



Università degli Studi di Parma  
Dipartimento di Ingegneria Civile, dell'Ambiente, del Territorio e Architettura

Dottorato di Ricerca in Forme e Strutture dell'Architettura  
(XXI Ciclo)

(ICAR 08 - ICAR 09 - ICAR 14 - ICAR17 - ICAR 18 - ICAR 19 - MAT05 – MAT02)

Federica Ottoni

**La lunga vicenda delle fabbriche cupolate.  
Note storiche sulla stabilità, tra dibattito e sperimentazione.**



Tutore: Prof. Carlo Blasi

Coordinatore del Dottorato: Prof. Aldo De Poli





Università degli Studi di Parma  
Dipartimento di Ingegneria Civile, dell'Ambiente, del Territorio e Architettura

Dottorato di Ricerca in Forme e Strutture dell'Architettura (XXI Ciclo)  
(ICAR 08 - ICAR 09 - ICAR 14 - ICAR17 - ICAR 18 - ICAR 19 - MAT05 – MAT02)  
Coordinatore: prof. Aldo De Poli

Collegio docenti:  
prof. Bruno Adorni,  
prof. Carlo Blasi,  
prof. Celestina Cotti,  
prof. Eva Coisson,  
prof. Paolo Giandebiaggi,  
prof. Ivo Iori,  
prof. Alberto Mambriani,  
prof. Gianni Royer Carfagni,  
prof. Michela Rossi,  
prof. Chiara Vernizzi,  
prof. Michele Zazzi,  
prof. Andrea Zerbi.

Dottoranda:  
Federica Ottoni

Titolo della tesi:  
*La lunga vicenda delle fabbriche cupolate.  
Note storiche sulla stabilità, tra dibattito e innovazione.*

Tutore:  
Prof. Carlo Blasi



*A mia madre, che ama i racconti.*

*A Rebecca, che sa come scriverli.*

*A Renato, che sta ad ascoltarli.*



“Is there any point to which you would wish to draw my attention?”

“To the curious incident of the dog in the night-time”

“The dog did nothing in the night-time”.

“That was the curious incident...”

Sir Arthur Conan Doyle, *Silver Blaze* (1892).





Quando arriva il momento di concludere qualcosa, o anche di andarsene, la mia tentazione è sempre quella di restare sulla porta, perché mi sembra di riconoscere in quell'esatto momento il tempo di dover dire qualcosa, e sarebbe bello farlo, almeno una volta, come se non si dovesse presentare un'altra occasione per ripeterlo. Ci provo adesso, al termine di un percorso che mi ha fatto conoscere molte cose attraverso altrettante persone, che alla fine è arrivato il momento di ringraziare.

Primo fra tutti ringrazio il mio relatore, Prof. Carlo Blasi, per avermi fatto entrare nella sua squadra di lavoro e per avermi guidato nella scoperta del mondo del Restauro e del Consolidamento con la sua profonda conoscenza delle strutture antiche. Le sue frasi scarse e brillanti mi hanno fatto capire quanto sia importante la chiarezza, che certamente in questa tesi, per quanto ci abbia provato, non sono riuscita a replicare. Spero con questo di non averlo deluso e di aver trasferito sulle pagine, almeno in parte, i suoi affascinanti racconti di cupole e meccanismi. Con lui ringrazio l'instancabile Prof.ssa Eva Coisson, per l'esempio brillante sul lavoro oltre che per l'amicizia, e tutto l'appassionato gruppo di restauro, Elisa, Matteo ed Emanuele.

Ringrazio il Professor Ivo Iori per quel suo modo speciale di riunire i linguaggi, mescolando l'arte alla scienza, sempre guidato da profondo amore per la conoscenza, che non riesce a tutti.

Un ringraziamento va poi al Prof. Aldo De Poli, per i suggerimenti preziosi e l'organizzazione di questo dottorato, alla Prof.ssa Rossi, per i consigli e le indicazioni, e ai miei compagni di viaggio (e amici) Silvia e Stefano.

Un grazie affettuoso va sempre al mio Prof. Alberto Mambriani, senza il quale non avrei nemmeno cominciato questo percorso e che mi ha comunicato - con le sue creazioni oltre che con le parole - l'amore per il bello e il gusto per il dettaglio. Ci vorrebbe più spazio di quello di una porta che si sta per chiudere per ringraziare tutti quelli, e sono tanti, che hanno reso questi tre anni stimolanti e da ricordare, ma credo che lo sappiano già (Cecilia, Andrea, Chiara, Andrea, Prof. Bennicelli).

Non l'ho fatto mai sulla carta, e forse questa è una buona occasione per ringraziare alla fine la mia rumorosa e accogliente famiglia, per i viaggi, le chiacchierate e il prato di Vairo.

Un grazie a Gabri per avermi sempre fatto sentire un po' speciale, a mia sorella, la mia piccola saggia, che mi conosce più di ogni altro, e a mia madre che mi ha dimostrato con intelligenza come deve essere una donna forte e coraggiosa, e a cui vorrei tanto somigliare.

E grazie a Rena, che non ha bisogno di sapere perché.

*La lunga vicenda delle fabbriche cupolate.*

*Note storiche sulla stabilità, tra dibattito e sperimentazione*

## INTRODUZIONE

<b>1. Babele, le Cupole e il fegato di Prometeo</b>	p.	1
1.1. I motivi di una ricerca	p.	5
1.2. Una questione di metodo. Guardando gli dei che giocano a scacchi	p.	13
1.3. I confini della questione. Itinerari tra dibattiti e costruzioni	p.	17

## PARTE PRIMA. IL LIBRO DEGLI ERRORI

<b>2. Dall'antica <i>harmonia mundi</i> al sublime calcolo delle differenze</b>	p.	31
2.1. La questione della conoscenza degli antichi. Ars vs Scientia	p.	37
2.2. Il Pantheon di Roma e la forma della perfezione	p.	45
2.3. Prima che il dibattito abbia inizio.		
Breve storia degli archi e delle cupole prima di Galileo	p.	55
<b>3. Santa Sofia, i due matematici e la divina saggezza</b>	p.	87
3.1. Epifania dell'errore: deformabilità e geometria	p.	105
3.2. Crolli e ricostruzioni. Verso una soluzione	p.	115
3.3. Sinan e la soluzione dell'empirismo	p.	121
<b>4. Il gran Tempio Vaticano. Memorie tra matematica e fisica sperimentale</b>	p.	133
4.1. La costruzione dell'errore	p.	143
4.2. I tre matematici e il Principio dei Lavori Virtuali	p.	159
4.3. Poleni e la fisica sperimentale	p.	177

PARTE SECONDA. ARCHITETTI “PARANOICI”

<b>5. Brunelleschi, architetto “paranoico”</b>	p.	209
5.1. La costruzione della cupola tra segreti e conoscenza	p.	225
5.2. Viviani, le <i>columnae scissae</i> e la lezione Galileiana	p.	235
5.3. Gli altri dibattiti. Ipotesi sulla stabilità	p.	255
<b>6. Soufflot, Rondelet e la sublime intuizione dei materiali</b>	p.	275
6.1. La costruzione tra simbolo e struttura	p.	285
6.2. Resistenza vs dimensione	p.	301
6.3. La cupola non spinge più	p.	313
<b>7. La solidità scientifica e l’eleganza non capricciosa</b>	p.	339
7.1. Galileo e la caduta del cielo. Archi e cupole dopo il Seicento	p.	357
7.2. La moderna comprensione per il consolidamento	p.	389
7.3. Lo strano caso del cane a mezzanotte. Santa Maria del Quartiere	p.	409

CONCLUSIONI

8. Un epilogo. Alla fine della vicenda	p.	437
--	----	-----

BIBLIOGRAFIA RAGIONATA

Repertorio delle fonti bibliografiche ed iconografiche	p.	447
--	----	-----



1. Babele, le cupole e il fegato di Prometeo.

Una ricerca può cominciare in molti modi.

Questa comincia dall'errore e dalle sue correzioni. Sembra un buon punto di partenza quando si vogliono indagare le ragioni di una forma costruttiva, la cupola, e le sue evoluzioni; ancora di più, se lo scopo della ricerca, neanche troppo nascosto, è quello di cercare di capire quando esattamente, l'intuizione degli antichi costruttori si sia trasformata da bella pratica in sapere matematico, e poi in Scienza del costruire.

Il paradigma dell'errore comincia da Babele e da quelle macchine da costruzione, immaginarie e immaginifiche, disegnate da Bruegel nel suo famoso quadro. A un certo punto qualcuno deve aver pensato che la sfida contro il cielo, le torri l'avrebbero persa; e deve essere stato allora che si è cercato di chiuderlo in una cupola, magari abbastanza grande per dipingerglielo sopra. Una volta che si decide di chiudere il cielo in una cupola è facile farsi prendere la mano, e costruire cieli sempre più grandi. Inevitabile arriva l'errore, e poi forse il crollo.



Figura 1.1. La torre di Babele, Bruegel, 1585.

Le cupole costituiscono un punto di vista privilegiato per osservare, e raccontare, l'evoluzione della conoscenza nella pratica costruttiva. Basate sullo stesso sistema

spingente degli archi che le compongono, tendono ad aprirsi, trasmettendo ai propri sostegni non solo azioni verticali, ma anche forze spingenti verso l'esterno, fino a generare sugli appoggi gravosi stati tensionali che ne determinano spesso l'instabilità. Nel tempo, fratture verticali hanno attraversato più o meno tutte le cupole in muratura nel loro spessore, evidenziandone il principio meccanico fondante, oltre che il meccanismo di dissesto. Che l'arco, e quindi la cupola, nel suo perfetto funzionamento a compressione – che in effetti rappresenta il migliore modo per sfruttare le potenzialità della muratura (poco importa che sia di pietra o laterizio) - nascondesse un tranello, era già noto a Vitruvio; e tutta la storia della costruzione della cupola, da lì in poi, può essere vista come un modo, a metà tra dimensionamento proporzionale e calcolo, per evitarne il tranello, e quindi per neutralizzare, o almeno contenere, la primigenia natura spingente che da sempre ne ha causato il dissesto.

Il dibattito secolare che ha coinvolto le cupole, diretta evoluzione dello studio sugli archi, ha come centro la spinosa questione della loro stabilità (e quindi della loro spinta), e il rapporto che questa ha con la sua forma e con quella delle opere di sostegno.

L'errore si inserisce allora in un lungo racconto di fabbriche cupolate, che è quello che si propone questa ricerca, collocandosi in un tempo particolarissimo tra l'eterno e il contingente. Il riferimento è al mito di Prometeo, e al suo fegato, che mangiato di giorno, di notte si rigenera, a rappresentare quel tempo ciclico, di dissesto e ricostruzione, che congiunge il tempo lineare degli uomini con quello eterno degli Déi. Jean-Pierre Vernant conclude il racconto del mito di Prometeo dandone una precisa interpretazione. Dopo aver rubato il fuoco per darlo agli uomini, Prometeo finisce incatenato ad una colonna, con un'aquila che gli mangia il fegato di giorno, che ricresce di notte, ciclicamente, e nella punizione divina all'*ubris* umana si riuniscono i tre tempi del mito. C'è il tempo degli Dei, l'eternità, in cui nulla accade e tutto è già presente; c'è quello degli uomini, lineare, dove tutto scorre sempre nello stessa direzione (si nasce, si cresce, e si muore) e poi c'è il terzo tempo, quello del fegato di Prometeo, circolare, che

procede in modo ciclico, scandendo un'esistenza simile a quella della luna, che cresce, cala fino a scomparire e ricompare. E lo fa all'infinito. Prometeo, o meglio il suo fegato, è la cerniera tra mortalità ed immortalità, e il suo tempo è l'immagine mobile dell'eternità immobile, imprigionato a metà tra cielo e terra. Come il tempo delle cupole.

Può quindi servire come metafora del tempo dell'errore, che è quello che congiunge la pratica costruttiva (il tempo lineare degli uomini) con le leggi immutate della statica (la Scienza del costruire), che appartengono al tempo eterno delle idee, e per traslazione agli dèi. Il suo procedere ciclico ben sintetizza l'idea di un'evoluzione della pratica attraverso l'osservazione del crollo, e la sua ricostruzione, quasi che solo così, mangiando il suo fegato, e superando l'errore, si possa ottenere il passaggio da Arte a Scienza del costruire.

Lo scopo di questa ricerca è questo: ricostruire, in maniera non certamente esaustiva, una storia di errori, la cui soluzione e il cui superamento progressivo, ha portato alla definizione di una teoria che solo la scienza, come processo induttivo, riesce a giustificare, scoprendo quanta parte di questo processo sia in realtà deduttivo, e quando esattamente sia avvenuta la trasformazione.

Il mito di Prometeo, o meglio il mito di per sé, ha poi un altro significato interessante, che serve da ulteriore spunto per questa ricerca. Nell'introduzione al suo libro, Vernant cerca di spiegarne l'origine e la natura, e dichiara che *“Il mito è un racconto venuto dalla notte dei tempi [che] esisteva già prima che qualsiasi narratore iniziasse a raccontarlo. Dipende dalla trasmissione e dalla memoria [e] come una costruzione, continua ad essere modificato, tramandandosi di generazione in generazione”*<sup>1</sup>.

Questa frase, forse più di ogni altra, chiarisce la prospettiva di questa ricerca. La costruzione, e in questo caso la cupola (o l'arco di cui è la primitiva declinazione), esiste da sempre, almeno nella dimensione eterna dell'idea di struttura, governata da precise leggi della statica. Queste leggi fondanti, il suo funzionamento e il suo meccanismo di dissesto, sono state riscoperte traducendo la pratica in matematica, modificandosi e

trasformandosi, migliorando le proprie qualità strutturali, o almeno scoprendone le cause, attraverso la trasmissione nel tempo: da quando il primo costruttore ha cominciato il suo racconto, fino a quando l'ultimo (almeno nella nostra trattazione) ne ha decretato il compimento, e quindi la fine.

In questa storia l'inizio è il Pantheon di Roma, simbolico compimento di perfezione, e la fine è segnata dalla frase di Rondelet che della cupola in muratura nega la natura spingente, perché nel frattempo è stata trasformata in qualcos'altro.

In mezzo c'è l'errore.

È attraverso la comprensione dell'errore che l'architetto, e l'ingegnere, può correggere e approfondire la sua conoscenza strutturale, e quindi congiungere la sua pratica costruttiva al tempo immutabile delle leggi matematiche, fino a trasformare l'intuizione in scienza. Qualcuno continua a pensare in effetti che l'errore costituisca il modo più semplice per insegnare un concetto: mostrarne l'approssimazione e negarla con la soluzione perfetta. Forse è per questo che Feynman, parlando ai suoi studenti del primo anno di fisica degli atomi in movimento, si serve dell'errore didattico. *“Abbiamo detto che le leggi di natura sono approssimate: che prima si scoprono quelle sbagliate, e poi quelle giuste”*. Si chiede: *“Che cosa dovremmo insegnare per primo? La legge corretta, ma poco familiare, con il suo apparato concettuale strano e difficile? [...] Oppure la semplice legge [...] che sarà approssimata ma che non richiede idee astruse?”*<sup>iii</sup> Quando si voglia procedere quindi dando il resoconto di un'evoluzione che si è svolta attraverso gli errori, il miglior modo per riuscirci sembra ripercorrerli.

Oltre ad un metodo l'osservazione dell'errore racchiude un monito, quello che Henry Petroski<sup>iiii</sup> mette a titolo del suo libro - “Gli errori degli ingegneri” - indicandolo come “paradigma di progettazione”: *“coloro che non conoscono il passato sono condannati a ripeterlo”*.

La comprensione di un fallimento ha un ruolo fondamentale in ogni genere di progetto che risulti privo di errori, e tutti i progetti che hanno avuto esito positivo, possono vedersi come il risultato di un'anticipazione adeguata e completa di ciò che avrebbe potuto non funzionare.



1.1. I motivi di una ricerca.

“...essa volta o vogliamo dire cielo”.

Sebastiano Serlio, *Sette libri dell'architettura di Sebastiano Serlio bolognese*, III libro, 1550.

In una dimensione intermedia tra uomini e Dèi, a ben vedere, sta anche la cupola, che per Benvenuto<sup>iv</sup> congiunge “cielo e terra, divini e mortali”, soprattutto quando – come succede in molte grandi fabbriche – a formare la struttura siano in realtà due calotte, di cui la più interna guarda lo spazio dell'uomo e la più esterna quello eterno degli Dèi.



Figura 1.1.1. Essa volta o vogliamo dire cielo. La sfera celesta del Pantheon di Roma.

Anche in questa declinazione di spazi, in realtà si nasconde un processo: mentre la cupola del tempio classico – quella del Pantheon di Roma, o di Santa Sofia a Istanbul – viene colta solo nel suo spazio interno, perché solo dall'interno ne poteva essere colta l'unitarietà, quella postmedievale assume il doppio significato di aggregazione interna

attorno all'asse verticale, e di elemento svettante, dal preminente significato urbano. In questo senso la cupola di Santa Maria del Fiore sembra svolgere entrambi i ruoli, anticipando la doppia calotta del tempio di San Pietro, per poi declinarsi in successive articolazioni che ne scompongono e ricompongono i due significati.

Accade stranamente che il processo di divaricazione tra gli spazi proceda spesso con l'avanzare della definizione strutturale delle cupole, quasi a rimarcare le funzioni: lo spazio che divide le due calotte si dilata, mentre le due cupole si divaricano - anche per forma - assumendo nella configurazione esterna forme sempre più slanciate e sottili. Spesso poi, alla diversità di forma tra le cupole - interna ed esterna - si accompagna quella dei materiali; come se alla differenziazione delle funzioni corrispondesse una separazione strutturale, in cui la cupola esterna è tutta rivolta a definire uno spazio urbano. A volte, pur nella divaricazione, succede che il linguaggio strutturale coincida con quello formale, come in Saint Paul a Londra, dove il sistema di tre cupole sovrapposte, vede inserirsi tra quella interna in mattoni e quella esterna in legno, non più una cupola ma un cono in muratura, a reggere la pesante lanterna e sostenere l'armatura in legno della cupola esterna. In questo modo, non solo si dilata lo spazio tra le due cupole, a sottolinearne le diverse funzioni e dimensioni, ma in questo stesso spazio si inserisce una costruzione autonoma, intermedia, stravolta nella sua caratterizzazione formale di cupola, che ribalta le percezioni trasformando quella che dall'esterno sembra una struttura portante, in carico portato. Nello stesso processo di trasformazione degli spazi si inserisce la cupola di Sainte Geneviève<sup>v</sup>, con la quale non a caso la nostra storia delle fabbriche cupolate si conclude. Qui uno stesso schema triplo di cupole si interseca con un sapiente gioco di archi rampanti e volte, a controbilanciarne le spinte orizzontali. L'articolazione dello spazio si intreccia con il linguaggio simbolico, e non sembra allora un caso che alla modificazione della struttura e alla moltiplicazione degli spazi intermedi - che si sovrappongono ai due primordiali, quello eterno e quello umano, a cui la struttura cupolata serviva da ideale congiunzione - corrisponda un progressivo allontanamento della cupola stessa dalla funzione

religiosa. Ma questa è un'altra storia. Ciò che qui ci interessa individuare, delle cupole, è il principio strutturale, e più ancora, il processo che ha guidato i costruttori nei secoli fino alla sua identificazione.

Una cupola di rotazione -nella quale anelli e meridiani sono elasticamente efficaci (membrana) - a meno di alcune particolari condizioni al contorno e di carico, è per definizione sempre funicolare di un qualsiasi sistema di carichi distribuiti. Mentre l'arco, a garanzia della sua stabilità, richiede infatti una perfetta congruenza tra la propria forma e la curva funicolare dei carichi, la cupola diventa automaticamente funicolare dei propri carichi (siano questi pesi propri o carichi accidentali, nella moderna distinzione di queste entità) in virtù di un mutuo scambio di tensioni tra gli elementi costitutivi.

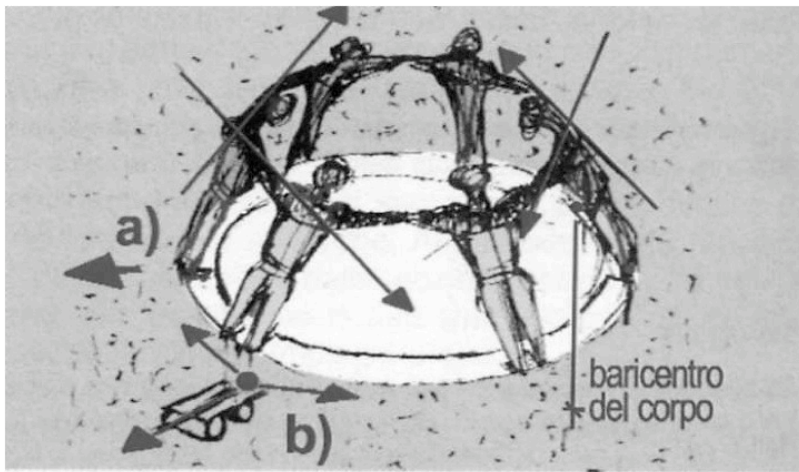


Figura 1.1.2. Il meccanismo di funzionamento di una cupola.<sup>vi</sup>

Nella teoria nota come *membranale*, la cupola è semplificabile in una successione di elementi progressivamente individuati da due meridiani e due paralleli vicini tra loro, tracciati sulla sua superficie media. Gli sforzi che si sviluppano all'interno della struttura cupolata, si trasmettono lungo i meridiani e i paralleli - almeno in condizioni assial-simmetriche di carico (con conseguente annullamento delle tensioni tangenziali)

– e trovano, nell'elemento stesso, il proprio equilibrio.

Osservando una cupola di rotazione, si nota come due meridiani contigui individuino un arco di larghezza variabile, massima all'imposta e nulla in chiave, e come tra due paralleli contigui si possa disegnare un anello chiuso - almeno nel caso di una cupola non fratturata. Gli archi individuati dai singoli meridiani hanno la funzione di trasmettere i carichi della cupola, dalla chiave giù fino all'imposta, mentre agli anelli è delegata la funzione di sviluppare azioni interne le cui componenti radiali rendono funicolare la curva del parallelo corrispondente.

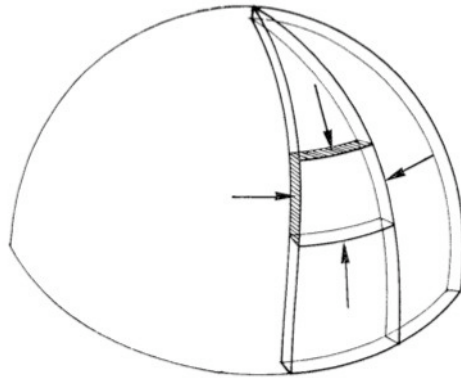


Figura 1.1.3. Semplificazione in meridiani e paralleli nella teoria membranale<sup>iii</sup>

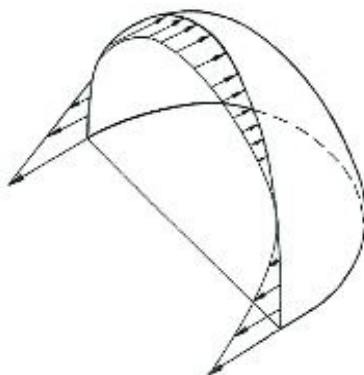
Il più delle volte, partendo dall'anello d'imposta, le azioni lungo ogni parallelo sono azioni di trazione, che diminuiscono progredendo verso l'alto, fino ad annullarsi su un dato parallelo, la cui posizione varia a seconda della forma dei meridiani e a seconda anche dei carichi a cui la cupola viene sottoposta, oltre che dei vincoli esterni e delle caratteristiche dei materiali. Da questo punto in poi, fino alla chiave, le azioni interne si trasformano in azioni di compressione.

Quella appena descritta è ciò che si definisce *analisi in regime di membrana*: molto semplificata, serve a descrivere il comportamento meccanico della struttura a cupola offrendo un'idea intuitiva, ma piuttosto completa, degli sforzi che si generano al suo

interno.

Il funzionamento perfetto delle azioni interne, che nell'equilibrio dei singoli conci costituenti trasforma ogni sorta di cupola in funicolare interna, ha un difetto, che nel caso delle cupole in muratura è insanabile: evidenzia stati tensionali di trazione ineliminabili alla base della cupola stessa, che quindi è destinata inevitabilmente a fratturarsi.

A migliorare la situazione per le fabbriche antiche, almeno per quelle romane come il Pantheon, interveniva la malta pozzolanica, in grado di assorbire anche sforzi di trazione molto elevati e quindi capace di offrire, entro certi limiti e tempi, una certa resistenza all'altrimenti inevitabile meccanismo di frattura che invece coinvolge ogni altra struttura cupolata.



*Figura 1.1.4. Le forze interne di trazione e di compressione nelle direzioni dei paralleli, che si sviluppano in una cupola emisferica sottoposta al peso proprio<sup>iii</sup>.*

Tutte le cupole in muratura, anche se costruite con la massima cura nell'ammorsamento dei conci costituenti, sono destinate a fratturarsi lungo i piani meridiani, almeno fino ad una determinata altezza, quella in cui le forze di trazione risultano superiori alle resistenze che le malte utilizzate possono esercitare. Le fratture poi, sempre presenti, possono variare per numero ed ampiezza; comunque sia,

trasformano l'organismo cupola, da compatto, ad una sequenza di archi a sezione variabile, mutuamente contrastantisi nelle zone in cui siano presenti le azioni di compressione nei paralleli, anche se questo vuole dire a volte limitarsi anche all'ultimo anello della costruzione.

La teoria esposta può derivare solo da conoscenze maturate nel corso dei secoli, e dallo sviluppo e integrazione di equazioni differenziali certamente sconosciute ai costruttori antichi. Ciò che invece era sicuramente noto agli stessi costruttori doveva essere l'effetto di tale meccanismo. Il problema quindi è cercare di comprendere come dall'osservazione dell'effetto si sia passati ad una teoria che ne individuasse le cause, comprendendo finalmente il meccanismo sotteso, dando un nome alle azioni e calcolandone le risultanti. Individuare quindi quel delicato e forse confuso momento in cui al problema di *come* contrastare i movimenti (noti e prevedibili, perché sperimentati) che avrebbero prodotto le fratture, si sia sostituito quello più complesso di individuare la teoria sottesa che interpretasse il comportamento delle cupole.

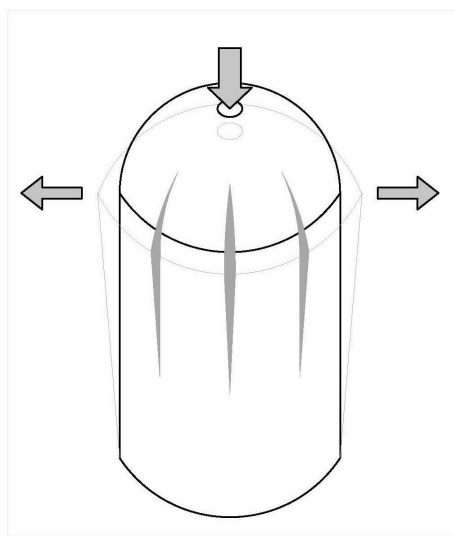


Figura 1.1.5. Il meccanismo di rottura di una cupola, conseguente all'allargamento della base.

L'osservazione della realtà delle strutture, e soprattutto del loro quadro fessurativo, doveva aver chiarito, a chi le indagasse, che la chiave del problema poteva essere l'arco, e la soluzione del suo equilibrio ha in effetti costituito la condizione di partenza per risolvere il problema delle cupole nel corso dei secoli, con maggiori o minori approssimazioni. Ed è la storia di queste approssimazioni successive che la ricerca si propone di raccontare, prendendo a testimonianza casi precisi della storia strutturale delle cupole, analizzando di volta in volta le costruzioni e i dibattiti che ne sono seguiti. Nonostante sia chiaro che ai costruttori del passato non potessero essere note le teorie attuali sulle strutture, fabbriche complesse e grandiose sono a testimoniare una sapienza di cui si può tuttavia cercare di ricostruire un'evoluzione. Il percorso di discesa dei carichi all'interno delle masse murarie era noto a Vitruvio, che nel suo Sesto Libro dimostra di conoscere la spinta delle volte sui muri di sostegno, e nelle grandi costruzioni medievali sembra di intravedere la traccia di conoscenze non sempre esplicitate, lasciando supporre che i costruttori sapessero come i pesi si distribuivano all'interno delle murature. A ben vedere, il problema rimane lo stesso ancora oggi per chi voglia indagare, seppure forte degli strumenti attuali, le grandi fabbriche del passato tentando di capirne il comportamento strutturale. Questo, oltre all'interesse storico scientifico di ricostruire le tappe di un passaggio ancora non del tutto chiarito tra pratica costruttiva e scienza strutturale, è un ulteriore motivo della ricerca qui condotta. La muratura è un materiale complesso, che pur avendo una buona capacità di sopportare gli sforzi di compressione, non riesce invece a resistere a quelli di trazione. Questo ne rende difficilmente affrontabile lo studio secondo le teorie risolutive che la moderna scienza delle costruzioni ha modellato sui materiali che invece conosce benissimo.

Volendo riconsiderare allora il materiale muratura, e quindi anche le strutture antiche che da questo sono composte, sotto il profilo del calcolo strutturale, è fondamentale comprendere quali fossero le conoscenze meccaniche di chi, queste strutture, le ha create. L'approccio moderno è scientifico: esamina l'organismo strutturale fissando le

azioni esterne che è programmato per sopportare – secondo precise e mutevoli normative – e di seguito determina il comportamento della struttura tramite l'applicazione di teorie codificate, in modo iterativo, fino a che l'operazione non risulti soddisfacente. Un po' come facevano gli antichi, seguendo il solo metodo di cui disponevano: l'osservazione del passato.



1.2. Una questione di metodo. Guardando gli Déi che giocano a scacchi.

“Ma guarda, è segnata proprio come una grande scacchiera!” disse infine Alice. “Mancano solo degli uomini che si muovano, da qualche parte... ma ci sono!” aggiunse giuliva, e il cuore cominciò a batterle di eccitazione via via che continuava. “E’ un’enorme partita a scacchi questa che giocano... in tutto il mondo ... sempre che questo sia il mondo. Oh, che divertimento! Come vorrei essere una di loro! Non mi dispiacerebbe fare la pedina, se solo potessi raggiungerli... benché naturalmente più di tutto mi piacerebbe essere una Regina.”

Lewis Carroll, *Alice nel paese delle meraviglie*, 1865.

Quasi che attraverso la storia delle cupole e degli errori quindi, si riuscisse a ricostruire la storia del complicato e misterioso passaggio da Arte a Scienza del Costruire, il metodo seguito nella ricerca è semplice: individuare quei momenti che di questa storia, hanno segnato l’evoluzione.



Figura 1.2.1. Il settimo sigillo, Ingmar Bergman, 1958.

Feynman comincia le sue lezioni sul moto agli studenti del primo anno del CalTech, dicendo che cercare di scoprire le leggi fondamentali della fisica è un po' come stare ad osservare gli Dèi mentre giocano a scacchi. E, a ben vedere, è esattamente quello che si fa quando si guarda un edificio antico: si guardano gli Déi, Brunelleschi e Viviani, Soufflot e Rondelet, giocare a scacchi e stabilire le mosse, poco importa che poi queste si traducano in reali scelte costruttive o in dibattiti sui sistemi di consolidamento. Il metodo scelto è quello dell'osservatore di scacchi, che aspetta in silenzio di fare la propria mossa, una volta che gli Déi abbiano lasciato libera la scacchiera.

Quasi che le regole siano già negli edifici. Basta saperli ascoltare mentre le raccontano.

*“Cosa si intende quando si dice che capiamo una cosa? Possiamo immaginare questo complicato apparato di cose in movimento che chiamiamo “mondo” sia simile a una partita di scacchi giocata dagli Dei, di cui noi siamo spettatori. Non conosciamo le regole del gioco; tutto ciò che ci è permesso è guardare la partita. Naturalmente, se guardiamo abbastanza a lungo, afferreremo le regole di base. Le regole del gioco sono ciò che chiamiamo fisica fondamentale. Anche se le conoscessimo tutte, comunque, potremmo non essere in grado di capire perché viene fatta una data mossa, magari perché è troppo complicata, e le nostre menti sono limitate. Se giocate a scacchi saprete che è molto facile imparare le regole, ma è molto difficile, spesso, scegliere la mossa migliore, o capire perché un giocatore faccia una certa mossa”<sup>18</sup>.*

Certamente in un altro contesto, anche Gadda parla di scacchi ma il suo racconto, anche se riferito alla letteratura più che alla costruzione, sembra chiarire il rapporto tra le mosse precedenti – che poi sono costruzioni e scelte strutturali del passato - e quelle ancora da compiere. Il *gramo e malessio persistere* di cui parla è l'influenza delle partite a scacchi giocate tra i costruttori del passato, sulle costruzioni e sulla determinazione di una teoria strutturale, prima ancora che architettonica. *“Il pezzo giocato, limitando e quasi eleggendo una serie di situazioni future, conferisce attualmente fisionomia e caratteristiche logiche a una determinata partita, sceverandola da altre partite a scacchi”<sup>19</sup>.*

Ogni mossa è una scelta tecnologica, ma anche formale e costruttiva irreversibile, e se siamo ancora giocando una partita, anche le nostre mosse saranno inevitabilmente

condizionate da quelle precedenti.

In apertura del paragrafo Lewis Carrol, un matematico (che ha intrecciato - come curiosamente ha fatto anche Gadda - la sua scienza con la letteratura) fa dire ad Alice, quando si trova di fronte ad una scacchiera gigante, che vorrebbe esserne la regina. Continuando la metafora degli scacchi, la regina è l'unico pezzo della scacchiera a cui sono concesse tutte le mosse, senza limitazioni di direzione o quantità di caselle. Non è quindi un caso che proprio questo sia il pezzo che un matematico, attraverso il suo alterego-bambina, reclami per sé sulla sua scacchiera immaginaria. La matematica infatti, nella maggior parte, se non in tutte, le partite a scacchi individuate nel corso della ricerca, ha rappresentato un sicuro metodo di avanzamento nella soluzione dei problemi che si ponevano ai costruttori (molto spesso anche essi matematici, e quindi regine). Solo attraverso la matematica, e il calcolo, è possibile infatti la traduzione del problema strutturale - prima solo intuito con l'esperienza - in oggettiva e generale equazione, che trasferisca sul piano scientifico e astratto i singoli problemi particolari, fino a costruire una teoria assoluta.

Questo è il senso del metodo utilizzato nella presente ricerca. Le partite a scacchi esaminate nel corso della ricerca in realtà sono altrettanti momenti della storia delle costruzioni, che a volte, come nel caso di Panthéon di Parigi, si sono trasformate in veri campi di battaglia. Ma cominciamo dall'inizio.

