate sotto la dicitura "Subset Options". Queste sono riferite alle dimensioni dei subsets e alla spaziatura tra di loro. La scelta del parametro di spaziatura è in realtà solo una scelta che va ad incidere il carico computazionale, mentre il raggio del subset è l'opzione fondamentale da impostare. Nonostante la letteratura tecnica sulla questione sia abbondante, la maggior parte delle conclusioni di questi studi sono basati su osservazioni euristiche o empiriche. L'idea generale dovrebbe comunque essere quella per la quale si dovrebbe selezionare il più piccolo subset possibile che non restituisca dati eccessivamente rumorosi siccome subset più larghi tendono ad avere un effetto con meno rumore. Dopo avere settato i parametri visti è possibile procedere all'analisi DIC. È quindi necessario a posizionare i punti di seed come illustrato in Figura 3.22. Questo processo è funzionale a effettuare un primo tentativo per l'analisi RG-DIC e consiste nel partizionare la regione di interesse così da potere calcolare il campo di spostamenti di ogni partizione in modo parallelo se il calcolo multithreading è attivo, sfruttando quindi tutti i vantaggi dei moderni processori. Per il soddisfacimento del primo requisito, i punti di seed devono essere posizionati in modo tale da non uscire dal campo visivo (FOV) durante il processo deformativo. Per il secondo requisito, i punti di seed devono essere posizionati in modo tale che il ROI sia partizionato in parti più o meno simili.



**Figura 3.22** Schermata iniziale di Ncorr all'interno dell'ambiente MatLab [68]

Dopo l'esecuzione dell'analisi DIC devono essere formattati gli spostamenti; questo perché il campo di spostamenti che viene restituito dall'analisi DIC preliminare risulta senza riferimenti, quindi l'unità di misura che viene presa sono i pixel della foto fornita. Pertanto è necessario caricare una foto di cui si conosca la dimensione reale di almeno un elemento, in modo da potere convertire gli spostamenti dai pixel a unità reali. La finestra di Ncorr che permette la formattazione degli spostamenti è illustrata in Figura 3.23. Una volta ricavato il campo di spostamento è possibile eseguire il calcolo del campo deformativo.

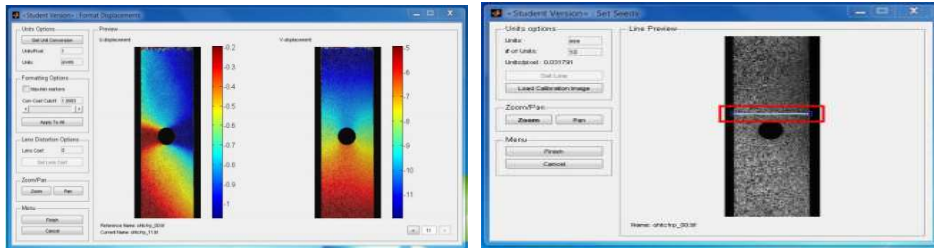


Figura 3.23 Formattazione degli spostamenti in ambiente Ncorr [68]

Il calcolo delle deformazioni avviene avendo come punto di partenza il campo degli spostamenti, usando un piano di minimi quadrati per fittare un gruppo locale di punti di dati. I gradienti degli spostamenti sono quindi trovati dai parametri del piano; questi gradienti sono usati per calcolare le deformazioni di Green-Lagrange e quelle di Eulero-Almansi. L'unico parametro che può essere variato è il raggio di deformazione. Questo è il raggio di un cerchio che seleziona un gruppo di punti per il piano di fitting. Anche in questo caso, la scelta per il migliore raggio è quella che implica la scelta del più piccolo raggio che non restituisca però dati troppo rumorosi. Il raggio di default è impostato a 15, ma è compito dell'utente il scegliere il raggio ottimale per i loro dati. Questo raggio dovrebbe essere selezionato sulla base dell'ultima immagine che molto probabilmente avrà i gradienti di spostamento più alti. La procedura appena descritta è gestita dalla finestra del software illustrata in Figura 3.24. A questo punto è possibile ricavare i dati di interesse tramite l'interfaccia di MatLab, essendo tutti i dati memorizzati in matrici.

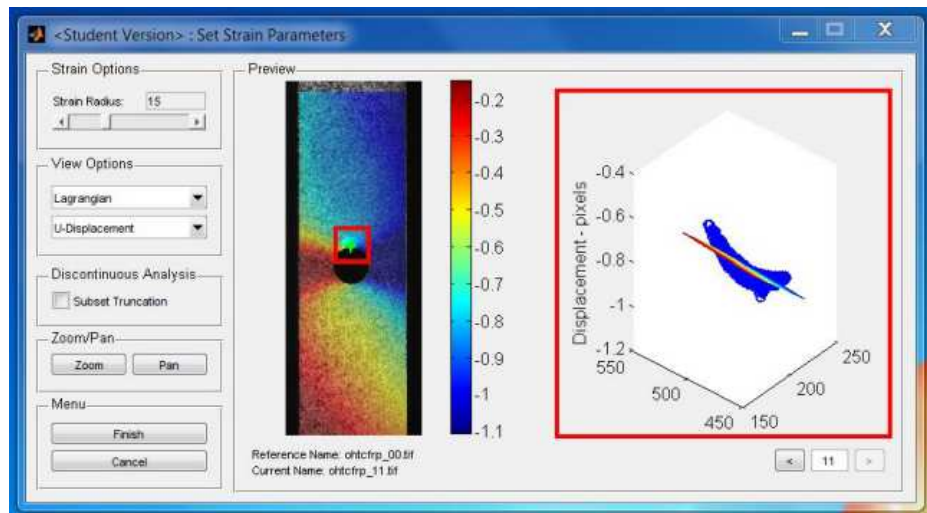
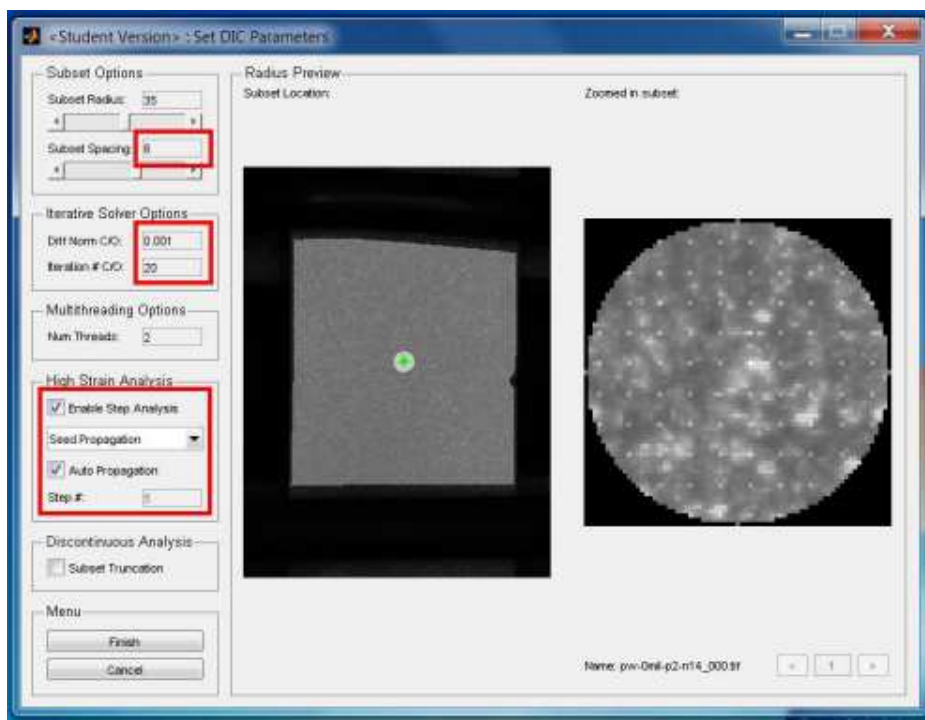


Figura 3.24 Formattazione delle deformazioni in ambiente Ncorr [68]

### 3.2.2.3 Procedura per high strain analysis

Nel caso in cui si abbia la presenza di elevate deformazioni è necessario procedere attivando l'opzione di "High strain analysis", evidenziata in Figura 3.25, che consente di metterle correttamente in conto. L'attivazione di questa opzione consente la corretta valutazione sia del campo di spostamenti che di quello delle deformazioni. Infatti, l'immagine di riferimento, così come la ROI, viene continuamente aggiornata, a differenza del caso della classica analisi DIC in cui sia l'immagine di riferimento che la ROI vengono mantenute fisse.



**Figura 3.25** Attivazione dell'opzione di high strain analysis in ambiente Ncorr [68]

### 3.2.2.4 Analisi con presenza di discontinuità

Nel caso in cui si prevedesse un quadro fessurativo consistente, con aperture di fessura non trascurabili, è bene ricorrere all'opzione apposita di Ncorr che permette di tenere conto di ciò. In questo caso, mediante un'analisi discontinua, la regione di interesse (ROI) viene impostata nei confronti dell'immagine corrente e non nei confronti dell'immagine di riferimento come per l'analisi DIC standard. Pertanto, il processo di analisi DIC procede sempre nei confronti della configurazione corrente e quindi un apposito algoritmo converte gli spostamenti nel sistema di riferimento dell'immagine di riferimento. La regione di interesse (ROI) viene in genere disegnata attorno la fessura mediante programmi di disegno

esterni. I parametri che devono essere impostati per l'utilizzo di questa funzione sono riportati in Figura 3.26.



Figura 3.26 Attivazione dell'opzione di high strain analysis in ambiente Ncorr [68]

### 3.2.2.5 Processo di rielaborazione dei dati

I campi di spostamenti e deformazioni che sono ricavati mediante la tecnica DIC appena illustrata, possono essere utilizzati anche per ottenere le proprietà meccaniche dei materiali in esame, integrando questi valori con ulteriori dati provenienti dalle macchine di prova. È possibile, per esempio, ottenere dei diagrammi di tipo carico-freccia per i provini a flessione o carico-allungamento per quelli a trazione. Conoscendo, infatti, la tempistica con cui sono state scattate le varie foto su cui è riportato il campo di spostamenti e di deformazioni ricavato dalla DIC, si può mettere in correlazione la scala dei tempi forniti dalla pressa con i tempi delle foto. Effettuando quindi un'interpolazione dei dati, si può avere l'andamento della freccia o dell'allungamento del provino in funzione della scala dei tempi forniti dalla pressa. Da quest'ultima si ricava l'andamento del carico e ottenere quindi una correlazione diretta tra il tempo, la freccia e il carico. Si fa notare che il valore di freccia che interessa per i provini a flessione può essere ottenuto leggendo lo spostamento in mezzera del provino e sottraendo a questo la media degli spostamenti verso l'alto degli appoggi (si ricorda infatti che è la traversa che si sposta verso l'alto). Si può ottenere la freccia legata quindi al numero della foto

scattata. Nel caso dei compositi FRCM è possibile anche leggere l'apertura di fessura in funzione del carico come sarà illustrato nel paragrafo dedicato.

### 3.3 Prove sulla malta

Nei paragrafi precedenti si è illustrata l'organizzazione complessiva delle prove sperimentali (Paragrafo §3.1) e l'innovativa tecnica DIC che si è affiancata, come strumento di rilevazione di spostamenti e deformazioni, agli strumenti più tradizionali (Paragrafo §3.2). Nel paragrafo attuale, invece, si affrontano le prove sperimentali che sono state condotte sulla malta costituente l'elemento di collegamento tra il supporto e la rete di fibre. Si descriveranno quindi sia le prove a trazione che quelle a flessione su provini di sola malta, effettuate al fine di ricavare le proprietà meccaniche di spicco del materiale.

#### 3.3.1 Elementi tesi

In questo paragrafo vengono illustrate le prove a trazione diretta condotte sui provini a osso di cane, la cui geometria è già stata illustrata nel Paragrafo §3.1.2.1.

##### 3.3.1.1 Descrizione della prova

Come già descritto, per le prove a trazione diretta della sola malta, il sistema di aggancio tra il provino e la macchina di prova è stato realizzato mediante l'incollaggio agli estremi del provino di piastrine metalliche forate, solidarizzate con resina epossidica alla malta. Si è poi fatto passare dei bulloni attraverso i fori delle piastrine. I bulloni sono stati agganciati alla macchina mediante gli agganci illustrati in Figura 3.27a, e quindi è stata applicata una forza di trazione sui bulloni di modo tale che il meccanismo di trasferimento del carico fosse per trasmissione di tensioni tangenziali. L'intero setup di prova è illustrato in Figura 3.27b.

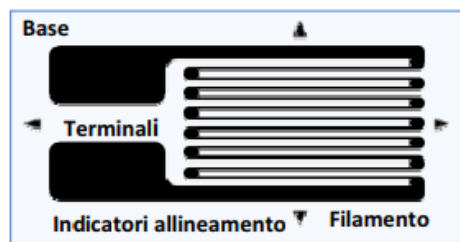


**Figura 3.27** Sistemi di aggancio utilizzati per le prove a trazioni (a) e sistema complessivo in uso



### Applicazione degli strain gauges sui provini a trazione

Tre dei provini a trazione della seconda tornata di prove sperimentali sono stati strumentati mediante l'applicazione di strain gauges, con l'obiettivo di potere misurare in modo preciso e puntuale le deformazioni trasversali e assiali sulla superficie dell'elemento. Essi sono stati distinti dagli altri apponendo la lettera "s" a seguito del numero incrementale identificativo del provino. L'estensimetro, la cui struttura è riportata in Figura 3.28, è uno strumento che permette la misurazione delle deformazioni meccaniche.



**Figura 3.28** Schema di funzionamento di strain gage

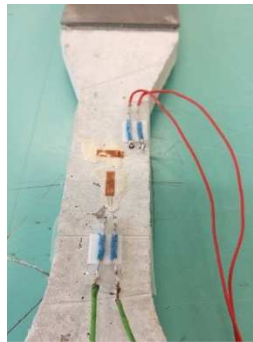
È costituito da un supporto di carta isolante o resina, sulla quale viene adagiata una serpentina metallica o un semiconduttore. Lo strain gauge è stato applicato alla struttura mediante una speciale procedura d'incollaggio che permette di garantire una perfetta aderenza delle due superfici in modo da evitare scorrimenti relativi. Se nel punto in cui è applicato l'estensimetro vi è la presenza di una variazione dello stato tensionale esistente, si ha un mutamento nella geometria del filamento con una variazione di resistività. Da questa variazione, mediante opportune correlazioni, è possibile ricavare la deformazione del materiale presente in quel determinato punto di applicazione. Gli estensimetri sono strumenti che vengono attraversati da una corrente a bassa intensità in modo da evitare deformazioni parassite di tipo termico e sono quindi tipicamente disposti su un circuito a ponte utilizzato per la misura della variazione di resistenza. I dati tecnici degli estensimetri utilizzati nella campagna di prove, sono riportati in Tabella 3.9.

| Proprietà               | Valori       |
|-------------------------|--------------|
| Lunghezza di gauge      | 5 mm         |
| Fattore di gauge        | 2.13         |
| Resistenza di gauge     | 120 $\Omega$ |
| Sensitività trasversale | 0.1 %        |

**Tabella 3.9** Dati tecnici degli strain gauges utilizzati

Questi dati vengono forniti dalla centralina in associazione con il carico assiale, espresso in kN. Ognuno dei tre provini è strumentato con uno strain gauge

per lato, che misura la deformazione assiale, mentre un terzo strain gauge posizionato su uno dei due lati misura la deformazione trasversale. Collegando il tutto alla centralina di controllo, si inizia la prova e l'acquisizione dei dati avviene in contemporanea con l'acquisizione dei dati della pressa. In Figura 3.29 è riportato un lato del provino in cui è stato applicato un estensimetro orizzontale e uno in posizione verticale.



**Figura 3.29** Applicazione degli strain gauges su provino a osso di cane

La prova è stata condotta in controllo di spostamento. La scelta della forma del provino è stata effettuata al fine di avere la formazione della fessura in corrispondenza della zona di minor area, ovvero nella zona centrale, dopo la rastremazione. In effetti, nella totalità dei provini si verifica questa condizione. Si nota che la prima fessura, quella principale, si forma immediatamente dopo il raggiungimento del carico di fessurazione della malta e a ciò corrisponde un rapido calo della forza che il materiale può reggere. Tuttavia, dopo la formazione della fessura, il provino può comunque sostenere ulteriore carico. Questo avviene grazie alla presenza delle fibre disperse nella malta, che, infatti, permettono alla fessura di svilupparsi e di raggiungere delle aperture anche notevoli come si può vedere in Figura 3.30, a cui sono associati degli spostamenti che possono arrivare fino a parecchi mm.



**Figura 3.30** Esempio di provino a osso di cane fessurato dopo la rastremazione

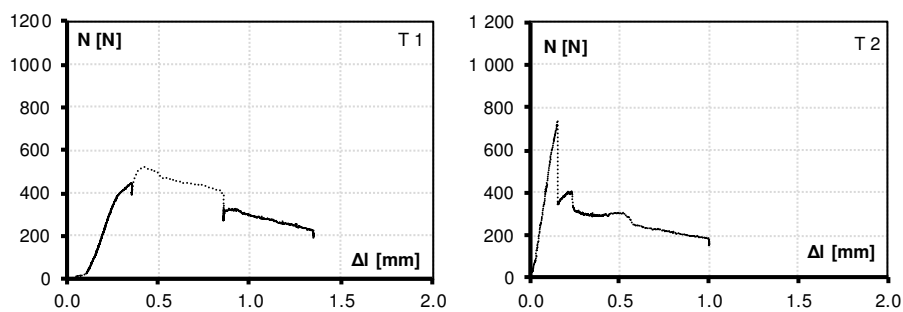
### 3.3.1.2 Diagrammi forza-allungamento

Nel caso di prove a trazione, la macchina INSTRON restituisce i dati della prova in un foglio elettronico costituito da quattro colonne. In ogni colonna viene riportato: il tempo espresso in secondi, la posizione della traversa rigida espressa in mm, il carico applicato sul provino, espresso in kN. È bene notare che questi valori sono stati poi oggetto di una successiva rielaborazione, inoltre, i risultati restituiti dalla macchina INSTRON devono essere integrati con i dati provenienti sia dalla tecnica DIC sia dai valori che sono ottenuti dalla centralina di controllo degli estensimetri, nei casi in cui i provini siano stati strumentati con strain gauges.

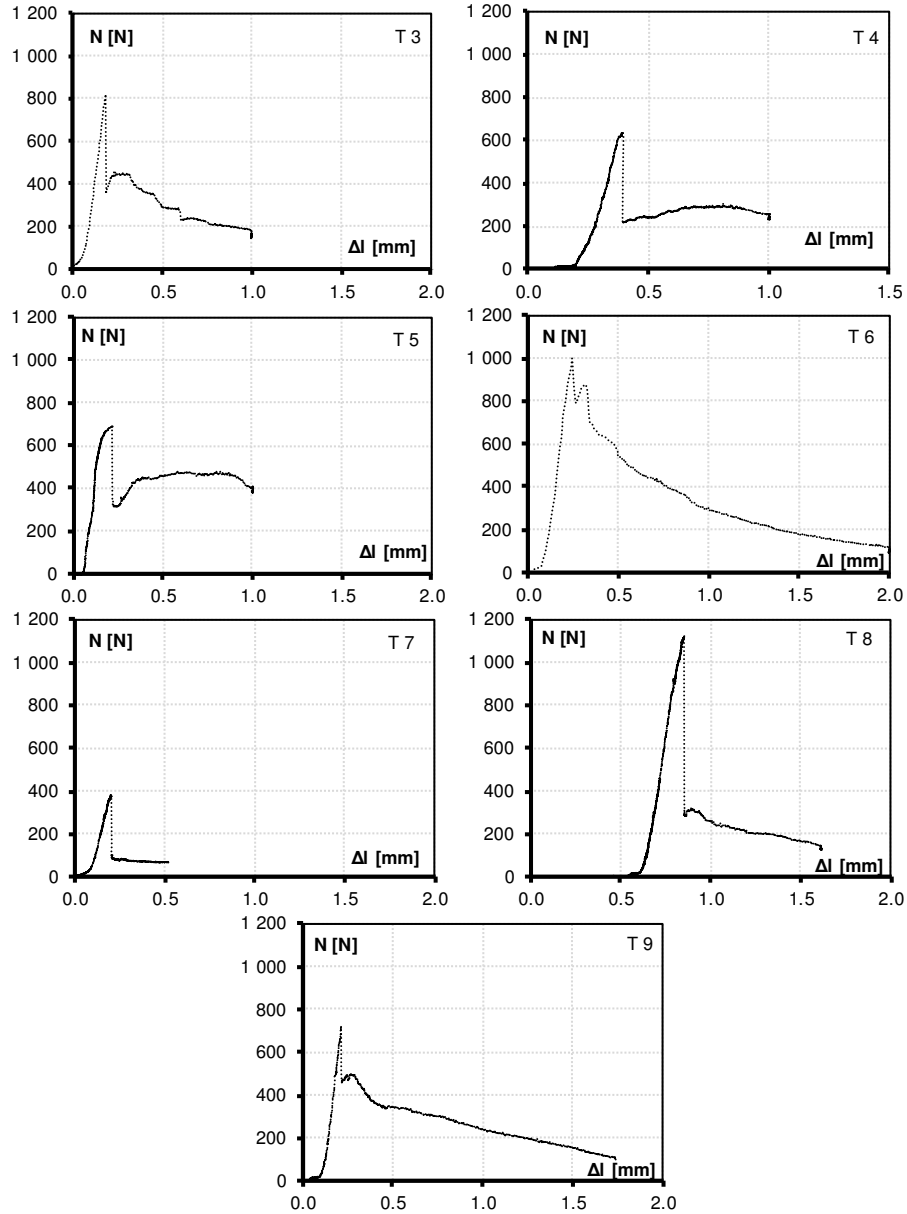
Nell'ottica di ottenere i risultati voluti, il primo passaggio da effettuare è quello di depurare dal dato di spostamento fornito dalla pressa, la posizione iniziale della traversa. In questo modo si riesce a ottenere quello che è l'allungamento del provino. Questi spostamenti possono essere quindi direttamente confrontati con quelli letti dalla Digital Image Correlation. Dopo avere avuto una parziale conferma della bontà dei risultati, si può passare a rielaborare i dati ottenuti.

Nel caso dei provini strumentati mediante estensimetri, questi forniscono dei risultati di deformazione che possono servire per ricavare in un momento successivo alcune proprietà meccaniche di interesse. Gli strain gauges vengono controllati da una centralina, la quale restituisce in un foglio elettronico i dati relativi allo spostamento espresso in millimetri, al carico applicato dalla macchina espresso in kN e, infine, le letture adimensionali dei vari estensimetri. In relazione a questo è possibile correlare i dati del carico applicato con le letture degli estensimetri. Da questi valori sarà quindi possibile ottenere sia il valore del coefficiente di Poisson che quello del modulo elastico del materiale.

Nelle figure seguenti vengono riportati i diagrammi  $N-\Delta$ , ovvero il carico applicato che viene fornito direttamente dalla macchina di prova in funzione dell'allungamento dei provini, il cui valore può essere calcolato mediante la rielaborazione dei dati ottenuti dalla Digital Image Correlation. In particolare in Figura 3.31 e Figura 3.32 sono riportati i dati relativi alle prove sperimentali della prima tornata di provini a trazione diretta.



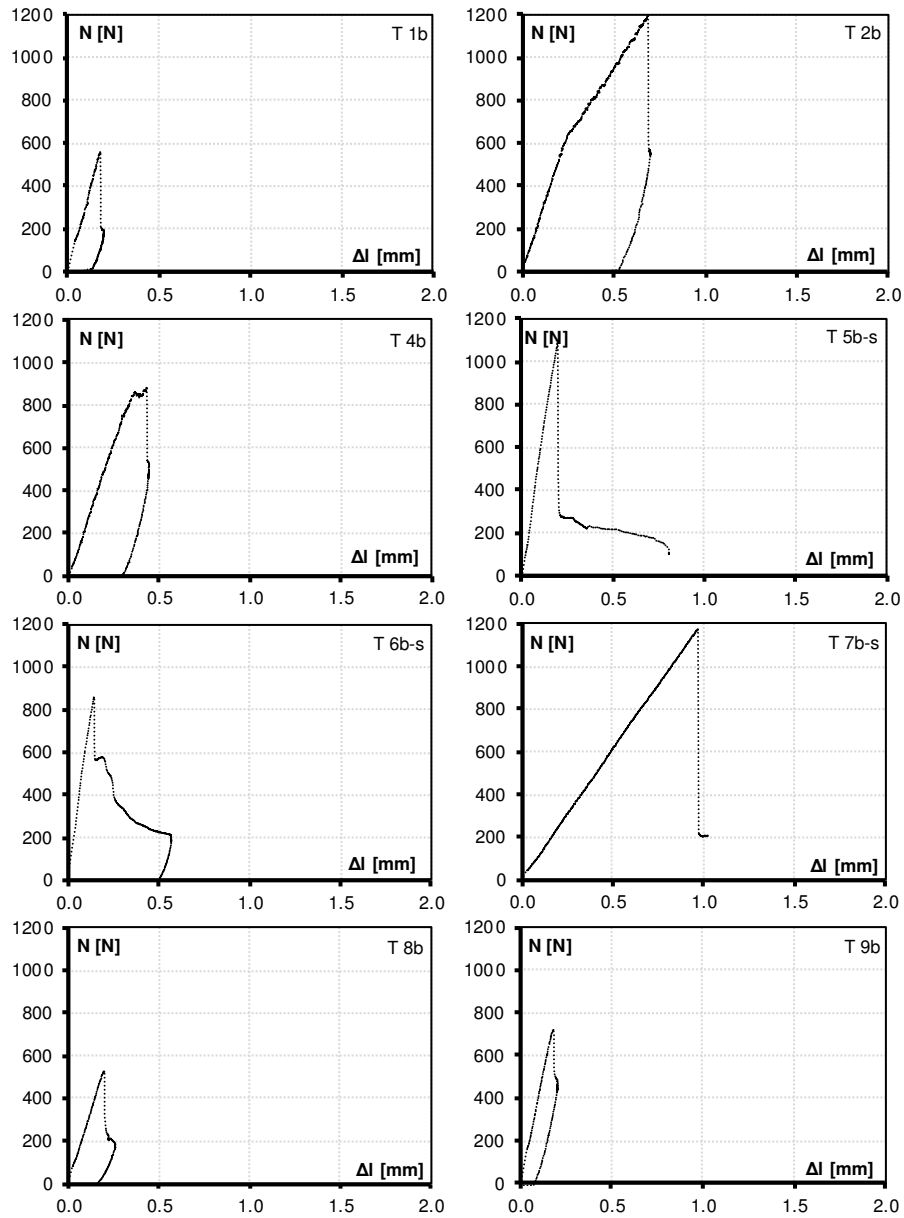
**Figura 3.31** Diagrammi  $N-\Delta$  dei provini a trazione diretta (T 1-T 2) della prima tornata di prove sperimentali (2016)



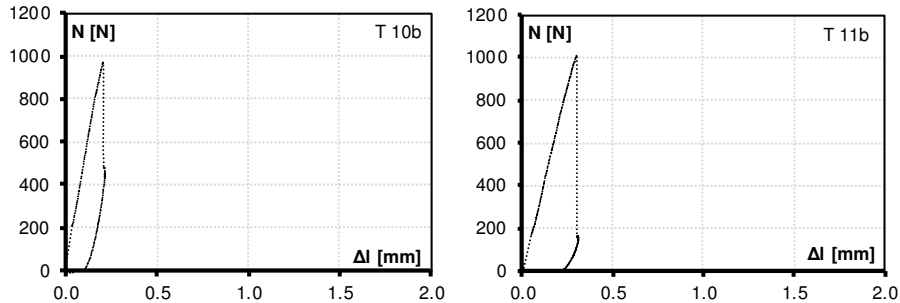
**Figura 3.32** Diagrammi  $N$ - $\Delta$  dei provini a trazione diretta (T 3-T 9) della prima tornata di prove sperimentali (2016)

Nelle Figura 3.33 e Figura 3.34 sono riportati i diagrammi  $N$ - $\Delta$  relativi alla seconda tornata della campagna di prove sperimentali. Anche in questo caso il

carico è stato dedotto dai risultati della macchina di prova mentre l'allungamento è stato calcolato mediante la rielaborazione dell'analisi DIC.



**Figura 3.33** Diagrammi  $N$ - $\Delta l$  dei provini a trazione diretta (T 1b-T 9b) della seconda tornata di prove sperimentali (2016)



**Figura 3.34** Diagrammi N- $\Delta l$  dei provini a trazione diretta (T 10b-T 11b) della seconda tornata di prove sperimentali (2017)

Si riportano in tabella i risultati ottenuti in termini di massimo carico di trazione registrato dalla macchina di prova.

| Provino | $N_{\max}$ [N] |
|---------|----------------|
| T 1     | 523.75         |
| T 2     | 740.66         |
| T 3     | 818.05         |
| T 4     | 632.02         |
| T 5     | 688.60         |
| T 6     | 995.33         |
| T 7     | 383.96         |
| T 8     | 1119.76        |
| T 9     | 720.47         |

**Tabella 3.10** Carico massimo di trazione per i provini T 1 -T 9

| Provino | $N_{\max}$ [N] |
|---------|----------------|
| T 1b    | 561.35         |
| T 2b    | 1194.94        |
| T 4b    | 879.86         |
| T 5b-s  | 1080.93        |
| T 6b-s  | 860.95         |
| T 7b-s  | 1177.50        |
| T 8b    | 527.05         |
| T 9b    | 719.99         |
| T 10b   | 975.30         |
| T 11b   | 1005.52        |

**Tabella 3.11** Carico massimo di trazione per i provini T 1b - T 11b

Questi valori, dedotti dai grafici precedenti e dai tabulati forniti dalla macchina di prova, saranno poi utilizzati in un secondo momento per la determinazione della resistenza diretta a trazione. Nelle Tabella 3.10 e Tabella 3.11 si riportano i valori delle massime forze di trazione ottenuti per i diversi provini della prima e seconda tornata della campagna di prove sperimentale, rispettivamente.

Alcuni provini appartenenti alla seconda tornata della campagna sperimentale (2017), inoltre, sono stati strumentati mediante tre strain gauges, in grado di rilevare sia la deformazione verticale su entrambi i lati del provino, verificando anche l'eventuale inflessione dello stesso, che la deformazione orizzontale su un lato. Dalle misure registrate, è apparso evidente che le condizioni di prova hanno determinato la presenza di una leggera flessione sul provino. Lo stato deformativo risulta pertanto rappresentato dalla seguente Equazione (3.4), relativa ad una sollecitazione di tenso-flessione:

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \frac{Ne}{WE} \quad (3.4)$$

Invertendo la formula si ottiene di conseguenza il valore dell'eccentricità, come si deduce dall'Equazione (3.5).

$$e = \left( \varepsilon - \frac{N}{EA} \right) \cdot \left( \frac{WE}{N} \right) \quad (3.5)$$

Conoscendo queste tre quantità si effettueranno successivamente delle considerazioni relativamente all'eccentricità presente sui provini, per poi ricavare le proprietà meccaniche della malta, tra cui il coefficiente di Poisson e il modulo elastico. Per i tre provini strumentati mediante strain gauges (T 5b-s, T 6b-s, T 7b-s) si riportano in Figura 3.35 i diagrammi ottenuti. In particolare, in ogni diagramma si può leggere il valore delle deformazioni fornite dai vari estensimetri in funzione del carico presente in quel determinato istante sul provino. Dall'esame dei grafici, si può osservare come nei primi due provini testati mediante strain gauges, vi sia stata un'eccentricità del carico applicato abbastanza marcata, come dimostrato dalla differente lettura di deformazione che si riscontra tra gli estensimetri verticali posti nella parte anteriore posteriore del provino.

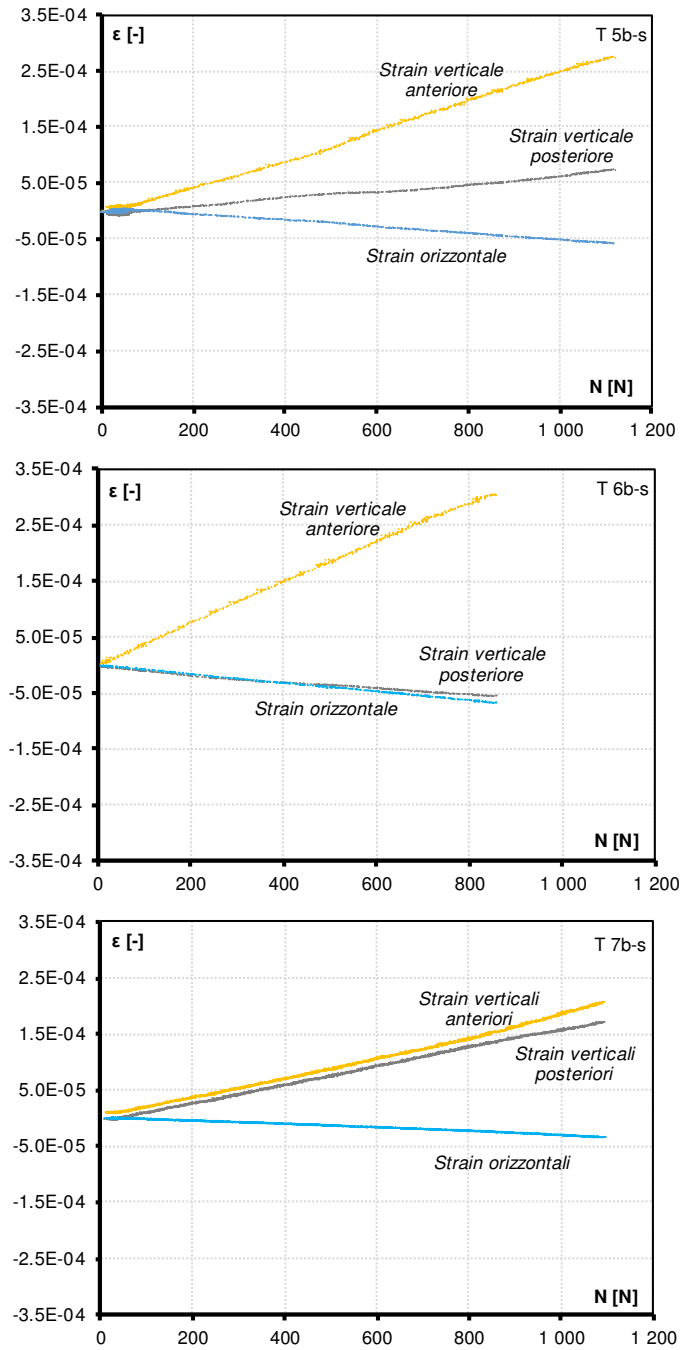


Figura 3.35 Lettura restituita dagli strain gauges sui tre provini strumentati



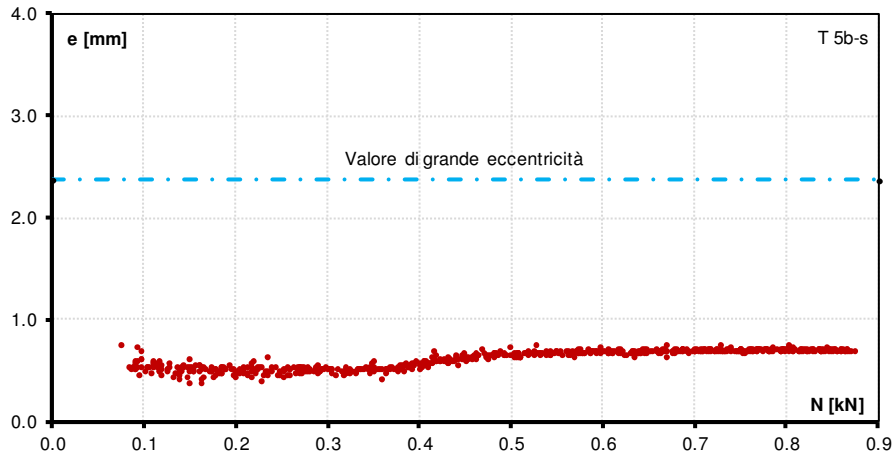
Attraverso l'Equazione (3.5) si può calcolare il valore di eccentricità corrispondente ai vari strain gauges. Si riportano nei diagrammi di Figura 3.36 e Figura 3.37 i valori di tale eccentricità in funzione del carico applicato, che viene espresso in N. I valori riportati sono relativi alla fase centrale della prova, ovvero distante dai giochi iniziali e dal carico di rottura. Nei diversi diagrammi appena citati, si è inoltre riportato, il valore limite di eccentricità oltre il quale si avrebbe la condizione di grande eccentricità e quindi la sezione vedrebbe anche parti in compressione oltre che in trazione. Quest'ultimo, essendo la sezione rettangolare di base "b" e altezza "h" viene calcolata in accordo all'Equazione (3.6).