Lev Zetlin, in una delle sue conferenze riportate da Petroski a sostegno della sua tesi sugli errori commessi, dice che *“gli ingegneri [e gli architetti] dovrebbero essere leggermente paranoici durante la fase di progettazione. Dovrebbero considerare che l'impossibile può verificarsi”*. È lo stesso Petroski poi ad aggiungere che *“l'atteggiamento compiaciuto di chi conosce troppo bene i meccanismi è quello che induce all'errore. L'immaginazione e la paura sono fra gli strumenti più preziosi di cui un ingegnere dispone per scongiurare una tragedia”*.

Un grande libro degli errori, nel quale si possano raccogliere idealmente alcuni esempi del passato da cui imparare, insieme alla prefigurazione del fallimento; che nell'intuizione dell'impossibile, e quindi in una certa paranoia, riesca ad anticipare la

soluzione strutturale - spesso senza possederne, almeno consciamente, gli strumenti scientifici necessari - sono i due concetti sui quali si è cercato di organizzare la ricerca di tesi.

Le partite a scacchi esaminate, siano costruzioni o dibattiti, si sono organizzate seguendo una scansione critica più che una mera successione temporale, sulla scorta di una più generale suddivisione in due parti principali che guidano la ricerca.

La prima parte raccoglie nel libro degli errori una costruzione e un dibattito, solo dopo aver chiarito la questione della conoscenza degli antichi, e quale si possa considerare – ammesso che se ne stabilisca l'esistenza - la teoria precedente alle singole questioni affrontate. Le partite a scacchi esaminate qui rappresentano altrettanti tentativi e fallimenti, crolli e ricostruzioni, attraverso cui vengono chiariti gli errori alla base della concezione di archi e cupole prima della nascita di una vera scienza.

Nella seconda parte, quella provocatoriamente ispirata agli architetti “paranoici”, vengono considerati poi quei casi che dell'errore sono riusciti a prefigurare l'esistenza, evitandolo così, almeno in parte, nella costruzione.

La prospettiva temporale si confonde con quella critica per ricomporsi alla luce dei dibattiti e quindi riprendere le fila del discorso, riportandolo alla parallela formulazione delle teorie sulle cupole che possono essere lette come altrettante espressioni della più generale nascente scienza delle costruzioni. Il dibattito passato quindi diventa un modo per riconsiderare un caso reale, traducendo in sperimentazione e metodologia di analisi di un edificio antico la conoscenza acquisita sulla questione attraverso gli errori esaminati.

1.3. I confini della questione. Itinerari tra costruzioni e dibattiti.

“Trecento miglia e più dal Chimborazo, un centinaio dalle nevi del Cotopaxi, tra le più selvagge solitudini delle Ande ecuadoriane, giace, separata dal mondo degli uomini, quella misteriosa vallata montana, il Paese dei Ciechi [...]. Accadde allora che un uomo venne nella comunità dal mondo esterno. E questa è la storia di quell'uomo”

H.G.Wells, *Nel Paese dei Ciechi*, 1904.

La ricerca non ha certamente la pretesa di essere esaustiva, piuttosto si propone di considerare criticamente, attraverso alcune note storiche, come sia evoluto il concetto di stabilità circa la questione delle fabbriche cupolate.

Per questo motivo, si sono scelti alcuni momenti nella storia, non sempre qui organizzati in senso cronologico, che hanno rappresentato altrettanti cambiamenti nella concezione strutturale delle cupole, spesso attraverso il progressivo ingresso della matematica nella questione. Si è scelto di raccontare la storia di quegli uomini che ci vedevano in un paese di ciechi. Non sempre è chiaro il motivo per cui solo a questi uomini (costruttori o matematici) fosse riservata una tale capacità. Partendo dal racconto di alcune costruzioni e dibattiti, e delle soluzioni che sono state trovate per la loro conclusione, si cercherà di ripercorrere la parallela evoluzione delle teorie strutturali alla base delle cupole, e, se possibile, di scoprire questo motivo nascosto.

Sembra di poter dire con Petrosky che più casi storici si conoscono e meno è probabile incorrere negli stessi errori; è quindi il passato che si vuole esaminare e i grandi dibattiti che hanno coinvolto studiosi e architetti, obbligandoli a provare o a sconfessare teorie e metodi costruttivi consolidati. Studiarli sembra un buon modo per risolvere il problema o almeno per considerarne gli aspetti più generali, partendo dall'assunto che

la prospettiva temporale sia la distanza giusta con cui guardare un progetto e cercare di capirlo.

La scelta dei casi che vengono qui esaminati sembra allora seguire un percorso quasi obbligato, dando un resoconto della battaglia che si è svolta tra scienza ed empirismo, e cercando di volta in volta di individuarne il vincitore.

Giustiniano aveva scelto due *mecanicopoiòi* (studiosi di matematica e geometria) e non due semplici architetti, per la costruzione della più grande chiesa della cristianità, e la simmetria e la regola geometrica sfidano il crollo almeno tre volte (alcuni storici raccontano di un quarto crollo parziale della grandiosa fabbrica) nei cinque anni della costruzione, prima di perfezionare il disegno e il sistema di contraffortatura che si doveva opporre alla gravosa spinta della cupola. Come se sapessero il modo in cui i pesi si sarebbero distribuiti all'interno delle murature, Isidoro di Mileto ed Antemio di Tralles costruiscono una sfera perfetta impostata sopra al quadrato d'imposta, cercando di ricalcare il disegno divino del paradigma di tutte le cupole, il Pantheon di Roma<sup>xi</sup>. Quello che fanno però, è sollevare da terra la grande cupola, sostituendo al perfetto "tamburo continuo" della muratura perimetrale del Pantheon, quattro grandi pilastri che nel nuovo elemento di raccordo dei pennacchi trovano il sistema di scarico del peso della cupola a terra.

Qualche anno dopo Galileo, Ermenegildo Pini nei suoi *Dialogh*<sup>xii</sup>, farà cominciare proprio da qui, la fine del modo di costruire degli antichi, e forse anche l'errore, inserendosi così nella *querelle des Anciens et des Modernes*. I due matematici-architetti sembravano aver risolto tutto col disegno di una geometria perfetta, che ha trovato due soli ostacoli alla sua garanzia di stabilità: il primo nella pratica costruttiva bizantina, che prevedeva nella muratura alti spessori di malta (in rapporto di 1:1 con il laterizio), e il secondo nella forza sismica.<sup>xiii</sup>

Se quello dei contrafforti di Santa Sofia fosse stato un sistema perfettamente simmetrico, e i due matematici avessero scelto sui quattro lati il sistema attivo delle semicupole (tralasciando quello passivo dei contrafforti), forse la grande cupola, una

volta accettata la deformabilità insita nei suoi materiali, avrebbe superato i terremoti che l'hanno vista crollare, prima del tutto e poi parzialmente.



Figura 1.3.1. Sezione di Santa Sofia a Istanbul.

Nel primo esempio (la prima partita a scacchi) scelto per la ricerca, la sfida della perfetta geometria contro la stabilità vede prefigurarsi l'errore, ed è attraverso l'empirismo che lo spietato Michelangelo d'Oriente, Sinan, mille anni più tardi, risolve l'errore che una matematica solo intuita aveva lasciato irrisolto. Gli architetti – non matematici – Ottomani avevano a disposizione mille anni di osservazioni nel loro libro costruito delle regole strutturali – la costruzione stessa - e la correzione arriva proprio attraverso l'osservazione sperimentale del meccanismo di dissesto della fabbrica, che viene risolto raddrizzando i pilastri e cerchiando con il ferro la cupola, a contenerne la spinta causa dell'errore. Da qui l'empirismo inventa una tecnologia costruttiva, che ferma il meccanismo di dissesto garantendo la stabilità per via sperimentale.

La geometria quindi aveva trovato una prima risposta, seppur corredata dall'errore; e se è difficile, e forse impossibile, stabilire esattamente le relazioni tra gli studiosi e gli edifici, oltre che il grado di conoscenza teorica alla base delle mosse sulla scacchiera ideale delle costruzioni, il disegno delle semicupole di Santa Sofia poteva forse essere

noto a Brunelleschi, quando preparava la “sua burla al grasso legnaiolo”.

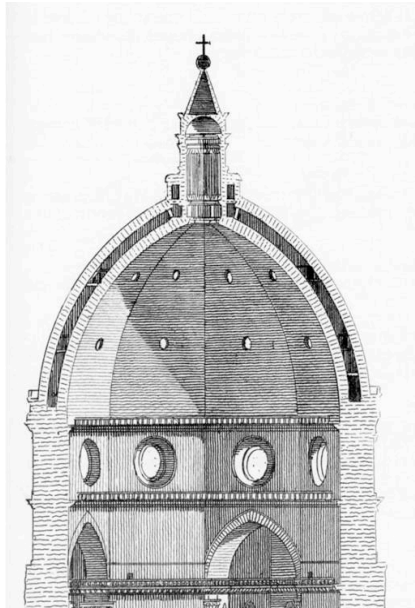


Figura 1.3.2. Sezione di Santa Maria del Fiore a Firenze.

Ogni tanto succede che ci siano personalità che sembrano anticipare le soluzioni. Forse precorrono i tempi; sicuramente osano. Uno così doveva essere Brunelleschi, che costruendo la sua grandiosa cupola - non si sa fino a che punto guidato da un'immensa sapienza geometrica e forse anche matematica, dall'osservazione dei modelli (dei quali certamente si serviva per confortare le sue regole geometriche) o da una straordinaria intuizione - sperimentava una cupola che alla resistenza geometrica al dissesto unisse una sorprendente solidità dell'apparecchiatura muraria, in un'inaspettata combinazione di *corda blanda* (nella distribuzione dei letti di posa dei mattoni) e *spinapesce*. Poco importa che poi proprio queste sue “previsioni dell'impossibile” abbiano costituito una via privilegiata per la lesione, svelando il suo errore nascosto, forse proprio perché non completamente risolto nel calcolo. In una ricercata, e non sempre ottenuta, simmetria della trattazione, l'esempio di Santa Maria del Fiore si colloca come inizio alla seconda



parte della ricerca, quella che racchiude le previsioni degli errori e la soluzione nell'intuizione, rappresentando il caso emblematico di processo induttivo<sup>xiv</sup>. Anche se poi, la partita a scacchi raccontata è quella successiva, che si è svolta, alla fine del Seicento, tra il matematico del Granduca Vincenzo Viviani<sup>xv</sup>, e l'oscuro architetto Alessandro Cecchini, sugli screpoli della grande cupola, che diventa paradigma della soluzione dell'errore attraverso il metodo matematico, e segna il primo momento in cui l'empirismo consolidato tenta di ottenere la sua giustificazione quantitativa al problema delle cupole in muratura.

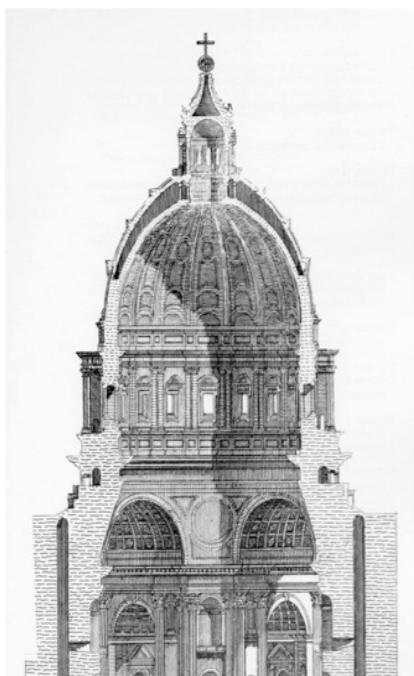


Figura 1.3.3. Sezione di San Pietro a Roma.

Tra la costruzione della grande cupola, e il dibattito di fine Seicento, in mezzo, c'era stato Galileo e il suo discorso sulla resistenza dei materiali. Con lui era iniziato certamente il metodo scientifico, e forse anche l'analisi strutturale, e proprio nel dibattito sugli screpoli del Duomo di Firenze, prima, e in quello su San Pietro poi,

sembra di poter collocare l'evoluzione dal cosiddetto *mondo del pressappoco* (quello dell'intuizione geometrica ed empirica adattata alla regola proporzionale) a quello che viene definito come *l'universo della precisione*,<sup>xvii</sup> in cui si tenta la giustificazione scientifica di quel metodo - fino ad allora solo intuito ma consolidato - della cerchiatura come efficace contrasto alla spinta delle cupole, e quindi soluzione dell'errore. Lo scontro alla base dei dibattiti sembra essere sempre lo stesso: tra i sostenitori di un cedimento fondazionale alla base delle lesioni che interessavano le due grandi fabbriche cupolate, e coloro che invece avevano ben chiaro, perché osservato prima che calcolato, il meccanismo caratteristico di abbassamento del colmo e di spinta alle reni, proprio delle cupole. Partendo dagli stessi presupposti, quello che cambia nei due grandi dibattiti è la soluzione, che trova una declinazione sempre più vicina alla moderna scienza delle costruzioni: il Viviani, a Firenze, è il primo ad applicare la matematica al problema della cerchiatura, tentandone, seppure per via trigonometrica, il dimensionamento; poi è la volta dei Tre Matematici, che, in un'anticipazione visionaria (o paranoica?) del cinematismo possibile, prefigurano il meccanismo di dissesto nei suoi movimenti, applicando avveniristicamente alla costruzione il moderno Principio dei Lavori Virtuali. Poleni infine, matematico di scuola padovana, unisce, nella questione romana, al linguaggio scientifico la fisica sperimentale, rifacendosi agli studi del Musschenbroek sui materiali, e alla catenaria di Hooke per dimostrare la stabilità della fabbrica e prefigurarne il consolidamento. Come si vedrà, nel caso di San Pietro<sup>xviii</sup> si assiste ancora alla vittoria della fisica sperimentale - quella del fisico padovano - sulla prefigurazione e astrazione matematica, e per questo il dibattito rientra nella trattazione del grande libro degli errori. Il suo costruttore, Michelangelo, non era riuscito a prefigurare l'errore, e anche la soluzione della questione da lui posta di una cupola fratturata - quella che si configura alla fine del dibattito - sembra richiamarsi comunque alla deduzione dell'esperimento più che alla moderna intuizione cinematica.

Alla fine del Seicento era ormai chiaro, insieme alla nuova scienza di Leon Battista Vico, quella ancora più nuova sul piano fisico e matematico di Galileo e dei suoi

Discorsi. Ma insieme erano cominciate le prove sperimentali e le definizioni date da Galileo di resistenza assoluta e relativa sembravano contraddette dai risultati delle prove sui materiali, che davano risultati molto diversi, chiarendo l'influenza delle dimensioni dei provini utilizzati e delle modalità di applicazione dei carichi sui provini stessi. I dati di partenza erano quindi le osservazioni, da cui derivavano tra l'altro le ipotesi di De la Hire sulla posizione dei giunti di rottura. Il linguaggio matematico, sia analitico che geometrico, cominciava a prefigurarsi parallelamente, come lo strumento necessario per costruire una griglia rigida in cui sistemare le dimostrazioni di dati osservati. In questo senso, la questione della stabilità dell'arco occupava una posizione di prima importanza, preparando il terreno alla trattazione della coesione tra i conci e dell'attrito, fino ad allora trascurati. Il riferimento ad un modello teorico ideale, in cui l'arco era un insieme di conci, perfettamente levigati, privi di malte, indeformabili e quindi rigidi, e sicuramente indistruttibili, era un tacito accordo, magari mai esplicitato ma da tutti i trattatisti univocamente riconosciuto. Alla base c'era l'idea, tutta Galileiana, del confronto con la realtà come unica via alla creazione di una teoria, che doveva essere comprovata da esperimenti condotti scientificamente, riducendo al minimo l'incidenza di fattori non controllabili.

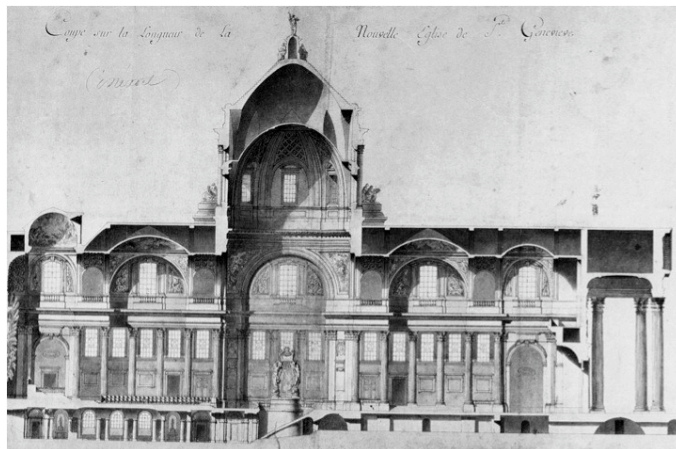


Figura 1.3.5. Sezione di Sainte Genèviève a Parigi.

Il passaggio è graduale verso la soluzione dell'errore, il tranello che la cupola prepara con la sua spinta, e passa attraverso quella fusione di linguaggio geometrico e prefigurazione strutturale che attua Christopher Wren nella sua cupola di Londra. Accogliendo i suggerimenti degli antichi, l'architetto visionario, risolve l'errore per via geometrica, nascondendo tra le due cupole tradizionali una cupola intermedia, che in realtà cupola non è, e completando la sua stabilità con massicce fasce di ferro all'imposta delle tre strutture cupole, ad eliminarne le spinte orizzontali. Sembra che già qui si prefiguri la fine della cupola in muratura, e l'inizio della teoria membranale, che nell'ultimo (e più cruento) dibattito sul Pantheon di Parigi, sente la voce di Rondelet decretare che "la cupola non spinge", e risolverne l'errore.

L'idea sottesa, anche se non dichiarata esplicitamente all'inizio della trattazione, è che sotto si nasconda lo strumento matematico, inteso soprattutto come possibilità di prefigurare l'impossibile, come strumento "paranoico" che proprio perché costituisce il fondamento di un sapere induttivo, riesce a prevedere astrattamente l'errore e la sua soluzione, senza passare necessariamente per l'esperimento, e quindi per la tradizionale deduzione.

Agli studiosi che si occupano di comprendere le strutture antiche, è chiaro come per raggiungere una maggiore affidabilità nel progetto sia necessaria un'integrazione profonda e ragionata tra i moderni strumenti analitici e quelli antichi che della struttura esaminata hanno permesso il concepimento. Anche se oggi disponiamo di strumenti analitici e computazionali affinati, non si è riusciti ad elevare il grado di affidabilità dei progetti storici degli edifici in muratura, costruiti con le regole del passato, che dobbiamo indagare.

Quella che comincia con Galileo, in quel secolo che abbandona il mondo del dimensionamento geometrico-proporzionale per scoprire l'universo della perfezione (e del calcolo matematico), è la moderna scienza delle costruzioni, ma sarebbe interessante scoprire, alla fine di questa trattazione, che l'apporto che questa scienza è

riuscita a fornire fino ad oggi alla soluzione delle fabbriche cupolate antiche non sia stato poi basilare, spostando la prospettiva dal vero problema della stabilità a quello ingannevole, perché tipico delle strutture moderne, della resistenza dei materiali e delle loro caratteristiche.

L'approdo sarà Heyman, che quando tornerà ad occuparsi di cupole lo farà non per costruirle, ma per comprendere i meccanismi di quelle già costruite, trovando nella loro geometria, e ancora quindi nella forma, la garanzia di stabilità.

- i Jean-Pierre Vernant, *L'universo, gli dèi, gli uomini. Il racconto del mito*, Einaudi, Torino, 2000.
- ii Richard P. Feynman, *Sei pezzi facili*, Adelphi, Milano, 2000, pp. 22-23 (ediz. orig. *Six easy pieces*, California Institute of Technology, 1963).
- iii Henry Petroski, *Gli errori degli ingegneri. Paradigmi di progettazione*, Edizioni Pendragon, Bologna, 2005 (ediz. orig. *Design paradigms. Case Histories of Error and Judgment in Engineering* Cambridge University Press, 1994).
- iv Edoardo Benvenuto, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981.
- v La cupola del Panthèon di Parigi concluderà la storia delle fabbriche prese in esame, decretando l'inizio delle strutture a membrana e la fine delle cupole in muratura. Per una trattazione dell'argomento e per i richiami alla bibliografia completa, si veda il capitolo 6. *Soufflot e la sublime intuizione dei materiali*, della presente tesi.
- vi Immagine di A. Michetti, tratta da *Il manuale del restauro*, Mancosu editore.
- vii Immagine tratta da J.Heyman, *The masonry arch*, Ellis Horwood series in engineering science, John Wiley and Sons, Chirchester, 1982.
- viii Immagine tratta da J.Heyman, *The masonry arch*, Ellis Horwood series in engineering science, John Wiley and Sons, Chirchester, 1982.
- ix R. P. Feynman, *Op. cit.*, pp. 52-53.
- x “Giocando agli scacchi si ottengono situazioni logiche continuamente difformi: quel gioco è, in misura tipica, una perenne deformazione logica. L'elemento deformatore ci sembra essere il solo pezzo attualmente mosso, nel mentre restante mosso dei pezzi appare il persistere attuale o provvisorio del sistema. È per altro persistere sui generis, un persistere che ridente della mossa eseguita e che reca in sé il medio di una mossa futura, un gramo e malescio persistere.” in Carlo Emilio Gadda, *Meditazione milanese*, a cura di G. Roscioni, Einaudi, Torino, 1974, pp. 11-12.
- xi Anche se non occupa un capitolo a parte, il Pantheon di Roma rappresenta l'inizio della storia, costituendo per secoli la traduzione perfetta del concetto di stabilità. Si veda la trattazione dell'argomento al paragrafo 2.1. *La questione della conoscenza degli antichi*.
- xii Ermenegildo Pini, *Dell'architettura. Dialoghi*, Milano, 1770, riportato in Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Tra differenza e innovazione: la meccanica in architettura*, in *Storia dell'architettura italiana, Il Settecento*, a cura di Giovanna Curcio, Elisabeth Kieven, Electa, Milano, 2000, pp.70-91.
- xiii La costruzione di Santa Sofia rappresenta il capitolo iniziale con cui si apre il *Libro degli errori, Parte prima* di questa tesi, rappresentando lo scontro tra l'applicazione delle antiche regole geometriche (che nella geometria platonica più che nella pratica dimensionale avevano il loro riferimento) e l'empirismo dell'osservazione che ne ha garantito il consolidamento, risolvendone il problema della spinta. L'argomento viene trattato nel capitolo 3. *Santa Sofia, i due matematici e l'evoluzione a partire dall'errore* della presente tesi di dottorato, si rimanda quindi a quello per la bibliografia.

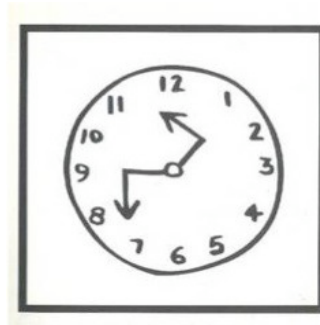
- xiv Specularmente, Santa Maria del Fiore apre la seconda parte della ricerca, collocandosi tra gli esempi di costruzioni prima (con la creazione del Brunelleschi) e di dibattiti poi (Vincenzo Viviani è il primo a tentare una quantificazione del metodo empirico costituito dalla cerchiatura della cupola) che vedono alla propria base un metodo induttivo, e quindi provocatoriamente “paranoico”, nel senso richiamato da Henry Petroski nel suo libro, *Gli errori degli ingegneri. Paradigmi di progettazione*, Edizioni Pendragon, Bologna, 2005. L'argomento viene trattato nel capitolo 5. *Brunelleschi architetto “paranoico”* della presente tesi di dottorato, si rimanda quindi a quello per la bibliografia.
- xv Si veda il paragrafo 5.2. *Viviani, le columnae scissae e la lezione Galileiana*, della presente tesi.
- xvi Alexandre Koyré, *Dal mondo del pressappoco all'universo della precisione*, Einaudi, Torino, 1967. Per ritrovare le ragioni della correlazione tra questo scritto e la più generale questione di Arte e Scienza del costruire devo ringraziare la lettura, in anteprima, del libro di prossima pubblicazione del Prof. Ivo Iori sull'argomento, che della questione si occupa approfonditamente e da cui discendono molte delle osservazioni di questa tesi. Sperando di non averne tradito lo spirito.
- xvii È per la vittoria del metodo deduttivo su quello induttivo che il caso di San Pietro, di cui viene considerato il dibattito Settecentesco, viene collocato nella prima parte della tesi. L'argomento nello specifico viene trattato nel capitolo 4. *Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale* della presente tesi.





## PARTE PRIMA

### IL LIBRO DEGLI ERRORI



“Non siamo mai in grado di definire un problema di progettazione, se non facendo riferimento agli errori che abbiamo osservato in soluzioni applicate in precedenza a problemi passati. Se anche cerchiamo di progettare qualcosa per uno scopo completamente nuovo che non sia mai stato concepito in precedenza, il miglior modo per discutere il problema è anticipare le modalità in cui potrebbero verificarsi degli errori, passando in rassegna mentalmente tutti i modi in cui altre strutture si sono rivelate inadeguate in passato”

*Ch. Alexander, Notes on the Synthesis of Form, 1964.*



2. Dall'antica harmonia mundi al sublime calcolo delle differenze.

Accade spesso che l'architettura nasconda simboli e proporzioni, usando la matematica per unire sacralità e filosofia. A pensarci bene, potrebbe avere a che fare con la perfezione, o forse con quel concetto di esattezza che Calvino intendeva spiegare in una delle sue "inesistenti" lezioni americane, cominciando da una piuma di nome Maat, leggera abbastanza da servire come contrappeso per le anime. Gli antichi Egizi usavano il suo geroglifico per indicare insieme l'unità di lunghezza del mattone unitario (33 centimetri) e il tema fondamentale del flauto. Come se misura e musica fossero un po' la stessa cosa.

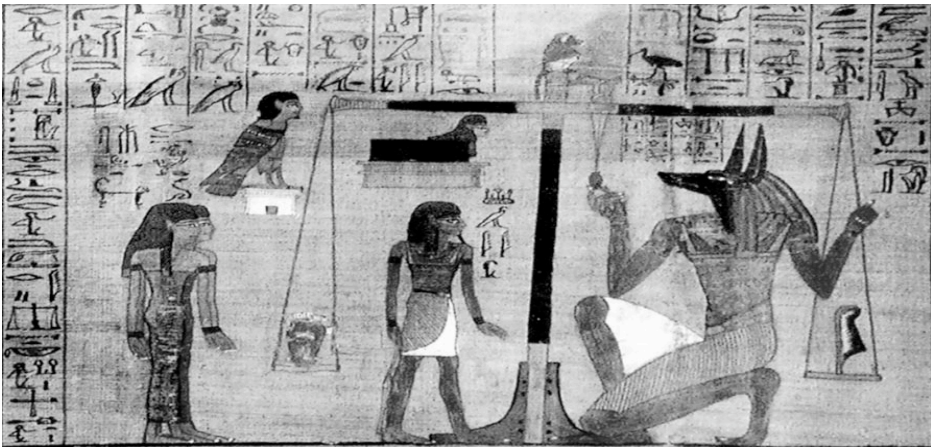


Figura 2.1. La regina Maat pesa le anime

Lo doveva aver pensato anche Filolao, mentre cercava nelle terne pitagoriche il suo tetracordo, trasposizione in musica dell'ordine perfetto. Era stato Pitagora, il suo maestro, a scoprire che le armonie musicali nascono da rapporti tra numeri interi, e che le consonanze possono essere riunite in rapporti di frequenza, attraverso una proporzione matematica. *Arithmos* significa insieme numero e modulare, ritmare e accordare, e così finisce che l'architettura somigli ad una ricerca dell'ordine, che a volte sembra coincidere con quella della pietra filosofale. Un po' come la sezione aurea, che

trasforma in oro tutto ciò che tocca.

Calvino parte dal peso di una piuma per esprimere la sua esattezza, che è prima di tutto un disegno dell'opera finita e ben calcolata, oltre che evocazione di immagini nitide e ideali. Poi, quasi a rimarcare la supremazia dell'ordine e della misura su ciò che non ha confine, reclama quel legame indissolubile e spesso implicito tra modello e scelte formali della composizione - poco importa che sia letteraria o architettonica - trovando nella geometria l'opposizione di ordine e disordine su cui si fonda la scienza contemporanea.

A ben guardare, sembra che la costruzione sia stata sempre nient'altro che questo: tentare di dare un ordine alle cose, letterario o architettonico, un *logos*. Come se organizzare lo spazio costituisse un'invettiva architettonica contro l'infinito: quel concetto che, secondo Borges<sup>1</sup>, corrompe tutto il resto.

Articolare lo spazio servendosi di un numero è un buon modo per arginare l'infinito, ancora di più se si fa attraverso una regola matematica. Comunque sia, il richiamo è sempre ad un Dio architetto, che *"ha creato tutto secondo numero, peso e misura"*.

Quasi che solo attraverso la geometria e la bella misura, l'architettura possa ritrovare la virtuosa capacità di concretizzare nello spazio il vero necessario e universale, accade che specchi di forme pure e musica si mescolino spesso cercando di far risuonare le armonie della bellezza, in quel concetto tutto classico di *harmonia mundi* attraverso cui la Meccanica Arte dell'Architettura si eleva al livello delle Arti Liberali, dopo aver unito l'umano microcosmo al macrocosmo divino. I geometri della Repubblica di Platone *"si valgono di figure visibili e ragionano su di loro, non pensando ad esse ma a quelle di cui sono l'immagine ... quasi ombre specchiate sull'acqua, tutte le usano come rappresentazioni, cercando di vedere attraverso di esse i loro originali che sono visibili solo con l'intelletto"*. E le ombre specchiate servono da modelli per gli architetti, che nella realtà rappresentano le idee attraverso la perfezione della costruzione.

Dal numero deriva una geometria, e dunque un'idea, ed è affascinante pensare che poi proprio attraverso il numero e la sua più precisa elaborazione (il calcolo differenziale) si

sia cercato di ottenere l'evoluzione della costruzione, trasformando l'idea geometrica fondante.

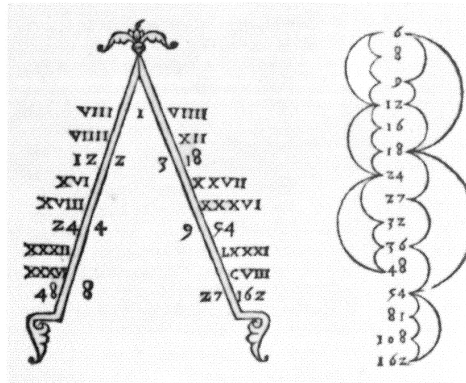


Figura 2.2. La terna pitagorica. Francesco di Giorgio Martini.<sup>ii</sup>

La geometria che potevano applicare gli antichi non era certo in grado di elaborare il calcolo; quello che poteva fare era anticipare, sul piano geometrico prima che matematico, una perfezione filosofica solo intuita. Paul Valery, in uno dei suoi scritti su Leonardo, dice che “*se tutto fosse irregolare, o tutto regolare, non ci sarebbe pensiero, in quanto il pensiero non è che il tentativo di passare dal disordine all'ordine, e pertanto servono esempi di quello e modelli di quest'ò*”. L'evoluzione della scienza, e prima ancora della pratica costruttiva, può allora vedersi anche come il tentativo di dare ordine al disordine, e in quest'ottica il calcolo, che sia di massima o infinitesimale, sviluppo della primordiale geometria dimensionale, rappresenta l'argine all'infinito invocato da Borges a sopravvivenza dell'architettura.

Negli “esempi” e nei “modelli” citati da Valery, si trovano i due strumenti fondamentali per lo sviluppo della scienza. Il libro degli errori racchiude gli uni e gli altri, e l'osservazione di crolli e ricostruzioni è il modo più diretto per modificare gli strumenti cognitivi, passando da qualcosa che funziona senza conoscerne il motivo, ad una realtà controllabile proprio perché se ne conoscono le cause.

Alexandre Koyré<sup>iii</sup> osserva la tecnica medievale, prima ancora della scienza, e nelle evoluzioni della *technè* rintraccia la prova di come sia possibile uno sviluppo dell'una senza che necessariamente sia già presente l'altra. Quando racconta la saggezza degli antichi, lo fa riferendosi ad un “pensiero tecnico del senso comune” che “non dipende dal pensiero scientifico” in senso stretto, ma che da questo “può [...] assorbire gli elementi, incorporandoli”. Il senso comune (e la *technè* ad esso associata) “può svilupparsi, inventare, adattare scoperte antiche a nuovi bisogni e anche fare nuove scoperte”, ma il suo stimolo non è la prefigurazione dell'idea, la ricerca delle cause, o l'intuizione della soluzione; semplicemente procede e si sviluppa perché “guidato e stimolato dall'esperienza e dall'azione, dai successi e dai fallimenti”, insomma da un grande libro degli errori.

Osservando gli errori passati, e a volte anche le loro soluzioni, il senso comune riesce a “trasformare le regole della *technè*; [sviluppando] gli arnesi e le macchine” e “serv[endosi] dall'abilità di coloro che li impiegano, [riesce a] creare opere la cui perfezione (per non parlare della bellezza) supera grandemente i prodotti della tecnica scientifica”. Koyré conclude con una postilla, “soprattutto quando questa [la tecnica scientifica] è ai suoi inizi?”, perché la chiave è tutta qui: comprendere quando sia collocabile un inizio, e quando quindi il senso comune abbia acquisito la dignità, prima di tecnica scientifica, e poi di scienza.

Sarebbe sorprendente alla fine scoprire come alla base della scienza, parlando di quella particolare detta “del costruire”, stia sempre l'osservazione dell'errore, ovvero l'empirismo e il “senso statico”, e più in generale il procedimento deduttivo, anche dopo la cosiddetta rivoluzione scientifica, e come le consolidate regole sulla stabilità si rivelino spesso le più adatte per comprendere il comportamento di strutture antiche, a volte non riconducibile al sublime calcolo differenziale.

Tutto si fa più interessante se si restringe il ragionamento a quelle particolari conoscenze e previsioni, che nel tempo si sono modificate e sviluppate, sugli archi e sulle cupole in muratura. Qui più che per ogni altra struttura, si può dire che il sapere degli antichi costruttori si sia modificato ed arricchito per passi successivi, attraverso progressive conquiste, ottenute proprio con il crollo e la sua osservazione, più che

attraverso astratte previsioni.

Gli archi sono l'elemento base della costruzione in muratura. Inventati forse 6000 anni fa in Mesopotamia, da allora sono stati declinati in molte forme. *“Tutti gli aspetti dell'architettura derivano dalla volta”* dice Auguste Choisy<sup>iv</sup>, e in effetti l'evoluzione dei diversi stili architettonici può anche essere vista come la storia delle diverse soluzioni che sono state date alla costruzione delle volte e degli archi.