$$e = \frac{h}{6} \quad (3.6)$$

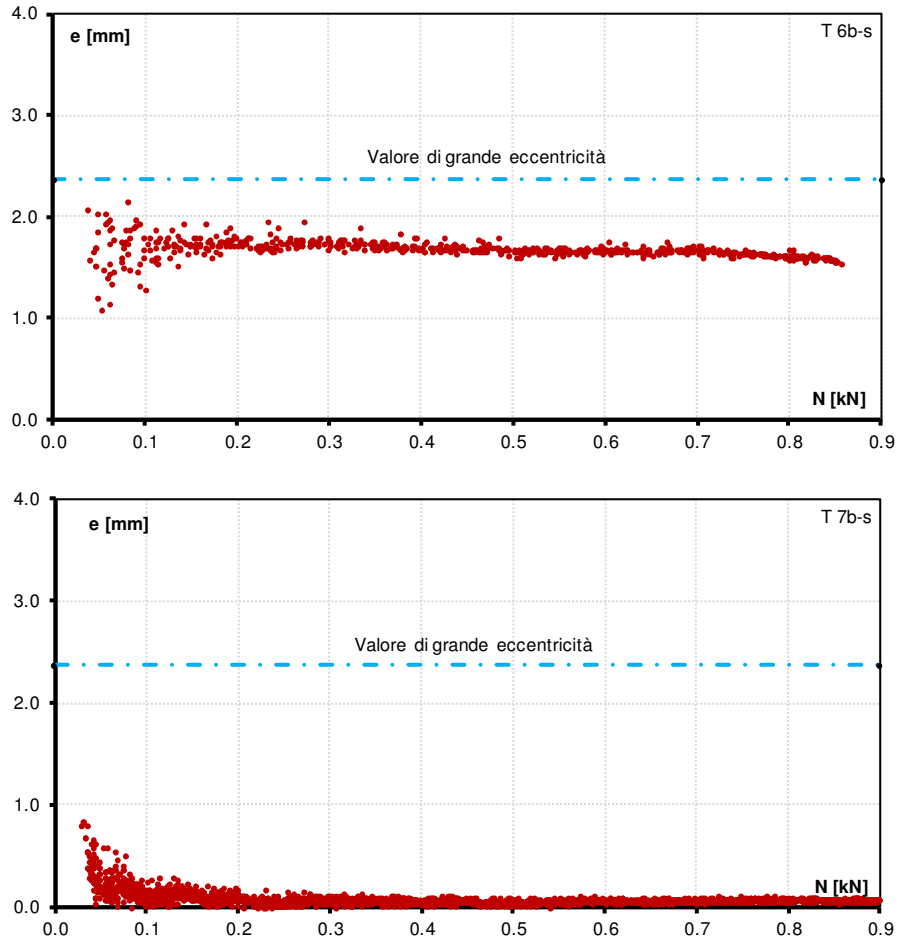
Nella Tabella 3.12 si riportano i valori numerici limite per la condizione di grande eccentricità dei vari provini, valutati sulle dimensioni effettive dei provini.

| Provino | Valore di grande eccentricità [mm] |
|---------|------------------------------------|
| T 5b-s  | 2.37                               |
| T 6b-s  | 2.43                               |
| T 7b-s  | 2.54                               |

**Tabella 3.12** Valori dell'eccentricità limite per i diversi provini strumentati



**Figura 3.36** Studio sull'eccentricità dei provini a trazione strumentati con estensimetri: provino T 5b-s



**Figura 3.37** Studio sull'eccentricità dei provini a trazione strumentati con estensimetri: provini T 6b-s e T 7b-s

### 3.3.1.3 Resistenza a trazione diretta

Dalle prove a trazione diretta, si ricava la resistenza a trazione diretta  $f_{ct}$ , dividendo il massimo carico di trazione per cui è avvenuta la separazione del provino per l'area trasversale del provino come riportato dall'Equazione (3.7).

$$f_{ct} = \frac{P_{max}}{b \cdot h} \quad (3.7)$$

L'area trasversale è quella riferita alla sezione rastremata del provino ad osso di cane, dove ci si accerterà che si formi la fessura. Si riportano in Tabella 3.13 i

valori di resistenza a trazione ottenuti per i provini della prima tornata della campagna di prove sperimentali.

| Provino | Resistenza a trazione diretta $f_{ct}$ (MPa) |
|---------|--|
| T 1     | 1.19   |
| T 2     | 1.67   |
| T 3     | 1.80   |
| T 4     | 1.38   |
| T 5     | 1.59   |
| T 6     | 2.20   |
| T 7     | 0.84   |
| T 8     | 2.57   |
| T 9     | 1.60   |

**Tabella 3.13** Tensioni di trazione ottenute per i provini della prima tornata di prove sperimentali (2016)

In Tabella 3.14 sono, invece, riportati i valori della resistenza a trazione diretta ottenuti per i provini per la seconda tornata di prove sperimentali.

| Provino | Resistenza a trazione diretta $f_{ct}$ (MPa) |
|---------|--|
| T 1b    | 1.08   |
| T 2b    | 2.03   |
| T 4b    | 1.95   |
| T 5b-s  | 2.32   |
| T 6b-s  | 2.01   |
| T 7b-s  | 2.50   |
| T 8b    | 1.23   |
| T 9b    | 1.70   |
| T 10b   | 2.28   |
| T 11b   | 2.43   |

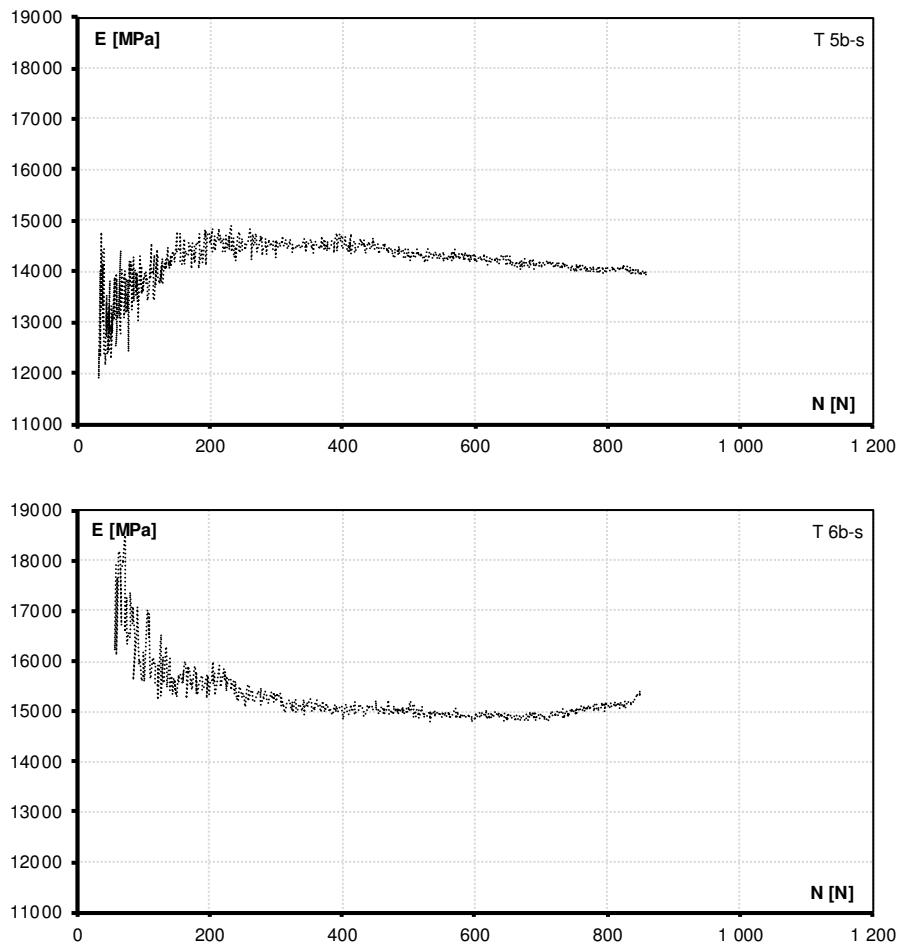
**Tabella 3.14** Tensioni di trazione ottenute per i provini della seconda tornata di prove sperimentali (2017)

### 3.3.1.4 Modulo elastico

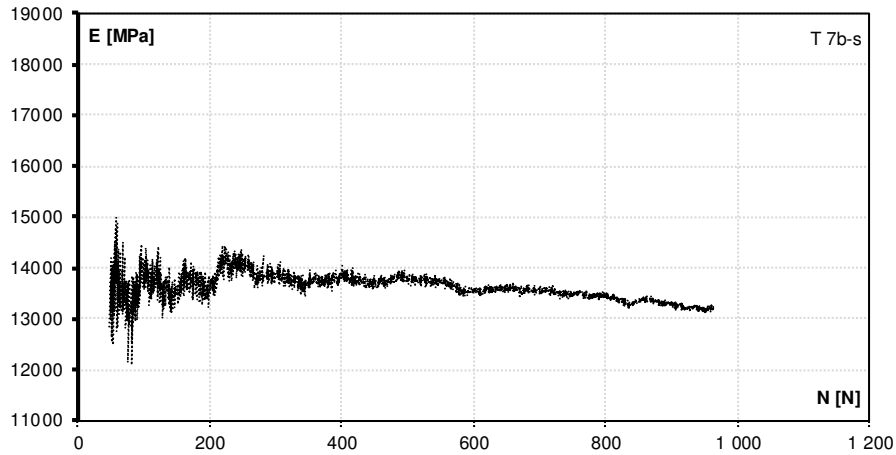
Il modulo elastico ricavato da prove di trazione diretta non è altro che la pendenza del primo tratto elastico-lineare che si può individuare nella curva tensione-deformazione. Per fare questo, si considera la deformazione ottenuta andando a mediare il valore delle deformazioni verticali registrate sui due lati del provino ottenendo dai carichi le tensioni corrispondenti. Quindi semplicemente il modulo elastico può essere calcolato come previsto dall'Equazione (3.8).

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3.8)$$

Il modulo elastico è possibile determinarlo mediante due modalità differenti. Una prima modalità ha previsto il rapporto, ad ogni incremento di carico, tra la tensione presente e la deformazione associata come descritto dall'Equazione (3.8). Si ricavano in questo caso i diagrammi di Figura 3.38 e Figura 3.39 che mostrano come varia il modulo elastico in funzione del livello di carico.



**Figura 3.38** Andamento del modulo elastico E(MPa) in funzione del carico per i provini T 5b-6 e T 6b-6 strumentati mediante estensimetri.



**Figura 3.39** Andamento del modulo elastico E(MPa) in funzione del carico per il provino T 7b-s strumentato mediante estensimetri

Si possono mediare i valori di modulo elastico ottenuti ai vari livelli di carico e ottenere di conseguenza i valori riportati in Tabella 3.15.

| Provino | E (MPa) |
|---------|---------|
| T 5b-s  | 14143   |
| T 6b-s  | 15274   |
| T 7b-s  | 13539   |

**Tabella 3.15** Modulo elastico ottenuto da Equazione (3.8)

Una differente modalità di calcolo del modulo elastico consiste nel fitting attraverso l'utilizzo di una linea di tendenza dei punti rappresentativi delle deformazioni verticali. A tale proposito è utile considerare la curva rappresentativa della media degli strain verticali rappresentata per i tre provini strumentati nei diagrammi di Figura 3.35. A questo punto si può effettuare il rapporto tra il coefficiente angolare della retta di fitting rispetto all'area del provino e ottenere quindi il modulo elastico. Si riportano in Tabella 3.16 i valori trovati seguendo questa seconda strada.

| Provino | E (MPa) |
|---------|---------|
| T 5b-s  | 14080   |
| T 6b-s  | 15048   |
| T 7b-s  | 13426   |

**Tabella 3.16** Modulo elastico ottenuto da fitting

Nel caso in cui si ricavi il modulo elastico mediante l'Equazione (3.8) si ha un valore medio pari a  $E_{eq}=14318.67$  MPa che comunque non differisce di molto da

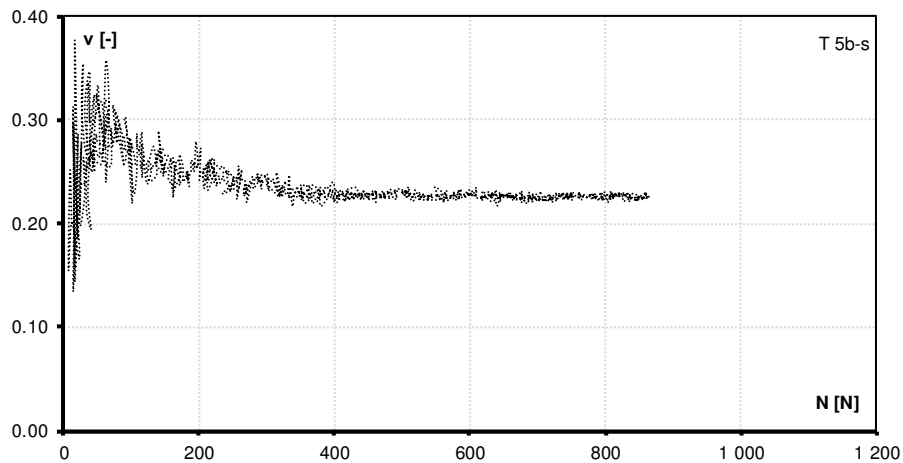
quello che viene ricavato mediante il fitting delle letture degli estensimetri, il quale ha un valore medio di  $E_{fitting}=14184.67$  MPa. Lo scarto è minore dell'1% e si può quindi ragionevolmente affermare che il valore del modulo elastico di queste malte si aggira su valori compresi tra 14000 MPa e 15000 MPa.

### 3.3.1.5 Coefficiente di Poisson

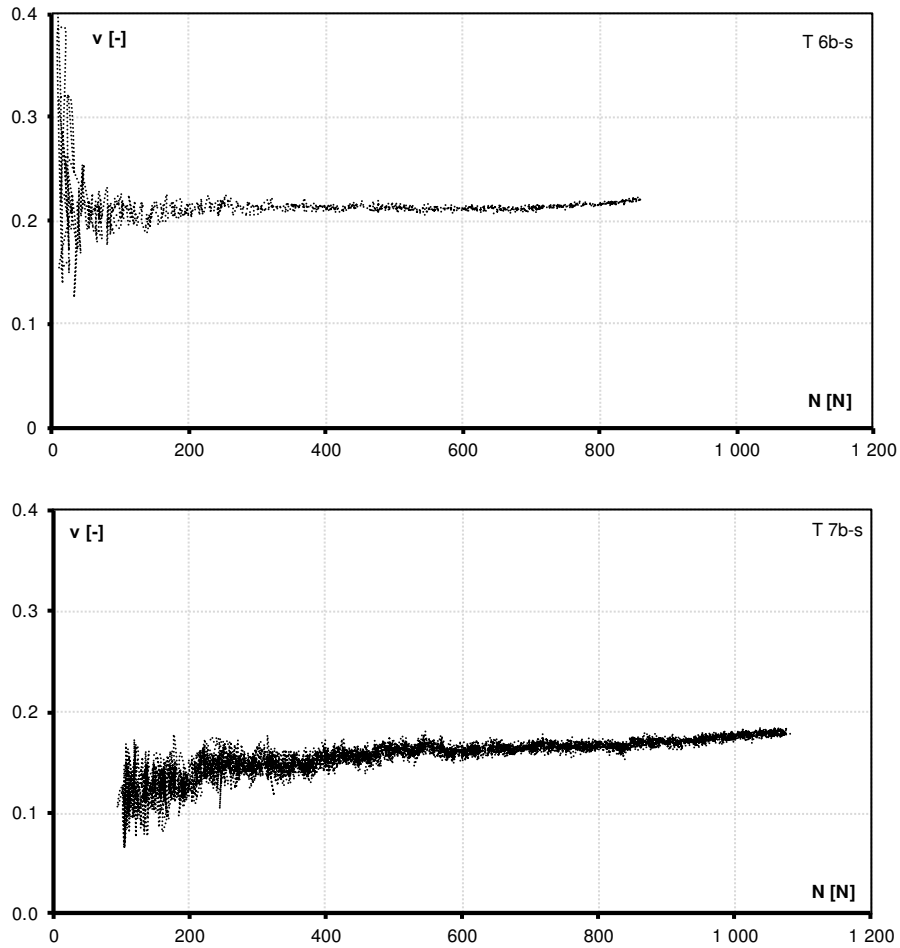
Il coefficiente di Poisson può essere determinato dalle prove di trazione diretta. In particolare il coefficiente di contrazione trasversale è definito come il rapporto tra la deformazione trasversale e la deformazione longitudinale, come definito dall'Equazione (3.9).

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad (3.9)$$

Alla stregua del caso della determinazione dei valori del modulo elastico, anche in questo caso è possibile seguire due strade differenti. Una prima modalità prevede di effettuare il rapporto, ad ogni incremento di carico, tra la deformazione longitudinale e la deformazione orizzontale sulla medesima faccia in cui erano applicati i due estensimetri. Si ricavano in questi casi i diagrammi in Figura 3.40 e Figura 3.41 che mostrano come varia il coefficiente di Poisson in funzione del livello di carico.



**Figura 3.40** Andamento del coefficiente di Poisson [-] in funzione del carico per il provino T 5b-s strumentato mediante estensimetri



**Figura 3.41** Andamento del coefficiente di Poisson [-] in funzione del carico per i provini T 6b-s e T 7b-s strumentati mediante estensimetri

Si nota una dispersione nel tratto iniziale di carico dovuto probabilmente all'assestamento dei pezzi meccanici durante il primo tratto di misurazione. Si può anche in questo caso effettuare la media dei valori trovati per ogni provino ottenendo i risultati in Tabella 3.17.

| Provino | $\nu$ (MPa) |
|---------|-------------|
| T 5b-s  | 0.24        |
| T 6b-s  | 0.21        |
| T 7b-s  | 0.17        |

**Tabella 3.17** Coefficiente di Poisson ottenuto dall'Equazione (3.9)

Una differente modalità di calcolo del coefficiente di Poisson è quella di fittare mediante linea di tendenza i punti rappresentativi degli strain verticali e degli strain orizzontali. A questo punto si può effettuare il rapporto tra i coefficienti angolari e ottenere quindi il coefficiente di Poisson. Si riportano in Tabella 3.18 i valori trovati.

| Provino | $\nu$ (MPa) |
|---------|-------------|
| T 5b-s  | 0.23        |
| T 6b-s  | 0.21        |
| T 7b-s  | 0.18        |

**Tabella 3.18** Coefficiente di Poisson ottenuto da fitting

Per quanto concerne i valori del coefficiente di Poisson, sia mediando i valori ottenuti dall'Equazione (3.9) sia mediando quelli ottenuti fittando le linee di tendenza rappresentative degli estensimetri verticali si ottiene un valore del coefficiente di contrazione trasversale pari a 0.21.

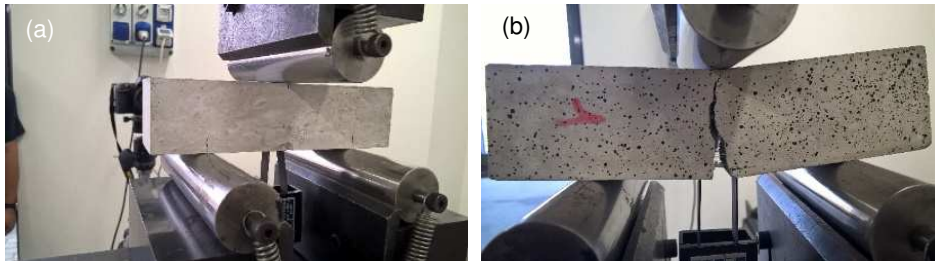
### 3.3.2 Elementi inflessi

Per quanto riguarda gli elementi di sola malta, le prove effettuate hanno indagato anche il comportamento flessionale oltre che quello a trazione, come detto nel Paragrafo §3.3.1. Le prove sperimentali descritte in questo paragrafo sono state condotte al fine di integrare i dati ricavati dalle prove a trazione diretta, ovvero ricavare la resistenza a trazione per flessione  $f_{ct,flex}$  che potrà poi essere correlata con la resistenza a trazione diretta  $f_{ct,ax}$ . È poi possibile ricavare l'energia di frattura  $G_f$  per il materiale in esame.

#### 3.3.2.1 Descrizione della prova

Sono state condotte prove a flessione su tre punti. Il provino è stato posizionato sulla pressa, come illustrato in Figura 3.42a, dopo aver opportunamente allestito il setup di prova come ampiamente descritto nei paragrafi precedenti. Nel caso dei provini a flessione si è proceduto a strumentare ogni singolo provino con un clip gauge a cavallo dell'intaglio, in modo da potere condurre la prova in controllo di apertura di fessura e stimare in un secondo momento il valore dell'energia di frattura. Il clip gauge è stato collocato in corrispondenza dell'intaglio, così che le due alette del clip fossero a una distanza di 1 cm l'una rispetto all'altra.





**Figura 3.42** Posizionamento sulla macchina (a) e rottura (b) del provino prismatico a flessione

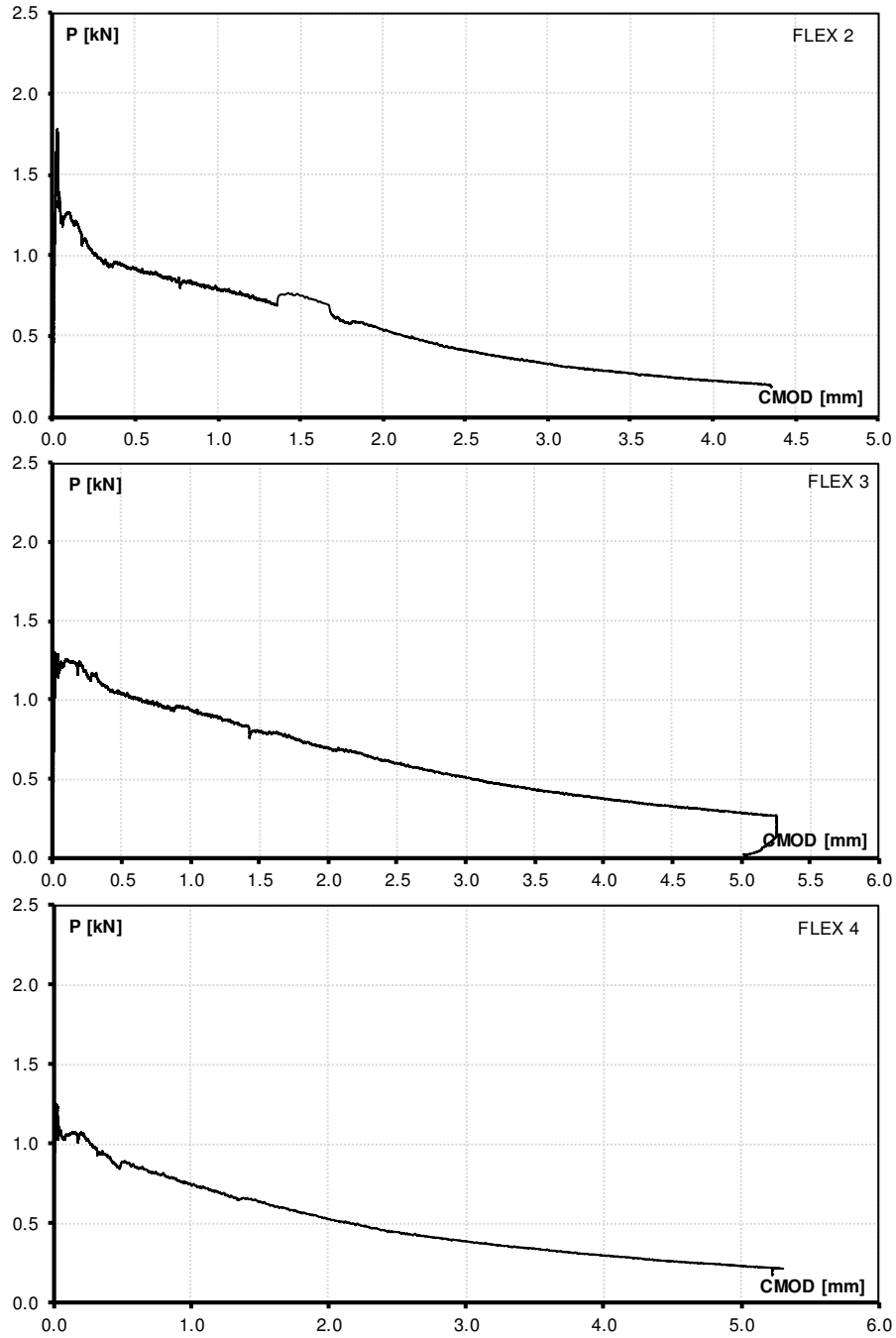
Essendo i provini prefessurati, quindi con la presenza di notch nella parte centrale inferiore, la fessura tende a svilupparsi partendo da questa sezione indebolita, come viene rappresentato in Figura 3.42b. Si osserva che la maggior parte dei provini ha presentato questo tipo di comportamento, quindi si ha la nascita della fessura in questa sezione. Si è potuto osservare che lo sviluppo della fessura è molto graduale, grazie all'intervento delle fibre disperse nella malta che forniscono un'azione di bridging e pertanto impediscono uno sviluppo rapido e immediato della stessa. Nella Figura 3.43a si nota lo sviluppo globale della fessura che in genere arriva quasi fino all'estradosso e alla zona compressa. Nella Figura 3.43b si riporta una foto di dettaglio di una fessura in cui si nota come il contributo delle fibre disperse sia notevole per lo sviluppo della stessa.



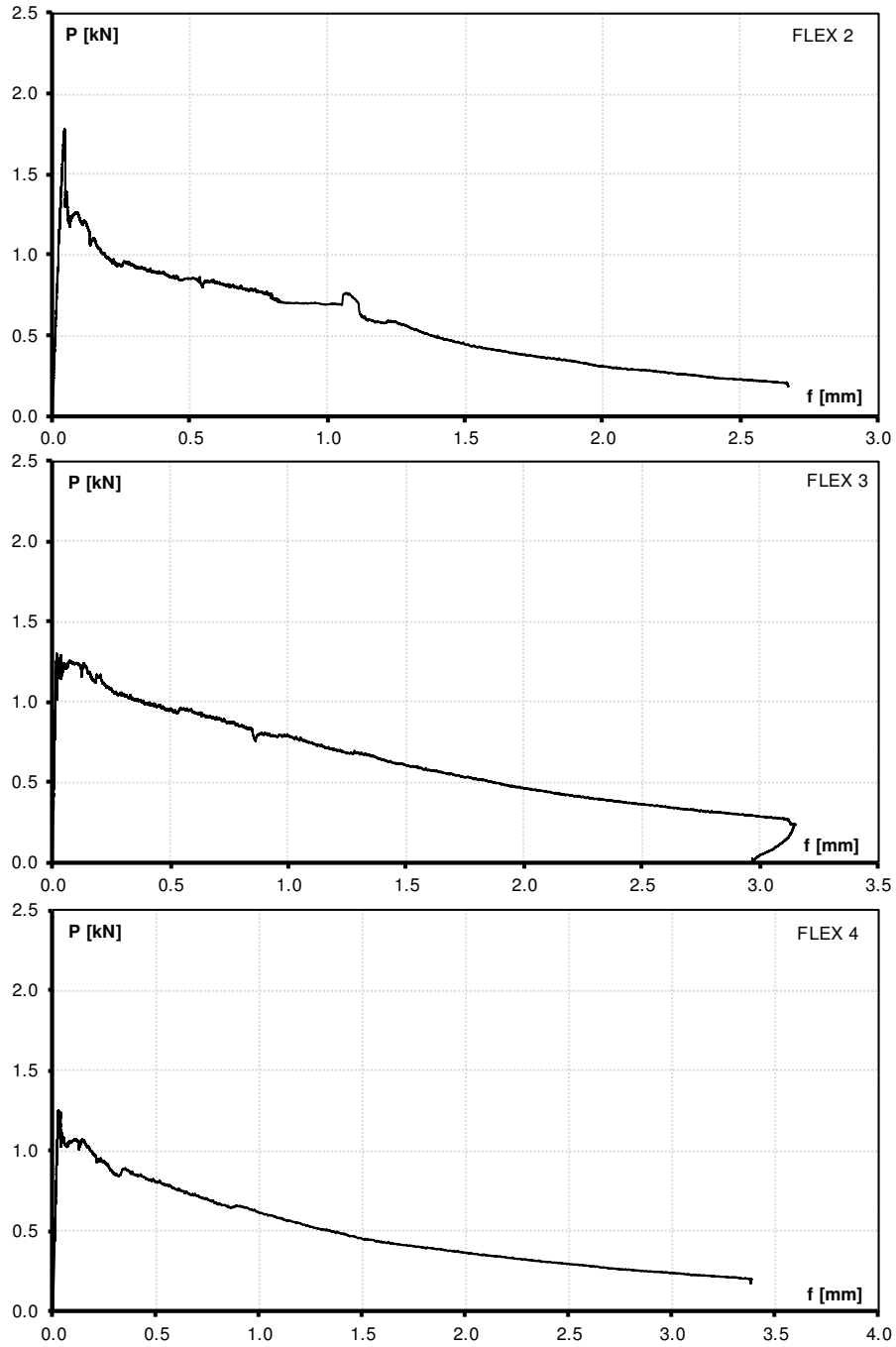
**Figura 3.43** Vista globale del provino fessurato (a) e dettaglio della fessura (b)

### 3.3.2.2 Diagrammi

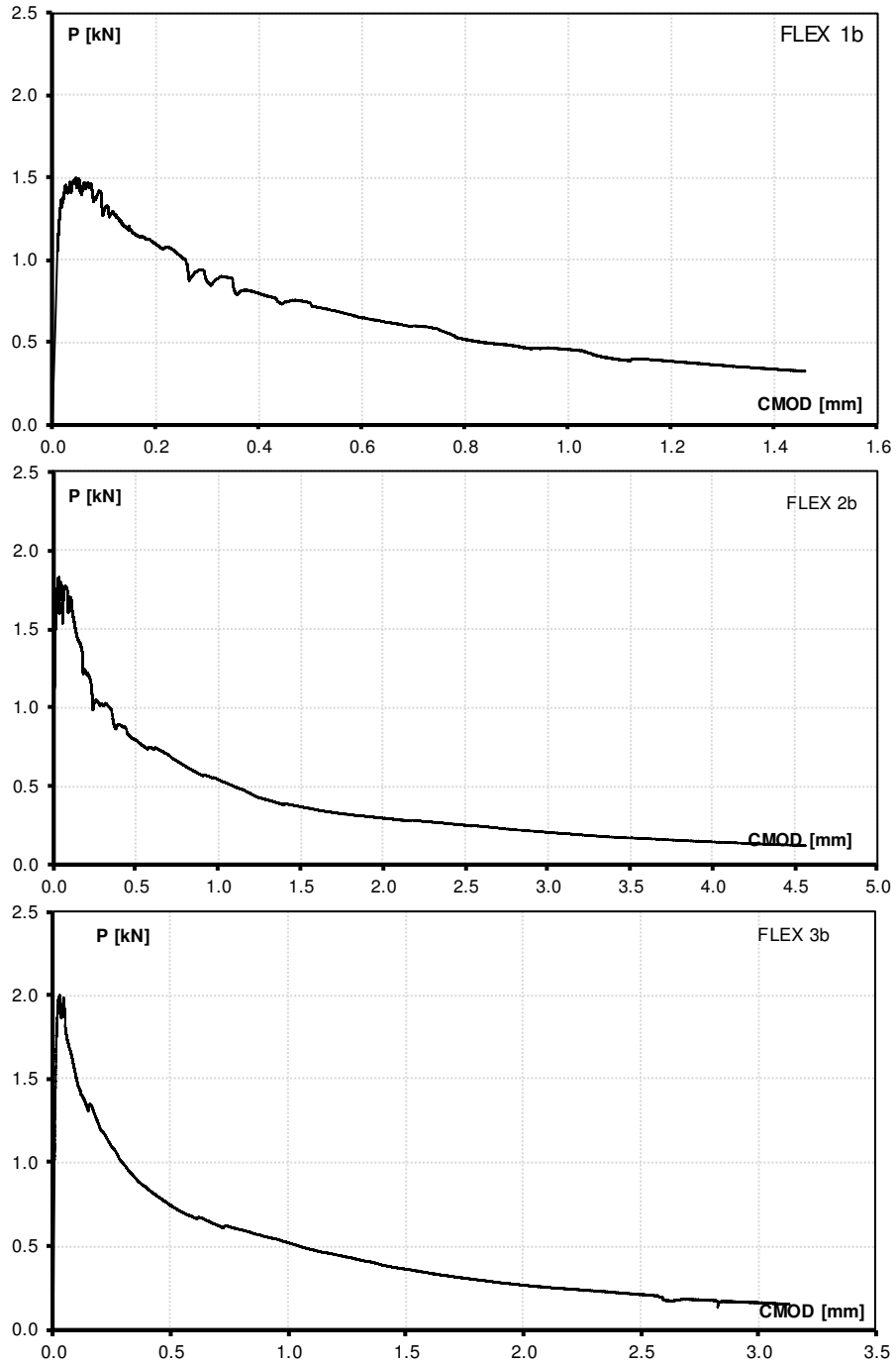
Si riportano quindi i risultati sperimentali ottenuti dalle due tornate di campagne sperimentali effettuate. Dalle prove condotte si possono ricavare sia i diagrammi del carico applicato al provino P in funzione del Crack Mouth Opening Displacement (CMOD), riportati in Figura 3.44 e Figura 3.46, sia i diagrammi riportanti il carico applicato al provino P in funzione della freccia in mezzeria  $f$ , che è stata calcolata mediante la tecnica DIC. I risultati sono riportati in Figura 3.45 e Figura 3.47.

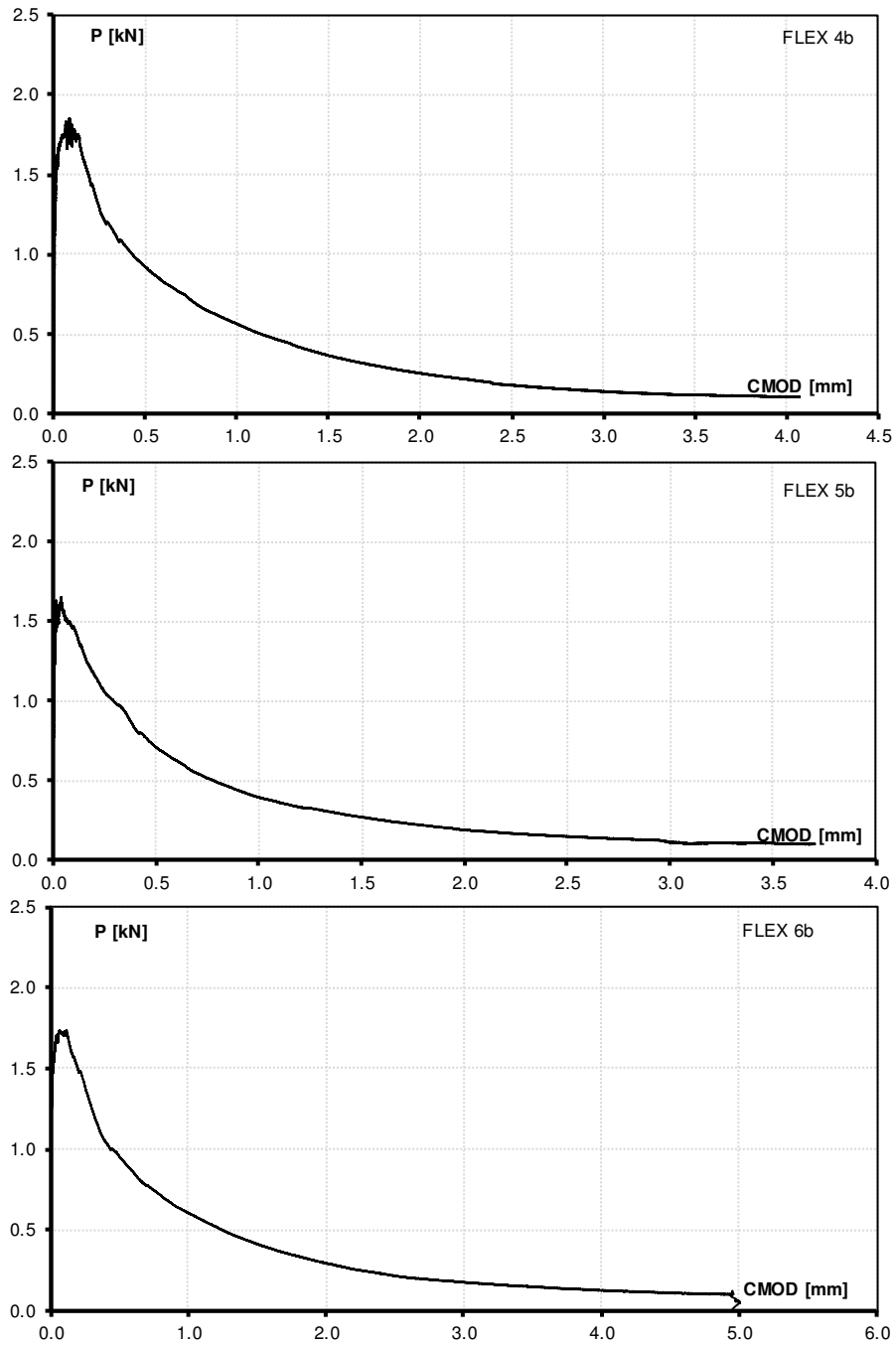


**Figura 3.44** Diagrammi P-CMOD dei provini testati a flessione della prima tornata della campagna di prove sperimentali (2016)