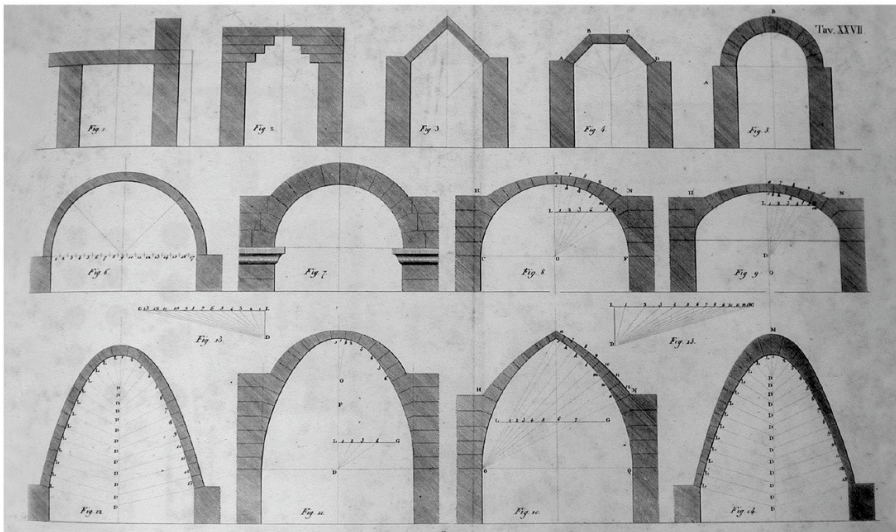


Figura 2.3. Evoluzione tecnologica nelle strutture ad arco, J.B. Rondelet

Il problema principale degli architetti in fondo è rimasto lo stesso per secoli: un arco spinge e le pietre, che cadrebbero per forza di gravità, producono forze inclinate che vengono trasmesse dalla chiave giù, fino alle spalle. Le forze devono essere inclinate per garantire il necessario equilibrio verticale al peso ma questo produce contemporanee componenti orizzontali; se i carichi verticali poi crescono dalla chiave alle spalle, la forza orizzontale rimane costante e a questa devono resistere i piedritti, alle spalle dell'arco. Da sempre quindi il disegno strutturale dell'arco ha posto due problemi principali: disegnarlo in modo che inglobasse le curve di discesa dei carichi (e quindi si reggesse in piedi), e costruire contrafforti, o piedritti, larghi abbastanza da

sostenerne la spinta.

In accordo con Choisy, la soluzione che i Romani danno a questo problema, è molto diversa da quella Gotica o Barocca, ma la questione rimane sempre la stessa: trovare uno stato di equilibrio che garantisca la stabilità dell'arco - e quindi della cupola (che ne è la diretta evoluzione), per millenni. Il più delle volte la soluzione è stata la sua geometria, e, cosa più sorprendente, è proprio al problema geometrico che dopo secoli si è ritornati visto che (come si vedrà definitivamente alla fine della trattazione) essendo quello delle strutture antiche essenzialmente di equilibrio statico, può essere risolto correttamente con il metodo proporzionale (a meno del sisma, ma questa è un'altra storia).

Partendo dalle primitive disposizioni dei letti di posa delle tombe etrusche, che a loro volta trovavano esempio nel passato,<sup>vi</sup> passando per il Pantheon romano, fino alla più oscura soluzione gotica, il problema si è riproposto sempre nello stesso modo e capire come sia passato da una mera scelta costruttiva, di disposizione dei corsi sovrapposti, al sublime calcolo delle differenze è un modo per comprenderne il funzionamento e per tentare di interpretarne i meccanismi, magari recuperando dai saperi antichi quelle regole che possono ancora dare indicazioni circa le operazioni di consolidamento. La questione quindi è preparare il terreno ai grandi dibattiti, ai crolli e alle ricostruzioni, o alle semplici costruzioni, che in questa tesi si sono esaminate, considerando prima di tutto le teorie che li hanno preceduti. Trattandosi di “*sensu [statico] comune*” e non di vera scienza, spesso si riesce a leggerlo direttamente nelle sue applicazioni, e quindi nella realtà costruita, più che in veri e propri trattati. Che i maestri del passato dovessero avere una teoria, magari non scientifica, è però il punto di partenza della trattazione, e la prova si trova nella semplice esistenza di grandiose fabbriche cupolate del passato, come il Pantheon o Santa Sofia. Ma questo fa parte della storia che andremo a raccontare.



2.1. La questione della conoscenza degli antichi. *Ars vs Scientia*.

L'idea che dal passato, anche da quello più oscuro, derivino saperi inaspettati, è affascinante, ma è difficile capire da che cosa nasca esattamente una teoria, soprattutto quando le fonti per comprendere questa stessa teoria sono confuse e non sistematizzate. Per alcuni studiosi, proprio in questo sapere antico, si possono rintracciare le “sorgenti per la scienza nuova” di Galileo, nelle quattro fonti, più o meno miracolose, individuabili nella scienza greca, in quella medievale, e poi nell'artigianato medievale, e nel Rinascimento. Prima di diventare “scienza nuova” era “sapere sacerdotale”<sup>vii</sup> ed è difficile dire quando sia avvenuto il passaggio dall'uno all'altra.

Esaminando la trattatistica antica, Erwin Panofsky dice che tra gli scritti di Villard de Honnecourt, e quelli di Leon Battista Alberti, ha rintracciato la stessa differenza che c'è “tra una raccolta di ricette farmaceutiche e un'opera di biochimica”<sup>viii</sup>. I primi, che non sono scritti scientifici, si limitano a descrivere modi di lavorare e disegnare, dando istruzioni come fossero un ricettario; le raccolte di regole, ricette e precetti, non considerano la “teoria”, quando con questa si intenda un tentativo di trovare non più soluzioni particolari a problemi particolari, ma principi generali fondati su fatti scientificamente verificabili. La differenza è nell'approccio, perché “un trattato medievale di architettura mostra solo quali cose possono essere fatte e come devono essere fatte”, e non tenta nemmeno di spiegare *perché*, in quel modo preciso, trovino la loro soluzione. Fornisce quindi una lunga lista di progetti, costruzioni, dettagli strutturali e ornamentali, che a loro volta derivano da un ricettario superiore: i monumenti esistenti. Ciò che non fornisce sono i concetti generali sulla base dei quali si possano poi affrontare problemi simili, ma diversi.

C'è un modo giusto di collocare le pietre, un metodo geometrico che serve alla costruzione, un altro che garantisce la corretta costruzione di poligoni regolari, un altro ancora per eseguire correttamente le proiezioni; non c'è, invece, una *teoria*

*dell'architettura.*

Se si oltrepassa quella linea di demarcazione tracciata da Panofsky, si trova Leon Battista Alberti, che rivisita e amplia i precetti di Vitruvio, ricavandone principi di carattere generale su cui costruire una teoria. Finalità pratica, convenienza, ordine, simmetria, apparenza ottica trovano dignità di categorie generali che solo se considerate tutte insieme concorrono a formare il sistema coerente alla base del nuovo sapere dell'architetto. Il riferimento naturalmente è sempre all'esistente, alle costruzioni del passato, e il ragionamento è chiaramente deduttivo; non c'è ancora la proiezione astratta dell'idea progettuale: il trattatista può, e vuole, trovare solo nel monumento antico e nel modo antico di costruire, le regole della progettazione, perché l'osservazione della realtà è l'unico strumento di cui dispone.

Prima di Alberti, c'è la geometria e una mescolanza di segni tra regola costruttiva e precetto religioso, tutti raccolti nel taccuino di Villard de Honnecourt, che, datato 1235, è un libro di schizzi per professionisti.

Dalla pagina iniziale chiarisce subito che il rilievo, e quindi l'esempio e la copia delle costruzioni antiche e delle loro proporzioni, è lo strumento fondamentale della costruzione, e Villard apre il suo taccuino con una dichiarazione di metodo: imparare dagli antichi le regole applicate, per poterle replicare.

I ritratti allegorici si confondono con le facciate gotiche, i drappaggi con i metodi di controllo della verticalità dei muri; ma subito appare chiaro che il problema del disegno è centrale e che il progetto in muratura è essenzialmente un problema geometrico: è la forma a governare la statica della struttura, e nell'applicazione della geometria perfetta, il calcolo dello sforzo è del tutto secondario, se non superfluo.

Quello degli antichi è un modo di insegnare la costruzione, sospeso tra legge divina e regola pratica, che parte da lontano e che trova i primi disegni e i primi *verba* nei capitoli 40,41 e 42 di Ezechiele, come se almeno una parte del manuale delle costruzioni del 600 a.C. si potesse ritrovare nella Bibbia. Qui si trova un elenco interminabile di grandezze di porte e vestiboli, di celle e pilastri. “*Ho visto un uomo [...]*

che teneva una corda [e] la lunghezza dell'asta era sei cubiti, sapendo che la misura era di un cubito e un braccio<sup>219</sup>. Quello che l'uomo di Ezechiele tiene in mano è la “grande misura”, senza la quale il lavoro non avrebbe potuto procedere in un qualsiasi luogo antico. Questa particolare misura, di 6 cubiti di lunghezza, senza dubbio marcata con una suddivisione in palmi, veniva usata per stabilire le dimensioni delle stanze, e poi dei muri, e dei particolari, non essendo però una misura rigida, piuttosto simboleggiando la base della legge proporzionale.



Figura 2.1.1. Disegni dal taccuino di Villard de Honnecourt, 1285, folio 28.

Tutto questo è chiaro a Vitruvio, che cinque secoli dopo la Bibbia, nel primo dei suoi sei principali concetti, l'*ordinatio*, traduce la “grande misura” e definisce i moduli derivandoli dall'edificio. Nella preoccupazione per i numeri sembra poter trovare il cuore dei segreti dei mastri medievali. In fondo quello che riguarda Vitruvio riguarda Villard. Il suo taccuino era scritto per chi già conosceva i fondamentali del disegno Gotico, ed è quindi silenzioso su problemi di fondamentale interesse. Mentre le piante delle chiese disegnate sono moderne, e quindi comprensibili anche ad un osservatore attuale, quando ne disegna i prospetti, la mancanza di prospettiva li rende mastodontici.

Il problema è nascosto in un segreto massonico: non serviva essere precisi nella descrizione dei prospetti, né disegnare delle sezioni, dal momento che, fissata la pianta, ogni altra dimensione (comprese le altezze) derivava di conseguenza.

Il suo è un elenco di problemi pratici, sia di rilievo che di taglio delle pietre, come trovare il raggio di una colonna, o calcolare l'area di un quadrato evengono tutti ricordati nello schizzo con delle allegorie, più che con precise regole universali: sono segreti, e come tali dovevano essere trasmessi a ogni nuovo membro della loggia massonica poiché senza questi nessuno avrebbe saputo come lavorare.

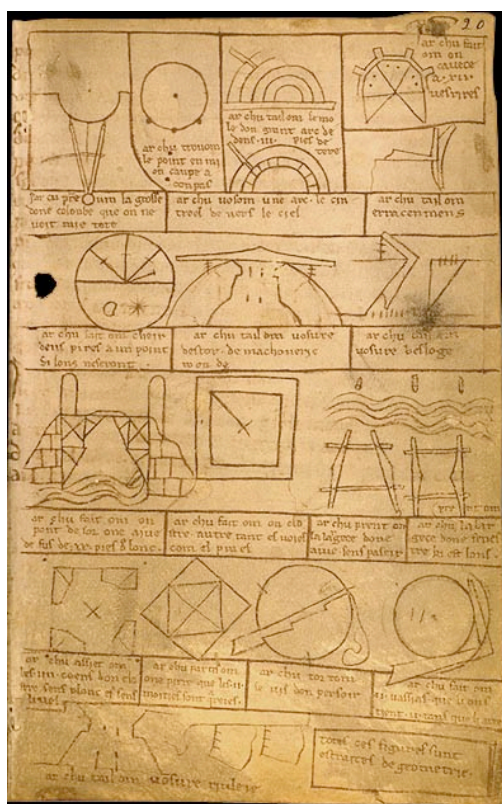


Figura 2.1.2. Disegni dal taccuino di Villard de Honnecourt, 1285, folio 39.

Il problema del numero, e della misurazione diventa preminente nella costruzione della Cattedrale di Milano, che può ritenersi un dibattito ante litteram, inaugurando la

questione del complicato rapporto tra arte e scienza. La costruzione era cominciata nel 1386, e due rapporti del 1392 e del 1400 ne riportano le difficoltà. Qui si ha il passaggio dalla costruzione alla maniera antica - che in una figura geometrica vedeva racchiuse le regole costruttive - ad una considerazione strutturale che scomponesse queste stesse regole, adattandosi alla stabilità.

Il progetto originale del Duomo di Milano era *ad quadratum* e, seguendo questo schema, l'altezza del colmo della volta doveva essere uguale alla larghezza globale della navata: partendo dalla definizione della pianta, come nei disegni di Villard, derivava automaticamente ogni altro elemento, quindi la sezione trasversale, che doveva potere essere iscritta in un quadrato. Nel 1391 la costruzione era arrivata fino all'innalzamento dei pilastri e a questo punto vengono avanzati alcuni dubbi sulle intenzioni originali di progetto; è qui che la loggia Milanese inaugura quella consuetudine comune a molte costruzioni successive aprendo un dibattito.

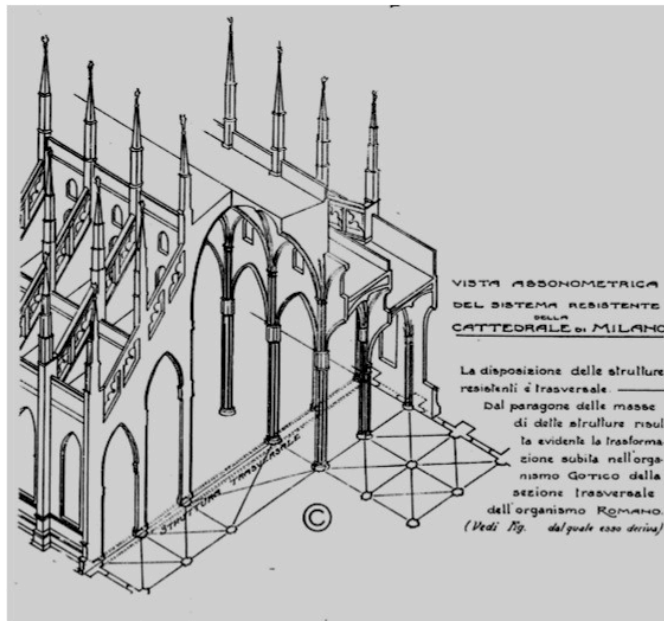


Figura 2.1.3. Schema della cattedrale di Milano

Il problema era determinare l'altezza globale della cattedrale, partendo dalla pianta, e dunque dal dato certo della larghezza interna netta, di 96 braccia. Il matematico interpellato, il piacentino Stornaloco, aveva proposto invece ai costruttori milanesi un'altezza di 84 braccia, traducendo l'impianto della costruzione dal quadrato originale alla configurazione *ad triangulum* (dove la sezione trasversale fosse tutta contenuta in un triangolo equilatero). Proprio per garantire questo passaggio serviva un matematico: un triangolo equilatero di base 96 braccia infatti ha un'altezza irrazionale, di 83,1 braccia, non commensurabile con la grandezza base, e il matematico da l'avvallo per arrotondarla a 84 braccia.

Alla base della costruzione c'era sempre la "grande misura" (che in questo caso era pari ad 8 braccia) ed eseguire un progetto *ad quadratum* significava garantire che la stessa grande misura di 8 braccia si mantenesse anche per l'altezza. La proposta di Stornaloco di arrotondare la misura a 84 braccia non eliminava il problema, che stava nella incommensurabilità tra pianta ed alzato, e la sua proposta viene discussa coinvolgendo Heinrich Parler di Ulm, che invece voleva che si tornasse alla forma quadrata, mentre un altro esperto, proponeva di abbassare l'altezza di altre 6 braccia: alla fine viene accettata la proposta di Stornaloco per l'altezza dei pilastri (28 braccia), decidendo così di modificare, la grande misura tra pianta ed elevazione.

Nel corso di questo primo dibattito, i pareri richiesti riguardavano l'*ordinatio* dell'edificio, che garantiva che le dimensioni del singolo componente fossero in rapporto con la misura di riferimento, e alla fine questa stessa regola fondamentale delle costruzioni antiche viene violata, utilizzando due diverse *ordinatio*: la prima, con riferimento ad 8 braccia, governava la struttura in orizzontale, mentre sulla seconda, di 6 braccia (anzi 7 per la parte bassa e 6 per la parte alta) si svolgevano tra gli elementi verticali. È un primo stravolgimento della geometria e dell'antica harmonia mundi.

Alla conclusione di questa prima questione poi, la costruzione procede speditamente fino al 1399, quando un'altra grande disputa richiede un'ulteriore parere. In questa occasione arrivano a Milano, Giovanni Mignot da Parigi e Giacomo Cova da Bruges.

Mignot, anticipando le analisi moderne, compila una lista di 54 punti nei quali trovava il lavoro difettoso: i contrafforti erano insufficienti, le canopie erano poste troppo in alto rispetto alle figure, basi e i capitelli dei pilastri non erano nelle giuste proporzioni. Comincia allora il secondo dibattito, quello tra esperienza e scienza, in cui gli esperti italiani difendono il proprio lavoro, ed alcune argomentazioni usate, servono a chiarire la questione, soprattutto sulla conoscenza di archi e cupole. In riferimento alle critiche che Mignot fa alla costruzione circa la carenza di contrafforti, gli esperti infatti fanno una dichiarazione che sottende una conoscenza del meccanismo del sistema arco, quando affermano che *gli archi spiguti non dant impulsa contrafortibus*. Poco importa che aggiungano poco dopo che il fatto che i contrafforti fossero stati costruiti di pietra resistente, collegati con staffe di ferro, e ben fondati, li aveva resi abbastanza resistenti; quello che è interessante sottolineare è che gli archi non necessitavano di contrafforti in virtù della propria forma. Gli strumenti di cui disponevano all'epoca del dibattito gli esperti e gli scienziati interpellati, erano sufficienti ad affermare che un arco a tutto sesto (che nel linguaggio medievale è detto *arco circolare* e che diventerà poi *arco intiero* in Alberti) spingeva di più di uno acuto; ancora più interessante è sottolineare è che questi stessi strumenti dovevano essere quelli sperimentali della costruzione, che il matematico e teorico Mignot non possedeva.

Forse proprio per questo gli esperti di Milano contestano le sue teorie, protestando che *scientia est unum et ars est aliud*. Per la prima volta chiaramente si contrappongono Arte e Scienza, che nell'accezione Trecentesca sono da intendersi come *pratica versus teoria*; Mignot, rappresentante della scienza, replica allora che "*Ars sine Scientia nihil est*" - dove *Ars* non è da intendersi come categoria estetica, ma come pratica costruttiva - e questa affermazione basta ad aprire una nuova prospettiva per l'architettura. Al termine di questo primo dibattito ante-litteram, l'*Ars* sembra avere la meglio, e comunque si può rintracciare qui l'inizio della famosa metafora dei due sentieri di Benvenuto, che proprio nella divisione tra *ars* e *scientia* fa risuonare gli echi di Vitruvio. Già nel suo primo capitolo infatti, Vitruvio parlava della differenza tra *fabrica* e *ratio*, *cinatio*,

sottolineando come entrambi fossero necessari per l'architetto e quindi comprendendo pratica e teoria nella sua idea di architettura. I segreti delle logge erano ancora intatti, e conservati gelosamente nel volume di Roriczer<sup>x</sup>, dove si istruisce il giovane apprendista costruttore al semplice esercizio di suddivisione irrazionale del modulo, della grande misura. Ma nel frattempo qualcosa era cambiato perché gli "uomini di scienza" - forse gli stessi nati dal dibattito milanese - avevano appreso dagli Arabi il sistema decimale ed il numero irrazionale (ne sono testimonianza le loro "folli geometrie") non costituiva più un ostacolo alla costruzione, o alla comprensione

Tutti gli scritti medievali rimasti sono legati alla geometria, e gli architetti che lavoravano su queste regole dovevano avere una comprensione intuitiva delle forze e degli sforzi risultanti, anche se questa intuizione da sola non avrebbe portato ad un progetto. Di queste conoscenze non c'è traccia nei documenti, mentre sembra di poter dire che il processo progettuale abbia proceduto per errori e tentativi, ricordando le passate esperienze.



2.2. Il Pantheon di Roma e la forma della stabilità.

La cupola del Pantheon romano è la dimostrazione certa di una conoscenza, sicuramente non esplicita, ma altrettanto sicuramente esistente, dei costruttori antichi in fatto di cupole, e forse più in generale anche in fatto di costruzioni. Non si può quindi raccontare una storia delle cupole, che ne affronti lo studio strutturale, senza considerare quella che, di tutte le successive, costituisce l'archetipo. Ancora di più, non si può trascurarla se lo scopo della ricerca sia tentare la ricostruzione dell'evoluzione delle teorie sottese a questo particolare tipo di costruzione. Il dibattito secolare che ha coinvolto le cupole in muratura, e contemporaneamente gli archi che le compongono, ha da sempre riguardato la questione della loro stabilità (e quindi della spinta che queste esercitano sui loro appoggi) cercando di trovare le esatte relazioni che questa ha con la forma (non solo della cupola stessa ma anche delle strutture sottostanti).

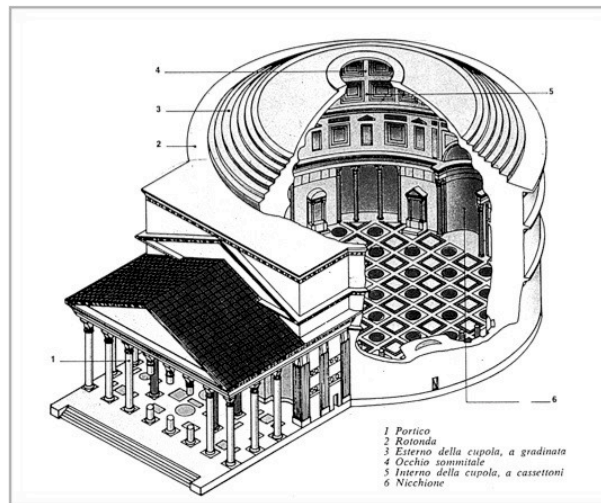


Fig. 2.2.1. Spaccato assonometrico della struttura di Adriano.<sup>21</sup>

Paradossalmente, proprio nel Pantheon, si realizza quella perfetta sintesi di forma e

struttura che risolve l'errore prima ancora che questo venga posto, insomma prima che il dibattito abbia inizio. Capire come sia avvenuto, è il punto di partenza per il racconto di tutte le cupole a venire.

Il Pantheon degli imperatori, Agrippa prima e Adriano poi, è la congiunzione di concetti primordiali e ancestrali come “sfera”, “universo celeste” e “stabilità”. Sembra che quest'ultima sia scontata, data l'intima connessione tra sfera celeste e forme elementari (per questo perfette): in realtà solo il livello molto elevato della costruzione dei costruttori romani, la tecnica usata e i materiali, insieme alla disponibilità di risorse, hanno potuto garantire un risultato perfetto, senza lasciare nemmeno prefigurare l'errore o la sua discussione, nonostante l'evidente quadro fessurativo che affligge anche il Pantheon (che comunque fa sembrare le fessure più simili a rughe di vecchiaia che ad inevitabili risultati di un errore).

Nel caso di questa ricerca poi il riferimento è più o meno implicito per tutte le cupole seguenti. Santa Sofia ne vuole ricalcare, e ci riesce innalzandola, la sfera celeste; Brunelleschi ne riprende le nervature nelle direzioni di meridiani e paralleli (e quindi il *cassettonato*), anche se li nasconde, e tenta di rendere la sua cupola “di rotazione”, pur partendo da una base poligonale (utilizzando una spinapesce elicoidale) e infine il Panthéon di Parigi ne riprende il frontone. Tra quelle citate, solo San Pietro deve poco alla prima grande cupola, e la ragione forse sta proprio nel suo progettista, che non era un architetto.

L'imperatore Adriano invece era un grande architetto, con una predilezione per le cupole, e questo appare chiaro quando al primitivo tempio fatto costruire da Agrippa, sostituisce una grande aula coperta dalla più grande cupola in muratura mai costruita prima. Il cantiere del Pantheon comincia nel 118 (o forse nel 119) d.C., quando dietro al pronao tradizionale dell'aula originale, l'Imperatore decide di fare erigere una cella circolare coperta da un'enorme cupola emisferica, stravolgendo quindi l'immagine architettonica del tempio tradizionale.

Per la sua grande costruzione, Adriano utilizza l'*opus caementicium* (simile del tutto al

moderno calcestruzzo) che consisteva nella disposizione di strati alternati e sovrapposti di materiali inerti e malta pozzolanica, derivando direttamente dall'antico modo di costruire con la terra costipata, materiali poveri e di facile reperimento che, mescolati insieme, hanno prodotto un conglomerato così resistente da rimanere insuperato per secoli. Grazie alle diverse casseforme utilizzate, il conglomerato poteva assumere qualunque forma si fosse predisposta; ed è quindi una ragione funzionale, di convenienza costruttiva prima di tutto, che vede la diffusione di volte e cupole a partire dal I sec. a.C., quando la produzione di pozzolana poteva garantire malte ad alta resistenza.

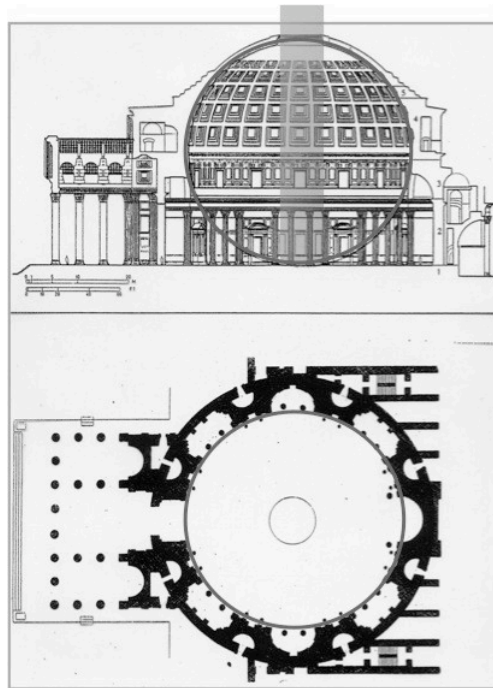


Fig. 2.2.2. La costruzione del Pantheon trova nel numero la sua perfezione. Il diametro esterno (che comprende la muratura) misura 200 piedi, quello interno 150 e al suo interno si inserisce una sfera perfetta:<sup>xiii</sup>

Quando Adriano la utilizza per creare la sua grande cupola, la tecnica dell'*opus caementicium* era al massimo grado di perfezione, ed era quindi matura per essere

sperimentata in ogni sorta di virtuosismo; esattamente quello che i costruttori romani fanno nella perfetta sfera del Pantheon, in cui l'*opus caementicium* é associato a raffinate nervature in laterizio.

L'*opus caementicium* permetteva di tradurre la cupola in semplice oggetto del muro verticale sottostante, sua ideale continuazione che si sporgeva progressivamente verso lo spazio da coprire, assumendo la configurazione di una calotta monolitica appoggiata ad un piano d'imposta. La cupola del Pantheon poteva sfruttare dal punto di vista statico, quella moderna *teoria membranale* che vede la collaborazione tra i meridiani e gli anelli orizzontali del conglomerato. Quasi a rimarcare questa funzione cerchiante degli anelli, Adriano sfrutta fino in fondo le capacità della sua tecnica perfetta, lasciando un anello a concludere la calotta, permettendo al cielo di entrare per formare un cilindro di luce.

Prima del Pantheon, altre cupole erano già state elevate in *opus caementicium*, alcune delle quali avevano raggiunto grandi dimensioni<sup>xiii</sup>, ma la grande cavità vuota che ha trasformato il cerchio di base in una sfera, innalzandosi per un'altezza pari al suo diametro, di 43,5 metri, era un esempio assoluto.

Per costruire la prima grande struttura a cupola della storia è stata utilizzata una disposizione di strati orizzontali che non faceva distinzione tra muro verticale e calotta e che, come gli esempi precedenti, non aveva bisogno di armatura per essere sostenuta, nemmeno in fase di costruzione. Come anche nell'intuizione Brunelleschiana, ogni anello della cupola poggia direttamente sul precedente, che una volta consolidato costituisce una struttura continua con gli strati sottostanti, rendendo possibile quindi il procedere della costruzione per anelli successivi.

La stabilità, e l'equilibrio (che qui sono la stessa cosa) sono assicurati dalla forma della sezione, più spessa all'imposta (la dove le spinte sono maggiori) e più sottile avvicinandosi all'oculo centrale (e quindi alla chiave). La centina veniva usata invece, in fase di costruzione, come cassaforma per dare alla superficie di intradosso un'articolazione a cassettoni che contribuisce alla rigidità della forma stessa.

La forma esterna era considerata di importanza minore, spesso addirittura destinata a scomparire coperta dagli edifici circostanti; quello che importava era l'interno, lo spazio degli uomini, e a questo scopo la forma dell'intradosso era rigorosamente determinata, forte dei suoi valori simbolici: l'emisfera perfetta del Pantheon doveva richiamare la volta celeste e di questa doveva avere la stabilità.

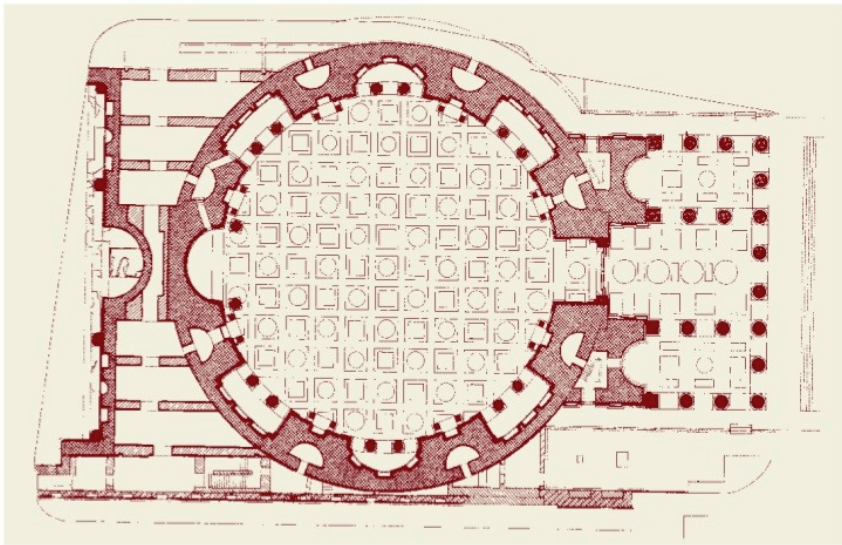


Fig. 2.2.3. Planimetria del Pantheon tratta dal lavoro di De Fine Licht "the Rotunda in Rome"<sup>234</sup>.

In un progetto geometrico perfetto, anche la pianta è interessante perché, oltre che ricalcare una regola proporzionale, si rivela anticipazione (non si riesce a stabilire quanto derivante da un'intuizione "meccanica" ma sicuramente originata da una precisa organizzazione e conoscenza geometrica) della moderna "lamiera grecata", contribuendo alla sua stabilità e resistenza (intesa qui come capacità del tamburo su questa impostato di resistere alla spinta della cupola).

In fondo, i fattori numerici che derivano dalla sezione aurea – che è la regola fondamentale della geometria antica - sono principalmente due: il  $\phi$  (pari a 1,618) e il suo inverso ( $1/\phi = 0,618$ ). Quello che viene applicato nella pianta del Pantheon, a

ricalcare schemi già visti, è il triangolo diofantino<sup>xv</sup>, che è una variazione sul tema, configurandosi come la radice quadrata di quello stesso  $\phi$  aureo, e che rappresenta la proporzione tra i due diametri, interno ed esterno, della pianta.

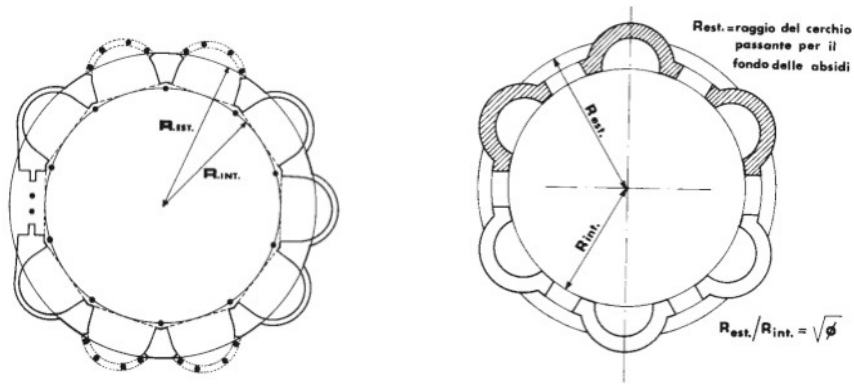


Fig. 2.2.4. Altre due planimetri di edifici romani che ripropongono il triangolo diofantino. A sinistra è riportato lo schema della pianta del tempio di Minerva Medica, mentre a destra quello di un ninfeo polilobato ritrovato nelle terme di Costantino, Porta San Sebastiano al km 3,5 della Via Appia<sup>vi</sup>

Quello che è più interessante sottolineare in questa strutturazione della planimetria è sicuramente l'utilizzo da parte dei costruttori di precisi rapporti geometrici che derivavano da una conoscenza profonda dello strumento che, una volta calcolate aree, volumi e baricentri (trattandosi soprattutto di strutture che dovevano sopportare il solo peso proprio) rendeva immediato (e meccanicamente possibile) il passaggio al ragionamento in termini di forze (ancora in nuce) e quindi la deduzione dell'equilibrio. Rimane poi una grossa intuizione meccanica, questa sì, la maggiore resistenza data alla pianta attraverso quella modulazione “ondulata” delle masse all'interno di questo rapporto geometrico sacro, che lascerebbe intravedere l'ombra in questo disegno nozioni ancora certamente sconosciute (come il momento d'inerzia).

Il muro verticale del grande tempio viene quindi costruito in conglomerato cementizio ed inerti ed il passaggio dal muro a sacco perimetrale alla calotta sferica è graduale<sup>xvii</sup>

anche nell'utilizzo dei materiali, che passano dalle più pesanti scaglie di travertino, scelte per la parte inferiore della costruzione, ai più leggeri mattoni e tufi destinati ad alleggerire la parte alta.