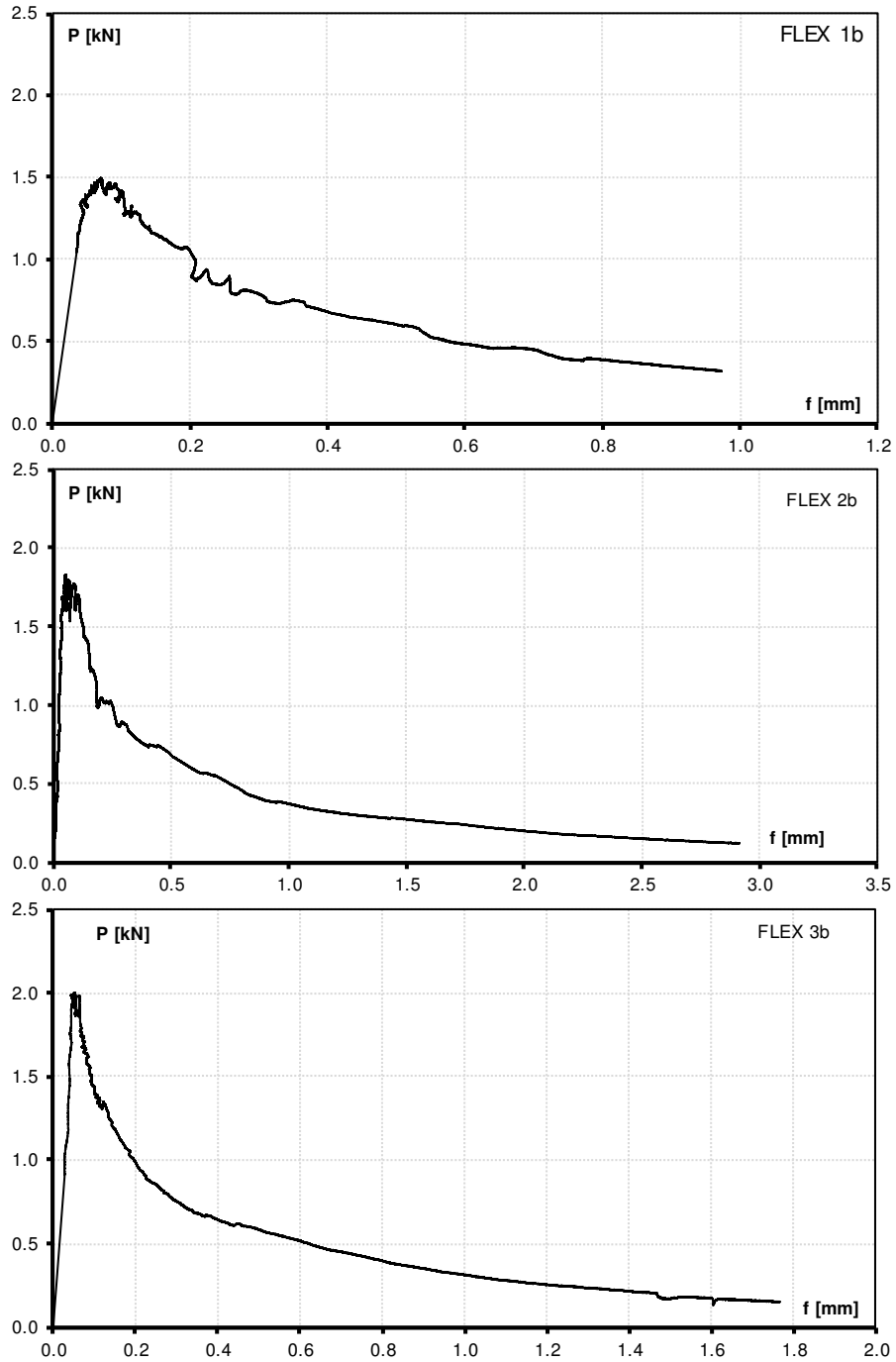


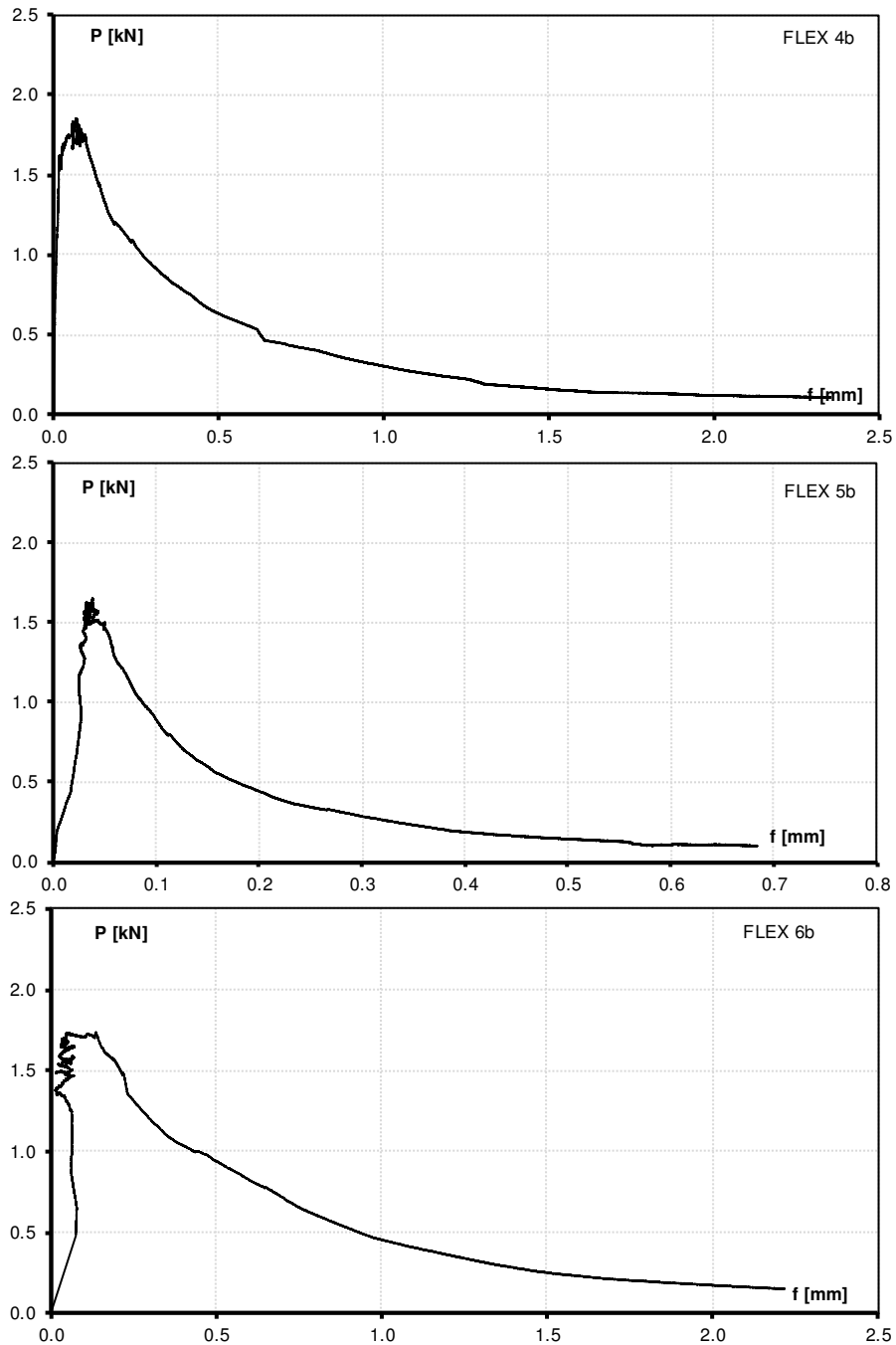
**Figura 3.45** Diagrammi carico-freccia dei provini testati a flessione della prima tornata della campagna di prove sperimentali (2016)





**Figura 3.46** Diagrammi P-CMOD dei provini testati a flessione della seconda tornata della campagna di prove sperimentali (2017)





**Figura 3.47** Diagrammi carico-freccia dei provini testati a flessione della seconda tornata della campagna di prove sperimentali (2017)

I risultati ottenuti sono stati riassunti in due tabelle, in termini di carichi massimi raggiunti, e relativi freccia e CMOD, Tabella 3.19 e Tabella 3.20, relative alla prima e alla seconda tornata di prove rispettivamente.

| Provino | Carico [N] | Freccia [mm] | CMOD [mm] |
|---------|------------|--------------|-----------|
| FLEX 2  | 1779.25    | 0.0444       | 0.0274    |
| FLEX 3  | 1301.51    | 0.0190       | 0.0145    |
| FLEX 4  | 1252.29    | 0.0271       | 0.0169    |

**Tabella 3.19** Carico massimo con i corrispondenti valori di freccia e CMOD per i provini della prima tornata di prove sperimentali (2016)

| Provino | Carico [N] | Freccia [mm] | CMOD [mm] |
|---------|------------|--------------|-----------|
| FLEX 1b | 1497.64    | 0.0706       | 0.0455    |
| FLEX 2b | 1830.81    | 0.0536       | 0.0353    |
| FLEX 3b | 2000.15    | 0.0530       | 0.0285    |
| FLEX 4b | 1852.38    | 0.0700       | 0.0861    |
| FLEX 5b | 1649.43    | 0.0385       | 0.0414    |
| FLEX 6b | 1736.45    | 0.1370       | 0.1160    |

**Tabella 3.20** Carico massimo con i corrispondenti valori di freccia e CMOD per i provini della seconda tornata di prove sperimentali (2017)

### 3.3.2.3 Resistenza a trazione per flessione

Per misurare il valore della resistenza a trazione per flessione dalle prove di flessione su tre provini, noto il valore del carico massimo raggiunto dalla prova, si può applicare la seguente formula (Equazione (3.10)), ottenibile dalla teoria delle travi:

$$f_{ct,flex} = \frac{3P_{max}L}{2b(h-d)^2} \quad (3.10)$$

Nella quale  $P_{max}$  è il carico massimo che si legge dal diagramma carico-freccia,  $L$  è la distanza tra i due appoggi,  $b$  e  $h$  rappresentano la larghezza e l'altezza del provino e  $d$  è l'altezza dell'intaglio. Infatti, il carico massimo è associato alla sezione che ha area minore di altezza  $(h-d)$ , quindi in particolare quella corrispondente alla sezione resistente minore. Le caratteristiche geometriche dei vari provini (riportate in Tabella 3.6 per i provini della prima tornata della campagna di prove sperimentali e in Tabella 3.7 per quelli della seconda) sono note, e dalle Tabella 3.19 e Tabella 3.20 sono noti anche i carichi di rottura riferiti ai vari provini. I valori di resistenza a trazione per flessione ottenuti per i vari provini sono riportati nelle Tabella 3.21 e Tabella 3.22.



| Provino | $f_{ct,flex}$ [MPa] |
|---------|---------------------|
| FLEX 2  | 4.74                |
| FLEX 3  | 3.47                |
| FLEX 4  | 3.34                |

**Tabella 3.21** Resistenza a trazione per flessione della prima tornata della campagna di prove sperimentali (2016)

| Provino | $f_{ct,flex}$ [MPa] |
|---------|---------------------|
| FLEX 1b | 4.33                |
| FLEX 2b | 5.30                |
| FLEX 3b | 5.79                |
| FLEX 4b | 5.36                |
| FLEX 5b | 4.77                |
| FLEX 6b | 5.02                |

**Tabella 3.22** Resistenza a trazione per flessione della seconda tornata della campagna di prove sperimentali (2017)

### 3.3.2.4 Stima della resistenza a trazione diretta da prove di flessione

È possibile stimare il valore della resistenza a trazione diretta tramite l'osservazione del comportamento a flessione dei provini prismatici. Il procedimento utilizzato si basa sul fatto che sui provini a flessione pre-fessurati è possibile osservare il momento in cui inizia la propagazione della fessura. Si sono quindi osservate le fotografie dei vari provini a flessione e per ognuno si è osservato il momento in cui visivamente la fessura si manifestava. Prendendo nota del numero di foto, si è potuti quindi risalire al tempo in cui si è manifestata la fessurazione e conseguentemente al carico agente sul provino in quel momento. Utilizzando l'Equazione (3.10), è possibile stimare la tensione presente e pertanto ottenere una stima della resistenza a trazione. Si riportano in Tabella 3.24 i risultati della prima tornata della campagna di prove sperimentali.

| Provino | $P_{cr}$ [N] | $f_{t,ax}$ [MPa] |
|---------|--------------|------------------|
| FLEX 2  | 980          | 2.51             |
| FLEX 3  | 612          | 1.55             |
| FLEX 4  | 560          | 1.31             |

**Tabella 3.23**  $f_{t,ax}$  ricavata dalla prima tornata di prove sperimentali (2016)

Il valore medio di questi valori è di 1.79 MPa, la deviazione standard è pari a 0.63. Si riportano in Tabella 3.24 risultati della seconda tornata della campagna di prove sperimentali.

| Provino | $P_{cr}$ [N] | $f_{ct,ax}$ [MPa] |
|---------|--------------|-------------------|
| FLEX 1b | 950          | 2.48              |
| FLEX 2b | 804          | 2.06              |
| FLEX 3b | 423          | 1.09              |
| FLEX 4b | 1159         | 2.99              |
| FLEX 5b | 1047         | 2.70              |
| FLEX 6b | 404          | 1.09              |

**Tabella 3.24**  $f_{ct,ax}$  ricavata dalla seconda tornata di prove sperimentali (2017)

Il valore medio di questi valori è di 2.07 MPa, la deviazione standard è pari a 0.82. Si nota come vi sia un buon accordo tra le resistenze a trazione ricavate in modo indiretto mediante questo metodo e le resistenze a trazione diretta ricavate dai provini a osso di cane. In particolare nel caso della prima tornata di prove sperimentali la media dei valori di resistenza a trazione diretta è di 1.64 MPa, con il metodo sopradescritto la media risulta di 1.79 MPa, con una sovrastima di circa il 9.15%. Per la seconda tornata di prove sperimentali, la media delle resistenze a trazione diretta è di 1.95 MPa, mentre con il secondo metodo si ottiene una resistenza stimata di circa il 6.15% maggiore, con una resistenza di 2.07 MPa.

### 3.3.2.5 Correlazione tra la resistenza a trazione per flessione e resistenza a trazione diretta

Volendo eseguire una correlazione tra i dati ricavati dalle prove a flessione e dalle prove a trazione diretta, si prende in considerazione quelli che sono i valori medi delle relative resistenze ricavate. In particolare, nel caso della prima tornata della campagna di prove sperimentali il valor medio della resistenza a trazione diretta risulta essere pari a  $f_{ct,ax,media}=1.79$  MPa, ricavata dalle prove su nove provini a osso di cane, mentre il valor medio della resistenza a flessione ricavata di tre provini a flessione, risulta essere pari a  $f_{ct,flex,media}=3.85$  MPa. Il rapporto tra questi due valori è quindi fissato in 0.465. Nel caso della seconda tornata di prove sperimentali, si è ricavato dalle prove a trazione diretta su dieci provini a osso di cane una resistenza media di  $f_{ct,ax,media}=2.02$  MPa, che viene confrontata con una resistenza media a flessione di  $f_{ct,flex,media}=5.09$  MPa ottenuta mediante la rottura di sei provini prismatici. In questo caso il rapporto tra i due valori è fissato a 0.396. Considerando tutte le prove eseguite, senza distinzione temporale, si avrebbe un valor medio della resistenza a trazione diretta di  $f_{ct,ax,media}=1.81$  MPa ricavata su diciannove provini, e una resistenza a flessione media di  $f_{ct,flex,media}=4.68$  MPa, mediata su nove provini a flessione. In questo caso il rapporto tra i due valori sarebbe di 0.387. Concludendo si può affermare come il rapporto tra le due resistenze si aggiri intorno a un valore pari a 0.39, che risulta essere leggermente inferiore rispetto a quanto ci si aspetta, per esempio, nel caso di un calcestruzzo, ossia 0.5 circa. Questo potrebbe essere legato alla mancanza dell'inerte grosso nella composizione della malta cementizia.

### 3.3.2.6 Calcolo $G_f$

Per la determinazione dell'energia di frattura  $G_f$  si sono seguite le indicazioni contenute nella norma RILEM [69], che permette il calcolo mediante test a flessione su tre punti su travette intagliate. L'energia di frattura è definita come l'energia necessaria per creare una fessura di area unitaria. È necessario calcolare anche il peso della travetta, nonché l'area di influenza  $A_{lig}$  che è definita come la proiezione della zona di frattura su un piano perpendicolare all'asse della trave. È necessario calcolare l'area sottesa alla curva P-f e calcolare quindi l'energia di frattura secondo l'Equazione (3.11).

$$G_f = \frac{(W_0 + mg\delta_0)}{A_{lig}}, \quad (3.11)$$

dove  $W_0$  è l'area sottesa alla curva P-f;  $m$  è la massa della travetta;  $g$  è l'accelerazione di gravità;  $\delta_0$  è lo spostamento finale letto dal grafico P-f;  $A_{lig}$  è l'area di influenza della frattura che viene calcolata mediante l'Equazione (3.12).

$$A_{lig} = B \cdot (H - h) \quad (3.12)$$

in cui  $B$  è la profondità della trave,  $H$  è l'altezza della trave,  $h$  è l'altezza del notch.

In Tabella 3.25 sono riportati i valori di energia di frattura specifica per quanto concerne i provini della prima tornata della campagna di prove sperimentali.

| Provino | $G_f$ [N/mm] |
|---------|--------------|
| FLEX 2  | 0.99         |
| FLEX 3  | 1.27         |
| FLEX 4  | 1.08         |

**Tabella 3.25** Energia di frattura  $G_f$  per i provini della prima tornata di prove sperimentali

Il valore medio ricavato è pari a 1.11 N/mm, con una deviazione standard pari a 0.14. Nella Tabella 3.26 sono riportati i valori di energia di frattura  $G_f$  che sono stati calcolati per la seconda tornata di prove sperimentali a flessione.

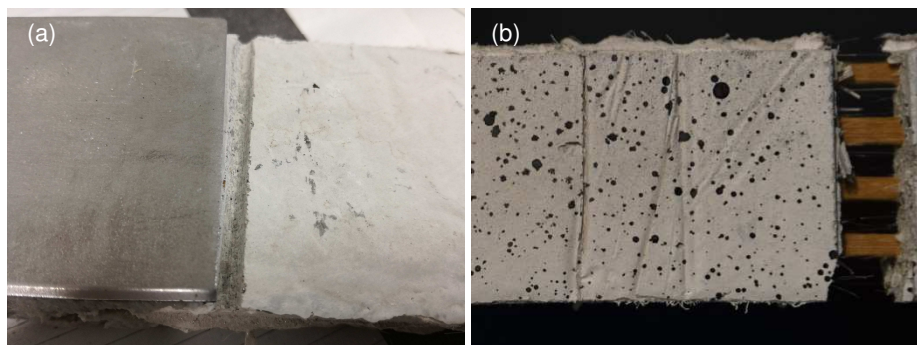
| Provino | $G_f$ [N/mm] |
|---------|--------------|
| FLEX 1b | 0.41         |
| FLEX 2b | 0.76         |
| FLEX 3b | 0.54         |
| FLEX 4b | 0.64         |
| FLEX 5b | 0.20         |
| FLEX 6b | 0.83         |

**Tabella 3.26** Energia di frattura  $G_f$  per i provini della seconda tornata di prove sperimentali

Il valore medio ricavato è pari a 0.56 N/mm con una deviazione standard pari a 0.24. Si osserva una differenza abbastanza marcata tra l'energia di frattura misurata tra le due tornate di prove. Questo può essere sicuramente dovuto sia al fatto che il getto risulta essere differente, in particolare il quantitativo di fibre risulta essere in generale differente per ogni getto, sia al fatto che la velocità di esecuzione di prove è stata differente.

### 3.4 Prove sul composito

In questo paragrafo sono descritte le prove a trazione eseguite sui compositi FRCM. In questo caso i provini utilizzati non presentano la forma ad osso di cane, ma sono semplici parallelepipedi di materiale in cui si sono incollate le piastrine in metallo agli estremi per il test come illustrato nel Paragrafo §3.1.2.1. Si è deciso in questo caso di prefessurare i provini in corrispondenza delle piastre metalliche come si può vedere nella Figura 3.48a. Questa scelta è stata effettuata per localizzare la fessura nella zona visibile del provino, evitare che si fessurasse nella zona sottostante la piastra metallica e cercare di evitare la formazione di azioni flessionali nel provino. Dopo la formazione della prima fessura, a differenza dei provini a osso di cane con sola malta in cui permaneva un'unica fessura principale che si sviluppava in ampiezza, in questi casi si è osservata l'apertura anche di altre fessure. È comunque importante fare notare che solo una delle varie fessure che si formano si allarga e raggiunge ampiezze notevoli, come si può osservare in Figura 3.48b.



**Figura 3.48** Provini in FRCM prefessurati (a) e rottura degli stessi alla fine del test (b)

#### 3.4.1 Diagrammi

In Figura 3.49 si riportano i diagrammi delle prove di trazione sui compositi FRCM, in cui sull'asse delle ordinate viene riportato il carico  $N$  di trazione e sull'asse delle ascisse gli allungamenti  $\Delta l$  del provino stesso. Gli allungamenti che sono riportati nei grafici  $N$ - $\Delta l$  di Figura 3.49 sono derivati dall'analisi DIC dei provini FRCM.

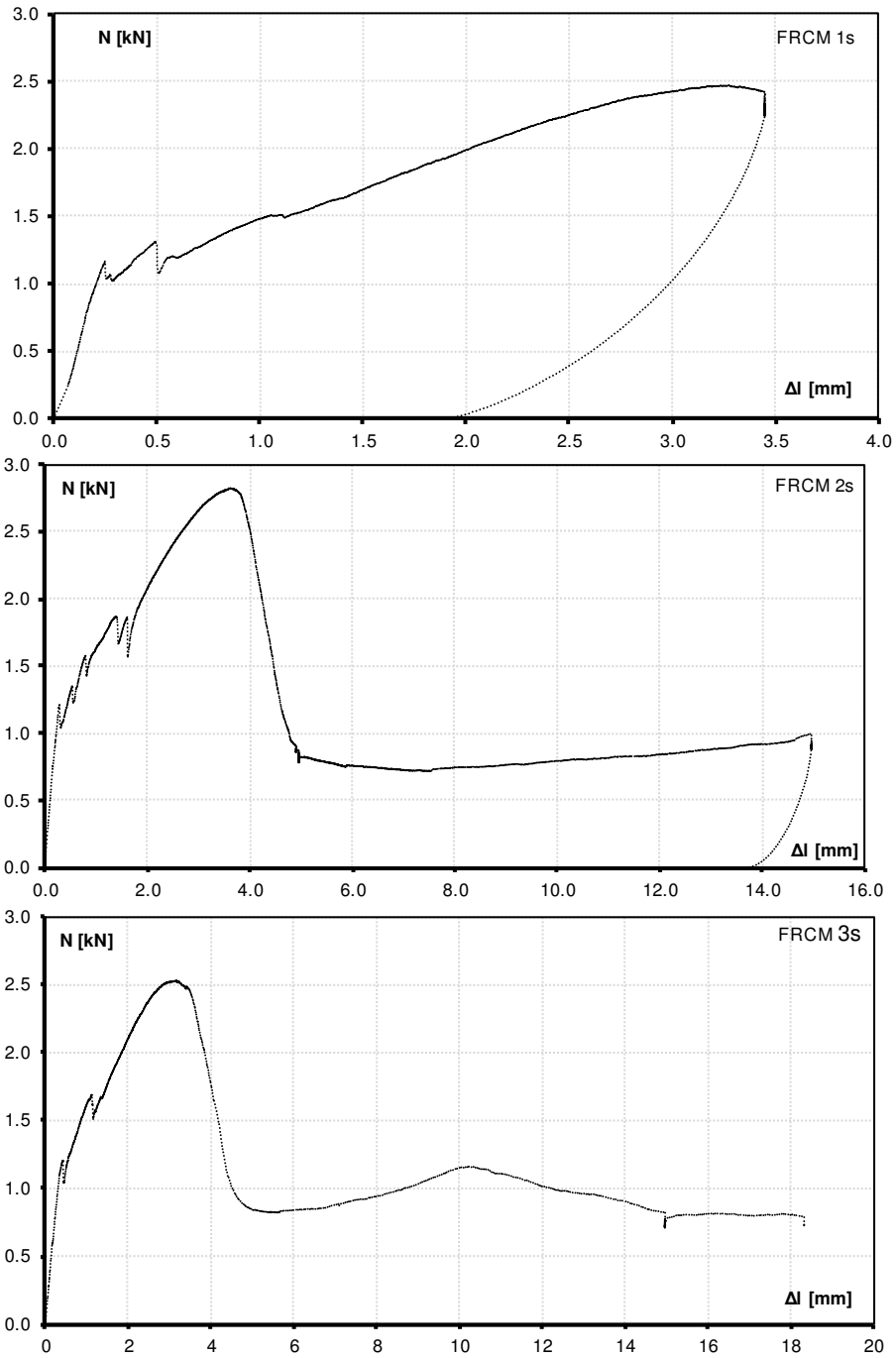
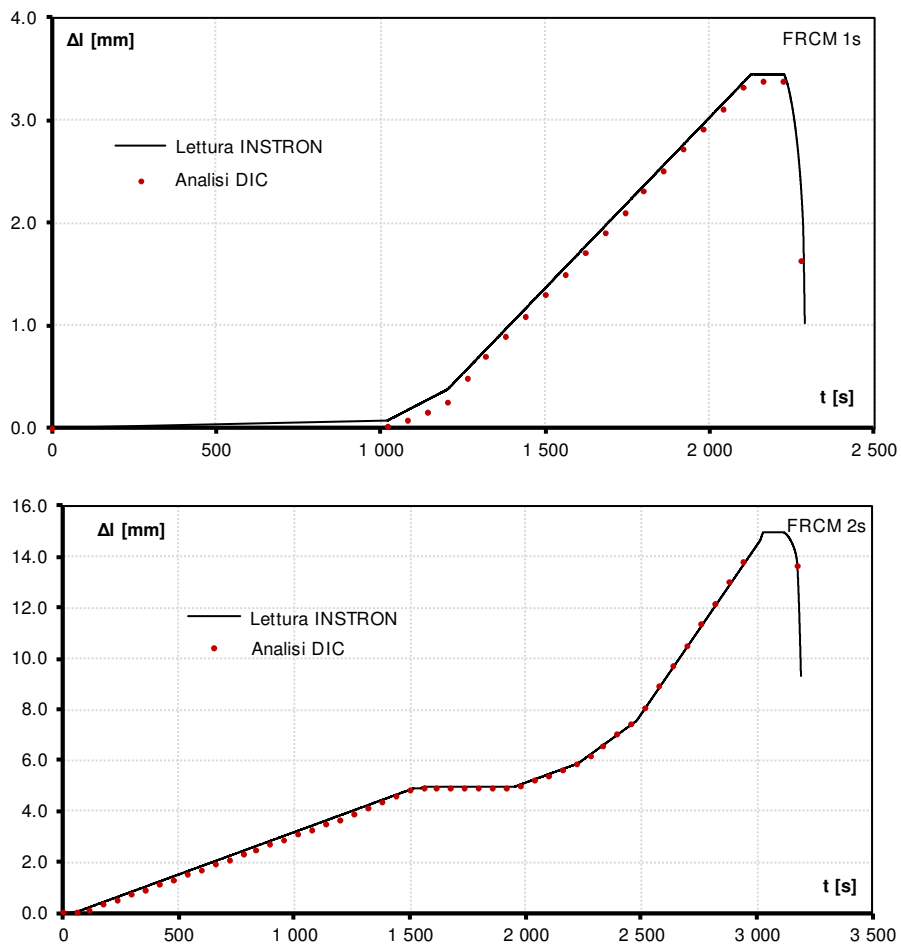


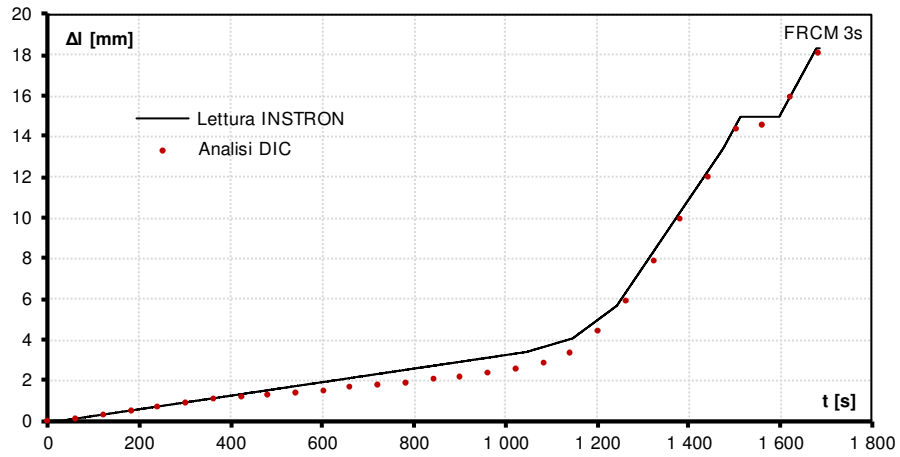
Figura 3.49 Diagrammi  $N$ - $\Delta l$  per i provini FRCM testati a trazione

In Figura 3.50 e Figura 3.51 si sono voluti confrontare gli spostamenti ottenuti dall'analisi DIC e gli spostamenti verso il basso della traversa rigida. Dai suddetti grafici si nota come l'andamento complessivo degli spostamenti dati dalla lettura della traversa (in linea continua) e quelli forniti dall'analisi DIC (puntinati) sono in ottimo accordo.

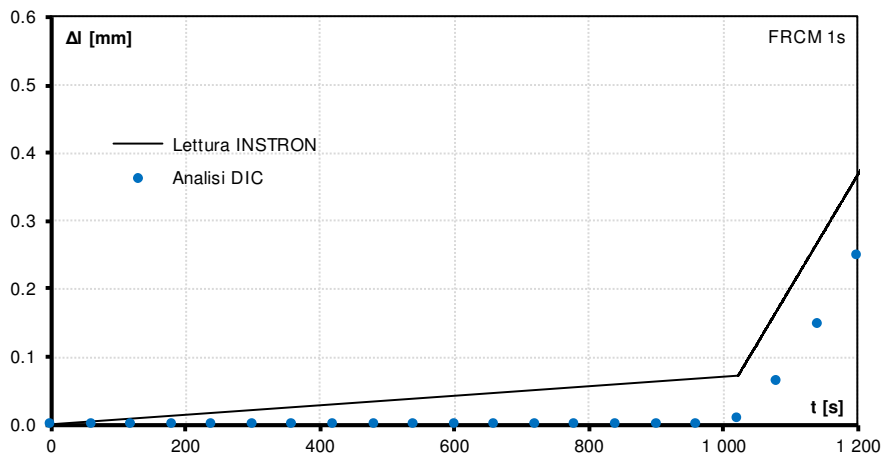
Si effettua un ulteriore confronto in Figura 3.52 e Figura 3.53 tra gli spostamenti della traversa e l'allungamento del provino prima della comparsa della prima fessura, quindi con un focus sul tratto iniziale.



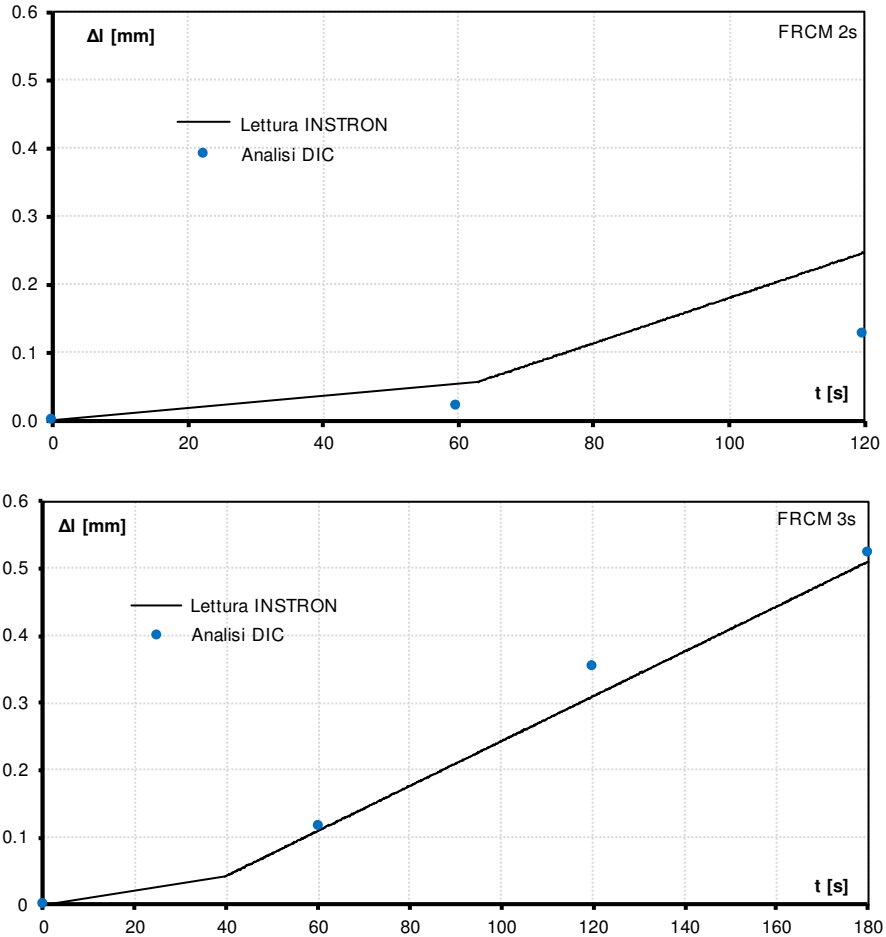
**Figura 3.50** Confronto tra gli spostamenti dati dalla traversa e quelli ottenuti dall'analisi DIC per i provini FRCM 1s e FRCM 2s



**Figura 3.51** Confronto tra gli spostamenti dati dalla traversa e quelli ottenuti dall'analisi DIC per il provino FRCM 3s



**Figura 3.52** Confronto tra gli spostamenti dati dalla traversa e quelli ottenuti dall'analisi DIC (focus sul primo tratto) per il provino FRCM 1s



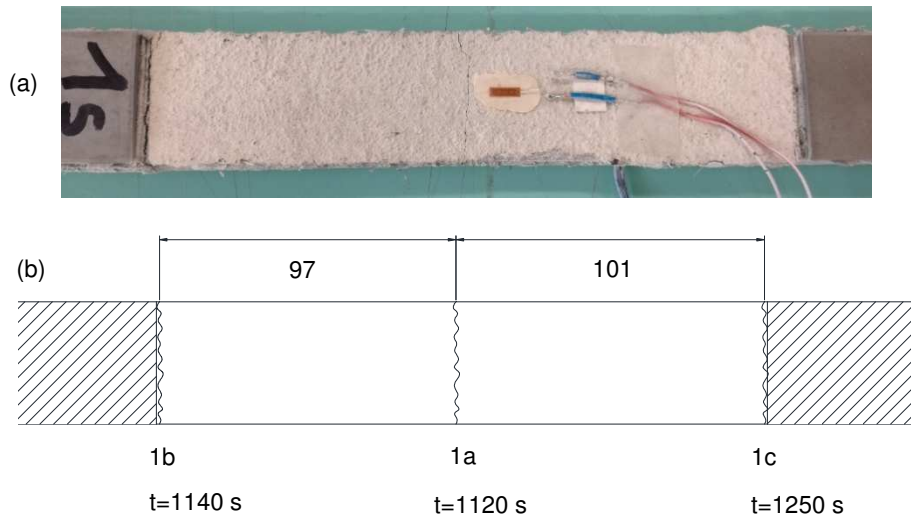
**Figura 3.53** Confronto tra gli spostamenti dati dalla traversa e quelli ottenuti dall'analisi DIC (focus sul primo tratto) per i provini FRCM 2s e FRCM 3s

### 3.4.2 Posizione delle fessure

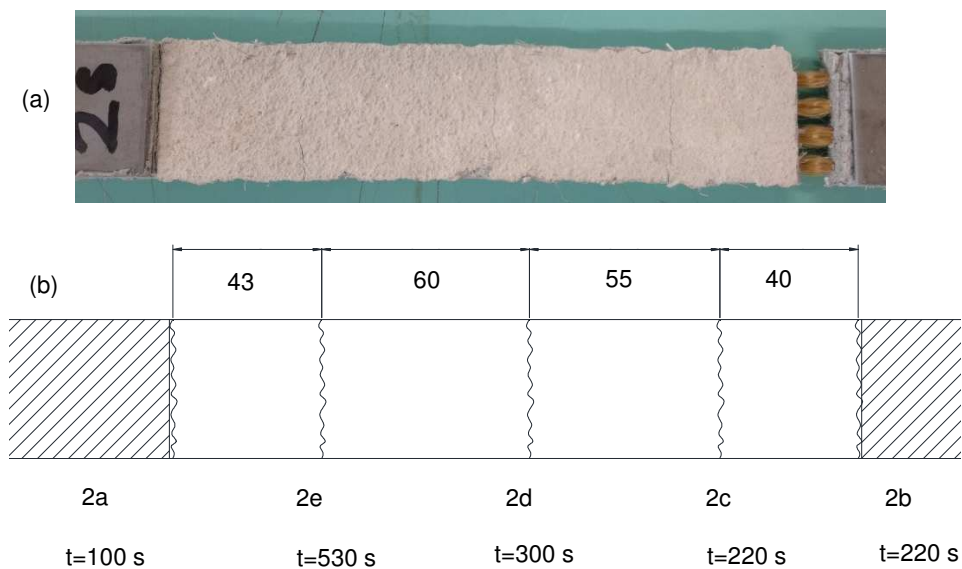
Per i tre provini testati, si è rilevato il quadro fessurativo sia durante l'esecuzione della prova, che a prova finita, anche grazie all'ausilio di successive riproduzioni fotografiche. Il provino denominato FRCM 1s, prefessurato, manifesta due fessure in corrispondenza degli intagli e un'altra fessura in corrispondenza della mezzera. La distanza media tra le fessure in questo caso è di circa 100 mm. Nel caso del provino FRCM 2s, prefessurato, il numero delle fessure sale a 5. La distanza media tra le fessure è di 49.61 mm. Nel caso del provino FRCM 3s, le fessure sono in numero di 4, la distanza media tra le fessure è di 65.83 mm. Si riportano di seguito le foto dei provini fessurati e lo schizzo dell'intero provino con il rilievo delle fessure, la distanza tra queste, la loro denominazione e l'indicazione dell'istante temporale a cui sono apparse. In Figura



3.54 viene riportata la foto del provino FRCM 1s a fessurazione terminata, con la relativa schematizzazione. Un commento più esaustivo sul valore numerico dell'apertura di fessura verrà effettuato nel Paragrafo §3.4.3, mentre nel Paragrafo §3.4.4 si commenterà a quale distanza si generano in media queste fessure.