Ad intervalli regolari, ricorsi di mattoni doppi, detti bipedali, concludono gli anelli sovrapposti e nello spessore della grande calotta, archi di scarico svolgono la funzione di condurre le spinte più sicuramente a terra, attraverso vie preferenziali.

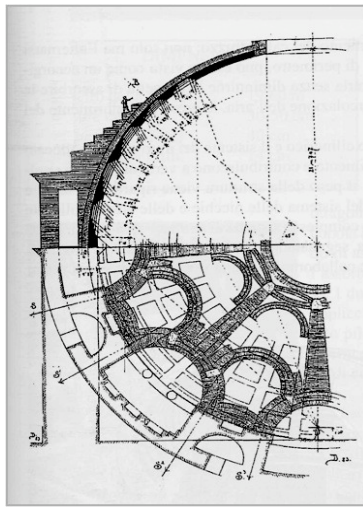
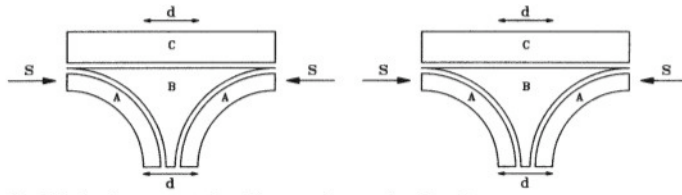


Fig. 2.2.5. Sezione e proiezione delle strutture interne alla cupola.

Sembra qui di poter concordare ancora con Michetti quando dice che “la successione di archi contigui lungo l'intero perimetro è un vero lirismo costruttivo”.<sup>xviii</sup> Inserendo questi archi nella muratura (e poi anche nella cupola a costituirne la nervatura, che poi sarà ripresa dal Brunelleschi) si può intuire l'effetto che questi hanno prodotto nel percorso di discesa dei carichi nelle murature, fino alla base, garantendone alla fine una maggiore solidità. Dice Michetti “Immaginiamo i due archi adiacenti A [riportati in figura] e la muratura di raccordo B interposta tra i medesimi. Dei carichi provenienti dalla cupola, il peso va a gravare per la maggior parte direttamente sugli archi e in misura ridotta sul bordo superiore della muratura B di

raccordo, lungo un tratto  $d$  corrispondente in primissima approssimazione alla distanza tra i fili interni delle imposte degli archi soprastanti ad essa.



Altra causa del suo comprimersi è il ruolo giocato nei confronti degli archi di contrasto alle reni e di opposizione alle deformazioni (degli archi) conseguenti all'entrata in carico. [...] Le spinte  $S$  in chiave agli archi [...] vanno ad interessare inevitabilmente le zone alte delle masse murarie retrostanti appartenenti alla muratura di raccordo B. in definitiva, le spinte in chiave, prima di arrivare al piede degli archi, migrano in parte nelle murature B di raccordo e viene così ad aversi in una fascia di muratura di altezza pari circa al cervello degli archi, una compressione anulare che assorbe le tensioni di trazione eventualmente presenti all'imposta della cupola.<sup>29xix</sup>

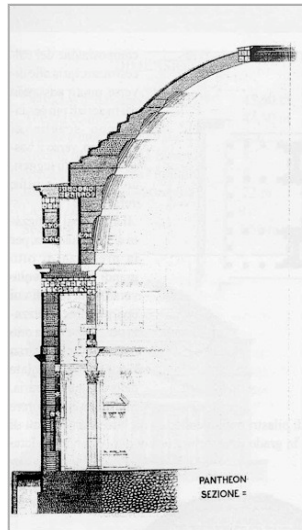


Fig. 2.2.6. Sezione della muratura del Pantheon, che ne evidenzia la composizione.<sup>xx</sup>

Impostata a circa 22 metri dal pavimento della grande aula, almeno nella sua prima



parte, la cupola sembra la continuazione del muro verticale sottostante, replicato anche nelle modalità costruttive, se non fosse per il fatto di appoggiarsi, in fase di costruzione, sulla centina che aveva l'unica funzione di impostare la calotta.<sup>xxi</sup>

In una prosecuzione ideale della tecnica costruttiva, solo alcune modifiche vengono apportate rispetto al muro verticale sottostante, ad aumentare la rigidità della struttura. Come la muratura perimetrale, anche la prima parte della cupola, nella sua superficie esterna, è rivestita in *semilateres*, e la superficie esterna dell'edificio, arretrata di tre metri, forma una sorta di tamburo alto circa due metri. Da questa quota in poi la costruzione procede a gradoni, riducendo il proprio diametro procedendo verso l'alto, approssimando sempre più la sagoma dell'intradosso, con una parallela riduzione dello spessore. Si può allora tentare, esaminando la struttura, una divisione in tre episodi successivi: la prima parte è una semplice continuazione del muro verticale sottostante, con alcuni accorgimenti strutturali atti ad aumentarne la rigidità; la parte costituita dal tamburo e dal primo gradone è sostanzialmente un anello pieno in muratura, senza archi di scarico, o vuoti; mentre la progressione di anelli successivi, vede un progressivo alleggerimento della struttura fino all'anello di chiusura finale<sup>xxii</sup>.

I gradoni all'estradosso procedono fino all'altezza corrispondente ad un angolo di 43°, ed è qui che la calotta si riduce al minimo spessore di un metro e mezzo assumendo quindi, anche all'estradosso, una configurazione sferica, fino all'oculo, dove una doppia fila di mattoni bipedali forma l'anello finale, alto 1/24 della luce a perpetuare una rigorosa geometria, che conclude la cupola.

Quello che si evidenzia è il comportamento della cupola come calotta in cui l'anello centrale è compreso ed è l'ultimo degli anelli orizzontali che costituiscono l'intera costruzione a partire dai muri perimetrali. Anche il Pantheon, naturalmente, in quanto cupola, presenta un quadro fessurativo: le fessure alle reni si devono essere formate subito dopo la costruzione, perché si hanno notizie di riparazioni alla struttura fino dall'antichità e sono visibili, anche se leggere, anche attualmente.

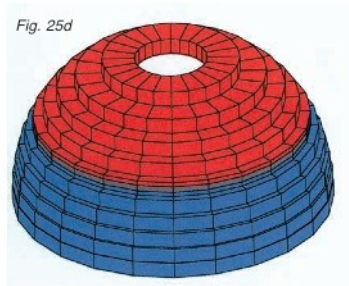


Fig. 2.2.7. Visualizzazione degli anelli di una generica calotta sferica con oculo centrale. Da una certa quota in poi (il parallelo neutro) gli anelli sono compressi mentre al di sotto sono tesi.<sup>xxiii</sup>

La calotta così fessurata ha quindi progressivamente modificato il proprio comportamento statico, passando da quello di una calotta monolitica a quello di un insieme di archi collegati dall'anello finale di chiusura.

È in questo comportamento, evidenziato dalle fessurazioni, che si rivela il procedimento empirico che ne ha guidato la costruzione, e la progettazione, che si doveva basare, come sempre nel caso delle strutture antiche, sull'esempio delle costruzioni precedenti.

Così come è successo ai costruttori che sono venuti dopo, che certamente avevano ben presente il Pantheon e le sue fessure, quando hanno deciso di replicarlo con alcune modifiche, come la collocazione di una teoria di finestre all'imposta, che asseconda la naturale tendenza della struttura cupolata a comportarsi come un insieme di archi più che come un corpo membranale perfetto. Almeno quando si consideri una struttura in muratura in cui il materiale non riesce a sopportare le trazioni che inevitabilmente si sviluppano alla sua base.

Il caso del Pantheon ha rappresentato per secoli uno straordinario esperimento in cui la forma coincideva con la statica, fornendo un esempio e un riferimento per le cupole successive, anche se fuorviante perché il materiale che lo costituisce, l'*opus caementicium*, permette, più di ogni altro tipo di muratura, di mascherare il tranello delle cupole: la loro spinta.

2.3. Prima che il dibattito abbia inizio. Breve storia degli archi e delle cupole prima di Galileo.

A ben vedere forse anche il Pantheon doveva aver trovato nella teoria delle proporzioni - anche se non ancora formulata - la sua principale giustificazione strutturale, che derivava dall'osservazione del comportamento degli edifici precedenti, certamente in scala minore. Quello che è certo, dopo il Pantheon, la teoria delle proporzioni ha rappresentato per molti secoli, a partire da Vitruvio, un approccio naturale alla costruzione.

“Mentre noi studiamo lo stato di sforzo a cui la struttura è sottoposta per effetto dei carichi che deve sopportare, e controlliamo che la resistenza del materiale sia sufficiente per evitare dissesti” - dice Antonino Giuffrè nella sua analisi della statica - “fino al XVII secolo si applicavano solo regole di proporzioni geometriche. Le proporzioni tra le singole parti della struttura, riscontrate idonee nella pratica costruttiva, costituivano un codice formale che veniva applicato indipendentemente dalle dimensioni. Si veda infatti nella figura [1] il raffronto tra due opere romane costruite a distanza di un secolo l'una dall'altra: il Pantheon ed il Mausoleo di Romolo. Entrambe hanno l'altezza massima uguale al diametro della cupola, quasi a voler contenere esattamente la sfera, e per entrambe lo spessore del muro è circa pari a 0,3 volte il raggio”.<sup>xxiv</sup>

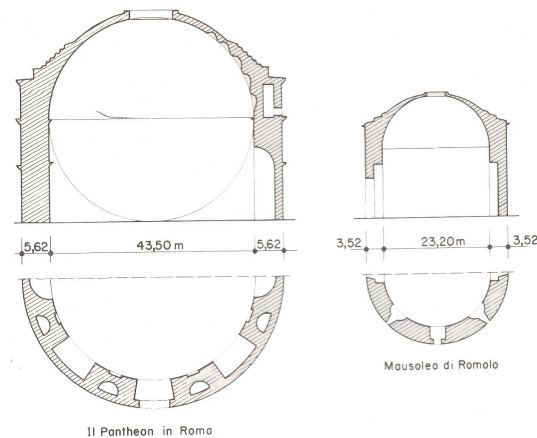


Fig. 2.3.1. La teoria proporzionale nella semplificazione di Giuffrè. Il Pantheon di Roma e il tempio di Romolo hanno lo stesso rapporto tra raggio e spessore del muro.

La risposta alla spinta della cupola, e dell'arco, per i costruttori antichi, è nel disegno proporzionale, il più delle volte condensata in regole strutturali che legano strettamente lo spessore dell'arco alla sua luce, e quindi la larghezza dei piedritti. Non sono regole fisse, né generali, ma cambiano da un periodo all'altro e a volte persino da un trattatista al successivo.

Vitruvio aveva intuito, nel suo trattato, che la volta esercita un'azione spingente sui muri e sui pilastri che la sostengono, e negli edifici gotici la maggiore attenzione è rivolta al sistema arco rampante e volta nervata: questo fa supporre a Viollet le Duc che i costruttori medievali possedessero l'istinto di una teoria assai raffinata, avendo persino intuito l'approssimazione della forma dell'arco alla "curva delle pressioni".

C'è comunque una regola empirica che deriva proprio dal Medioevo, per la determinazione dello spessore dei piedritti (che sopravvive come la più sicura fino al 1760)<sup>xxxv</sup>: si deve dividere l'arco a tutto sesto o a sesto acuto in tre parti uguali, determinando i quattro punti A, B, C, D. Con centro nell'estremo D e disegnando un cerchio di raggio DC, il punto in cui questo cerchio incontri la verticale prolungata del raggio determina lo spessore del piedritto. Si vede subito che lo spessore del piedritto dell'arco a tutto sesto risulta maggiore di quello per l'arco a sesto acuto, a tradurre l'intuizione della spinta in rapporto proporzionale.

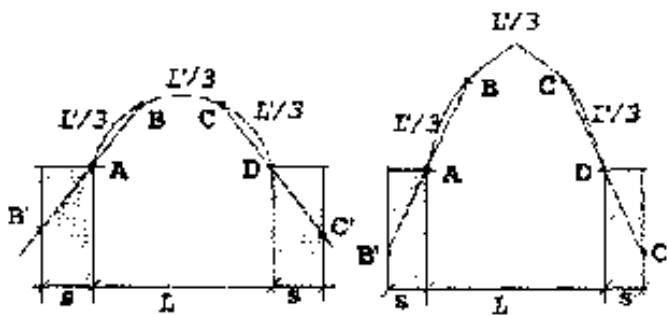


Fig. 2.3.2. La regola pratica medievale per determinare lo spessore dei piedritti.

Rondelet ne attribuirà la paternità al padre Déran, oltre che al Blondel, criticandone i

risultati, mentre il dimensionamento semplificato dei piedritti rimane senza giustificazioni in Belidor e Borra<sup>xxvi</sup>. Quello che è certo è il dimensionamento in chiave geometrica rimane, fino ai tempi recenti, il criterio più seguito dagli architetti, e numerosi trattatisti definiscono attraverso un linguaggio geometrico la figura delle volte e le proporzioni tra gli elementi, in modo che questi rispondano a precisi obiettivi estetici, o riferimenti simbolici.

Bisognerà aspettare Galileo per mettere in discussione il principio – prima inattaccabile – secondo cui strutture geometricamente simili hanno identiche proprietà statiche. Prima la discussione non c'era, e proprio basandosi su questo principio Alberti aveva asserito che l'arco semicircolare era assolutamente sicuro (*Rectum arcum omnium esse firmissimum*). In realtà, molto prima di Galileo, già Vitruvio nel suo ultimo libro aveva introdotto il concetto di “effetto scala”, nel suo racconto di un architetto di nome Callia, giunto a Rodi per tenere una lezione pubblica nella quale mostra il modello di una gru girevole, studiata appositamente per rimanere appoggiata alle mura della città e catturare ogni macchina di assedio nemica che osasse avvicinarsi. Nel racconto di Vitruvio, gli abitanti di Rodi ne rimangono talmente colpiti da offrire a Callia la somma annuale che gli anni passati era stata data a Diogneto per i suoi progetti – molto più tradizioni - di difesa della città. Poco tempo dopo la presentazione del suo modello, la città di Rodi viene attaccata dal nemico, che in quell'attacco impiega una macchina d'assedio gigantesca, *l'elepoli*, pesante più di 150 tonnellate, e Callia viene incaricato di costruire una versione reale del modello, per catturare l'elepoli e portarla all'interno delle mura di Rodi. Il visionario Callia allora sorprende tutti, dicendo che non è possibile.

Vitruvio quindi sembra anticipare Galileo quando spiega il motivo di tale risposta “*Infatti non tutte le opere si possono mettere in pratica basandosi sui medesimi principi poiché alcune opere, una volta rapportate in scala maggiore partendo da un modello di piccole dimensioni, funzionano in modo efficace; altre non possono essere rappresentate con dei modelli ma vengono costruite indipendentemente da questi; altre ancora, infine, sembrano funzionare nei modelli, ma*

*quando si inizia ad ingrandirne le dimensioni diventano inapplicabili, come si può osservare nel seguente caso. È possibile praticare un foro di 1 oncia 2,5 once o 4 once con un argano; tuttavia se volessimo allo stesso modo praticare un buco di 8 once di larghezza ciò sarebbe impossibile e uno che misuri 15 once in su sembrerebbe addirittura inconcepibile*.

La storia prosegue raccontando come gli abitanti di Rodi, che avevano insultato e umiliato Diogneto, quando la città è minacciata, lo implorano di aiutarli. Poco importa come fu che Diogneto, alla fine, risolverà l'assedio.<sup>xxvii</sup> Fatto sta che l'elepoli viene portata all'interno della città e messa nella piazza principale, come monito per il futuro. Secoli più tardi, Galileo parafraserà Vitruvio nelle parole del suo Sagredo, ricordando come non si possa costruire una macchina infinitamente grande: *“Non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perché molte invezioni di macchine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono”*.

Nonostante la sorprendente anticipazione di Vitruvio, ancora nel Cinquecento il Palladio, come sottolinea Di Pasquale, alla teoria delle proporzioni dichiara una fede assoluta. *“Onde potrà ciascuno facendo il Modulo maggiore, e minore secondo la qualità della fabrica, servirsi delle proportioni, e delle sacome disegnate a ciascun'ordine convenienti [...]”*. Sancisce così la posizione centrale dell'*ordine* nella costruzione, che proprio nella proporzione tra i suoi elementi trova la sua stabilità. L'idea cinquecentesca è che al modulo non vengano assegnate dimensioni precise, in modo che ogni costruttore possa replicare un progetto semplicemente rispettando le proporzioni tra le parti, che sono dedotte dall'ordine universale della natura prima ancora che dagli esempi passati. La garanzia del metodo è nell'esistenza secolare degli edifici antichi perché *“a ciascuno, che non sia del tutto privo di giudizio può essere molto manifesto quanto il modo che tenevano gli antichi nel fabricar fosse buono: quando che dopo tanto spacio di tempo, e dopo tante ruine, e mutationi di Imperij, ne siano rimasti in Italia, e fuori i vestigij di tanti lor superbi edificij, per li quali noi veniamo in certa cognitione della virtù, e della grandezza Romana, che altrimenti forse non sarebbe creduta”*.<sup>xxviii</sup>

La *teoria delle proporzioni*, sembra estendersi almeno fino al Vignola, anche se con una

diversa prospettiva. Vitruvio si rivolge ad un pubblico che conosce il tempio e la sua distinzione in dorico, ionico o corinzio, e quindi non ha bisogno di descrivere gli stili, semplicemente insegna come costruirli, occupandosi del calcolo delle dimensioni. La fabbrica, nella commensurabilità delle parti che la compongono, trova il suo principio fondante, e quindi il corpo umano, *homo bene figuratus*, ne costituisce il modello del tempio. La ragione della similitudine è essenzialmente pratica, di fornire un'immagine di riferimento per sancire un principio fondamentale della statica antica, e cioè che la proporzionalità tra le parti ne garantisce la riproducibilità, indipendentemente dalle misure reali. È ancora di questo che parla il Vignola nelle sue *"proportioni...in numeri semplici, senza havere a fare con braccio, né piedi, né palmi di qual si voglia luogo, ma solo ad una misura arbitraria detta modulò"*.<sup>xxix</sup>

Ci vorrà la matematizzazione della realtà, e l'inizio della scienza delle costruzioni, per incrinare, se non sconfiggere definitivamente, la *teoria delle proporzioni* sostituita da altre regole per le dimensioni degli edifici, non più legate alle proporzioni delle parti in gioco ma – concetto nuovo introdotto da Galileo – alla resistenza meccanica del materiale, anticipando quindi la moderna analisi strutturale che nel concetto di resistenza limite, e non più nella geometria, trova la sua regola. Anche se, alla fine, come vedremo, le strutture in muratura (e quindi quelle antiche) occupano un particolare spazio nella scienza delle costruzioni che male si adatta al moderno calcolo di resistenze e rigidzze, carichi esterni limite e spostamenti, trovando proprio nella geometria legata all'equilibrio la chiave della propria stabilità.

Se è difficile stabilire quando sia avvenuto il passaggio da Arte a Scienza del costruire, è forse più facile analizzarlo a partire da un argomento preciso, e la teoria delle cupole è uno di questi. Certamente si può dire che una vera e propria teoria statica sugli archi – e quindi poi le cupole – in muratura non venne stabilita, almeno in termini quantitativi, fino alla fine del XVII secolo. Ma prima, se non in qualche trattato, forse solo nella pratica costruttiva largamente condivisa, alcuni concetti costitutivi del funzionamento della struttura erano certamente emersi; quanto bastava per indirizzare le pratiche di

cantiere nella costruzione di grandi fabbriche, come quelle di di Santa Maria del Fiore o del Pantheon.

Quello che si sa è che alla fine del '500 due erano i sentieri prevalenti, che sembrano di fatto ricalcare quelli poi percorsi da Benvenuto nel suo libro sulla scienza delle costruzioni indagata nel suo sviluppo storico: da una parte quello della geometria e delle regole astratte, dall'altra il sentiero dell'empirismo e della pratica di cantiere.

Se si torna indietro, almeno al primo trattato di riferimento per le costruzioni, e quindi a Vitruvio<sup>xxx</sup> e al suo *De architectura*, nel 23 a.C. sembrava già abbozzato, se non proprio chiaro – perché non c'erano gli strumenti per comprenderlo – il concetto di forza. Nel libro IV e VIII, parla di *vires*, forze orizzontali che un arco fatto di conci di pietra, quindi non monolitico, esercita sui pilastri d'appoggio se questi non hanno uno spessore adeguato. Vitruvio quindi aveva intuito che il sistema strutturale dell'arco, e quindi anche della volta, esercita un effetto spingente sui muri che lo sostengono, ma pur conoscendo gli effetti di un arco composto da diversi conci di pietra, non sembra conoscere l'effetto e il funzionamento di un arco monolitico.

Francesco di Giorgio aveva affrontato la questione dei baricentri, affiancandola nel suo trattato alle regole “magiche” che spesso mischiavano l'architettura alla musica; e Leonardo, non sempre mostrando i confini tra intuizione e anticipazione scientifica, aveva contribuito al dibattito sulla Cupola del Duomo di Milano affermando cose sorprendenti, che forse contribuiscono a confondere le idee più che a chiarirle. Per lui *“l'architetto doveva sapere bene quali fossero le cagioni che tengano lo edificio insieme, e che lo fanno permanente, e che natura sia quella del peso, e quale sia il desiderio della forza, e in che modo si debbono contessere e collegare insieme, e congiunte che effetto partorischino”*<sup>xxxix</sup>.

Proprio Leonardo, che aveva già condotto gli studi sulla stabilità degli archi<sup>xxxii</sup> e sperimentazioni e ricerche sui materiali<sup>xxxiii</sup>, con i suoi contatti col matematico Luca Pacioli, sembra rappresentare un personaggio chiave nella conoscenza degli antichi, anche se poi è difficile dire quanto delle sue scoperte e trattazioni possano ritenersi proprie del suo tempo. Alberti, prima di Palladio, riparte da Vitruvio per parlare di



archi, e di cupole<sup>xxxiv</sup>.

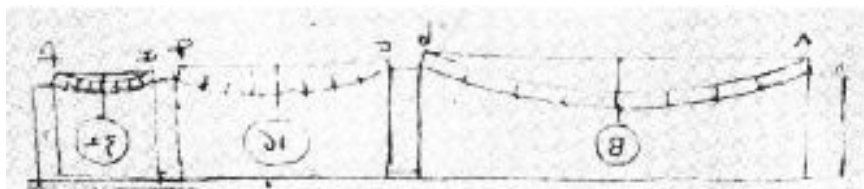


Fig. 2.3.3. Già Leonardo aveva intuito, come poi dimostrerà Galileo, la diversa deformazione per dimensioni maggiori.

Per lui una cupola è costituita da archi, che fungono da scheletro della cupola stessa, intersecandosi tra loro, tra i quali si dispone il materiale di riempimento. Chiarisce dall'inizio, perché Vitruvio non l'aveva fatto, “*quale sia la reale natura dell'arco e di quali parti esso consistè*”: “*Credo che gli uomini abbiano appreso a costruir l'arco in questo modo. Accortisi che due travi con le estremità superiori unite potevano essere fissate in basso, nel luogo in cui le loro basi erano divaricate, in modo tale che, reciprocamente collegate ed equilibrandosi con identico peso, si reggessero tra loro, la scoperta ebbe successo, e con questa tecnica si cominciarono ad impiegare negli edifici i tetti a displuvio. In seguito, probabilmente, avendo intenzione di coprire con quelli un maggiore spazio e non potendo per essere le travi troppo corte, sistemarono una trave intermedia nel punto più alto, alla sommità dei tronchi, facendone risultare a un dipresso la figura della P greca; e l'elemento aggiunto lo chiamarono probabilmente concio<sup>xxxv</sup>*”.

L'arco si definisce quindi come archetipo delle costruzioni spingenti ed era una soluzione ottimale per chi decideva di coprire uno spazio con la pietra; Alberti non sembra fare però distinzione tra arco e trave: per lui, un arco è una trave curva (così come del resto una trave è una colonna collocata trasversalmente sugli appoggi). Fa riferimento a Vitruvio, ma c'è una differenza: l'arco che si immagina Alberti é un elemento monolitico, costituito da un blocco unico di pietra, poco importa che la sua forma sia quella curva o dritta di una trave. Dice “*il più solido di tutti è l'arco intero, che non ha neppure bisogno della catena per sostenersi*”.<sup>xxxvi</sup>

Alberti aveva chiaro, forse perché intuito o più probabilmente perché osservato nelle costruzioni del passato, il meccanismo di rottura di queste strutture di copertura, che fossero archi o meglio archi-travi. L'architrave era il sistema di copertura tra due muri più utilizzato e noto agli Etruschi. Si può quindi ben supporre che il meccanismo di rottura dell'archi-trave fosse noto anche all'Alberti, così come le conseguenze sulla struttura derivate dal ribaltamento dei piedritti. Ben sapeva gli effetti a cui poteva portare un errato dimensionamento delle parti, che del resto doveva essere già noto agli Etruschi, che nel costruire le loro tombe avevano ben in mente la possibile formazione di cerniere di rotazione in determinati punti, alla base della colonna, all'imposta e alla chiave della trave-arco; una volta innescato, il movimento avrebbe fatto crollare l'intera struttura.

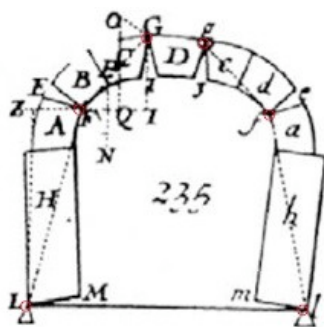


Fig. 2.3.5. La spinta dell'arco determina la formazione di cerniere che innescano il meccanismo di rottura.<sup>xcccviii</sup>

Questa semplificazione rappresenta la minimizzazione degli elementi in una struttura spingente, e l'importanza della determinazione dello spessore necessario ad impedire il ribaltamento, così come la larghezza dei piedritti, è la dimostrazione che la stabilità della struttura è un problema squisitamente geometrico. Le pressioni normali che si trasmettono da un blocco all'altro devono essere di compressione quando tra questi manchi un qualsiasi elemento legante (la malta odierna o il *glutine* di Galileo). A questo punto entra in gioco il punto di applicazione di queste pressioni: il risultante complessivo deve essere applicato nello stesso punto della risultante delle

compressioni. Se cadesse all'esterno non sarebbe possibile la stabilità perché sarebbero necessarie delle tensioni di trazione per garantire l'equilibrio, e queste non possono esistere. Nel caso estremo in cui la posizione della risultante delle azioni interne – quello che diventerà il centro di pressione nel linguaggio moderno – stia sull'estremità del giunto, interviene l'ipotesi di rigidità del materiale a garantire l'equilibrio. Gli Etruschi non potevano sapere nulla di tutto ciò, ma avevano dietro di loro le esperienze precedenti. E il modello in scala rappresentava, in un problema geometrico, la soluzione e la garanzia di stabilità.

Si può allora estendere il discorso fino a ritrovare il primo funzionamento a cupola, quello della cupola della Tomba dei carri a Populonia, a tumulo, in cui le lastre di pietra che formano la copertura, sono sovrapposte le une alle altre sporgendo mano a mano che la costruzione si alza, appoggiate su letti inclinati dal basso verso l'alto se si osservano dal centro interno della tomba.



*Fig. 2.3.6. La disposizione interna delle pietre che formano la cupola della Tomba dei Carri a Populonia.*

Per farlo evidentemente, evitando il ribaltamento delle lastre verso l'interno della cupola non ancora completata, i suoi costruttori sapevano di dover controbilanciare le lastre con un corrispondente strato di terra che col suo peso ne impedisse il ribaltamento, e questa non è altra che la soluzione utilizzata nelle cupole per renderle

stabili, attraverso la progressiva aggiunta di pesi stabilizzanti, degradanti dall'imposta della cupola fino alla quota delle reni dell'arco corrispondente. Questo stesso procedimento è quello che viene poi utilizzato nelle cupole e nelle volte a crociera, attraverso i rinfianchi; se a queste strutture si applica infatti il calcolo moderno si vede che solo la presenza del rinfianco garantisce che la curva delle pressioni sia tutta contenuta nella sezione ideale.

La disposizione e la forma delle strutture romaniche e gotiche oggi vengono lette in termini di forze, tensioni e curva delle pressioni, termini del tutto sconosciuti ai costruttori di quell'epoca (si sono infatti sviluppate solo alla fine del XVII secolo<sup>xxxviii</sup>) anche se è facile intuire che in un mondo costruttivo governato dalla geometria è facile il passaggio da aree, masse e volumi, delle quali si stabiliscono geometricamente i "baricentri", a forze, soprattutto in costruzioni soggette essenzialmente al peso proprio (o comunque le cui dimensioni sono talmente ingenti da risultare secondario ogni altro carico esterno rispetto al proprio peso). Certamente quindi non si dovrebbe correre il rischio di attribuire ai costruttori antichi concetti noti solo modernamente, ma si deve anche anticipare che altrettanto certamente riuscivano a ragionare in termini di equilibrio (che si rivelerà poi effettivamente un criterio sufficiente, a meno delle azioni sismiche, per la progettazione delle strutture antiche in muratura).

Il passaggio da una soluzione alla successiva non è sempre segnalato, nella lunga storia dell'evoluzione pratico costruttiva, ma sembra piuttosto un'evoluzione graduale dall'esame critico delle esperienze precedenti. Forse, alla base di tutto, c'è una cosa semplice ma importantissima: per secoli i costruttori hanno avuto a disposizione lo stesso tipo di materiale, e su questo hanno potuto sperimentare, osservare, ed evolversi. La pietra e il mattone hanno quindi rappresentato per secoli il campo comune di confronto tra i costruttori: l'unicità del materiale ha tracciato un percorso obbligato nelle diverse soluzioni per il problema costruttivo dell'arco e della cupola, che nella scarsissima resistenza a trazione del materiale trovava la sua base, più che in complicate analisi sociali di evoluzione del gusto; perché alla base della forma

architettonica c'è sempre una ragione meccanica, più o meno consapevole.

Forse proprio partendo dagli Etruschi e dal loro sapiente uso degli archi-travi come prototipo di struttura spingente, Leon Battista Alberti non fa distinzione tra arco e trave. Trattando dell'arco ricurvo però lo distingue in tre forme fondamentali: intero, e quindi a semicerchio (o meglio a tutto sesto), ribassato, e quindi ottenuto da una sola parte di semicerchio, oppure acuto *“la cui corda contiene i centri delle due curve [due parti di arco ribassato] che si intersecano”*. Subito dopo aver tentato una classificazione degli elementi, Alberti chiarisce subito che un arco fatto di più conci è per sua natura meno solido di un arco fatto di un solo blocco, che esprime la massima solidità, *“come dimostrano i fatti e come può sostenersi col ragionamento”*.

La sua è la prima spiegazione del funzionamento dell'arco a tutto sesto nella storia trattatistica *“Pertanto gli archi interi non abbisognano di corda poiché essi sono in grado di mantenersi intatti da sé”*, intendendo per corda una catena. Se si trascurasse la resistenza del materiale, e i problemi ad essa connessi, ipotizzando l'arco rigido, questo sarebbe definibile come arco solo in funzione della propria forma, perché meccanicamente (ed è così che lo considera Alberti) non sarebbe dissimile dalla trave. In questo caso infatti sarebbe impossibile determinarne la spinta, persino coi moderni metodi della analisi strutturale, in quanto dipendente esclusivamente dalla deformabilità del materiale che lo compone. Una volta ipotizzato il materiale indeformabile (come era supposto dal trattato quattrocentesco) il sistema risulta in equilibrio con una spinta nulla, che non sarebbe niente altro che una delle sue infinite soluzioni.

Nel caso in cui invece si consideri l'arco composto da più conci, i carichi esterni determinano il meccanismo di rottura dell'arco stesso, e quindi la sua stabilità dipende dalle condizioni di carico a cui è sottoposto. Per questo, per Alberti, l'arco a più conci è meno stabile. Di più: tanto maggiore è il numero di conci che lo compongono, tanto più grande è il numero di meccanismi che si possono innescare per arrivare al collasso. Ed ecco la prima spiegazione del funzionamento dell'arco, intuiva dall'Alberti.

“E consideriamo bene il fenomeno. Il concio posto in cima, unico nel punto di mezzo dell'arco, non si vede come possa trovare la forza di spinger fuori i conci che lo fiancheggiano; così come questi, per quanta pressione facciano, non potranno mai scalzare quello dal posto che occupa; quelli poi che fanno seguito ad essi occupando i fianchi dell'arco, verranno agevolmente trattiene nell'ambito della loro funzione dall'equilibrarsi dei pesi; infine, i conci posti alle due estremità inferiori, non si comprende come possano spostarsi una volta che gli altri sopra di essi, restino fermi al loro posto. Pertanto gli archi interi non abbisognano di corda poiché essi sono in grado di mantenersi intatti da sé<sup>xxxix</sup>.”

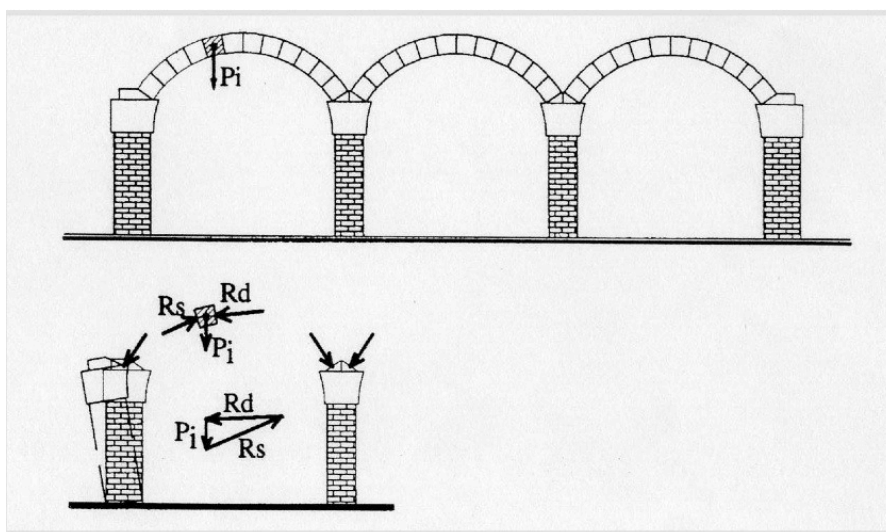


Fig. 2.3.7. Gli archi si sorreggono gli uni gli altri nell'intuizione Albertiana.

Ed è chiaro che qui corda sta per catena, come chiarisce più avanti parlando dell'arco ribassato. Interessante è l'osservazione che poi fa riguardo all'arco acuto, ritenuto più stabile se caricato maggiormente in chiave: “di archi acuti mancano gli esempi nell'antichità. Pensano alcuni che tali archi siano da utilizzare nelle aperture nelle torri, in modo da dividere in due, quasi opponendovi una prua, la pressione del materiale soprastante; sebbene l'arco acuto dal gravare di pesi siffatti riesce piuttosto rafforzato che messo in difficoltà.”<sup>xl</sup>

Alberti parla di parti di cunei con le facce rivolte verso il centro dell'arco, e quando dice

che quelli di imposta, non possono muoversi, ha già in mente la funzione dei sostegni di controbilanciare la spinta di questi verso il basso. Così l'arco a tutto sesto non *abbisogna* di catena, perché la sua forma garantisce che tutta la spinta finale, alle imposte, sia verticale, e dunque bilanciata automaticamente dai sostegni. Diversa è la questione per l'arco ribassato, la cui spinta è anche orizzontale, e quindi una catena è necessaria a contenerla.

Il suo è un trattato pratico, e quindi, prima che una prefigurazione di meccanismi di rottura, le sue sono regole pratiche dedotte dall'osservazione. Da qui derivano le prescrizioni sulle fasi di disarmo, che aveva imparato essere fondamentale per la stabilità dell'arco.<sup>xii</sup> Quando Alberti dice che il disarmo deve essere lento per lasciare che la malta faccia presa e dia alla costruzione la necessaria compattezza, sembra avere chiaro il fenomeno di apertura delle cerniere e il meccanismo di rottura derivante dall'allargamento degli appoggi, quello che poi Leonardo disegnerà compiutamente.

Ancora, parlando dei rinfianchi che è necessario aggiungere alle volte, per garantire una maggiore stabilità,<sup>xliii</sup> non ne fornisce una regola precisa: a volte sono pari a due terzi della freccia all'estradosso, altre volte sono inesistenti, e sembrano quindi destinati a rimanere uno dei segreti dei costruttori delle cattedrali.

Fino ad Alberti, si poteva parlare di intuizioni, a volte anche matematiche, ma certamente non sistematizzate, almeno non come quelle che nel 1966 sono state scoperte in una biblioteca di Madrid, che portavano la firma inconfondibile di Leonardo. Come spesso succede, non era un chiarimento sulla teoria statica che quel fortunato studioso che li scoprì stava cercando, ma è esattamente quello che ha trovato. Dei due libri che li compongono, il I (scritto tra il 1490 e il 1496) parla di Meccanica, mentre il II (composto tra il 1503 e il 1505) di Geometria, in un interessante simbiosi dei due studi, che spesso si confondono, almeno fino al XVII secolo.

Fino ad allora, il testo di riferimento della meccanica medievale, era stato quello di Giordano Nemorario, dal quale Leonardo trae, utilizzandolo per definire le azioni che agiscono sui conci di un arco a partire dalle imposte, il concetto di *gravitas secundum*

situm.

Il problema era sempre determinare quantitativamente il peso di ogni concio, e più precisamente il valore della componente agente sul piano inclinato che lo sostiene: valore pari a zero alle imposte e massimo in chiave. Alcune pagine del Codice di Madrid raccontano le fratture nei muri d'appoggio degli archi, partendo da osservazioni empiriche e tentando una quantificazione delle forze che le provocano, e una pagina intera è dedicata allo studio delle fratture e dei meccanismi di rottura di un arco a tutto sesto, caricato in chiave. Accanto al disegno che ne mostra il possibile movimento una nota dichiara che "Se 'l'arco fia carico nel mezzo della sua altezza e che tal gravezza superi la potentia d'esso arco, certo esso arco si romperà in ciascun quarto della sua lunghezza, cioè infora lla potentia del peso che llo carica e la resistentia de' piedi d'esso arco<sup>diii</sup>".

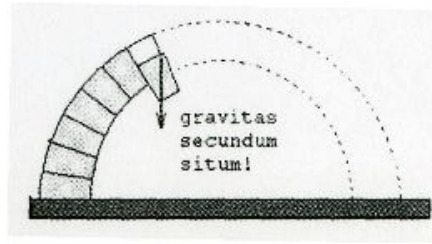


Fig. 2.3.8. Schematizzazione del concetto di Giordano Nemorario (XII sec.) di *gravitas secundum situm*.

Leonardo sembra anticipare, almeno nella sua terminologia, concetti che in realtà non ha: *potentia* qui è la forza dell'arco, che comprime le reni, e che deve superare la *resistenza* dei piedritti per farli ruotare in fuori, e quindi determinare la propria rottura, con la definizione di primitive cerniere, e in questo processo, come per l'Alberti, l'*arco intero* (quello a tutto sesto) è il più stabile perché per rompersi, il carico al centro deve avere tale *potentia* da rompere la resistenza, e quindi determinare la rotazione, di un quarto dell'arco stesso. (prefigurandone quindi le cerniere a 45°).

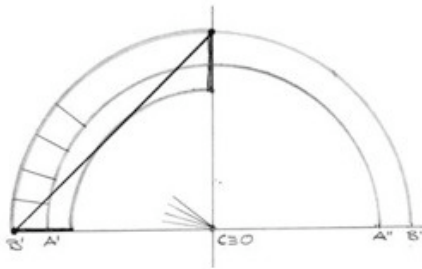
Un fraintendimento dei termini, che confonda la resistenza di Leonardo con quella che sarà poi di Galileo, porterebbe non solo a fare un errore attribuendo allo scienziato fiorentino un sapere dei materiali che non poteva avere, ma farebbe anche perdere un'importante passo in avanti nella comprensione dei meccanismi di dissesto da parte



degli antichi: è ancora una resistenza allo squilibrio, che si confronta quindi con le forze, e che della tensione non prefigura nemmeno l'esistenza. È evidente la corrispondenza del cinematisma intuito da Leonardo (che aveva solo strumenti geometrici per ragionarci su, e non ancora propriamente meccanici) e quello che poi verrà teorizzato dai “moderni” ed utilizzato fino agli inizi del '900 (e, vedremo, anche ora nell'analisi statica semplificata moderna).

Poi aggiunge una regola empirica che si ritrova nella tarda trattatistica architettonica: *“L'arco non si romperà se la corda dell'archi di fuori non tocherà l'arco di dentro.”*<sup>xliv</sup>

E subito chiarisce, se mai ce ne fosse bisogno, la natura della sua osservazione, l'empirismo critico, e l'osservazione dell'esistente: *“Questo apare per ispirienza che ogni volta che la corda a-o-n dell'arco di fuori n-r-a tocherà l'arco di dentro x-b-x l'arco darà principio a sua debolezza, e tanto si farà più debole”*.



**Regola “di Leonardo” per il dimensionamento dello spessore degli archi**

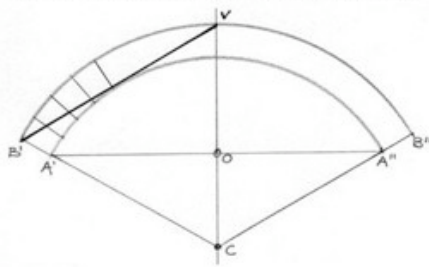


Fig. 2.3.9. La regola di Leonardo secondo cui l'arco non si romperà fino a che la corda di fuori non toccherà quella di dentro.<sup>xliv</sup>

Con un secondo disegno mostra il perfetto meccanismo di collasso di un arco semicircolare che sia soggetto al solo peso proprio e ad un carico verticale concentrato in una delle reni, e lo scienziato ne descrive il meccanismo di rottura, posizionando le cerniere di apertura proprio nei giunti di rottura, collocati alternativamente all'intradosso e all'estradosso, così come nel caso precedente. La spiegazione, come prima, è nella nota a fianco e anche in questo caso non si discosta molto dalla verità: *“Perché il peso è tucto per tucto e tutto nella parte della lunghezza del suo sustentacelo, il peso S essendo sostenuto dalla parte dell'arco b-m, esso per la 5° del 9° vole rompere in mezzo del punto d, il quale punto d non ciederà se prima la parte dell'arco f-o-b non si rompe nel suo mezzo o. Ma quel peso che ronperà in d sarà sì potente che facil cosa li fia rompere in detto o, ancora che'l peso dell'arco f-o-b s'appoggi e agravi sopra b e che dia aumento al peso S di rompere in detto loco d.* <sup>xlvi</sup>.

Il fenomeno, in realtà istantaneo, viene raccontato da Leonardo nelle sue fasi successive, e in questo modo è disegnato, prima ancora che descritto. La partenza è l'individuazione, come in parte anche nell'Alberti, del giunto di rottura, che sorprende per l'esattezza della posizione. D'altra parte, come appare evidente anche dal disegno di Leonardo (schematizzato nella figura precedente), la zona in cui la corda tocca l'arco di dentro è ampia, e questo giustifica la validità di diverse posizioni delle cerniere supposte dai vari progettisti e trattatisti.

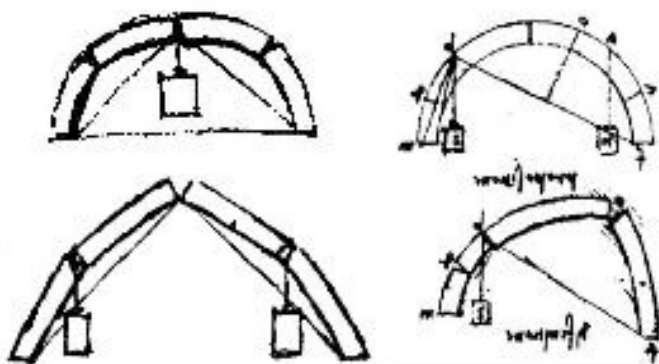


Fig. 2.3.10. Alcuni meccanismi di rottura degli archi trovati nelle pagine del Codice di Madrid in cui è presente anche la rottura asimmetrica dell'arco.

Il fenomeno, solo intuito o forse prefigurato per l'esperienza di crolli osservati più che previsti, poteva essere spiegato solo a parole, non conoscendo ancora le equazioni cardinali della statica. Leonardo non poteva usufruire nemmeno dei teoremi di calcolo a rottura degli archi, così come i relativi corollari, che spiegavano l'alternarsi di intradosso ed estradosso nelle posizioni delle cerniere di rotazione dei blocchi. Per questo forse, proprio per la mancanza degli strumenti essenziali alla sua comprensione, solo oggi riusciamo a comprendere il valore innovativo delle teorie fatte disegno, nota, e parola, con un richiamo costante alla pratica di cantiere e all'osservazione del crollo, e dunque dell'errore.

Quello che relega le intuizioni di Leonardo in un ambito di *Arte*, e non ancora di *Scienza* del costruire, è lo scopo delle sue trattazioni: sono ancora soluzioni particolari per problemi osservati, e non certo teorizzazioni a priori di problemi astratti solo ipotizzati. Anche se non è ancora avvenuto il passaggio da Conoscenza a Scienza di prefigurazione, quello che esalta l'Arte (in generale, e in particolare quella di Leonardo) è che proprio le rilevazioni dei singoli casi riescono di fatto a coprire l'intera casistica pratica, diventando così regole di carattere generale che si rivelano *sufficienti* anche per grandi costruzioni (e le aggiunte “scientifiche” successive si riveleranno praticamente inessenziali nella soluzione dell'equilibrio, che è il problema delle strutture antiche).

Nei suoi Codici studia le patologie degli archi e ne azzarda una spiegazione, sottendendo il concetto di stabilità e di verifica di sicurezza. Certamente non poteva avere una precisa coscienza di cosa fosse un poligono funicolare e del suo significato meccanico, tuttavia individua esattamente i giunti di rottura e determina la posizione e il funzionamento delle cerniere, con la conseguente rotazione dei corpi all'interno del meccanismo seguente. Questo chiarisce ancora una volta come il comportamento degli elementi costitutivi della costruzione fossero noti molto prima che ne venissero individuate scientificamente le cause. Strutturando i suoi due libri in Meccanica e Geometria, Leonardo chiarisce i termini in cui può (e di fatto sarà) essere affrontato il problema degli archi, e conseguentemente delle cupole, in muratura. La questione

infatti, soprattutto a partire dal XVII secolo, si può ridurre a due direttrici di ricerca fondamentali: la prima, quella inaugurata da Leonardo, considera la stabilità e le correlate verifiche di sicurezza; la seconda invece, a partire dalla natura del materiale utilizzato e dalle sue proprietà (o mancanze) considera il problema dal punto di vista della forma migliore, che possa garantire la stabilità della struttura, riducendo tutto ad un problema sostanzialmente geometrico. A ben vedere la questione infatti è sempre la stessa, e potrebbe anche vedersi come scienza dei materiali contro quella geometrica. Per chiarirlo compiutamente si deve passare attraverso Galileo e il suo *glutine* (anche se riferito alla trave e non direttamente all'arco) e, per ripercorrere la lunga vicenda delle costruzioni, si deve cercare di andare in ordine.

Alla base dei meccanismi di rottura intuiti da Alberti, e poi disegnati da Leonardo, probabilmente c'erano i modelli: di quelle 5 cerniere, disposte alternativamente all'intradosso e all'estradosso partendo dalle imposte fino a raggiungere la chiave, si era certamente osservata la formazione in "modelli" in scala reale (e soprattutto antichi 5000 anni) dove era stato possibile rilevare anche l'abbassamento del colmo dell'arco. L'obiettivo era contrastare lo spostamento degli appoggi e quindi il dissesto. Ragionando in termini moderni, è automatico pensare di opporre allo spostamento un vincolo, che evidentemente non si può opporre all'abbassamento della chiave (che presupporrebbe un puntello al centro della volta) ma che si deve invece sistemare alle reni. Le soluzioni al dissesto in termini costruttivi, prima della formulazione scientifica, sono stati quindi successivi tentativi empirici di creare quei vincoli, prima ancora di teorizzarli. Prima si è pensato all'inserimento di archetti in muratura che poggiassero direttamente sulle cerniere alle reni e poi sui muri verticali della volta, ma questa prima soluzione sperimentale aveva lo svantaggio di trasferire una parte delle azioni orizzontali dell'arco alle parti superiori dei muri, dove l'azione verticale del peso, necessaria alla stabilità del muro, è più modesta.

Una seconda soluzione, più efficace, è stato tentare di collegare i due meccanismi, anche se questo significava avere la nozione di cinematismo: una volta collegati,

bloccandone uno dei due (l'abbassamento della chiave o l'innalzamento delle reni) l'intero meccanismo di collasso dell'arco sarebbe stato scongiurato. Questo traduce nell'arco il noto meccanismo della leva, che non ha bisogno di nozioni astratte che i costruttori antichi non potevano avere, perché le forze non entrano ancora in gioco.

I tentativi, spesso riusciti, di soluzione dell'errore erano solo che la trasposizione in scala dei risultati ottenuti sul modello ed è verosimile che il modello in scala ridotta dell'arco, della volta, o della cupola, venisse realizzato, evidenziando gli stessi meccanismi di rottura che poi si sarebbero riproposti nella situazione reale. Poco importa che, il più delle volte, il modello fosse realizzato in un altro materiale rispetto a quello reale; non essendo ancora chiaro il concetto di resistenza del materiale, interessava era simulare la forma, la dimensione, e la relazione tra gli elementi, che doveva – quella sì – rimanere la stessa. Nel semplificare così la questione poteva solo succedere di trascurare l'apporto dell'attrito e delle malte all'intera questione, mettendosi quindi in una situazione peggiorativa ed avendo dunque la garanzia, nel caso che il modello avesse soddisfatto le condizioni di stabilità, che anche il monumento reale l'avrebbe fatto.<sup>xlvii</sup>

Finora si è parlato di archi, ma il passo dall'arco alle cupole è breve, e il primo a farlo è proprio l'Alberti, quando dice che si può immaginare facilmente l'arco ruotare attorno ad un asse verticale, e generare in questo modo una cupola di rotazione; ancora una volta, più che in una astrazione concettuale, il riferimento è da ricercarsi nella diretta osservazione, magari proprio della vicina cupola Brunelleschiana. Prima ancora, aveva definito la volta, dicendo che *“si può considerare come una serie di archi posti uno dietro l'altro, oppure una trave ricurva resa molto estesa in larghezza: ne risulta che sopra la nostra testa sta in funzione di copertura un muro curvo”*.

Lo scopo è sempre pratico: ottenere indicazioni costruttive e si parla allora della necessità di posizionare correttamente le catene, di disarmare progressivamente e lentamente ogni porzione di volta in modo identico, dando indicazioni sulle dimensioni ottimali dei conci che costituiscono la volta stessa.

Un ingegnere, Pellegrino Tibaldi, detto il Pellegrino, un secolo dopo commenterà il trattato albertiano con lo scopo dichiarato di “privilegiare i temi concreti connessi alla tecnica del costruire, piuttosto che le teorie astratte” ( e con questa dichiarazione si colloca ancora nella pratica del costruire). Commenta, senza proporre nulla di nuovo in tema di archi e cupole, il “buon ufficio svolto dalle catene negli archi” individuato nel trattato dell'Alberti (in tutti indistintamente) e aggiunge qualche spiegazione solo sul “loro rinfiancamento sin che sia passato il terzo dell'altrezza”.

Alberti prosegue, approfondendo il discorso sulle cupole e distinguendo i procedimenti da seguire a seconda che si tratti di una cupola auto-portante, e quindi costruita senza l'aiuto di centine, o che la cupola venga sostenuta durante la costruzione, dicendo che “[...] Nondimeno la volta sferica, unica fra tutte, non richiede armatura: poiché essa non è fatta solamente d'archi, ma anche di anelli sovrapposti; e non è possibile immaginare fino a che gli uni e gli altri risultino reciprocamente collegati in innumerevoli intersezioni ad angoli uguali e disuguali, sicché in qualunque punto della volta si ponga una pietra, ci si accorgerà di aver posto in essa un concio appartenente a molti archi ed anelli.”<sup>xlviii</sup>

Se ne ricava l'immagine del significato strutturale attribuito allora alle cupole, racchiusa nella frase in cui si dice che il generico concio appartiene “a molti archi ed anelli”, anticipando quindi la teoria membranale. La differenza tra cupola ed arco, nella concezione strutturale del passato, è tutta qui. Le componenti orizzontali, se non contrastate da opportuni elementi contraffortanti, tendono a spianciare le cupole. Da qui una serie di regole sugli elementi strutturali di sostegno che si ritrovano nei trattati, all'inizio dei dibattiti.

Secondo Palladio ci si doveva ispirare ad un prototipo antico che rappresentava il corretto dimensionamento degli elementi costruttivi, e anche Sebastiano Serlio, nel quinto dei suoi *Sette libri dell'Architettura* (nel 1584) ripropone rapporti già presenti in Vitruvio, in riferimento particolare alle cupole emisferiche, le cui lanterne dovevano avere un occhio pari a  $1/7$  o  $1/5$  del diametro della cupola stessa.<sup>xlix</sup>

Sono rapporti che si mantengono, o meglio vengono tramandati, fino alla fine del Seicento, quando Carlo Fontana, chiamato a un dibattito, descrive compiutamente le sue regole nella *Dichiarazione dell'operato nella cupola di Monte Fiascone colla difesa della censura del 1673*,<sup>1</sup> che sono suggerite dai rapporti dimensionali derivanti dall'osservazione dell'antico.

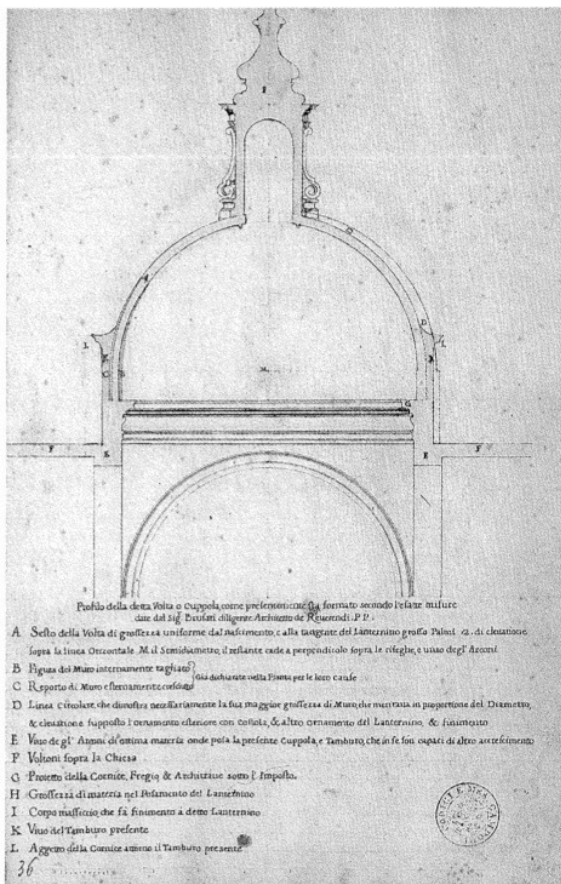


Fig. 2.3.11. Illustrazione del Fontana per Santa Maria in Vallicella

In realtà le detta in risposta alle critiche di un caso reale, la Chiesa di Monte Fiascone appunto, tentando il difficile passaggio dal caso particolare alla teoria generale. La cupola della chiesa, realizzata all'inizio del Seicento in blocchi di tufo impostandosi un

tamburo tardo cinquecentesco era stata giudicata troppo pesante dai propri contemporanei e il Fontana sfrutta le teorie vitruviane per contestare le accuse, dimostrando come l'uso del triangolo equilatero e di precisi rapporti dimensionali lo avesse preservato dall'errore. Vitruvio infatti diceva che le cupole dovevano avere uno spessore all'imposta pari a  $1/9$  del diametro (e lo stesso argomento lo sfrutterà poi anche per contestare il tamburo di San Pietro) e tale valore era stato rispettato nella sua cupola.<sup>li</sup>

A sostegno della sua tesi propone un confronto con altre cupole rinascimentali romane e con le dimensioni proposte da trattati, considerando una dopo l'altra le cupole di Sant'Andrea della Valle, Santa Maria dei Miracoli, il Gesù e San Carlo ai Catinari, tutte con uno spessore del muro all'imposta pari a  $1/10$  del loro diametro, così come prescriveva Vitruvio per le buone murature<sup>lii</sup>.

Alla fine da un *Avvertimento*: lo spessore della cupola all'imposta deve essere relazionato alla qualità del materiale con cui è stata costruita la struttura, e anche la sottostruttura, andando da  $1/10$ , se di buona qualità in mattoni, fino a  $1/9$  se “d'inferior qualità di Cimento, cioè di Tufi o Pietre”. Sembra quindi intervenire la resistenza, ma le sue Regole per le Cupole Semplici sono la codifica delle regole di dimensionamento geometrico, a volte sperimentale, che prescrivono lo spessore del tamburo, da ottenersi dividendo in dieci parti il diametro interno della cupola, e “*tre parti di questa grossezza costituiranno il muro, che fa nascimento alla cupola*”, oppure la porzione rettilinea della calotta, che deve essere la dodicesima parte del diametro, mentre la metà del diametro segna l'altezza della lanterna, ad esclusione della palla o della croce. Lo spessore in chiave poi deve essere pari a  $1/18$  del diametro interno<sup>liii</sup>. In realtà già il prototipo di tutte le cupole successive, il Pantheon romano, sembra sconfessarle, visto che in chiave è spesso solo  $1/24$  della propria luce (e non  $1/18$ ), quasi a prefigurare gli attacchi che poi a queste stesse regole verranno mosse dai protagonisti dell'ultimo dibattito qui esaminato (quello del Panthéon francese); fatto sta che queste regole arrivano fino almeno a metà del Settecento prima che gli venga opposto un criterio alternativo.



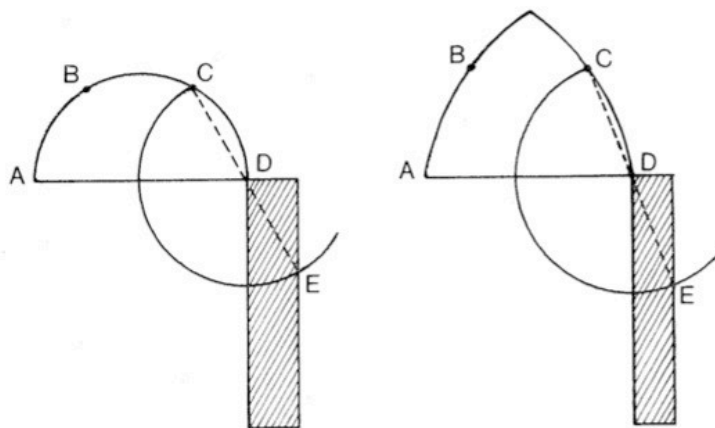


Fig. 2.3.12. La regola del dimensionamento dei piedritti di Blondel<sup>17</sup>

Le regole per le imposte dei ponti e dei contrafforti per le volte, di Ridrigo Gil de Hontanon, nella prima metà del XVI secolo coinvolgono ancora regole geometriche per le costruzioni, senza alcun riferimento all'equilibrio delle forze, che lasciavano ancora il passo alla statica geometrica. La regola di Blondel del 1683, poi, per determinare la larghezza dei piedritti riprendeva in tutto quella medievale citata in apertura del capitolo: “L'arco  $ABCD$  è diviso in tre parti dai punti  $B$  e  $C$  e la larghezza del piedritto è tale che  $DB=DE$ , dove  $E$  definisce l'altra estremità della spalla.”

Sembra di poter arrivare a piccoli passi fino all'inizio del Seicento, quando Vincenzo Scamozzi chiarisce innanzitutto la sua prospettiva nel proemio alla sua idea di architettura “[...] lasciando da parte (come è nostro costume) tutte le questioni e le sottilità infruttuose; essendo intenzione nostra di trattare in fatto e non contender di parole”. Parlando di cupole ne vede la stabilità nell'uguaglianza delle forze in gioco, e stabilisce che “tra tutte le forme delle volte non è alcuna più sicura di quella che è fatta a cupola [emisferica], fondata sopra una pianta Rotonda, e fatto sopra a muro che non passino colore, e ella habbia il mezzo cerchio: la fermezza della cupola procede da una uguaglià di forze”. Se al termine forza si sostituisce il concetto di resistenza, si capisce bene come una cupola a simmetria assiale, sia nella

forma che nello spessore, ha in ogni sezione assiale le stesse resistenze, e per spiegarlo, lo Scamozzi, usa una curiosa analogia, che ritornerà poi, curiosamente, secoli più tardi quando si vorrà spiegare il funzionamento membranale delle moderne forme a cupola, il cui funzionamento è però così diverso dalle cupole in muratura: l'uovo che *“per sua natura avendo una scorza così sottile; e debole niente di meno non è forza umana che lo si possa rompere, come disse anche Plinio”*<sup>vi</sup>. Sulla teoria delle cupole e degli archi comunque lo Scamozzi non può proseguire oltre, perché non ne ha gli strumenti, e si ferma a migliorare la tecnologia costruttiva suggerita dall'Alberti: non vuole, infatti, come già aveva chiarito nel suo proemio, cercare le *cause infruttuose*, quanto piuttosto migliorare la stabilità delle fabbriche dal punto di vista operativo. Descrivendo i diversi tipi di cupole, da quelle emisferiche “di più sicura fermezza” a quelle acute “più alte di mezzo cerchio e più forti di tutte le altre”, dice che queste sono realizzabili nella porzione del quarto, del terzo e del quinto acuto *“a seconda del luogo e della materia di che doveranno essere fatte”*. Gherardo da Prato, avendo visitato (cosa molto difficile per la chiusura di Brunelleschi) il cantiere di Santa Maria del Fiore dice che Brunelleschi sta costruendo una cupola emisferica invece che acuta e contro al grande progettista non solo muoverà l'obiezione che non sta rispettando il contratto (che ne prevedeva appunto una acuta) ma anche che la sua cupola (emisferica) crollerà, perché più spingente.

È interessante l'immagine antropomorfa che Alberti usa per descrivere la cupola, con la quale illustra<sup>lvii</sup> il funzionamento statico dell'arco, suddiviso nelle sue tre porzioni principali: piedi, fianchi e schiena. Più la volta è gravata dal carico, più i fianchi spingono in fuori le spalle *“da piedi fino a'fianchi le volte si possono fare di buona grossezza, e unirle bene con le muraglie; ma d'indi in su verso la schiena della volta bisogna andare molto riservati, e farle assai leggere e di bonissima materia”*.

Nonostante le sue intenzioni nel proemio, il suo è un linguaggio “di parola”, e la mancanza di una quantificazione matematica rende anche la più chiara intuizione ferma ad una illuminante analogia, una bella metafora, che ha più valore di affascinante suggestione che di teoria scientifica.

Il problema non viene descritto, né affrontato, in termini matematici almeno fino alla fine del Seicento. Quello che manca, e che solo a quel punto verrà chiarito, è la definizione di *momento*. Guarini, un matematico, può segnare l'inizio del dibattito e dell'evoluzione della questione. Tenta infatti di applicare la geometria e la matematica all'architettura, cercando di rappresentare archi e cupole nei loro elementi costituenti (geometrici appunto), fino a tentarne l'organizzazione delle misure in un sistema grafico che non aveva quindi più bisogno del modello come riferimento, ma che già anticipava il calcolo matematico. Nel capitolo XXVI del suo trattato di architettura civile, parla *Delle volte e vari modi di farle*, e comincia con una dichiarazione d'amore alle strutture dicendo che “*autori che hanno scritto di Architettura se la passano sì brevemente, che alcuni nemmeno ne parlano [delle volte], quando sono le più difficili non tanto da inventare, e porre in disegno, ma anche da porre in opera<sup>viii</sup>*”. È chiaro come il riferimento resti sempre la pratica costruttiva e l'obiettivo sia trovare un modo più semplice per risolvere il problema della loro costruzione. Non è certamente quindi ancora una prospettiva scientifica, quella del Guarini, e forse per questo conclude il preludio al dibattito, e non ci entra di diritto.

Da buon geometra, si occupa della genesi geometrica dei diversi tipi di volte, con cenni alle modalità costruttive e nessun riferimento al problema meccanico sotteso, come se il corretto funzionamento delle strutture e la garanzia della loro stabilità, stesse tutto nel problema del taglio delle pietre e nel loro posizionamento in opera.

Riporta il problema alla stereotomia, relegandolo alla pratica del costruire, e quindi regredendo rispetto al tentativo dell'Alberti di spiegarne, seppure senza gli strumenti adatti, il funzionamento. Non per temporalità, ma per prospettiva, sembra di poterlo classificare in un “antro” della scienza del costruire, se si pensa che negli stessi anni della Hire stava formulando la sua teoria sugli archi e che Hooke probabilmente aveva già teorizzato il suo famoso assioma *ut tensio sic vis*, dimostrando di aver compreso l'esatto funzionamento degli archi.

Ma questa è la storia successiva, che riprende attraverso e dopo i dibattiti, e che forse proprio attraverso questi si chiarisce. Come se la storia si potesse considerare una

grande e lunga vicenda di tentativi, spesso falliti, attraverso cui approdare alla conoscenza astratta.

- i Qualche anno prima che Calvino fosse invitato a tenere le sue Norton Lectures alla Harvard University (mai tenute in realtà, perché Calvino morì senza aver finito di prepararne l'ultima) Jorge Luis Borges aveva ricordato, proprio nella stessa occasione, la sua famosa Invettiva contro l'Infinito, in quelle lezioni americane poi pubblicate in Italia con il titolo *L'invenzione della Poesia*, Mondadori (già presente all'inizio di *Otras Inquisiciones*, Adelphi, 1952 e richiamata da Paolo Zellini nel suo libro *Breve storia dell'infinito*, Adelphi, 1980).
- ii Diagramma delle consonanze armoniche. Dal trattato di Francesco Giorgio, *De Harmonia Mundi*.
- iii Alexandre Koyré, *Dal mondo del pressappoco all'universo della precisione*, Einaudi, Torino, 1967, pp.49-60.
- iv Auguste Choisy, *L'art de bâtir chez les Byzantins*, ed. Forni, Parigi, 1883, ristampa anastatica.
- v J.B. Rondelet, *Trattato teorico e pratico dell'arte del costruire*, Mantova 1832, Napoli 1839, vol. I, tav. XXVII
- vi Prima delle tombe etrusche (quella poi citata sarà la tomba dei Carri che risale al VII-VI sec. a. C.) l'esempio per il Pantheon romano doveva essere la tomba di Agamennone a Micene, che nel XIII sec. a.C, copriva con la sua organizzazione a tholos un diametro di 14,5 m.
- vii Paolo Rossi, *I filosofi e le macchine (1400/1700)*, Feltrinelli, Milano, 1976, p.7.
- viii Erwin Panofsky, *La prospettiva come forma simbolica*, Abscondita, Milano, 2007.
- ix Ezechiele 43:5.
- x Matteo Roriczer, *Buechlein der Filialen Gerechtigkeit*, Regensburg, 1486.
- xi Questa immagine, come gran parte delle seguenti, è tratta dall'articolo di Flaminio Lucchini, *Le cupole di Adriano*, nel libro a cura di Claudia Conforti, *Lo specchio del cielo*, Electa, Milano, 1997, pp. 9-19.
- xii Tratta da ibidem.
- xiii Si pensi al tempio di Mercurio, a Baia: una sala circolare coperta da una cupola emisferica di 21,55 m di diametro, anche questa con un oculo aperto centrale. La particolarità di questa cupola è l'uso che viene fatto dei materiali. La copertura era stato ottenuta attraverso letti di conglomerato nei quali gli strati di malta erano di spessore notevole e contenevano piccoli frammenti di pietra, e i materiali inerti sono stati inseriti come conci dell'opera in pietra. È probabilmente un esperimento costruttivo di una tecnica che poteva declinarsi in ogni forma, data la sua resistenza.
- xiv Tratta dall'articolo di Antonio Michetti, *Struttura e geometria nell'architettura storica*, in *Manuale del Restauro*, Mancosu Editore, 2001.
- xv Secondo lo studio condotto da Antonio Michetti e sopra citato, si riscontra lo stesso rapporto nella chiesa di Santa Maria del Fiore e non solo nel progetto di Arnolfo di Cambio ma anche nella successiva di Brunelleschi, che lo ripropone (a testimonianza della sua profonda conoscenza geometrica) anche nella chiesa di San Lorenzo a Firenze.