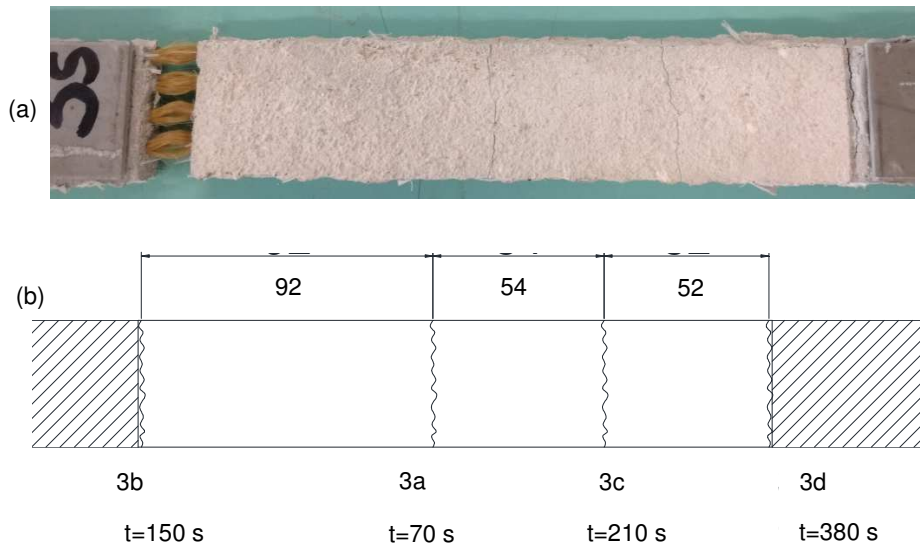


**Figura 3.54** Provino FRCM 1s a (a) completa fessurazione e (b) schema delle fessure (dimensioni indicate in mm)



**Figura 3.55** Provino FRCM 2s a (a) completa fessurazione e (b) schema delle fessure (dimensioni indicate in mm)

In Figura 3.55 viene riportato la foto del provino FRCM 2s a fessurazione terminata con la relativa schematizzazione, mentre in Figura 3.56 viene riportato la foto del provino FRCM 2s a fessurazione terminata con la relativa schematizzazione.



**Figura 3.56** Provino FRCM 3s a (a) completa fessurazione e (b) schema delle fessure (dimensioni indicate in mm)

### 3.4.3 Ampiezza di fessura

Utilizzando la tecnica della DIC si può conoscere l'ampiezza di fessura. Si presentano quindi in Figura 3.57 i grafici dell'apertura di fessura in funzione del carico applicato per i tre provini FRCM, testati, facendo riferimento alle fessure precedentemente riportate nelle Figura 3.54-Figura 3.56. Si nota che nei tre provini testati vi è una fessura "principale" che non è detto sia la prima a apparire, affiancata alle altre fessure che si possono definire "secondarie". Si riporta nella Tabella 3.27 la misura dell'apertura di fessura finale. Si confrontano quindi questi risultati con quelli ottenuti dalla DIC e si nota come per quanto concerne la fessura principale vi sia un ottimo accordo tra i risultati misurati manualmente e quelli misurati mediante la tecnica di post-elaborazione della DIC:

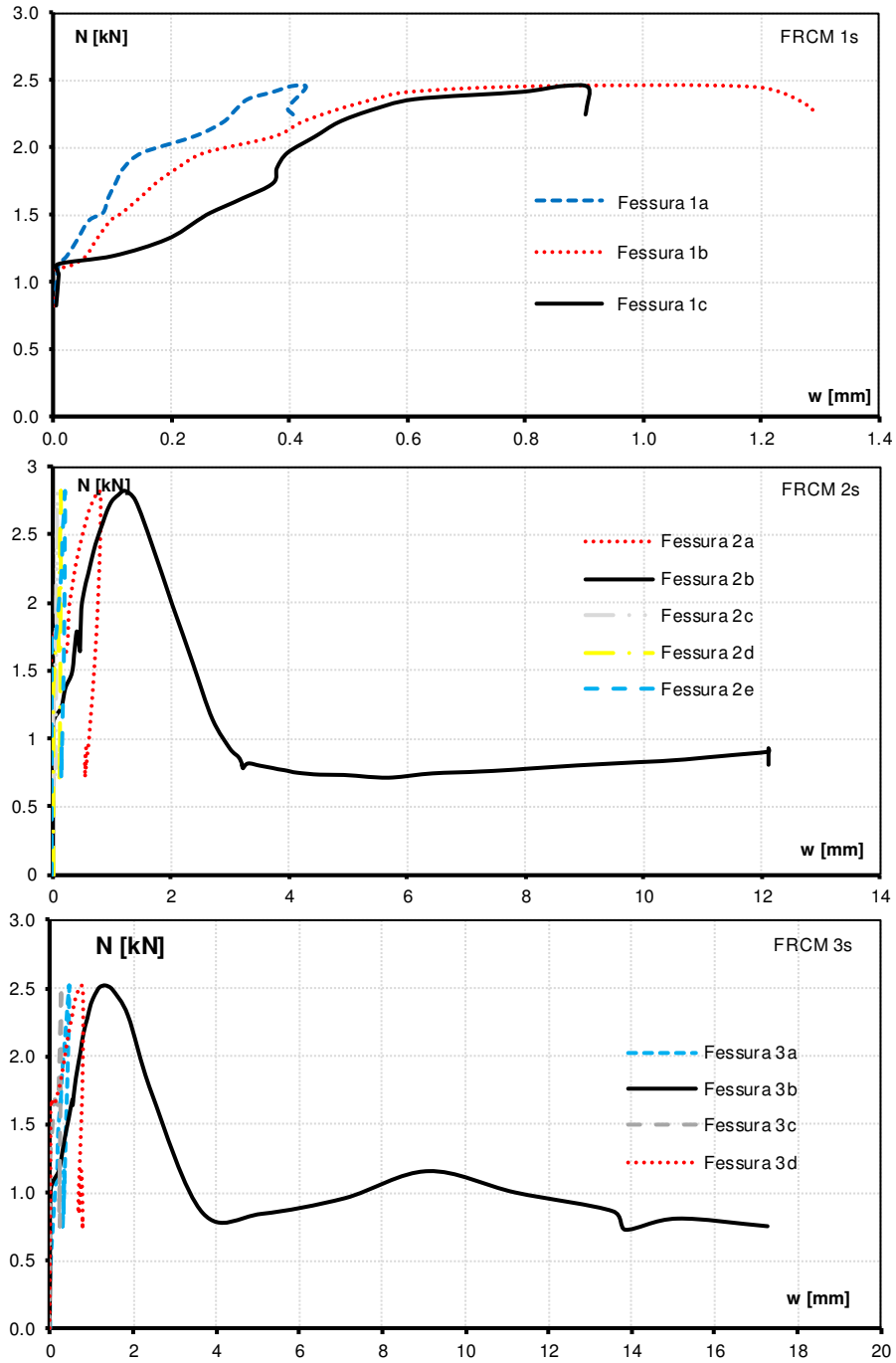


Figura 3.57 Apertura fessura nei tre provini FRCM in funzione del carico applicato

| Provino | Apertura misurata calibro [mm] | Apertura misurata DIC [mm] |
|---------|--------------------------------|----------------------------|
| FRCM 1s | 1.5                            | 1.29                       |
| FRCM 2s | 13.0                           | 12.56                      |
| FRCM 3s | 16.0                           | 17.27                      |

**Tabella 3.27** Confronto tra i risultati misurati con calibro (manualmente) e mediante tecnica DIC per l'apertura di fessura principale.

### 3.4.4 Distanza tra le fessure

Dopo avere osservato l'andamento dell'apertura delle fessure, in cui si vede come indipendentemente dal numero delle stesse si osservi lo sviluppo di una fessura principale che si sviluppa anche per decine di millimetri, si può commentare la distanza media tra queste. Si nota come il numero delle fessure non sia costante nei vari provini testati, andando da un minimo di 3 a un massimo di 5 fessure. A prescindere da questo, però si può notare come vi sia uno schema ricorrente, in cui due fessure nascono sempre in corrispondenza dell'inizio dell'incollaggio tra le piastrine metalliche e il provino e un'altra fessura nasce sempre in corrispondenza della mezzeria del provino. Tutte le ulteriori fessure che si formano sono in posizione intermedia tra questi estremi. Concludendo si può osservare una distanza media tra le fessure compresa in un intervallo che va dai 4 cm ai 10 cm.

## 3.5 Osservazioni conclusive

L'intera campagna di prove sperimentali è stata condotta al fine di integrare nelle informazioni relative alle proprietà meccaniche del materiale composito FRCM. Si è quindi deciso di effettuare prove a trazione diretta sulla componente cementizia in modo da valutare sia il modulo di elasticità normale che il coefficiente di contrazione trasversale, che risultano essere due parametri fondamentali per la taratura del legame costitutivo in stadio non fessurato, che dipende principalmente dai soli parametri elastici dei materiali costituenti. Un ulteriore parametro che costituisce il discriminante per il passaggio dalla fase non fessurata alla fase fessurata nel legame costitutivo proposto è la resistenza a trazione assiale del materiale. Il valore di questa resistenza è stata ricavato mediante prove a trazione diretta sui provini di sola malta. Si è visto come il valore di resistenza a trazione assiale può essere dedotto anche dalle prove di flessione, mediante un'opportuna elaborazione delle immagini con la DIC. Essendo queste scattate a intervalli molto ravvicinati, si può verificare l'istante esatto in cui parte la fessura dal notch e quindi risalire al corrispondente valore del carico di fessurazione e da lì alla resistenza a trazione assiale. Questo valore è stato quindi confrontato con quello ottenuto dalle prove a trazione diretta. Inoltre, il valore di resistenza a trazione per flessione può essere correlato con il valore di resistenza a trazione diretta, così come nel caso

delle formule che si possono trovare in letteratura per il cemento armato. Dalle prove flessionali, si è dedotta anche l'energia specifica di frattura per il materiale in questione. Dalle prove a trazione sul composito si sono ricavate importanti informazioni in merito alla distanza tra le fessure e la loro apertura.

Diversi sono gli sviluppi che potrebbero scaturire dal lavoro sperimentale qui presentato. Fra questi, partendo dai risultati delle prove di trazione, la messa a punto di una legge di tension softening per la matrice cementizia, da confrontare con quella implementata nel modello costitutivo proposto. Sarebbe poi interessante sviluppare ulteriori prove di laboratorio al fine di tarare in modo più preciso la legge di aderenza tra la matrice cementizia e la rete di fibre. I dati ricavati dalle prove sperimentali potrebbero quindi essere utilizzati per apportare migliorie al legame costitutivo proposto, tarando tutti quei parametri che finora sono stati presi dalla letteratura tecnico-scientifica oppure ricavati mediante correlazioni analitiche.



## Conclusioni

---

Obiettivo del presente lavoro di tesi è stato quello di studiare, sia dal punto di vista della modellazione numerica che dal punto di vista sperimentale, il comportamento meccanico di un materiale di rinforzo innovativo, denominato FRCM (acronimo di Fiber Reinforced Cementitious Matrix). Quest'ultimo è un materiale composito, le cui componenti sono due: un materiale a base cementizia, che presenta filamenti dispersi con aggregati fini, a diretto contatto con l'elemento da rinforzare, e una rete di fibre, il cui materiale costituente può variare in funzione del tipo di elemento da rinforzare. Nel caso di strutture in cemento armato è molto diffuso l'impiego di PBO-FRCM, in cui la maglia di rete è costituita da PBO che è una fibra molto resistente e di recente ideazione, mentre nel caso in cui si debbano rinforzare elementi in muratura la rete di fibre costituita in Carbonio è ancora molto diffusa.

Questo sistema di rinforzo appartiene alla famiglia dei materiali compositi, i quali sempre di più sono stati impiegati negli ultimi anni per il ripristino della capacità portante di strutture esistenti, oltre che per aumentarne la duttilità nei confronti dell'azione sismica. Rispetto alle tecniche di rinforzo più tradizionali, sono presenti diversi vantaggi. Ad esempio, non avendo la matrice una base organica come nel caso degli FRP, è più compatibile con i materiali costituenti il supporto, quali il calcestruzzo e la muratura ed è meno soggetto al degrado causato da agenti esogeni. Il materiale FRCM presenta anche migliori proprietà, sia di resistenza meccanica, che di duttilità, resistenza al fuoco e permeabilità all'acqua rispetto alle tecniche più tradizionali.

Essendo gli FRCM materiali di recente introduzione sul mercato, il loro comportamento non è ancora stato del tutto chiarito e compiutamente definito. La normativa che li riguarda, inoltre, è ancora in divenire e è stata compiutamente definita ancora in tutti i paesi in cui viene usata questa tecnica di rinforzo. La conseguenza di ciò è che ancora la ricerca scientifica può dare un contributo per indagare quello che riguarda il comportamento di questo materiale e la sua interazione con il supporto da rinforzare.

Dopo un'attenta revisione della letteratura tecnico-scientifica relativa al materiale in questione, si è proposto un legame costitutivo per la modellazione del comportamento meccanico del materiale. Il modello proposto appartiene alla famiglia dei modelli smeared in cui la fessurazione si ipotizza diffusa. I vantaggi di questo tipo di modellazione sono svariati; tra i tanti, si ricorda che è possibile tenere conto del degrado del materiale non dovendo modificare la mesh, come nel

caso dei modelli discreti (che prevedono la simulazione della reale apertura di fessura) ma modificando solo la matrice di rigidezza del materiale in funzione dello stato tenso-deformativo presente nel punto considerato. In particolare, il modello proposto prevede che un generico punto del materiale possa essere considerato o in stadio non fessurato oppure in stadio fessurato. Nel primo caso, si ritiene valida l'ipotesi di perfetta aderenza e il comportamento del materiale viene governato dal comportamento meccanico dei singoli materiali che rimangono elastici lineari, pertanto i parametri che vengono presi in considerazione per la definizione della matrice di rigidezza in questo stadio sono i moduli elastici e i coefficienti di contrazione trasversale dei singoli materiali (malta e rete di fibre). Nel momento in cui la tensione principale calcolata nel punto di interesse supera la resistenza a trazione della malta, si considera il materiale in stadio fessurato. In questo stadio non è più valida l'ipotesi di perfetta aderenza e la deformazione del composito viene calcolata come somma della deformazione del materiale nella fessura e della deformazione tra due fessure contigue. In quest'ultimo caso, la deformazione viene calcolata nello stesso modo in cui viene computata nello stadio non fessurato, ovvero attraverso le stesse matrici di rigidezza, mentre la deformazione nella fessura viene calcolata tenendo conto dei contributi irrigidenti sia dei filamenti di fibre disperse nella malta che del bridging degli inerti nella stessa che della rete di fibre. Il legame costitutivo presentato è in grado di cogliere anche il comportamento ultimo del composito FRCM. In particolare, differenti sono le modalità di rottura che possono presentarsi, dal distacco del composito dal supporto, al distacco del copriferro, alla rottura della rete di fibre oppure allo slittamento della stessa all'interno della malta. Se il rinforzo è ben progettato, si dovrebbero evitare rotture di tipo fragile e favorire le rotture di tipo duttile, quale lo slittamento della rete di fibre all'interno della malta. Il modello proposto, è in grado di cogliere questa tipologia di rottura. Dai risultati presenti nella letteratura tecnico-scientifica, si è riusciti a stabilire analiticamente quale sia la deformazione della rete di fibre oltre la quale inizia lo slittamento della maglia all'interno del composito. Questa deformazione cosiddetta di "debonding" è funzione dell'energia di frattura relativa al distacco tra supporto e FRCM, all'area e perimetro della rete stessa e al suo modulo elastico. Per la simulazione della perdita di aderenza si è modificato il legame costitutivo della sola rete di fibre, considerando per essa un ramo plastico dopo il raggiungimento della deformazione di debonding, in modo che si possa simulare in questo modo l'assenza di ulteriore contributo della rete all'intero rinforzo.

Il legame costitutivo è stato poi implementato in una routine scritta in linguaggio Fortran che viene utilizzata come UMAT all'interno di un software ad elementi finiti commerciale, ABAQUS. Questo ha permesso di validare numericamente il modello. In primis si è deciso di verificare l'efficacia del modello proposto su elementi di solo materiale composito FRCM in trazione pura. Questo al fine di verificare che il legame costitutivo proposto fosse in grado di prevedere il comportamento meccanico del materiale. In secondo luogo si è deciso di validare il modello su interi elementi strutturali, travi in particolare, rinforzati flessionalmente con uno o più strati di materiale composito, facendo variare anche il tipo di materiale della rete di rinforzo. Questo ha permesso di testare e di validare anche



la modifica effettuata al modello per tenere conto dello slittamento della rete di fibre all'interno della malta che è la modalità di rottura più duttile a cui è necessario tendere in fase progettuale. In entrambi i casi si sono ottenuti dei risultati numerici in ottimo accordo con le risultanze sperimentale, sia in termini di comportamento globale, ovvero di carico-freccia o tensione-deformazione, sia in termini di comportamento locale, in termini dello stato deformativo presente nei vari materiali o di quadro fessurativo.

Durante la fase di ricerca nella letteratura tecnica si sono riscontrate delle difficoltà nel reperire alcuni parametri e proprietà meccaniche del materiale di uso per il modello costitutivo proposto. Dove possibile si è ovviato a questo mediante l'utilizzo di alcune correlazioni analitiche. A tal fine, è sorta la necessità di eseguire apposite prove sperimentali per integrare alcuni di questi parametri. Pertanto, a seguito dello sviluppo del legame costitutivo, si è proceduto all'allestimento di una campagna di prove sperimentali rivolta alla caratterizzazione meccanica della malta del sistema FRCM nonché, in un secondo momento, dell'intero composito FRCM. Le prove sono state eseguite nel laboratorio di "Prove materiali e strutture" dell'Università di Parma.