- xvi Tratta dall'articolo di Antonio Michetti, *Struttura e geometria nell'architettura storica*, in *Manuale del Restauro*, Mancosu Editore, 2001.
- xvii Ancora Antonio Michetti, rintraccia nel passaggio graduale dal muro verticale alla sfera, sull'esterno, ancora il triangolo diofantino e per una spiegazione approfondita si rimanda al suo articolo già citato nel Manuale della Mancosu.
- xviii Ibidem.
- xix Ibidem, p. 56 sezione omega.
- xx Tratta da Flaminio Lucchini, *Op. cit.*
- xxi Sulla metodologia costruttiva per la centinatura del Pantheon diverse sono le ipotesi avanzate nel corso dei secoli. Leon Battista Alberti (*De architectura*, VII, 11) portando ad esempio il suo procedimento per le volte di Sant'Andrea a Mantova, parla di disegno della forma dei cassettoni sul tavolato della centina, e quindi della realizzazione di sagome di riempimento in mattoni crudi, fissati con l'argilla e quindi eliminati facilmente dopo il disarmo della cupola. Viollet le Duc, nel suo Dizionario dell'architettura ragionata ipotizza l'utilizzo di una centina di archi meridiani in legno, lungo le 28 fasce piene tra i cassettoni, sui quali sarebbero state fissate le sagome dei cassettoni. Questa teoria è poi ripresa anche da J.P.Adam, *La construction romaine. Materiaux et techniques*, 1984, p.190.
- xxii I materiali in questo tipo di costruzione hanno fornito un grande contributo alla resistenza e quindi alla stabilità della struttura. Il tufo utilizzato negli anelli successivi al primo gradone, probabilmente quello giallo della via Flaminia, ha contribuito alla resistenza della struttura, per la buona aderenza meccanica e compatibilità chimica con la malta pozzolana, qui gettata in spessori maggiori. Avvicinandosi all'anello centrale c'è un ulteriore alleggerimento della costruzione con l'impiego di un altro tipo di *caementa*: qui si trovano strati alternati di tufo, e *cruma*. Per una descrizione più completa della struttura e dei materiali si veda Flaminio Lucchini, *Le cupole di Adriano*, in a cura di C. Conforti, *Lo specchio del cielo*, Electa, Milano, 1997, pp. 9-19.
- xxiii Tratta da Antonio Michetti, *Op. cit.*
- xxiv Antonino Giuffrè, *La meccanica nell'architettura. La statica*, La Nuova Italia Scientifica, Roma, 1991, pp. 200,201.
- xxv Bernardo Antonio Vittone, *Istruzioni elementari per indirizzo dei giovani allo studio dell'Architettura*, Lugano, 1760
- xxvi Dice il Borra, che quando la luce è di 4 o 5 metri e non ci sono sovraccarichi, la regola è buona e conduce agli stessi risultati delle più rigorose e motivate successive.
- xxvii Sulle prime Diogneto rifiuta, poi cede e “Praticò un buco nelle mura, in corrispondenza del punto in cui la macchina si sarebbe avvicinata e ordinò a tutti di portare, da fonti pubbliche e private, acqua, escrementi e sporcizia e di versare tutto davanti alle mura attraverso dei tubi che fuoriuscivano dalla suddetta apertura. Durante la notte fu versata una grande quantità d'acqua, escrementi e sporcizia e il giorno seguente, quando l'elepòli si avvicinò, essa fu costretta a fermarsi a causa del pantano prima di raggiungere le mura e non fu

*possibile spingerla oltre, né, tanto meno, farla tornare indietro*'. Il nemico quindi batte in ritirata e Diogeneto riceve tutti gli onori della città.

xxviii Andrea Palladio, *I Quattro libri dell'architettura*, libro III, Proemio, nell'edizione Il Polifilo, Milano, 1980.

xxix Si veda per una trattazione precisa della questione il libro.Thoenes, C., Roccasecca, P., "Vignola teorico", in *Jacopo Barozzi da Vignola*, (a cura di Tuttle, R.J., Adorni, B., Frommel, C.L., Thoenes, C.), Electa, Milano, 2002, p.88.

xxx Vitruvio Pollione, *I dieci libri di architettura commentati da Daniele Barbaro*, Milano, Il Polifilo, 1987

xxxi Si veda Antonino Giuffrè, *Op. cit.*, p. 91.

xxxii Leonardo Da Vinci, *Codice Foster*, II, f.82v.

xxxiii Leonardo Da Vinci, *Codice Atlantico*, 82rb.

xxxiv Leon Battista Alberti, *De re aedificatoria*, a cura di G.Orlandi, con note ed introduzione di Paolo Portoghesi, Libro III, cap. Il Polifilo, 1966.

xxxv L.B. Alberti, *Op. cit.*, Libro III, p. 234.

xxxvi L.B. Alberti, *Op. cit.*, Libro II, cap. XII.

xxxvii Descrizione dei meccanismi degli archi di Danizy, riportati nel suo trattato.

xxxviii A chiarire questo concetto sembra intervenire Marc Bloch, quando afferma che i costruttori antichi "sembrano lavorare e disporre le pietre con i teoremi di meccanica", Marc Bloch, *Lavoro e Tecnica nel Medioevo*, Bari, Laterza, 1969, p. 203.

xxxix L.B. Alberti, *Op. cit.*, Libro III, p. 236.

xl L.B. Alberti, *Op. cit.*, Libro III, p. 236.

xli "*Alle volte con armature giova, terminata che sia la sistemazione degli ultimi conci, allentare subito leggermente i sostegni su cui le armature si appoggiano. Ciò allo scopo di evitare che i conci immessi da poco nell'opera si muovano nei loro giacigli di calcina, e perché essi coll'equilibrio dei loro pesi pervengano invece ad occupare una sede stabile ed identica per ciascuno; altrimenti nel far presa non si riunirebbero con la compattezza che la costruzione richiede, ma, al momento del disarmo, lascerebbero aperte delle crepe.*" Ibidem, p. 248.

xlii completando la costruzione "*con pietra leggerissima per evitare che le pareti vengano danneggiate da un eccesso di peso [...] o con un miscuglio di calcina e rottami, specialmente di di pomice, materiale da tutti stimato più adatto a riempire le volte*", Ibidem, p. 248.

xliii Leonardo, *Op. cit.*, p.139 v.

xliv Leonardo, *Op. cit.*, Ms. A 51 r

xlv Immagine tratta da Carlo Blasi, lezioni.

xlvi Leonardo, *Op. cit.*, p.139 v.

xlvii È verosimile immaginare quindi che, in fase costruttiva, quell'abbassamento delle reni fosse ottenuto con l'aggiunta di rinfianco, dove mancava. La volta doveva essere disarmata, come prescriveva l'Alberti, per gradi, e – all'evidenza di cerniere in prossimità delle reni – si procedeva ad alzare la quota del rinfianco, fino a raggiungere l'equilibrio. Una volta garantita la

stabilità dell'arco di per sé – che potrebbe anche verificarsi senza bisogno di rinfianchi – il problema da risolvere sta nella stabilità dei suoi sostegni, che rientra, indirettamente, nelle cause di instabilità dell'arco e – per esteso – della cupola.

In realtà l'Alberti sbaglia dal punto di vista della conoscenza costruttiva: la possibilità di controllare il fenomeno di un arco svanisce, dal momento che la formazione delle cerniere così come ipotizzate potrebbe avvenire solo dopo la frattura dell'arco supposto tutto intero nel modello, che quindi non potrebbe mai simularne il reale comportamento, se non con accorgimenti noti solo dopo il 1918.

L'aumento dello spessore dei pilastri di appoggio, fino a renderli dei setti trasversali, impedendone la rotazione si è rivelata – già nota a Leonardo – un'ulteriore complicazione, evidenziando negli stessi muri delle fratture che separano la parte della muratura con funzione statica da quella non resistente, e quindi superflua. Il sistema trovato dai costruttori gotici, di cui non rimangono trattazioni, è quello che oppone un vincolo allo spostamento orizzontale del pilastro, che secondo Viollet le Duc è visualizzabile dell'arco rampante, evoluzione del primitivo sistema a puntelli di legno inclinati conficcati nel terreno. Sia che abbia ragione Le Duc, sia che la forma dell'arco derivi invece proprio dalla progressiva stilizzazione di quelle pareti fratturate in cui la forma stessa della frattura suggeriva l'evoluzione ad arco rampante, questa soluzione costituisce la primordiale risposta alla stabilità degli archi e delle loro evoluzioni, insieme a suggerire i primi metodi di analisi delle strutture cupolate.

xlviii

*“ E una volta che si siano costruiti gli anelli uno sull'altro, e allo stesso modo gli archi, anche facendo l'ipotesi che la costruzione voglia crollare, non si vede da che parte potrebbe cominciare, soprattutto perché i conci con ugual peso e forza gravitano tutti verso un sol centro. A tal punto i più degli antichi facevano affidamento sulla solidità di questo tipo di volta, che usavano inserire in essa semplici anelli di terra cotta soltanto ogni tanti piedi di spazio, completando le zone restanti della volta con materiale d'accozzaglia tenuto insieme da minuscoli cementizî. Mi sembra però assai preferibile la prassi di chi, innalzando la cupola, segue lo stesso procedimento impiegato per collegare tra loro le pietre del muro, innestando gli anelli di sotto con quelli posti immediatamente di sopra, e così gli archi con gli archi in più punti; ciò specialmente ove non vi sia a disposizione una quantità bastevole di sabbia di cava, o la costruzione sia esposta a venti marini o australi.*

*Anche la crociera composta si potrà inalzare senza far uso d'armatura, purché all'interno del suo spessore s'inserisca una volta sferica. In tal caso però occorre assolutamente un saldissimo e strettissimo collegamento tra le parti più deboli e quelle più robuste. Tuttavia, una volta sistemati uno o più anelli di pietra, quando abbiano fatto presa, sarà utile agganciare ad essi leggeri lacci e grappe, le quali sosterranno quel tanto di armatura che basti a reggere gli anelli costruiti di seguito sopra i precedenti per l'altezza di alcuni piedi, finché siano asciutti a loro volta; poi, induriti questi, si trasporterà la suddetta armatura di sostegno un certo numero di file più in su, per completare la zona più alta della volta, finché il lavoro sia terminato”, L.B. Alberti, Op. cit., Libro III, pp. 244-246.*



Nella descrizione della cupola di Santa Maria di Loreto, opera tardo cinquecentesca di Giacomo Del Duca, si vede l’inserimento nella calotta interna della cupola all’interno della struttura in laterizio, di alcune olle in terracotta del diametro di circa 60 centimetri, collocate più o meno ad un terzo del sesto, in una zona fortemente sollecitata di cui Alberti, così come tutti i trattatisti, intuisce l’importante funzione strutturale, consigliandone il rinforzo con catene, sproni o riempimenti in muratura. Queste olle quindi non erano state messe proprio in quella zona a scopo di alleggerimento strutturale. Il fatto che la cupola fosse emisferica creava, era noto, alcuni inconvenienti: le componenti orizzontali non contrastate da elementi contraffortanti tendevano a spianciare le cupole, così che si rendeva necessario molte volte ricorrere all’ispessimento e innalzamento del tamburo. La presenza delle olle in quella zona dava alla struttura una sorta di “polmone” che accelerasse la presa delle malte (per l’evaporazione più rapida). Sono accorgimenti costruttivi, pratici, che adattano alla pratica costruttiva un dimensionamento ancora tutto proporzionale, basato, come per gli archi, su precisi rapporti dimensionali.

<sup>l</sup> e con il *Templum Vaticanum et ipsius origo*, del 1694

<sup>li</sup> Lo stesso argomento, di precisi rapporti dimensionali stabiliti dal trattato antico per eccellenza, lo utilizzerà più tardi per dimostrare invece l’inadeguatezza del tamburo della cupola di San Pietro, trovando ancora una giustificazione geometrico-dimensionale al meccanismo di dissesto non ancora compreso nella sua completezza. Come più avanti sarà fatto in un altro celebre dibattito – quello conclusivo della storia delle cupole. Si veda il capitolo sul Tempio Vaticano e quello sul Panthèon di Parigi di questa tesi, capp. 4 e 6.

<sup>lii</sup> Le misure suggerite dai trattatisti variavano da 1/9 a 1/7, a seconda del riferimento, ma tutti trovavano nel rapporto tra diametro e spessore della muratura la chiave della stabilità.

<sup>liii</sup> Di questo periodo si ricordano i trattati sulle carpenterie (Philibert Delorme, *Nouvelles Inventiones pour bien bastir et petit frais*, 1561), sulla stereotomia delle volte in pietra, (Francois Derand, *L’architecture des voutes*, 1643 o Amedée Francois Frezier, *La Théorie et la Pratique de la coupe de pierres*, 1773), tutti derivanti dalla matrice francese gotica.

<sup>liv</sup> Immagine tratta da Edoardo Benvenuto, Op. cit.

<sup>lv</sup> Vincenzo Scamozzi, *L’idea della Architettura universale*, Venezia 1615, II, Proemio.

<sup>lvi</sup> V. Scamozzi, *Op. cit.*, II, VIII, 15.

<sup>lvii</sup> “nelle volte generalmente si considerano tre cose principali, e queste vengono ad esser, come ne’ corpi animati, i piedi, i fianchi e la schiena, e ognuna d’esse è molto differente di vita e di forma e anco di forza. I piedi della volta vengono ad esser quasi della natura delle mura dritte e a piombo: onde riescono più forti delle altre parti: è perciò quando le volte vengono meno non rovinano mai del tutto fino à piedi, cosa che si vede essere avvenuta a tanti edifici antichi. I fianchi delle volte sono quelli, che si ritrovano fra i piedi e la groppa, o la schiena della volta, e perché quanto è più aggravata la volta, tanto maggiormente i fianchi spingono fuori le spalle delle mura; e perciò vogliono essere da ambe le parti molto gagliarde, forti e sicure; per il che è da avvertire che dà piedi finoà

*fianchi le volte si possono fare di buona grossezza, e unirla bene con le muraglie; ma d'indi in su verso la schiena della volta bisogna andare molto riservati, e farle assai leggieri, e di bonissima materia: essendo che quando più peso ha la schiena delle volte tanto maggior fatica ella accresce a'fianchi, i quali con molta forza, e violenza spingono verso le spalle.”, V. Scamozzi, Op. cit., II, VIII, 15.*

lviii

Guarino Guarini, *Architettura civile*, a cura di B. Tavassi La Greca, Milano, Il Polifilo, 1968.

3. Santa Sofia, i due matematici, e la divina saggezza.

“Non entri chi non conosce la geometria”  
Platone, iscrizione all'Accademia di Atene

La chiesa di Hagia Sofia è la chiesa della Divina Saggezza, forse quella che si è maturata nei secoli attraverso l'osservazione dei suoi ripetuti crolli, fino all'introduzione delle conoscenze di Sinan e la sua cerchiatura in ferro. Ma cominciamo dall'inizio.

Quattro grandi pilastri sostengono la grande cupola di Santa Sofia a Costantinopoli, che in realtà era la forma di un'utopia, e forse proprio per questo, prima di trovare la sua stabilità, ha dovuto combattere con i crolli ripetuti e sconcertanti, trovando con questi un compromesso. Tutto comincia dall'avventura di due *mechanopoioi*, Antemio di Tralles e Isidoro di Mileto, che arrivano a Costantinopoli, chiamati da Giustiniano per costruire la più grande chiesa della cristianità. Quasi a voler già ribadire i confini della questione, i due erano *mechanopoioi*, un appellativo riservato solo a coloro, tra i costruttori, che possedevano solide conoscenze matematiche, geometriche e astronomiche. Non è quindi un caso che da due personaggi così cominci questa storia.



Figura 3.1. Giustiniano incarica Isidoro di Mileto e Antemio di Tralles di costruire Santa Sofia

La storia della costruzione di Santa Sofia può essere vista come un paradigma di questa trattazione, perché al problema strutturale della sua grandiosa cupola, è stata data prima una soluzione teorica, quella dei due suoi matematici costruttori, e poi una empirica, quella definitiva, da parte di Sinan e degli architetti Ottomani.

In mezzo, c'è stato l'errore e quindi il crollo, e le modifiche successive subite dalla geometria della struttura hanno rappresentato altrettanti adattamenti alla realtà dell'utopica sfera celeste iniziale, procedendo per approssimazioni successive fino alla soluzione finale.

Forse più del Pantheon Romano, anche Santa Sofia ha rappresentato un riferimento per le cupole successive. I suoi due arditi progettisti avevano costruito una sfera perfetta sul quadrato d'imposta, cercando di ricalcare, in modo molto più complesso, il disegno divino del paradigma di tutte le cupole, il Pantheon di Roma. Quello che fanno però – prima di averne gli strumenti - è sollevare la cupola da terra, sostituendo al perfetto “tamburo continuo” della muratura perimetrale del Pantheon, quattro grandi pilastri che nel nuovo elemento di raccordo dei pennacchi trovavano il sistema di scarico del peso della cupola a terra.<sup>i</sup>

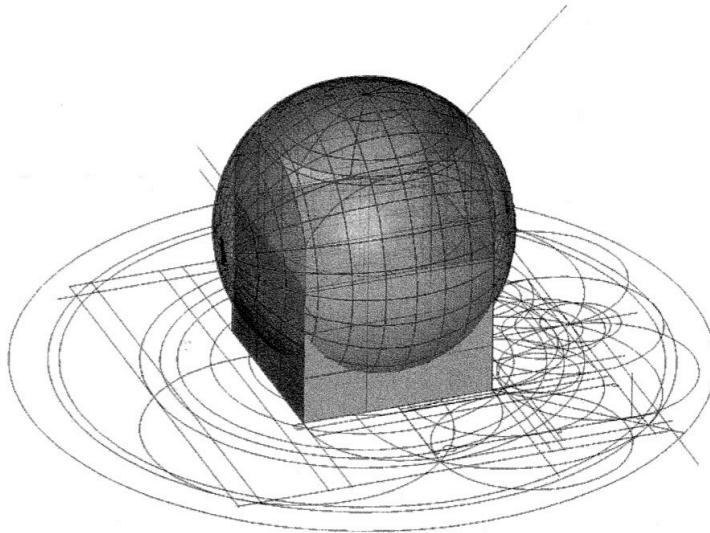


Figura 3.2. La sfera di 150 piedi bizantini sul quadrato di base di 100 piedi.<sup>ii</sup>

### 3. Santa Sofia, i due matematici e l'evoluzione a partire dall'errore

La chiesa Teodosiana di Santa Sofia era stata distrutta il primo giorno della grande ribellione di Nika nel gennaio del 532. La sua distruzione fornisce a Giustiniano un grande pretesto: ricostruirla più grande ed eterna, ed è questa opportunità che presenta ai suoi due architetti, Antemio e Isidoro. Loro certamente la sfruttano al meglio, attuando una combinazione ardita di forme strutturali mai provate finora a quella scala, il cui risultato è una spazialità superba e magnifica che ancora oggi lascia ammirati.

Antemio di Tralles e Isidoro da Mileto erano eruditi nei principi della statica e della dinamica, e sembravano capaci di tradurli in pratica attraverso l'istruzione di tecnici ed operai. Le direttive principali riguardanti le caratteristiche generali dell'edificio erano state comunque impartite dall'Imperatore, che voleva giungere alla costruzione del tempio più bello, grande, impressionante e durevole che si fosse mai visto al mondo, e che, a un certo punto della storia, nonostante le difficoltà incontrate, da l'ordine di proseguire nella costruzione. Ad Antemio ed Isidoro toccava quindi il difficile compito di dare forma e misura all'idea imperiale.

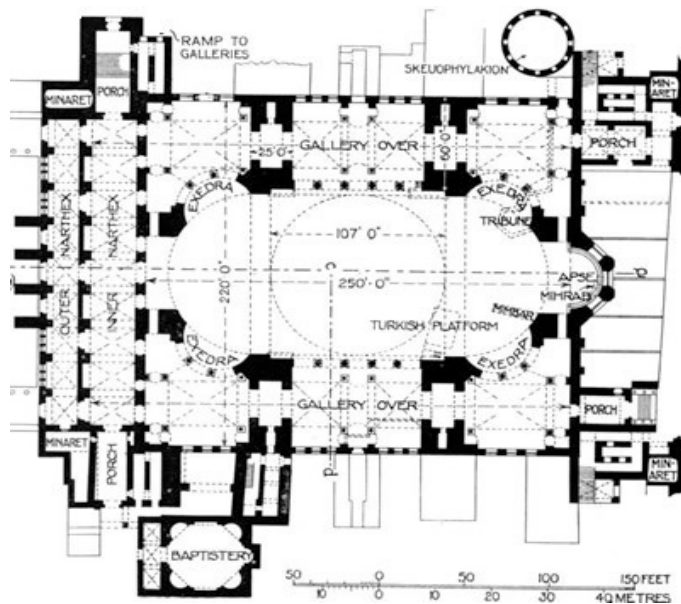


Figura 3.3. Planimetria della chiesa di Santa Sofia in cui è chiaro l'impianto centrale dilatato dalle due esedre laterali.

Il corpo del nuovo edificio si impostava su un rettangolo accorciato, con i lati quasi uguali, con un'unica abside ad oriente e un grande atrio a ovest, e con due narzeci, uno più esterno e l'altro più interno. La partizione interiore della nuova architettura, pur adottando uno schema organizzativo con asse longitudinale prevalente, non ricorreva ad una doppia serie rettilinea di sostegni per dividere le "navate" stesse, ma disponeva questi ultimi lungo il perimetro di una figura formata da un grande quadrato centrale che si prolungava in due trapezi tra loro simmetrici nella direzione dell'asse longitudinale.<sup>iii</sup>

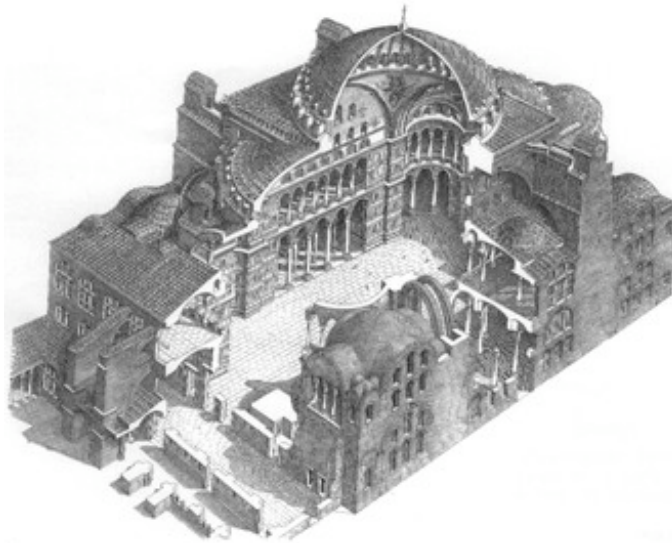


Figura 3.4. Dallo spaccato assonometrico risulta chiara la percezione dello spazio interno.

L'architettura, secondo Le Corbusier, deve essere una profonda proiezione di armonia, simile a quella che si percepisce entrando in Santa Sofia a Istanbul, forse perché data dalla declinazione della forma sferica, in successive volte periferiche e nei triangoli sferici dei pennacchi, attraverso una teoria di volte e archi. Lo spazio interno poi è, allo stesso tempo, centrato sulla cupola e disassato lungo l'asse est-ovest dalle due grandi semicupole, nel portico e nell'abside, risultando enfatizzato da questo disassamento. Si espande anche diagonalmente, ad est e ovest, in quattro esedre, ed è contenuto, lungo

la sua lunghezza, a nord e a sud, da gallerie mezze nascoste dietro schermi colonnati. Sembra quasi di non accorgersi delle strutture di supporto della grande cupola, come fosse sospesa nel vuoto centrale, e i triangoli sferici dei pennacchi, che costituiscono la transizione dal piano circolare soprastante e la pianta quadrata, sembrano spostare più in alto un pavimento invisibile. È come un climax, sapientemente costruito che non arresta l'occhio, ma lo fa salire fino al cielo. Come una mimesi dell'ordine celeste.

Sotto quest'ordine celeste c'è quello terreno escogitato dai suoi progettisti.

Le soluzioni al problema posto da Giustiniano, potevano basarsi sulle tecniche che cominciavano a svilupparsi in quel tempo, a partire da Roma: volte relativamente sottili di mattoni e malta, ed è proprio seguendo queste tecniche che i due costruttori hanno potuto creare una cupola alta 107 piedi bizantini è spesso solo 2, che anticipa in snellezza il Panthéon di Soufflot. Sarebbe interessante capire quali conoscenze avessero per farlo.

L'edificio doveva essere una fusione tra la pura pianta centrale, fino ad allora associata ai *martyria* e alle grandi sale imperiali, e l'impianto basilicale, che si era rivelato più adatto alla liturgia, e forse proprio in questa fusione sta l'aspetto grandioso e peculiare di Santa Sofia. Lo spazio cupolato centrale è dilatato dalle esedre e dall'abside e circondato su due livelli da gallerie e colonnati, è l'evoluzione di una schema della precedente chiesa fondata da Giustiniano, la chiesa dei SS. Sergio e Bacco. L'unica cosa che manca alla precedente chiesa è l'ulteriore dilatazione dello spazio data dalle due semicupole e la grande scala di Santa Sofia.

Si può avere un'idea del problema se si considera che a quel tempo, altre strutture delle stesse dimensioni erano solo il Pantheon Romano e la Basilica di Massenzio, e a complicare la faccenda erano le azioni strutturali principali derivanti dalla decisione di voltare l'intero spazio senza utilizzare dei supporti intermedi, ma solo un sistema di cupole, semicupole e archi di sostegno appoggiati su enormi pilastri in pochi punti del perimetro.

Due erano i problemi che si trovavano ad affrontare i due progettisti: dovevano

conchiudere un vano molto vasto di forma quadrata con una copertura che avesse anche un significato simbolico molto forte. La soluzione poteva essere solo la copertura cupolata che bene si adattava alle conclusioni degli spazi adiacenti al quadrato centrale della chiesa, e che con la sua forma avrebbe richiamato la fisionomia della volta celeste e quindi la perfezione del Paradiso.

Nelle province orientali dell'Impero, da molti anni delle coperture cupolate coprivano sale di forma quadrangolare, ma queste coperture, di dimensioni modeste, non avevano una reale sezione di base circolare. Il più delle volte, il passaggio era graduale e lo spazio quadrato veniva trasformato in sezione ottagonale attraverso l'arco-pennacchio, un elemento strutturale avente il compito di smussare i quattro angoli retti del vano avvicinando tale figura al cerchio, forma base della cupola emisferica.

I due architetti si dovevano essere resi conto che quegli archi-pennacchio, sino ad allora considerati come elementi a sé stanti all'interno dello spazio quadrangolare, potevano essere incorporati nella realizzazione della cupola stessa, e questo si poteva fare cominciando a costruire la cupola a partire dagli angoli che si formavano tra i quattro arconi, costituendo quattro segmenti triangolari separati che avevano una curvatura pari a quella di una sfera il cui diametro era uguale alla dimensione della diagonale dello spazio da coprire. Quando il limite più alto di questi segmenti triangolari curvilinei diventava tangente alla chiave dei quattro grandi archi, la figura che si ottiene è quella di un cerchio, che viene quindi impiegato come livello d'imposta per la cupola inferiore.

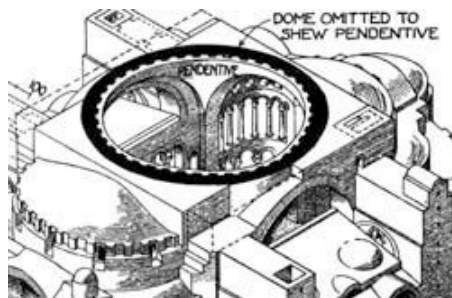


Figura 3.5. Utilizzo dei pennacchi come elemento strutturale di collegamento e scarico del peso della cupola.



La copertura finale scelta per la chiesa si articolava quindi in un complesso sistema di cupole e semicupole che, partendo da quelle di dimensione più piccola; posizionate al di sopra delle esedre poste subito dopo la soglia del nartece più interno - tramite la semicupola sistemata sulla campata occidentale, arrivavano alla copertura centrale. Lo spazio poi si contraeva e si abbassava nuovamente nello stesso modo, sino a giungere nella zona dell'abside. Il primo ad accorgersi che tutta la costruzione era sapientemente concentrica, potendo – a differenza degli studiosi che l'hanno preceduto - basarsi sul rilievo di precisione eseguito nel 1996 dal gruppo giapponese guidato dal Prof. Hidaka, é stato Carlo Blasi.

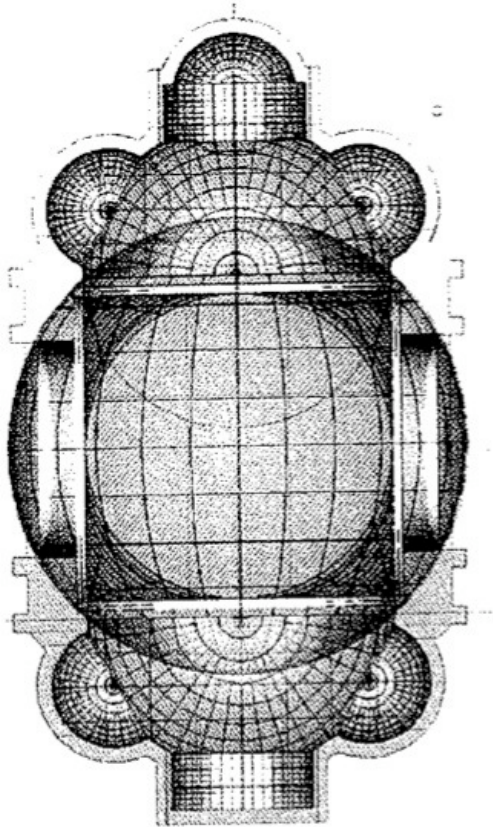


Figura 3.6. La costruzione concentrica della chiesa di Santa Sofia.<sup>17</sup>

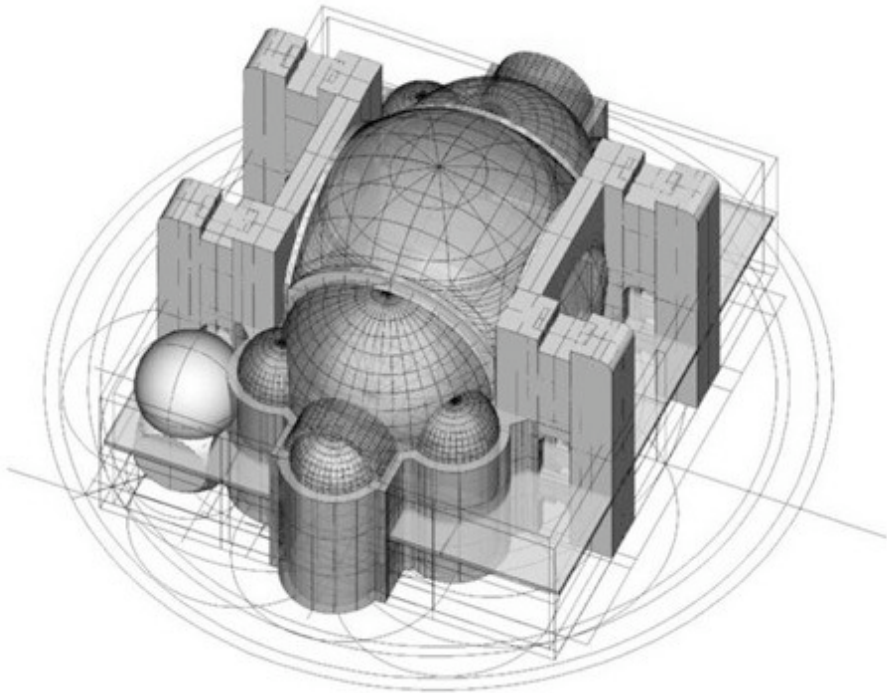
Così, come l'impianto planimetrico si imperniava sull'utilizzo di due differenti arrangiamenti geometrici, così pure la struttura ideata dai due *mechanikopoioi* di Giustiniano prevedeva l'impiego di altrettanti sistemi strutturali, di cui quello primario doveva sostenere e scaricare a terra le forze derivanti dalle grandi volte superiori di copertura, mentre a quello secondario era affidato il compito di portare sé stesso e sostenere le volte inferiori delle navate e delle gallerie.



Figura 3.7. La chiesa di Santa Sofia.

Il sistema principale era costituito fondamentalmente dai quattro pilastri principali, dai quattro secondari, da quelli di contrafforte ai principali e dai grandi archi superiori che li collegavano. Tutti questi elementi strutturali avevano il compito di reggere la grande cupola centrale e tutte le altre volte della navata centrale che da essa derivavano. Questa sistemazione permetteva allo schema centrale quadrato di venir allungato, schermato,

a nord e a sud, gli arconi laterali con pareti forate da colonnati e finestre, e prolungando la cupola longitudinalmente, ad est e ad ovest, attraverso una sequenza di semicupole, le cui dimensioni andavano discendendo verso le estremità. In questo modo i due architetti ottengono una luce ininterrotta di quasi 100 piedi in senso trasversale e di circa 200 piedi longitudinalmente, dimensioni sino ad allora mai raggiunte.



*Figura 3.8. I due costruttori scelgono un sistema asimmetrico di contraffortatura: le due semicupole hanno il compito di contrastare la spinta della cupola in senso trasversale, mentre in senso longitudinale usano il sistema di grandi pilastri contraffortanti, che oppongono alla spinta della cupola un presidio passivo.<sup>vi</sup>*

Per la prima volta nella storia, Antemio ed Isidoro avevano azzardato di far poggiare una cupola dalle dimensioni tanto vaste su quattro pilastri d'angolo: si trattava di una idea rivoluzionaria, perché sotto carico le cupole in muratura, come gli archi, hanno la

tendenza ad aprirsi alla base e ad incrinarsi. Bisognava quindi evitare che i loro appoggi venissero spinti verso l'esterno, e per questo alla spinta laterale della cupola si contrapponevano quattro grandi archi la cui spinta era a sua volta contrastata da altre strutture. I due architetti dovevano essere a conoscenza di queste regole, almeno intuitivamente, e utilizzano le due grandi semicupole – con ruolo funzionale - e le volte dietro gli archi di levante e di ponente come contrafforti, costruendo semicupole e volte più piccole dietro alle prime, fino a che la spinta della cupola in questa direzione non fosse stata riportata a terra.

Se avessero operato allo stesso modo per resistere alla spinta della cupola in direzione nord-sud, Antemio ed Isidoro non avrebbero incontrato alcun problema. Ma, dal punto di vista puramente architettonico, non potevano scegliere questa soluzione; si trovavano costretti ad improvvisare qualcosa, e creano così gli archi nord e sud, privi di contrafforte, di luce inferiore (in modo da ridurre la spinta) e di spessore maggiore (così da aumentarne la resistenza). Sotto l'arcone principale, a settentrione e a meridione, nascondono un arco di supporto, e infine, fanno appoggiare ciascuno dei pilastri principali congiunti da tali archi su di un contrafforte, impiegando così un sistema di volte che sembra anticipare il sistema dei contrafforti usato dai costruttori delle cattedrali gotiche.<sup>vii</sup>

I quattro contrafforti radiali che collegavano la sommità dei pilastri con la zona inferiore della cupola, sicuramente presenti all'epoca di Sinan e comuni a tutte le grandi moschee antiche, vennero eliminati durante le opere di restauro dei fratelli Fossati, intorno al 1854, forse contemporaneamente all'inserimento (sempre durante questi restauri) di una grossa catena a sezione quadrata nel tamburo.

Il resto degli elementi strutturali rappresentava il sistema secondario, costituito dagli archi e dalle volte del nartece, dalle grandi sale delle navate laterali e dalle gallerie, da tutti i loro muri di supporto e le colonne che non erano già state incluse nel sistema primario. Il sistema secondario includeva inoltre i grandi timpani al di sotto degli archi principali di nord e sud, ed i muri delle rampe d'accesso esterne.

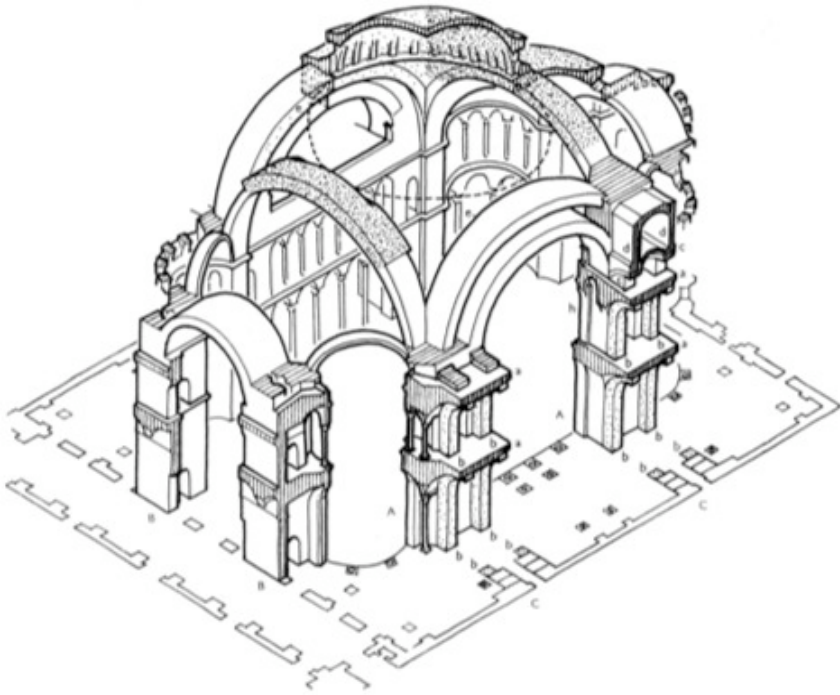


Figura 3.9. Sono mostrate le tre fasi costruttive di Santa Sofia. I. Fondamenta e pilastri livello navate. II. Pilastri secondari e di rinforzo; III. Arconi che cominciano a deformare gli altri elementi.<sup>viii</sup>

I lavori per l'erezione della *Megale Ecclesia* si protrassero per soli cinque anni, articolandosi in quattro fasi distinte.

Durante la prima fase costruttiva vengono gettate le fondamenta della chiesa e costruiti i pilastri principali, quelli secondari e quelli di contrafforte, tutti in pietra squadrata accuratamente disposta, dallo spiccato delle fondazioni sino al livello dei capitelli dei colonnati delle navate. Nella seconda fase riprende la costruzione dei pilastri principali e secondari, con sezione trasversale ridotta rispetto alla parte sottostante, e vengono costruiti i pilastri di rinforzo in muratura di mattoni e malta, con una crescente rapidità dal piano della galleria in poi.

La terza fase vede la realizzazione degli archi sopra le quattro esedre angolari, assieme a quelli tra i due pilastri secondari di est e di ovest; contemporaneamente si conclude la costruzione dei grandi arconi poggianti sui pilastri principali e dei pennacchi sferici che permettevano l'imposta circolare della cupola centrale. Appena finita la costruzione degli arconi principali, le loro spinte cominciano a deformare, notevolmente, i grandi sostegni sottostanti, soprattutto in direzione nord-sud, e tutti e quattro i supporti cominciano ad inclinarsi pericolosamente verso l'esterno.

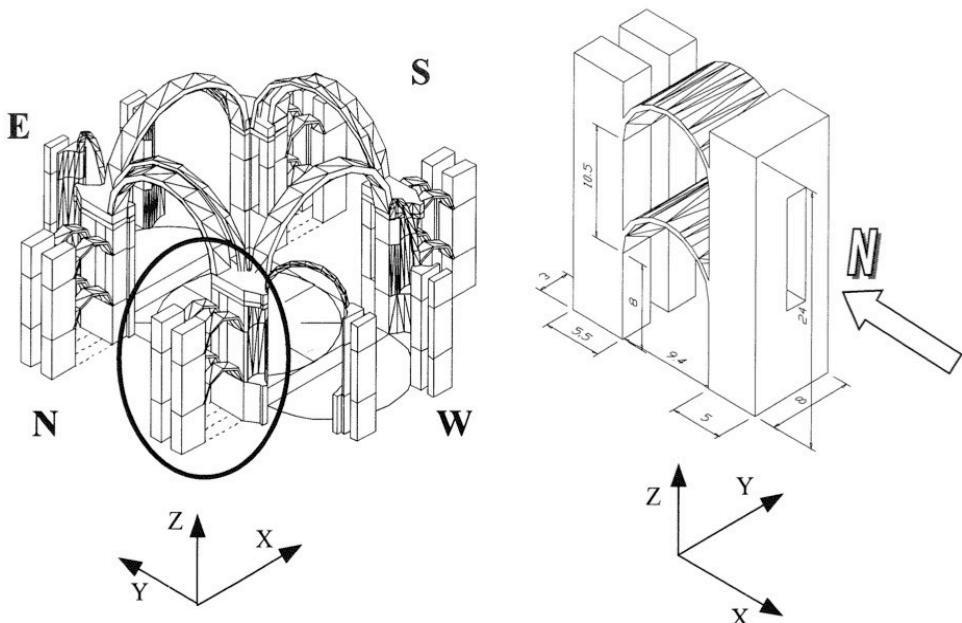


Figura 3.10. La spinta esercitata dagli archi appena costruiti ha determinato lo schiacciamento della malta non ancora indurita e la conseguente deformazione della struttura in fase di costruzione.<sup>ix</sup>

A questo punto, conviene anticipare una spiegazione circa le deformazioni e i numerosi dissesti che colpirono la chiesa di Santa Sofia, ancora in fase di costruzione, spiegando che questi si verificarono per diversi fattori: lo scivolamento ed il ritiro delle malte impiegate nella muratura, l'ingenza delle forze sviluppatesi subito dopo l'erezione dei quattro archi principali e delle diverse cupole, la differente risposta alle sollecitazioni

data dai vari materiali costituenti l'edificio ed il continuo susseguirsi di eventi sismici di intensità più o meno elevata. Tra tutti i fattori, quello che ebbe maggior peso e provocò le modificazioni più rilevanti fu certamente il primo. Le costruzioni bizantine del VI secolo, infatti, erano caratterizzate da una muratura particolare, in cui il legante rappresentava l'elemento primario: mattoni dello spessore di 4-5 cm venivano tenuti assieme da giunti di malta spessi mediamente tra i 5-7 cm. Questo comportava da un lato grande rapidità di costruzione ma anche una grande deformabilità della muratura stessa, il cui legante necessitava di tempi di maturazione molto lenti.

Le spinte delle strutture ad arco, comportando la dislocazione e lo schiacciamento del legante, avevano prodotto, in fase di costruzione, sulla malta non ancora indurita, degli scorrimenti e delle deformazioni plastiche così ingenti da indurre le strutture a cedere su loro stesse. Ma questa causa di deformazione e dissesto verrà indagata più tardi (può considerarsi un'anticipazione dell'errore che verrà spiegato nei paragrafi successivi).

Nella quarta ed ultima fase costruttiva, si collocano le operazioni di costruzione della grande cupola che minarono ulteriormente il già fragile e precario equilibrio statico del tempio.

Quello che è certo è come alla base della costruzione antica ci fosse una rigorosa geometria, che spesso suppliva alle mancanze di calcolo. È difficile ora comprendere e risalire esattamente alla conoscenza degli antichi; una grande parte della regole e dei rapporti geometrici è andato perso nei secoli, e oggi si può solo ipotizzarle guardando gli antichi edifici, cercando di ricavarle da questi. Non è un processo sempre facile, soprattutto se si considera che spesso sono intervenuti gli errori di costruzione e i dissesti a modificarne le misure e i rapporti così come erano stati progettati.<sup>x</sup>

Un elemento importante per comprendere la struttura è quindi lo studio dimensionale, e l'applicazione o la traduzione nelle unità di misura originali, che aiutano ad interpretare più correttamente il monumento. Per farlo si può partire dal tracciamento, che chiarisce subito alcune questioni: generalmente le forme più facili da tracciare sono linee, come gli allineamenti, e le circonferenze; disegnare un quadrato è più difficile

perché richiede il disegno di lati ed angoli, mentre è molto più semplice partire da una circonferenza. Cercare le circonferenze che possono essere state usate nella definizione della pianta è quindi spesso utile per capirne la geometria sottostante, trasferendo il procedimento nello spazio tridimensionale, è più semplice riferirsi alla sfera, e cercare questa all'interno degli spazi esaminati.

Il problema è lo stesso per tutte le strutture antiche. Soprattutto per una struttura che rappresenti, caso unico, un confine tra antico e moderno, come Santa Sofia. Molti studiosi, Mainstone per primo,<sup>xi</sup> hanno tentato uno studio geometrico che ne mettesse in evidenza proporzioni meccaniche, cercando di trovare le regole dimensionali sottese alla sua costruzione, ma la complessità dell'edificio, complicato dai restauri e dalle ricostruzioni, e soprattutto dai dissesti e dalle deformazioni intervenute, rendevano questo studio molto difficile e privo di una soluzione unica e dimostrabile. (soprattutto considerato il rilievo non di precisione di cui disponeva lo studioso).

Anche nelle moderne leggi della costruzione si possono rintracciare precetti simili a quelli antichi, per la buona costruzione. Nelle Norme Tecniche per le costruzioni in zona sismica, ad esempio, si legge che *“la pianta dell'edificio deve essere il più possibile compatta e simmetrica rispetto ai due assi ortogonali; in particolare, nel caso di pianta rettangolare, il rapporto tra lato minore e lato maggiore [...] non deve essere inferiore a 1/3”*; poi si legge anche che si deve *“garantire per i setti murari una snellezza inferiore a 12”* e che *“le aperture praticate nei muri devono essere allineate”*.<sup>xii</sup> Al moderno concetto di snellezza, è facile allora associare quelle prescrizioni circa l'altezza delle colonne in relazione al proprio diametro che per secoli sono state costruite secondo il rapporto dimensionale di 1/10 o 1/12. In un periodo in cui l'infallibilità del calcolo sismico in relazione alle strutture antiche è fortemente criticato, la riscoperta delle antiche buone regole dimensionali può essere allora un punto di partenza e in questo senso. Santa Sofia assume la dimensione di compendio di regole dimensionali e di arte delle costruzioni, quasi fosse un manuale ante litteram, in cui la regola geometrica è particolarmente complessa nelle sue declinazioni.



Per ripercorrere il tracciamento della costruzione, si deve partire dalla pianta: qui infatti i difetti e le trasformazioni dovute al tempo e ai dissesti, hanno portato meno stravolgimenti, producendo alterazioni limitate. Proprio dalla pianta si chiarisce subito come la costruzione dovesse essere tutta eretta all'insegna della geometria più rigorosa, considerato che lo spazio centrale è un quadrato perfetto di 100 piedi per lato (1 piede bizantino = 31,2 cm).

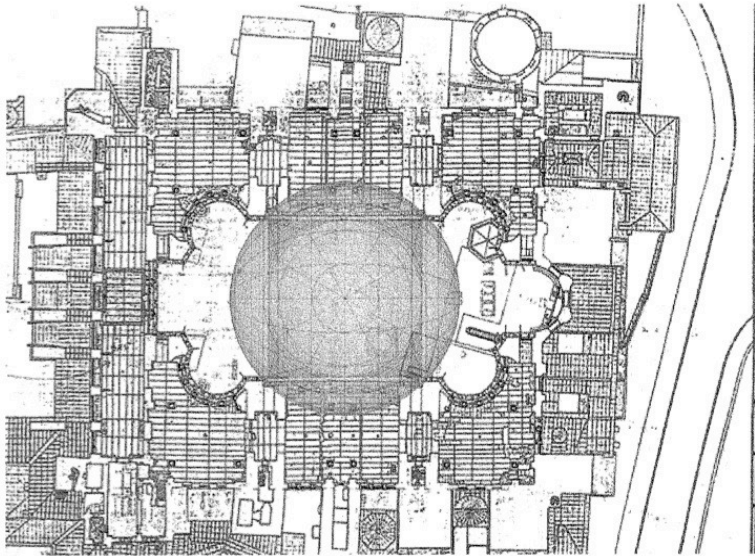


Figura 3.11. Il quadrato di base di 100 piedi e le circonferenze di 100 e 150 piedi sono mostrati sopra la pianta di rilievo di R. Van Nise, modificata da Carlo Blasi.

Sanpaolesi ne aveva già tentato un'analisi geometrico-dimensionale, identificando in 15 piedi bizantini<sup>xiii</sup> la misura base, il modulo, della costruzione,<sup>xiv</sup> ma il suo studio, così come quello di Mainstone, non poteva contare su un rilievo preciso. Più complicato è eseguire uno studio geometrico in elevazione, dove errori di costruzione, dissesti e crolli hanno maggiormente modificato le dimensioni originali. Tra le varie interpretazioni degli studiosi, solo l'altezza dei pennacchi che supportano la cupola sembra essere il dato su cui concordare: 75 piedi. I segni nelle nelle pietre della cornice

alla base della cupola, nei lati nord e sud, misurano un diametro di 100 piedi, una volta sottratte le deformazioni e dimostrano chiaramente che anche i pilastri sono stati coinvolti dalla deformazione durante la loro costruzione, e che sono stati corretti successivamente per assicurare la rigida geometria della base.

Non è facile allora visualizzare la forma della prima cupola, anche se l'esistenza di un accurato disegno geometrico alla sua origine è testimone della cura applicata alla costruzione, e del rispetto della corretta geometria, anche in presenza di deformazioni durante la costruzione. Dagli ultimi rilievi condotti sulla struttura<sup>xv</sup>, si sono ottenuti i dati di inclinazione degli elementi strutturali, e le deformazioni dei livelli superiori. Si è potuto quindi osservare che lo spostamento orizzontale al colmo dei pilastri, non solo ha prodotto variazioni in planimetria ma anche negli archi, nei pennacchi e nelle volte, alterando la loro curvatura e abbassandone la chiave, rendendo infine quasi irriconoscibile l'originale geometria. Mainstone prima degli altri, ha analizzato le deformazioni dei pilastri negli archi principali per determinare i fenomeni occorsi e per capirne meglio l'evoluzione.

Se si cerca comunque di eliminare i fenomeni di collasso, è possibile determinare molto precisamente che i pennacchi erano parte di una circonferenza di 150 piedi, tangente alla base. Questa sfera dunque doveva essere l'idea di partenza dell'intera costruzione, che, replicando la misura del Pantheon romano, ne assorbiva concezioni architettoniche e religiose, e considerando questa sfera come elemento chiave dello spazio, si riesce a interpretarne meglio l'intera geometria. Infatti, lo studio della geometria della base era partito dalla circonferenza concentrica che era stata usata per tracciare le linee del quadrato, tracciandone una di 100 piedi di diametro e una successiva di 150.

Sviluppando quindi il disegno attraverso circonferenze tangenti e nuove circonferenze con il proprio centro nelle intersezioni, si ricostruisce una geometria di base molto precisa, quella dell'edera e dell'abside. Confrontando il disegno della pianta con lo spazio interno della sfera, si ottiene il volume della sala centrale, la superficie dei

pennacchi e la circonferenza di base della cupola; e quindi il disegno degli archi e delle semicupole.

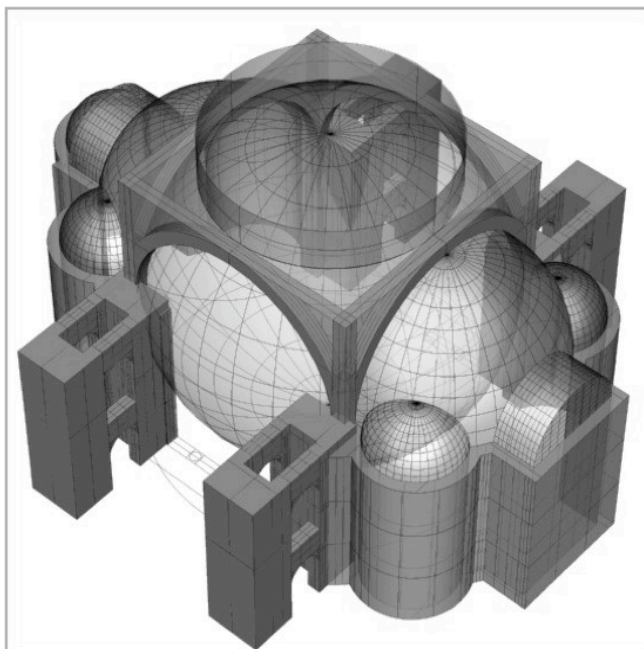


Figura 3.12. *Ipotesi della prima cupola. La sfera di 150 piedi interseca gli archi determinandone la geometria e la cupola originale mostra il suo tamburo circolare alla base.<sup>xvii</sup>*

Più difficile é ipotizzare la forma della cupola originaria, partendo dalla forma attuale. Se la galleria esisteva in origine, quindi la cupola doveva avere un tamburo circolare, simile a quello della vicina moschea Hagia Irene.<sup>xvii</sup> È ragionevole pensare infatti che, se l'intero volume interno è stato realizzato prendendo a riferimento una sfera di 150 piedi di diametro, anche la prima cupola fosse sferica sullo stesso centro. In base a questa teoria e considerando che era 21 piedi più sotto dell'attuale, il suo raggio doveva essere 81 piedi (mentre l'attuale è di 54 piedi); c'era quindi un notevole scarto di curvatura, e l'attuale cupola ha una curvatura molto più grande dell'originale. Questo è un fattore fondamentale per capire la sequenza dei crolli del monumento.<sup>xviii</sup>

Analogamente si possono fare delle ipotesi circa la forma originale del tamburo quadrato dal quale la cupola ora spicca, che aveva probabilmente una forma originale differente, considerando la rotazione e lo spostamento delle scale ai quattro angoli; come risulta evidente, sempre dallo studio geometrico, che gli archi esterni principali sono stati costruiti dopo le scale - che sono state rettificatae per avere lo stesso allineamento dei fronti – meno profondi di adesso. Tutte queste successive operazioni possono quindi ritenersi come progressive correzioni all'ostinato impianto geometrico voluto dai due mechanicopoioi, eseguite dopo il crollo parziale del 558, chiarendo quindi quel percorso di adattamento della costruzione al dissesto (per via empirica) che ne assicurerà solo 1000 anni più tardi la definitiva stabilità.

3.1. Epifania dell'errore: deformabilità e geometria.

Secondo i documenti, la cupola di Santa Sofia era crollata, più o meno parzialmente, tre volte durante la sua costruzione, sotto gli occhi dei suoi progettisti che vedevano la loro forma perfetta corrompersi progressivamente per la deformabilità insita nei materiali, e che forse avevano intuito che in quel modo, la loro grande chiesa non avrebbe resistito a lungo. È un intervento diretto dell'Imperatore Giustiniano, alla fine, a risolvere i loro dubbi, quando impone che la chiesa venga terminata senza ulteriori tentennamenti, sfidando l'evidenza della sua debolezza.

Nel 557, poco più di vent'anni dopo la sua erezione, la grande cupola dal profilo ribassato che sormontava il tempio della Divina Sapienza di Dio, crolla in seguito ad un forte terremoto. Nel corso del sisma, le già numerose fessurazioni (e deformazioni) che si erano evidenziate nella fase di costruzione si ampliano, provocando il crollo dell'intera struttura cupolata.

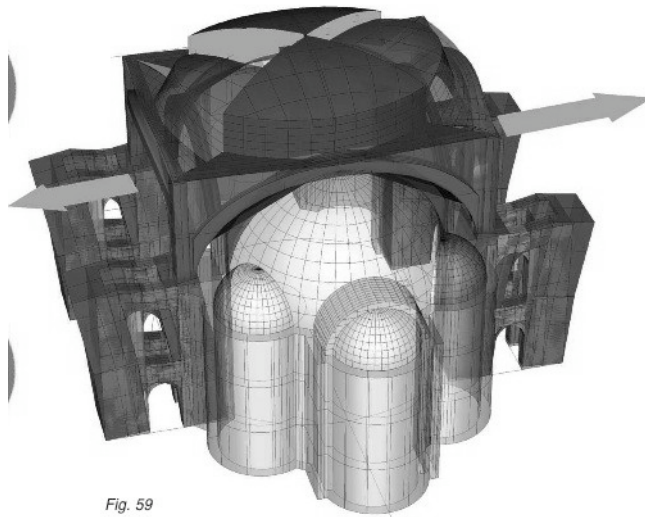


Fig. 59

Figura 3.1.1. Ricostruzione del primo crollo totale della cupola, nel VI secolo d.C. A seguito del terremoto. La spinta della cupola non trova un contrasto efficace nel sistema di contraffortatura longitudinale (già deformato).

Giustiniano allora incarica Isidoro il Giovane, nipote del Milesio, della ricostruzione della cupola. Il nuovo architetto, ritenendo che una delle maggiori cause per cui la copertura precedente era crollata fosse l'eccessiva spinta verso l'esterno prodotta dalla sua bassa curvatura, la ricostruisce con la forma di una semisfera quasi completa, alzando la chiave di circa 20 piedi rispetto alla precedente, e riducendo quindi del 30% la spinta laterale.

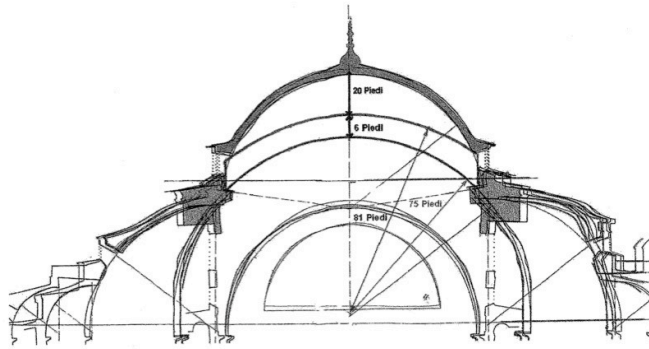


Figura 3.1.2. Rilievo di R. Van Nice che mostra la sezione trasversale della cupola modificato da Carlo Blasi. La cupola originale doveva essere 20 piedi sotto l'attuale, probabilmente di 162 piedi di diametro, con lo stesso centro della sfera di 150 piedi che è inscrivibile nell'intero edificio.

Dopo questa ricostruzione la chiesa, almeno nella sua geometria essenziale, ha assunto la forma attuale che non è più cambiata. Non si sa molto, ed è quello che più interessa a questa analisi, dei procedimenti costruttivi e dell'esecuzione della cupola originaria come anche delle semicupole. I resoconti di ricostruzioni e parziali ricostruzioni del 558-563<sup>six</sup> ammettono varietà di interpretazione e solo il rilievo dell'edificio ne permette una ricostruzione nelle sue evoluzioni. Fino al 1925 poi era vietato condurre un'indagine diretta sulla basilica e questo ha impedito per molto tempo un'approfondita analisi dell'opera<sup>xx</sup>.

Il recente studio di Carlo Blasi ha confermato che l'ultimo crollo della cupola risale al terremoto del XIV secolo, e da allora la capacità della chiesa di sopportare gli eventi sismici è indubbia. Nel frattempo altri costruttori (empirici) sono intervenuti a

risolverne gli errori.

Per capire gli errori della costruzione si dovrebbe poter risalire alle cognizioni statiche e meccaniche dei costruttori del tempo e alla definizione di una tecnica muraria che vedeva la monoliticità come suo fondamento statico oltre che costruttivo. Se si vuole considerare quindi l'evoluzione meccanica della cupola e dei suoi crolli, si deve partire da qui e cioè dai requisiti teorici dei due costruttori.<sup>xxi</sup>

Il problema principale è il comportamento monolitico delle strutture in elevazione di Santa Sofia, soprattutto in considerazione del legante utilizzato per la sua costruzione,<sup>xxii</sup> malta di calce, che in realtà è coccio pesto di tipo rudimentale, che aveva dimostrato, all'inizio, forti capacità di coesione, richiamando la tecnica romana di riferimento<sup>xxiii</sup>. Oltre alla malta utilizzata - fortemente coesiva - a dare stabilità alla cupola (almeno nelle intenzioni dei progettisti) doveva essere la perfetta geometria utilizzata<sup>xxiv</sup>; sia il sesto ribassato che il disegno della cupola sarebbero difficilmente stabili però, se non si fossero fondate sul concetto di corpo monolitico che nel Panthéon Romano trova il suo riferimento.<sup>xxv</sup>

Le cose però non sono mai così semplici, e questi vantaggi della tecnica costruttiva nascondevano un imprevisto: il tempo di presa del legante a base di calce era lungo, e in questa fase erano destinate a comparire le inevitabili deformazioni nelle strutture. I tamponamenti quindi dovevano avere il minor peso possibile, per evitare di aggravare il processo deformativo che si verificava già durante la fase costruttiva. Gli elementi verticali in marmo, rigidi, andavano a contrastare lo stato deformativo verticale ma non potevano nulla contro la spinta orizzontale; analogamente garantivano imposte più ferme e salde. Questo potrebbe spiegare la scelta di pilastri allineati con la corda dell'arco di luce maggiore, in Santa Sofia, che costituivano un presidio contro le deformazioni del grande arco.

Forse solo per la costruzione di questa parte della fabbrica vengono utilizzate delle centine mentre i pennacchi sono stati costruiti probabilmente con un sistema intermedio tra quello della falsa volta – che utilizza conci successivamente aggettanti

posati su letti di posa piani e privi di legante (come nelle tombe a *tolos* di Micene) – e quello che invece prevede dei filari di laterizi inclinati e posti in opera senza alcuna centinatura, sfruttando la capacità adesiva della malta grassa utilizzata. Sembra infatti che qui abbiano proceduto nella costruzione in maniera simile a quello che Brunelleschi, secoli dopo, perfeziona nei suoi letti conici, in modo da mantenere un'inclinazione dei laterizi sempre inferiore al limite di scorrimento relativo tra malta e laterizio.

Sorprendentemente, quello che qui era stato impiegato, era l'attrito, teorizzato solo da Coulomb nel XIX secolo, e lo stesso principio utilizzato per i pennacchi è alla base della costruzione della cupola in cui l'autoportanza, collegata alla malta utilizzata, consente di non dover più sostenere con una pesante centinatura i laterizi sino alla chiusura dell'anello.

I due *mechanopoioi* però erano andati oltre, rendendo l'opera più ardita: scelgono infatti di togliere materiale in corrispondenza della zona di attacco della cupola, proprio dove sono concentrate le azioni radiali di trazione. In realtà il loro è un trucco, perché nascondono una cerchiatura in legno prima di completare il disegno nel tamburo quadrato. Le nervature sono realizzate con lo stesso materiale dei riempimenti, vengono costruite contemporaneamente a questi e la loro funzione statica è convogliare i carichi agli appoggi, scaricando quelle zone in cui è presente la foratura. Diversamente dalle nervature romane, non rappresentano una discontinuità nella struttura, e quindi non inficiano la prevista diminuzione della spinta orizzontale della struttura stessa.

In questo senso Santa Sofia sembra anticipare il Brunelleschi, più che posticipare il Pantheon. Le quaranta nervature che irrigidiscono la cupola, proseguono dall'imposta fino al colmo, in cui la calotta piena di sette metri di diametro sembra costituire la conclusione della costruzione.

Fino a questa calotta infatti la cupola può considerarsi autoportante, mentre dopo questo limite, l'inclinazione dei letti di laterizio supera il massimo angolo di aderenza tra



laterizio e malta e l'aggetto tra gli stessi laterizi non riesce più a garantirne la stabilità. Si può quindi ipotizzare in questa zona l'utilizzo di una struttura di sostegno provvisoria, vincolata lungo la costruzione alla cornice d'appoggio della cupola nell'ultima fase costruttiva. La cupola di Santa Sofia, per la sua arditezza costruttiva, sembra rappresentare l'anello di congiunzione tra mondo classico e mondo orientale medievale o rinascimentale. Di cui ha anticipato in parte gli errori.

Gli errori della cupola sono stati sostanzialmente due: uno prevedibile e osservato direttamente dai costruttori durante il cantiere (le deformazioni insite nella scelta dei materiali e quindi nella tecnica costruttiva), e un secondo sempre impreveduto, ma devastante (la forza sismica) a cui i due architetti matematici non avevano saputo rispondere. In realtà le due cose sono collegate, ed ecco perché il crollo si è sempre manifestato dopo un evento sismico.

Esaminiamo il primo errore. La particolarità della costruzione bizantina è nel rapporto tra giunto e mattone, che raggiunge anche il valore di 1:1, trovando giustificazione a una debolezza intrinseca. Al Politecnico di Milano<sup>xxvi</sup> si è studiata la tecnologia costruttiva della cupola di Santa Sofia, mettendola a confronto con altre coeve, come la vicina Hagia Irene, e in questi studi una particolare attenzione è stata posta alla muratura e all'orizzontamento dei giunti di malta di porzioni di muratura databili con certezza al VI secolo. Lo studio del materiale è infatti fondamentale per capire il comportamento strutturale dell'edificio sotto l'azione dinamica oltre che per le ipotesi di ricostruzione. La muratura bizantina è caratterizzata da giunti di malta orizzontali molto spessi. Le sezioni interne, in generale, non si discostano molto dai prospetti esterni, anche se è possibile vedere una maggiore irregolarità nella disposizione dei giunti e nella loro altezza. Le analisi sugli aspetti meccanici delle strutture in muratura non sono molto antiche e gli studi condotti dal 1960 hanno dimostrato che lo spessore dei giunti è uno dei parametri meccanici che più di altri può influenzare, in modo direttamente proporzionale, la capacità portante del muro. Questi valori sono stati determinati tramite esperimenti di laboratorio condotti su campioni di muratura con

spessi giunti di malta cementizia, testati sotto carico anassiale.

Si è potuto determinare, alla fine di questi approfondimenti, che generalmente le murature hanno una buona capacità portante quando il rapporto tra lo spessore dei giunti e il mattone è intorno a  $1/5^{xxvii}$ . Nelle strutture di Santa Sofia questo rapporto varia tra 0.3 e 0.8.

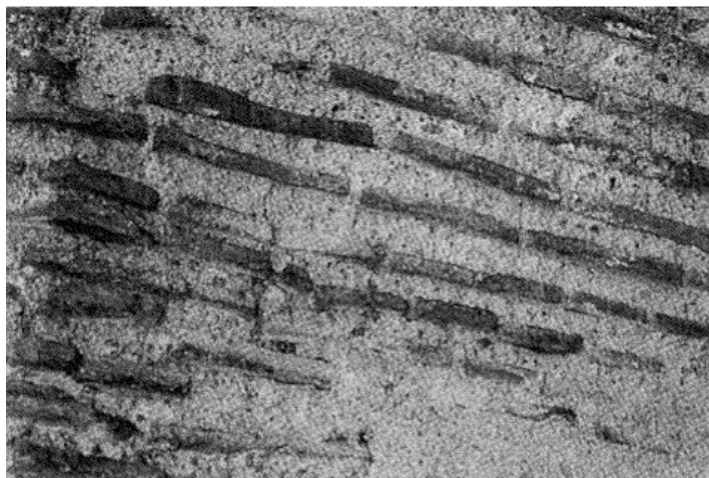


Figura 3.1.3. La muratura bizantina

L'aumento della dimensione verticale dei giunti è certamente un segno di cambiamento che avviene nella tecnologia costruttiva, di cui si sono ipotizzate le ragioni: la prima è essenzialmente economica, dato che a un maggior uso di cemento corrispondeva un minor uso di mattoni e di blocchi di pietra, più costosi; la seconda è una motivazione strutturale, data la maggiore duttilità che i giunti davano alla muratura.

Quello che nasconde l'“errore” dei due *mechanikopoioi* è la qualità del cemento utilizzato, che a Costantinopoli non aveva le stesse caratteristiche di resistenza delle pozzolane romane. Come nella malta romana, anche a Costantinopoli si usava polvere o pezzi di mattone nella calce, essendo ben noto che la polvere di mattone poteva dare reazioni pozzolaniche (come la calce idraulica) per aumentare la resistenza. Il fatto che il

rapporto tra giunti di malta e mattoni a Costantinopoli fosse nel rapporto di 1:1<sup>xxviii</sup> testimonia la povertà di mattoni in quel periodo<sup>xxix</sup>.

I costruttori bizantini avevano quindi seguito la lezione Romana ma l'avevano male applicata, utilizzando giunti troppo alti e creando quindi strutture troppo deformabili. Alcuni ricercatori hanno cercato di riprodurre le reazioni pozzolaniche nei giunti di cemento utilizzati in Santa Sofia trovando che quella usata nella costruzione di Santa Sofia era più simile alla pozzolana che alla semplice malta.<sup>xxx</sup> Le evidenti proprietà idrauliche, date dai mattoni sbriciolati dentro alla mistura, avevano l'effetto di aumentare la resistenza dopo il consolidamento ma nello stesso tempo rendevano il processo di indurimento più lento a temperatura ambiente. I ricercatori americani<sup>xxxi</sup> hanno cercato di spiegare in questo modo le deformazioni rilevate nelle strutture di Santa Sofia. La grande percentuale di malta presente nella muratura avrebbe velocizzato il processo di costruzione, ma, simultaneamente, il lungo periodo richiesto per il processo di indurimento, potrebbe essere la causa delle deformazioni<sup>xxxii</sup>.