Sono quindi state eseguite prove di trazione, sia su provini di sola malta che sull'intero composito FRCM, e per prove di flessione su tre punti sulla sola componente cementizia. A seguito della preparazione dei casseri per le diverse tipologie di provini, si è provveduto alla miscelazione della malta e quindi al getto e maturazione della stessa. Si è quindi allestito il setup di prova, costituito da una macchina INSTRON con i componenti appositi per l'esecuzione delle prove e da tutta la strumentazione necessaria per la misura delle deformazioni avvenuta tramite strain gauges (applicati ad alcuni provini) e tramite l'uso della tecnica DIC (Digital Image Correlation) per tutte le prove effettuate. In particolare la DIC è una tecnica innovativa che permette di misurare il campo di spostamenti e di deformazioni senza applicare alcuno strumento a diretto contatto con i provini. Appartiene alla famiglia delle tecniche fotogrammetriche e ha diversi vantaggi rispetto alle tecniche di misura e rilievo degli spostamenti più tradizionali. L'installazione è molto rapida, è economica sia in termini di tempo che di denaro e permette di avere una serie più completa di dati senza dovere effettuare in anticipo una dettagliata programmazione dei punti di interesse. Le prove che sono state condotte, come già accennato, hanno riguardato sia la sola componente cementizia dell'intero composito, la quale risulta essere quella con meno informazioni, e il materiale FRCM nel suo complesso. Le prove a trazione diretta condotte sulla malta hanno permesso di ottenere diverse informazioni, tra le quali i diagrammi di carico-allungamento, i valori di resistenza a trazione diretta, il modulo elastico e il coefficiente di Poisson. Si è poi proceduto a realizzare delle prove a flessione su tre punti, sempre sulla sola componente cementizia. Queste hanno permesso di determinare la resistenza a flessione che può essere correlata con la resistenza a trazione diretta. È inoltre stata possibile anche la determinazione della resistenza a trazione assiale in via indiretta, mediante l'osservazione delle foto scattate durante la prova. Dai provini prismatici testati a flessione, avendo la presenza dell'intaglio, si è potuto ottenere anche l'energia specifica di frattura del materiale. Infine, si sono effettuate delle prove a trazione

sull'intero composito FRCM. Queste hanno permesso di ottenere alcuni diagrammi di interesse, da cui si può dedurre la duttilità del materiale, lo sviluppo del quadro fessurativo del materiale con la valutazione numerica sia della distanza tra le fessure che della loro apertura. Queste ultime informazioni relative allo sviluppo delle fessure e alle loro caratteristiche morfologiche sono di difficile reperimento in letteratura e pertanto di importante valore scientifico. Si è quindi stimato il carico ultimo portato dall'intero composito potendolo quindi confrontare con i dati che è possibile reperire in letteratura.

Diversi sono i possibili sviluppi futuri di questo lavoro di tesi. In primis, si potrebbe proseguirne lo sviluppo implementando tutti i dati che si sono ottenuti dalla campagna di prove sperimentali all'interno del legame costitutivo appositamente sviluppato per la modellazione del composito. Questo permetterebbe un approfondimento ed un'eventuale modifica dei diversi legami attualmente implementati. Oltre a questo, si eviterebbe di dovere ricorrere all'utilizzo di correlazioni analitiche per ricavare alcuni dati che sono difficilmente reperibili in letteratura. Anche a livello di legame costitutivo potrebbe essere possibile compiere alcune modifiche in modo da ampliare il campo di utilizzo. In particolare sarebbe interessante potere prevedere differenti modalità di rottura, per esempio anche le modalità fragili, le quali, pur dovendo essere evitate in fase di progettazione, potrebbero verificarsi comunque in corso d'opera. Anche dal punto di vista delle prove sperimentali sono possibili ulteriori sviluppi e integrazioni. È, infatti, possibile ragionare su ulteriori rielaborazioni delle prove sperimentali già effettuate, tra le quali l'ottenimento di una legge di tension softening della malta mediante un processo di back-analysis sulle prove a trazione. È auspicabile, inoltre, la programmazione di ulteriori prove sperimentali per lo studio dell'aderenza tra il composito e il supporto. A tal fine, si potrebbero eseguire prove a taglio su supporti in calcestruzzo di differenti resistenze meccaniche in modo da ottenere dei dati significativi per tarare nel modo più preciso possibile la legge di aderenza tra il composito e il supporto.

## Bibliografia

---

- [1] CNR-DT 200. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. vol. 24. 2004. doi:10.1061/40753(171)159.
- [2] ACI Committee 549. ACI 549.4R-13: Guide to Design and Construction of Externally Bonded Fabric- Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) Systems for Repair and Strengthening Concrete and Masonry Structures. 2013.
- [3] ICC Evaluation Service. AC434 - Acceptance Criteria for Masonry and Concrete Strengthening Using Fiber-reinforced Cementitious Matrix (FRCM) Composite Systems. J Chem Inf Model 2013;53:1689–99. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.
- [4] D'Antino T, Sneed LH, Carloni C, Pellegrino C. Influence of the substrate characteristics on the bond behavior of PBO FRCM-concrete joints. Constr Build Mater 2015;101:838–50. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.10.045.
- [5] D'Antino T, Carloni C, Sneed LH, Pellegrino C. Matrix-fiber bond behavior in PBO FRCM composites: A fracture mechanics approach. Eng Fract Mech 2014;117:94–111. doi:10.1016/j.engfracmech.2014.01.011.
- [6] Björn Banholzer. Bond behaviour of a multi-filament yarn embedded in a cementitious matrix. J Chem Inf Model 2004;53:160. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.
- [7] RILEM TC 232-TDT. Test methods and design of textile reinforced concrete. Mater Struct 2016;49:4923–7. doi:10.1617/s11527-016-0839-z.
- [8] Arboleda D. Fabric Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) Composites for Infrastructure Strengthening and Rehabilitation: Characterization Methods. PhD Thesis 2014:1–131.
- [9] Arboleda D, Carozzi FG, Nanni A, Poggi C. Testing Procedures for the Uniaxial Tensile Characterization of Fabric-Reinforced Cementitious Matrix Composites. J Compos Constr 2016;20:4015063. doi:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000626.
- [10] Contamine R, Si Larbi A, Hamelin P. Contribution to direct tensile testing of textile reinforced concrete (TRC) composites. Mater Sci Eng A 2011;528:8589–98. doi:10.1016/j.msea.2011.08.009.
- [11] Mechtcherine V. Novel cement-based composites for the strengthening and repair of concrete structures. Constr Build Mater 2013;41:365–73.
- [12] Tran CTM, Stitmannathum B, Ueda T. Investigation of The Bond Behaviour

- Between PBO-FRCM Strengthening Material and Concrete. *J Adv Concr Technol* 2014;12:545–57. doi:10.3151/jact.12.545.
- [13] D'Ambrisi A, Feo L, Focacci F. Bond-slip relations for PBO-FRCM materials externally bonded to concrete. *Compos Part B Eng* 2012;43:2938–49. doi:10.1016/j.compositesb.2012.06.002.
- [14] Ombres L. Analysis of the bond between Fabric Reinforced Cementitious Mortar (FRCM) strengthening systems and concrete. *Compos Part B Eng* 2015;69:418–26. doi:10.1016/j.compositesb.2014.10.027.
- [15] Sneed LH, D'Antino T, Carloni C, Pellegrino C. A comparison of the bond behavior of PBO-FRCM composites determined by double-lap and single-lap shear tests. *Cem Concr Compos* 2015;64:37–48. doi:10.1016/j.cemconcomp.2015.07.007.
- [16] Carloni C, D'Antino T, Sneed L, Pellegrino C. Role of the Matrix Layers in the Stress-Transfer Mechanism of FRCM Composites Bonded to a Concrete Substrate. *J Eng Mech* 2014;141:4014165. doi:10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000883.
- [17] Carloni C. Design Procedures for the Use of Composites in Strengthening of Reinforced Concrete Structures. vol. 19. 2016. doi:10.1007/978-94-017-7336-2.
- [18] D'Antino T, Pellegrino C, Carloni C, Sneed LH, Giacomini G. Experimental Analysis of the Bond Behavior of Glass, Carbon, and Steel FRCM Composites. *Key Eng Mater* 2014;624:371–8. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.624.371.
- [19] Sneed LH, D'Antino T, Carloni C. Investigation of Bond Behavior of Polyparaphenylene Benzobisoxazole Fiber-Reinforced Cementitious Matrix-Concrete Interface. *Aci Mater J* 2014;111:1–12. doi:10.14359/51686604.
- [20] D'Antino T, Carloni C, Sneed LH, Pellegrino C. Fatigue and post-fatigue behavior of PBO FRCM-concrete joints. *Int J Fatigue* 2015;81:91–104. doi:10.1016/j.ijfatigue.2015.06.008.
- [21] Jung K, Hong K, Han S, Park J, Kim J. Prediction of Flexural Capacity of RC Beams Strengthened in Flexure with FRP Fabric and Cementitious Matrix. *Int J Polym Sci* 2015;2015. doi:10.1155/2015/868541.
- [22] Teng JG, Smith ST, Yao J, Chen JF. Intermediate crack-induced debonding in RC beams and slabs. *Constr Build Mater* 2003;17. doi:10.1016/S0950-0618(03)00043-6.
- [23] D'Ambrisi A, Feo L, Focacci F. Experimental analysis on bond between PBO-FRCM strengthening materials and concrete. *Compos Part B Eng* 2013;44:524–32. doi:10.1016/j.compositesb.2012.03.011.
- [24] Ambrisi AD, Focacci F. Flexural Strengthening of RC Beams with Cement-Based Composites. *J Compos Constr* 2011;15:707–20. doi:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000218.
- [25] Sneed LH, D'Antino T, Carloni C. Investigation of bond behavior of polyparaphenylene benzobisoxazole fiber-reinforced cementitious matrix composite-concrete interface. *ACI Mater J* 2014;111:569–80. doi:10.14359/51686604.

- 
- [26] Ombres L. Debonding analysis of reinforced concrete beams strengthened with fibre reinforced cementitious mortar. *Eng Fract Mech* 2012;81:94–109. doi:10.1016/j.engfracmech.2011.06.012.
- [27] Escrig C, Gil L, Bernat-Maso E, Puigvert F. Experimental and analytical study of reinforced concrete beams shear strengthened with different types of textile-reinforced mortar. *Constr Build Mater* 2015;83:248–60. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.03.013.
- [28] Triantafillou T, Papanicolaou C. Textile Reinforced Mortars (TRM) versus Fibre Reinforced Polymers (FRP) as strengthening materials of concrete structures. *Seventh Int Symp Fiber-Reinforced Polym Reinf Reinf Concr Struct* 2005:99–118.
- [29] Al-Salloum Y. Experimental and Numerical Study for the Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Textile-Reinforced Mortar. *J Compos ...* 2012;16:74–90. doi:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000239.
- [30] Triantafillou, Thanasis C; Papanicolaou, Catherine G; Zissimopoulos, Panagiotis; Laourdekis T. Concrete Confinement with Textile-Reinforced Mortar Jackets. *ACI Struct J* 2006:28–37.
- [31] Carozzi FG, Colombi P, Fava G, Poggi C. A cohesive interface crack model for the matrix-textile debonding in FRCM composites. *Compos Struct* 2016;143:230–41. doi:10.1016/j.compstruct.2016.02.019.
- [32] Ortlepp R, Hampel U, Curbach M. A new approach for evaluating bond capacity of TRC strengthening. *Cem Concr Compos* 2006;28:589–97. doi:10.1016/j.cemconcomp.2006.05.003.
- [33] Bertolesi E, Carozzi FG, Milani G, Poggi C. Numerical modeling of Fabric Reinforce Cementitious Matrix composites (FRCM) in tension. *Constr Build Mater* 2014;70:531–48. doi:10.1016/j.conbuildmat.2014.08.006.
- [34] Paliga CM, Real M V, Filho a C. Numerical analysis of reinforced concrete beams strengthened with high strength cement-based composite material *Análise numérica de vigas de concreto armado* 2013;6:211–8. doi:10.1590/S1983-41952013000200004.
- [35] Ombres L. Structural performances of reinforced concrete beams strengthened in shear with a cement based fiber composite material. *Compos Struct* 2015;122:316–29. doi:10.1016/j.compstruct.2014.11.059.
- [36] Elsanadedy HM, Almusallam TH, Alsayed SH, Al-Salloum YA. Flexural strengthening of RC beams using textile reinforced mortar - Experimental and numerical study. *Compos Struct* 2013;97:40–55. doi:10.1016/j.compstruct.2012.09.053.
- [37] Alabdulhady MY, Sneed LH, Abdelkarim OI, ElGawady MA. Finite element study on the behavior of RC beams strengthened with PBO-FRCM composite under torsion. vol. 179. Elsevier Ltd; 2017. doi:10.1016/j.compstruct.2017.07.079.
- [38] Sluys LJ, Berends AH. Discontinuous failure analysis for mode-I and mode-II localization problems. *Int J Solids Struct* 1998;35:4257–74. doi:10.1016/S0020-7683(97)00313-2.
- [39] Wells GN, Sluys LJ. A new method for modelling cohesive cracks using

- finite elements. *Int J Numer Methods Eng* 2001;50:2667–82. doi:10.1002/nme.143.
- [40] Rashid Y.R. Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nucl Eng Des* 1968;7:334–44. doi:10.1016/0029-5493(68)90066-6.
- [41] De Borst R, Nauta P. Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model. *Eng Comput* 1985.
- [42] Cope R, V. RP, LA C, P. N. Modelling of reinforced concrete behaviour for finite element analysis of bridge slabs. *Numer Methods Nonlinear Probl* n.d.
- [43] Bažant ZP. Size effect on structural strength: a review. *Arch Appl Mech (Ingenieur Arch)* 1999;69:703–25. doi:10.1007/s004190050252.
- [44] Cerioni R, Iori I, Michelini E, Bernardi P. Multi-directional modeling of crack pattern in 2D R/C members. *Eng Fract Mech* 2008;75:615–28. doi:10.1016/J.ENGFRACTMECH.2007.04.012.
- [45] Li VC. Postcrack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites. *J Mater Civ Eng* 1992;4:41–57. doi:10.1061/(ASCE)0899-1561(1992)4:1(41).
- [46] Li VC, Stang H, Krenchel H. Micromechanics of crack bridging in fibre-reinforced concrete. *Mater Struct* 1993;26:486–94. doi:10.1007/BF02472808.
- [47] Ishiguro S. Experiments and analyses of fracture properties of grouting mortar s 1995;1.
- [48] Ishiguro S, Ishii M, Nonaka T. Fracture behaviors of cementitious materials and renewed RC box culverts. *Fifth Int Conf Fract Mech Concr Concr Struct* 2004.
- [49] Lin, Z.; Li VC. Crack Bridging in Fiber Reinforced Cementitious Composites with Slip-Hardening Interfaces. *J Mech Phys Solids* 1997;45:763–87. doi:10.1016/S0022-5096(96)00095-6.
- [50] Li BVC, Leung CKY. Steady-state and multiple cracking of short random fiber composites 1993;118:2246–64.
- [51] Ceb-Fip. Model Code 2010. 2011. doi:10.1002/9783433604090.
- [52] D’Ambrisi A, Feo L, Focacci F. Experimental and analytical investigation on bond between Carbon-FRCM materials and masonry. *Compos Part B Eng* 2013;46:15–20. doi:10.1016/j.compositesb.2012.10.018.
- [53] D’Antino T, Papanicolaou C. Mechanical characterization of textile reinforced inorganic-matrix composites. *Compos Part B Eng* 2017;127:78–91. doi:10.1016/j.compositesb.2017.02.034.
- [54] Carozzi FG, Milani G, Poggi C. Mechanical properties and numerical modeling of Fabric Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) systems for strengthening of masonry structures. *Compos Struct* 2014;107:711–25. doi:10.1016/j.compstruct.2013.08.026.
- [55] Carozzi FG, de Felice G, De Santis S PC. Materiali compositi a matrice inorganica (FRCM) per il rinforzo di strutture in muratura 2015:23–6.
- [56] Numerical modeling of the cracking behavior of RC and SFRC shear-critical beams. *Eng Fract Mech* 2016;167:151–66. doi:10.1016/J.ENGFRACTMECH.2016.04.008.

- 
- [57] Ebead UA, Shrestha KC, Afzal MS, Refai A El, Nanni A. Effectiveness of Fabric-Reinforced Cementitious Matrix in Strengthening Reinforced Concrete Beams. *J Compos Constr* 2017;21:1–14. doi:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000741.
- [58] Jabr A, El-Ragaby A, Ghrib F. Effect of the Fiber Type and Axial Stiffness of FRCM on the Flexural Strengthening of RC Beams. *Fibers* 2017;5:2. doi:10.3390/fib5010002.
- [59] Escrig C, Gil L, Bernat-Maso E. Experimental comparison of reinforced concrete beams strengthened against bending with different types of cementitious-matrix composite materials. *Constr Build Mater* 2017;137:317–29. doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.01.106.
- [60] Ombres L. Flexural analysis of reinforced concrete beams strengthened with a cement based high strength composite material. *Compos Struct* 2011;94:143–55. doi:10.1016/j.compstruct.2011.07.008.
- [61] Benvenuti E, Vitarelli O, Tralli A. Delamination of FRP-reinforced concrete by means of an extended finite element formulation. *Compos Part B Eng* 2012;43:3258–69. doi:10.1016/j.compositesb.2012.02.035.
- [62] Japan Society of Civil Engineers. Recommendations for Design and Construction of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks (HPFRCC ). *Concr Eng Ser* 2008;82:Testing Method 6-10.
- [63] Donnini J, Corinaldesi V. Mechanical characterization of different FRCM systems for structural reinforcement. *Constr Build Mater* 2017;145:565–75. doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.04.051.
- [64] Ascione L, De Felice G, De Santis S. A qualification method for externally bonded Fibre Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) strengthening systems. *Compos Part B Eng* 2015;78:497–506. doi:10.1016/j.compositesb.2015.03.079.
- [65] UNI EN 1015-11 Metodi di prova per malte per opere murarie - Parte 11: Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita 2007.
- [66] Manual D. Icc-Es Ac 434 Design Manual for Ruredil Frcm Strengthening Composite Systems for Masonry and 2016:1–51.
- [67] Milano PDI, Programme D, Mechanical IN. Uncertainty estimation and reduction in digital image correlation measurements 2013:1–142.
- [68] Blaber J, Antoniou A. Ncorr Instruction Manual. 2014.
- [69] RILEM TC 162-TDF. Recommendations of RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete. *Mater Struct* 2001;34:3–6. doi:10.1617/13628.





## Lista delle pubblicazioni

---

In seguito si riporta la lista delle pubblicazioni dell'autore sugli argomenti affrontati durante questo lavoro di tesi.

Bernardi P., Ferretti D., Leurini F., Michelini E. (2016). A non-linear constitutive relation for the analysis of FRCM elements. *Procedia Structural Integrity*, 2: 2674-2681.

Cerioni R., Ferrari L., Leurini F., (2017). Numerical modeling of an existing RC frame for the design of strengthening through composite materials. *Solid State Phenomena*, 259: 215-220.

Bernardi P., Cerioni R., Ferretti D., Leurini F., Michelini E. (2016). Numerical simulation of RC beams reinforced with FRCM. *Atti 21° Congresso CTE e Giornate AICAP (Italian Concrete Days)*, Roma, 2016.