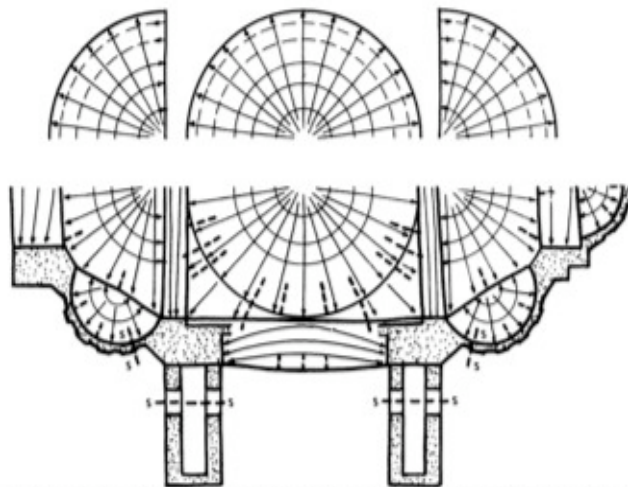


Figura 3.1.4. Nella parte superiore della figura è segnata la distribuzione di forze di cupole e semicupole. Sotto è riportata la probabile distribuzione attuale. Le linee tratteggiate rappresentano gli sforzi principali di trazione. I tratteggi più spessi rappresentano le lesioni dovute alle tensioni di trazione.<sup>xxxiii</sup>

Un maggiore spessore dei giunti – come nel caso della muratura di Santa Sofia – soggetto a carichi anassiali, può significativamente influenzare la risposta della muratura e soprattutto la sua deformabilità e capacità portante e i risultati ottenuti dall'analisi ciclica dinamica<sup>xxxiv</sup> hanno mostrato che la muratura bizantina dissipa più energia e quindi questo farebbe supporre un migliore comportamento in zona sismica, come la Turchia. Non si può dimenticare che ad una maggiore dissipazione di energia sono associati valori più elevati di spostamenti e di energia elastica e cinetica, che possono essere accettati solo per strutture complessivamente in grado di assorbire senza danni simili deformazioni.

Il secondo errore è di natura geometrica, e risiede nella scelta di due diversi sistemi contraffortanti da opporre alla spinta della cupola centrale.

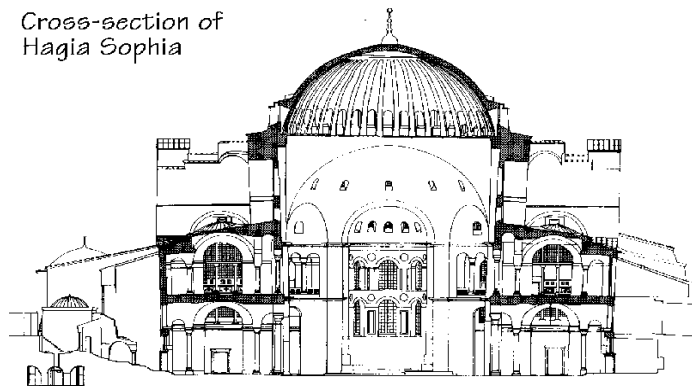


Figura 3.1.5. Sezione trasversale di Santa Sofia. Alla spinta della cupola si oppongono i contrafforti.

Se i due architetti avessero scelto per entrambe le direzioni il perfetto sistema della teoria di semicupole in cui si articola la sezione longitudinale, senza sostituire a questo schema quello dei massicci contrafforti trasversali, i terremoti avrebbero prodotto certamente danni meno ingenti.

Lungo i lati ovest ed est (in direzione longitudinale) la spinta della cupola è assorbita dalle due semicupole, ed è conseguentemente scaricata dalla cupola dell'abside sul lato est e dalla volta del portico sul lato ovest. Contrafforti e archi, aggiunti

successivamente, possono essere visti come un completamento di questa organizzazione strutturale.

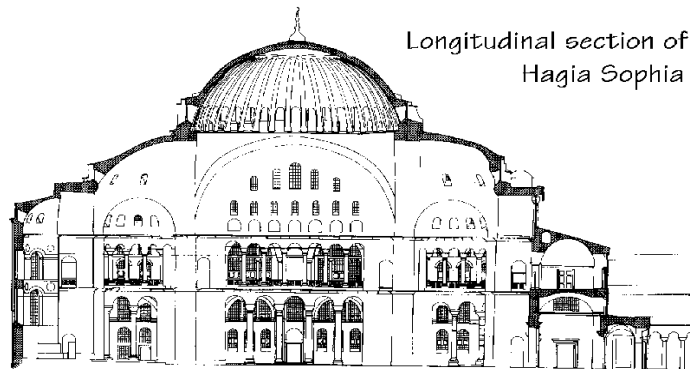


Figura 3.1.6. Sezione longitudinale di Santa Sofia. Alla spinta della cupola si oppongono le semicupole.<sup>XXXV</sup>

Nella direzione trasversale, quindi nord e sud, le spinte sono assorbite invece dai pilastri e dagli archi, che sono stati costruiti, rinforzati e resi più pesanti molte volte attraverso i secoli.

Comunque deve essere sottolineato che le due direzioni hanno spinte molto diverse: nella direzione longitudinale c'è solo la spinta della cupola, mentre in quella trasversale alla spinta della cupola si aggiunge quella, considerevole, dei due grandi archi, dalle luci così grandi. Entrambi i sistemi si possono considerare ugualmente efficienti, se confrontati con le diverse spinte che dovevano sopportare, ma nonostante i rinforzi, gli ispessimenti e le sopraelevazioni, i contrafforti trasversali hanno svolto in modo inadeguato il loro lavoro, portando quindi alla rottura l'intero edificio, mentre il sistema delle semicupole, è risultato efficace. Mentre infatti la spinta delle semicupole è attiva e quindi efficiente in caso di risposta ad azioni dinamiche (come quelle sismiche), quello che possono opporre i piloni è una resistenza passiva che non è efficace durante il sisma ed è deformabile in tempi lunghi.

Tutti e tre i collassi della cupola hanno infatti trovato la loro origine nella mancanza di un adeguato contrasto trasversale. Questo si è tradotto visibilmente nell'ovalizzazione

alla base della cupola, con un aumento di circa 260 cm nel diametro trasversale e una sostanziale invarianza di quello longitudinale.

Il rinforzo dei contrafforti è stato attuato più volte, aggiungendo peso e restringendo la distanza degli archi interni, ma non ha portato sostanziali vantaggi.

I tre collassi sono quindi conseguenza non di una forza statica, ma dinamica, trovando nei terremoti, come anche nel cedimento dei muri, la differenza tra i due comportamenti: mentre le semicupole si sono infatti dimostrate un valido contrasto alla forza dinamica, continuando ad esercitare la loro spinta attiva in maniera costante, anche dopo le deformazioni subite, i pilastri hanno fallito. L'esperienza suggerisce conseguentemente un'interpretazione del comportamento della struttura, non facilmente verificabile attraverso un calcolo numerico. Si può infatti dire che le semicupole, essendo elementi strutturali che generano una spinta attiva, o almeno che applicano la loro controazione in modo continuo e costante (nonostante la deformazione) - come è necessario durante l'azione sismica - costituiscono delle protezioni antisismiche più efficaci dei pilastri, che per quanto forti possano essere, riescono solo ad esercitare un'azione passiva.

Si può dire quindi che durante un terremoto i pilastri si muovono indipendentemente e si distaccano dalla cupola ritmicamente, privandola del proprio supporto.

3.2. Crolli e ricostruzioni. Verso una soluzione.

A partire dalla sua costruzione, la cupola di Santa Sofia è crollata tre volte a causa dei terremoti. Dopo i restauri e i rinforzi strutturali in periodo Ottomano, in particolare quelli di Sinan nel XVI secolo, come anche dopo i restauri del XIX secolo, i principali movimenti si sono fermati e non sono più progrediti, nonostante i recenti e anche forti eventi sismici. La comprensione del meccanismo di collasso, così come del fruttuoso rinforzo dell'intera struttura, fornisce delle indicazioni fondamentali sul comportamento e sulle mancanze del sistema strutturale, che permettono di capire il comportamento sismico di questo tipo di strutture in pietra, fino a definire i criteri per il loro corretto consolidamento.

Costruita come una chiesa, si è trasformata in moschea, e infine in museo, e ogni modifica, alterazione e trasformazione è stata dettata da specifiche necessità e guidata da specifiche regole. È come se fosse un libro, da sfogliare nelle sue ricostruzioni, fino a crearne un manuale dell'arte di costruire.

È sempre utile cominciare dall'inizio e quindi ricordare a tratti le date salienti in un processo così complesso. In un suo famoso libro, Mainstone analizza l'intera vita del monumento con estrema accuratezza, e suggerisce un diagramma dell'evoluzione dei principali fenomeni deformativi delle strutture.<sup>xxxvi</sup>

Nel 557 la cupola di Santa Sofia crolla in seguito ad un terremoto, e viene ricostruita in altri 5 anni, con una curvatura di 20 piedi più alta rispetto alla precedente. Nel frattempo la base della cupola sui pennacchi ha assunto una forma ovale, a seguito della rotazione dei muri portanti, e quindi la nuova cupola non può più essere ricostruita nella originale forma di calotta sferica. Probabilmente è durante questa fase che i due archi ad est e ad ovest sono stati allargati e modificati<sup>xxxvii</sup>. Anche i muri esterni, verso le scale d'angolo vengono rettificati.

Nel 869 d.C. i timpani sovrastanti gli arconi nord e sud vengono ricostruiti perché sono chiaramente spostati e sono giudicati incapaci di sostenere il peso sovrastante.

Nel 989 d.C. l'arco trasversale principale, corrispondente all'entrata, crolla per un terremoto, e la parte ovest della cupola è coinvolta nel crollo. La parte crollata viene ricostruita così come era ma l'arco viene ingrossato usando mattoni di 60 cm.

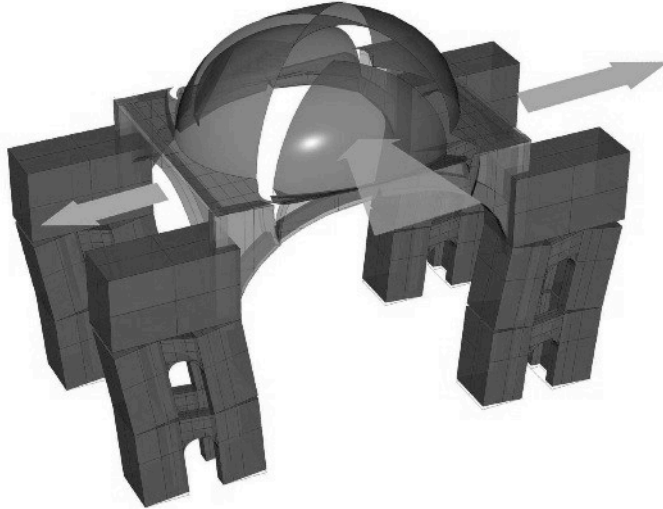


Figura 3.2.1. Ricostruzione del meccanismo di collasso del secondo e del terzo crollo, del tutto simili<sup>xxviii</sup>

Nel 1317 vengono costruiti nuovi archi rampanti, e nuove catene vengono inserite, insieme a nuovi muri di sostegno e nel 1346 l'arco trasversale principale, dalla parte dell'abside, crolla per un terremoto e così anche la parte est della cupola. Ancora una volta le parti crollate vengono ricostruite così com'erano. Nel 1453 Costantinopoli viene conquistata da Moehmed II e Santa Sophia viene convertita in moschea.

Nel 1999, in estate, una serie di forti eventi sismici sconvolgono la regione a est del Bosforo, e in quell'occasione si è potuta indagare la muratura a est del tamburo, una volta rimosso l'intonaco esterno, scoprendone le lesioni e le ricostruzioni.

Dal punto di vista statico sono molto interessanti le tracce di due lesioni che mostrano la ricostruzione del XIV secolo. Larghe 10 centimetri e visibili attraverso le due botole del soffitto, non hanno registrato nuovi movimenti negli ultimi 10 anni da quando è



stato installato l'ultimo sistema di monitoraggio.



Figura 3.2.2. Foto del lato est del tamburo quadrato di Carlo Blasi. Nella muratura si vede chiaramente la traccia del crollo e la ricostruzione del muro del XIV secolo e le porzioni di cupola crollate e ricostruite.

Nella muratura di Santa Sofia, si sono quindi riconosciute due tipi di deformazione: la prima, plastica, è emersa durante la costruzione e negli anni immediatamente successivi; la seconda è dovuta agli eventi sismici. Non è facile capire quale parte delle presenti deformazioni dipenda dal primo fenomeno e quale dal secondo, soprattutto perché i restauri delle fessure e le ricostruzioni dopo il primo crollo sono state eseguite con gli stessi materiali e tecniche usate per la costruzione.

Guardando ad esempio la deformazione degli archi alla base dei pilastri è difficile identificarne le deformazioni. Se gli archi dei pilastri nel piano superiore, rinforzati tre volte, ogni volta con archi più piccoli, vengono esaminati, la tipologia e la presenza delle lesioni nella muratura sono più facilmente identificabili.

Mainstone ha ascrivuto la maggior parte degli spostamenti alla deformazione plastica, e secondo la sua ipotesi di evoluzione dei dissesti, il 40% dei dissesti è avvenuto durante la costruzione dei pilastri e degli arconi, quindi anche prima della costruzione della

cupola. L'ipotesi ha un'importante implicazione anche per gli spostamenti durante i crolli.<sup>xxxix</sup>

Nonostante il valore delle sue ipotesi, è difficile sostenere che la traslazione delle scale sia occorsa durante la costruzione e che la correzione dei muri esterni sia stata fatta prima dei crolli. L'esperienza dei comportamenti di cupole simili ha dimostrato che gli spostamenti e i dissesti aumentano più durante eventi traumatici che durante quelli lenti causati da forze statiche<sup>xl</sup>. Anche da un punto di vista meccanico, il crollo di una cupola o di un arco non può verificarsi, se non come conseguenza di un grande spostamento dell'imposta di base alla fine delle operazioni costruttive; mentre i fenomeni plastici contribuiscono certamente ma in proporzione minore.

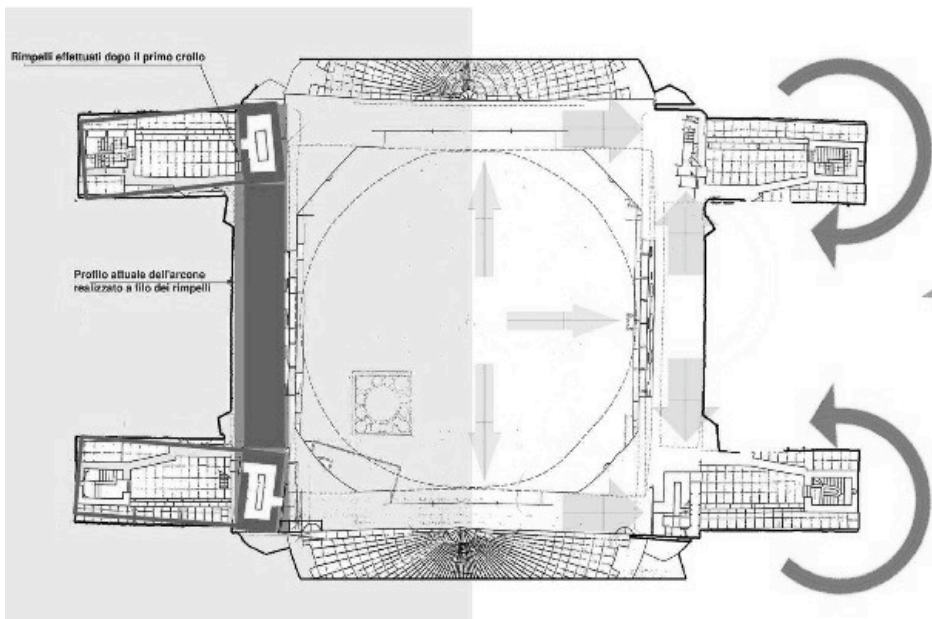


Figura 3.2.3. Ricostruzione dei dissesti che hanno interessato la struttura con torsione delle scale<sup>xli</sup>

Durante il primo crollo è avvenuta la più grande deformazione dei pilastri e se si considera la forma delle scale in prossimità degli spigoli del tamburo quadrato di base

si vede che sono ruotate e le murature devono essere state rettificare proprio dopo questo crollo, che comunque ha interessato principalmente la cupola, che è crollata proprio a causa di una eccessiva dilatazione del diametro trasversale (il diametro in direzione N-S presenta un notevole allungamento rispetto alla direzione ortogonale, essendo 2,6 m più lungo dell'originario).

Alla fine della trattazione sembra chiaro allora come la principale causa di collasso in Santa Sofia sia stata la poca resistenza dei pilastri trasversali, chiamati a sopportare la spinta della cupola e degli arconi interni, la cui deficienza si mostra particolarmente durante gli eventi sismici.

La sequenza del crollo si ha in relazione ad una diversa resistenza delle tante componenti strutturali; in questo senso, prima c'è il collasso della struttura più fragile, con la curvatura inferiore, e quindi quello delle strutture più forti, a più grande curvatura. È difficile stabilire, per la mancanza di documenti, la forma originale della cupola ma la recente analisi geometrica<sup>xiii</sup> ha permesso di fare alcune considerazioni tra le quali emerge chiaramente che la cupola originaria era almeno 20 piedi (6 metri) più bassa di quella attuale, quindi ribassata, e che il suo spessore era inferiore agli arconi che erano destinati a sostenerla. Avendo curvatura e spessore inferiori agli arconi (di raggio 50 piedi) si configurava come l'elemento più debole della struttura: è stato quindi il primo elemento strutturale a crollare, per le deformazioni dei pilastri originati dalla spinta statica della struttura così come dalla spinta dinamica sismica, in accordo con i classici meccanismi di frattura delle fabbriche cupolate.

La nuova cupola, ricostruita con una curvatura più elevata, è più stabile della precedente. Gli elementi più deboli, con piccola curvatura, diventano quindi gli archi trasversali, certamente già dissestati dalla deformazione dei pilastri. I successivi due collassi - identici anche se a 4 secoli di distanza - sono dovuti al cedimento dei due archi trasversali e i meccanismi prodotti sono quelli classici degli archi. In entrambi i casi, il crollo degli archi principali ha coinvolto una sezione della cupola che generalmente ha resistito.

Come nelle grandi strutture antiche, anche in Santa Sofia le tensioni in gioco sono molto inferiori a quelle caratteristiche della muratura antica.

Questo sembra confermare quindi che il crollo della prima cupola di Santa Sofia non è stato causato da una errata concezione della meccanica della struttura cupolata a sé stante. Antemio di Tralles ed Isidoro da Mileto, grazie a conoscenze a noi sconosciute o ad una sensibilità molto particolare ed attenta, avevano realmente ideato una copertura concettualmente corretta. Bisogna però considerare che la cupola non è un elemento a sé stante, bensì facente parte di un organismo più complesso e se un errore venne commesso, non fu nell'ideazione della cupola bensì nella scarsa conoscenza, da parte dei costruttori, dei comportamenti (fisici e meccanici) caratteristici dei materiali, nella sostanziale ignoranza dinamica nonché nella sperimentazione di nuove arditezze compositive e strutturali e nell'aver preferito le ragioni della forma a quelle della struttura.

3.3. Sinan e la soluzione dell'empirismo.

Alla fine del XIX secolo Santa Sofia aveva quattro archi rampanti diagonali sopra al tamburo, poi tolti da Fossati durante il posizionamento delle nuove cerchiature, nella cupola e nel tamburo. Certamente Fossati li deve aver rimossi avendo pensato che, dopo l'inserimento di quattro nuove catene, non sarebbero stati necessari, ma esaminando oggi i costoloni della cupola (dove stanno le finestre) è possibile notare una serie di lesioni diffuse, distribuite in maniera regolare e ripetuta lungo tutti i costoloni. Sono lesioni leggermente inclinate, che all'intradosso dei costoloni rivelano la presenza di un carico eccentrico eccessivo, e devono essere comparse dopo i lavori di consolidamento di Fossati, quindi dopo la demolizione dei grandi archi superiori, per l'assenza di contrasto ai livelli più alti della cerchiatura. Un'indagine più accurata della decorazione del muro vicino alle finestre rivela poi, nella parte superiore, la traccia di una cerchiatura, probabilmente in legno, ora rimossa.

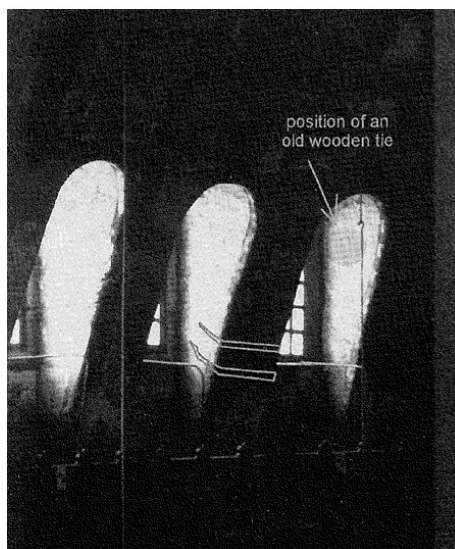


Figura 3.3.1. Foto delle finestre alla base della cupola.

*Le lesioni nei costoloni e la posizione della antica catena di legno sono mostrate chiaramente.*<sup>xliii</sup>

Molti archi di questo tipo rimangono presenti in altre moschee ottomane, a testimoniare una conoscenza ben radicata – anche se non ancora matematica - del meccanismo delle cupole: la spinta alla base, che deve essere contrastata. Analogamente, l'azione di una semicupola può essere vista come l'azione di una cupola tagliata lungo un piano verticale, quindi simile. Con la tecnologia moderna, sarebbe possibile costruire la stessa forma utilizzando un perfetto comportamento membranale, annullando quindi questi problemi alla base, ma nella Costantinopoli del sesto secolo non si poteva certo costruire così: La cupola, e forse anche le semicupole, erano tagliate, alla loro base, dalle finestre (poi tamponate) e quindi il loro comportamento poteva essere più assimilabile ad una serie di archi contigui più che a una membrana. Le spinte orizzontali alla base erano insomma inevitabili.

La costruzione della chiesa era avvenuta in soli sei anni, e questo si era reso possibile solo utilizzando materiali che potevano esser assemblati molto rapidamente, quindi mattoni e malta senza catene di rinforzo, anche se è plausibile che, almeno all'inizio, ci fossero delle catene circolari.

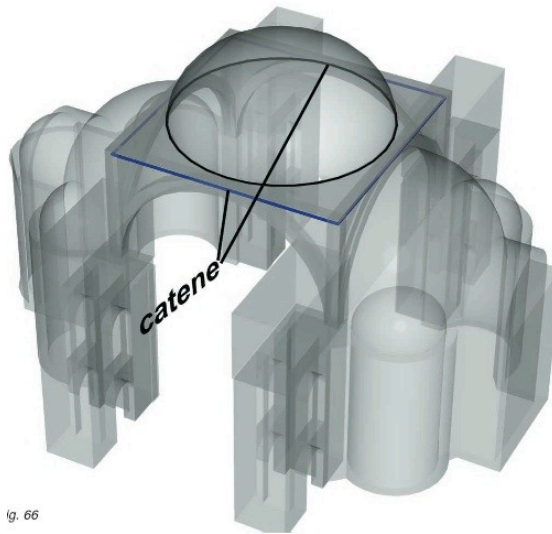


Figura 3.3.2. Le catene inserite alla base della cupola da Sinan e nel tamburo quadrato da Fossati<sup>xdiv</sup>

### 3. Santa Sofia, i due matematici e l'evoluzione a partire dall'errore

Se oggi la cupola sembra non soffrire più dei problemi passati, questo è principalmente grazie ai lavori di rinforzo strutturale effettuati da Sinan, e quindi dalle cerchiature eseguite. In realtà poche cose si sanno dell'architetto che, mille anni dopo la sua costruzione, ha definitivamente garantito la stabilità di Santa Sofia (il limite è sicuramente, da parte di chi scrive, non saper leggere l'arabo, in cui sono stati scritti molti libri sull'argomento); certo è che aveva guadagnato il suo soprannome, Michelangelo d'Oriente, dopo essersi trasferito dall'Anatolia a Istanbul – era nato nella regione di Kaiseri nel 1491 e morirà quasi centenario, nel 1588. Qui, nella capitale dell'impero, era diventato prima un *devsirme* (un "accolto"), poi un giannizzero, essendo entrato nella fanteria dell'esercito imperiale<sup>xlv</sup>: per diventare *devsirme*, si doveva essere scelti, una commissione inviata dal sultano nelle diverse regioni dell'impero aveva il compito di scegliere ragazzi (tra gli otto e i diciotto anni, di solito orfani o provenienti da famiglie disagiate, non necessariamente musulmane) che avessero attitudini particolari; certamente per queste sue speciali attitudini rientra tra i giocatori di scacchi di questa ricerca, anticipando con l'esperienza un concetto matematico.

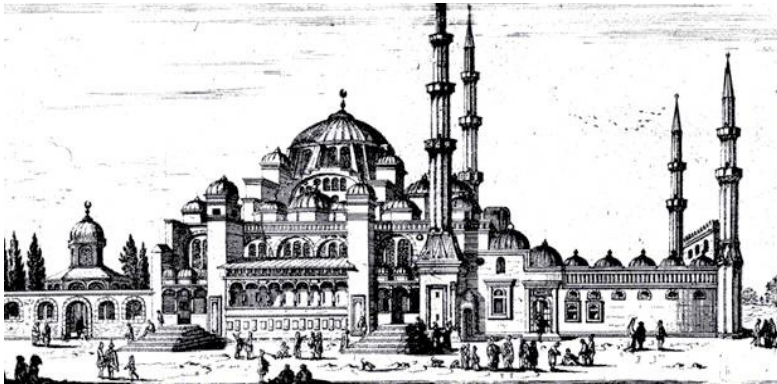


Figura 3.3.3. La moschea di Santa Sofia

Santa Sofia è stata ammirata dai Turchi quando hanno occupato Costantinopoli, a tal punto da diventare il prototipo per ogni altra moschea eretta ovunque nel mondo arabo, e la necessità di proteggere e consolidare questo monumento ha sicuramente

comportato approfonditi studi della sua organizzazione strutturale e delle cause dei suoi dissesti. Le due principali moschee erette vicino a Santa Sofia, la Moschea di Solimano il Magnifico costruita da Sinan a partire dal 1560, e la Moschea Blu del Sultano Ashmet, mostrano altrettante interpretazioni del loro modello comune (Santa Sofia appunto). In entrambi i casi comunque, così come nelle altre moschee costruite da Sinan<sup>xlvi</sup>, si può facilmente notare come, dopo più di 500 anni di terremoti, non siano presenti segnali di dissesti o fratture significative.

Indubbiamente la lezione di Santa Sofia era stata compresa.



Figura 3.3.4. La cupola della moschea di Solimano il Magnifico, in cui le catene inserite da Sinan sono visibili.

Sinan aveva ricostruito, nella moschea di Solimano, tra il 1550 e il 1557, una forma molto simile a quella di Santa Sofia, con due semicupole nella direzione longitudinale, e due pilastri e contrafforti in direzione trasversale. Nelle sue intenzioni la moschea doveva superare, per magnificenza, il suo modello di riferimento, per dimostrare al mondo di "essere più bravo dei bizantini" nella realizzazione di un edificio di culto. Non si curò troppo delle dimensioni dei contrafforti, che sono in effetti più piccoli di quelli di Santa Sofia, anche se aveva compreso che erano l'elemento più debole dell'antico edificio, perché sapeva (e lo farà poi in Santa Sofia) che c'era un altro modo per risolvere l'errore della cupola, che i suoi costruttori matematici (coscienti solo della via geometrica) non avevano colto.



La soluzione scelta da Sinan all'errore è chiaramente visibile all'interno della moschea: guardando in alto infatti si può vedere un diffuso e rigoroso sistema di catene di ferro che costituisce, ad ogni livello, un completo sistema di cerchiatura; di più, le dimensioni delle catene utilizzate sono enormi, circa 30 cm, corrispondenti ad un peso medio di più di 7 tonnellate di ferro per ogni cerchiatura.

Dopo i lavori di consolidamento di Sinan, dal 1573, nessuno spostamento o dissesto consistente si è più palesato nella grande moschea. È ragionevole quindi ipotizzare che abbia adottato in Santa Sofia lo stesso procedimento adottato per la moschea di Solimano e cioè che abbia cerchiato la cupola con delle catene adeguate. La completa assenza di fratture osservata dopo il suo intervento porta ad una conclusione inevitabile: le catene sono connesse dentro la muratura per costruire così una cintura continua, a fermarne il dissesto.

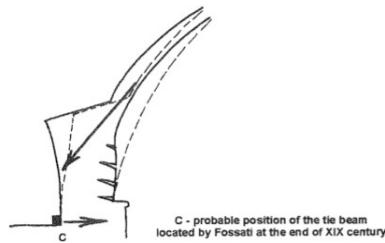


Figura 3.3.5. Le catene inserite da Fossati e la traccia della antica catena in legno<sup>dhii</sup>

Nella antica cupola, dopo averne individuato empiricamente l'errore, Sinan inserisce nuove catene e nuovi cerchioni nella struttura, le finestre vengono tamponate, i pilastri a nord e sud vengono alzati e altri contrafforti vengono costruiti, rinforzando le principali colonne. Anche se non si può affermare che l'intervento di Sinan abbia fermato del tutto i dissesti (che sono ancora evidenti nel rilievo di Van Nice nel XX secolo) si può senz'altro dire che ne ha rallentato fortemente lo sviluppo, evitando poi ulteriori crolli.

Sarebbe interessante trovare la posizione esatta delle cerchiature effettuate, oltre a

quelle eseguite poi da Fossati, perché una analisi strutturale dell'edificio senza considerare la loro esistenza non avrebbe significato.



Figura 3.3.6. Il sistema di semicupole usato nella moschea Blu .

Nel 1847 l'architetto svizzero Gaspare Fossati, incaricato dei restauri di Santa Sofia, posiziona altre due cerchiature: una alla base della cupola e l'altra alla fine del tamburo quadrato, mentre una successiva cerchiatura viene posizionata nel 1926, in una posizione non precisata, dopo la demolizione, citata a inizio paragrafo, dei 4 archi rampanti che sostenevano la cupola negli angoli nord e sud.

Forti dell'esperienza e dalla comprensione dell'errore, anche nella Moschea Blu, gli architetti ottomani adottano un sistema delle catene, ma in modo differente. Oltre alla scelta delle catene, che senz'altro conferma la tecnica turca dell'uso del ferro, sembra che, un po' per motivi religiosi e un po' per motivi architettonici, si sia ritenuto il sistema di contrasto delle semicupole più efficace.

Nella ricerca di una simmetria, non completa nell'esempio di riferimento, che si traduce (come sempre accade nella concezione antica ed empirica, come è quella di Sinan) in un motivo di efficienza strutturale, la Moschea Blu viene costruita perfettamente simmetrica, con un sistema di semicupole che svolge la sua funzione contrastante in

entrambe le direzioni.

Si elimina qui quella soluzione alternativa dei contrafforti, escogitata dai matematici per rispondere ad esigenze funzionali, che il tempo, e il crollo, avevano dimostrato inefficiente in caso di sisma.

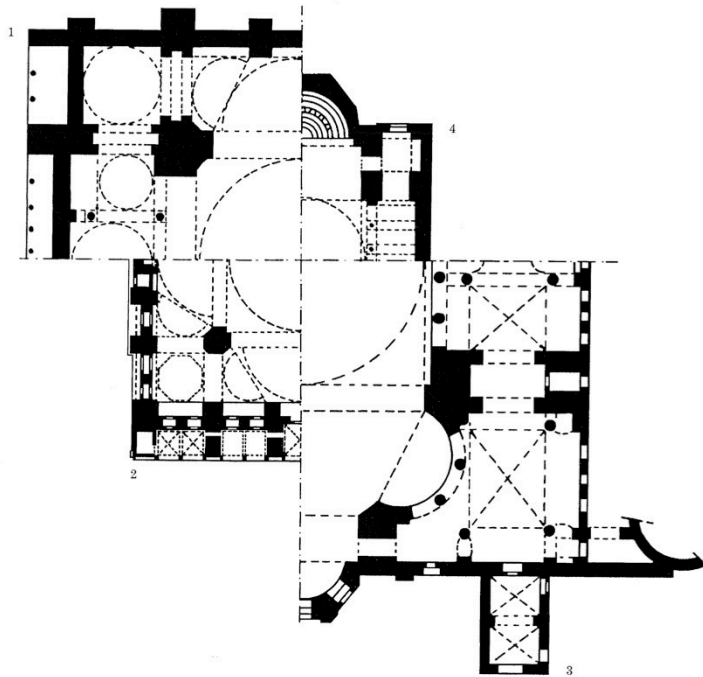


Figura 3.3.6. Confronto planimetrico tra 1) Moschea di Solimano (XVI secolo); 2) moschea di Shab-Zadéh (XVI sec); Santa Sofia (VI sec.); Santa Irene (VI secolo)<sup>plviii</sup>

Sembra risolversi per via geometrica, l'errore primordiale della cupola (la sua spinta) in una perfetta comprensione – anche se puramente empirica – del meccanismo di dissesto sotteso. La soluzione arriva quindi attraverso il crollo e la sua osservazione prima ancora che dall'analisi e dal calcolo, e la cerchiatura (anche se non quella pesante ottomana) si imporrà come rimedio tradizionale e consolidato dall'esperienza, fino almeno al Seicento, alla spinta delle cupole. Risolvendo il loro errore.

- i Qualche anno dopo Galileo, Ermenegildo Pini nei suoi *Dialoghi*, farà cominciare proprio da qui, la fine del modo di costruire degli antichi, e forse anche l'errore, inserendosi così nella querelle des Anciens et des Modernes.
- ii Lo studio geometrico che qui si riporta sulla chiesa di Santa Sofia è stato condotto dal Prof. Carlo Blasi che, proprio da questo, ha potuto poi chiarire punti ancora oscuri sui crolli e le ricostruzioni. L'immagine qui riportata, come quelle successive relative alla geometria e ai crolli, è tratta dall'articolo di Carlo Blasi, Luigi Bianchini, *Hagia Sophia: geometry*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference, p. 33. Lo studio geometrico sulle origini è stato possibile dopo l'ultimo rilievo di precisione condotto dal gruppo giapponese T.Sato, K.Hidaka, Y.Kawabe, T.Aoki, k.Yamashita, *Formal characteristics of setting lines on the cornice of the main dome of Hagia Sophia, Istanbul*, J. Arch. Plan. Environ. Eng., Alj, n.485, July, 1996.
- iii L'impianto di Santa Sofia è da intendersi più come una "deformazione" dell'impianto centrale (SS. Sergio e Bacco) piuttosto che anticipare una basilica.
- iv Carlo Blasi, Luigia Bianchini, *Op. Cit.*, p. 29.
- v Tratta da Carlo Blasi, *Manuale del restauro*, Mancosu Editore, 2001.
- vi Immagine tratta da Carlo Blasi, Luigi Bianchini, *Op. Cit.*, p. 35.
- vii La base è un quadrato leggermente deformato e lungo la direttrice nord-sud gli arconi hanno una luce maggiore con la posizione dei pilastri non baricentrica e traslata verso il bordo dell'arco. Conseguentemente gli altri due archi hanno una luce inferiore, beneficiando dello scarto. Questo posizionamento è stato interpretato da Choisy come un errore di concezione ma per Sanpaolesi è una prova del grande talento dei due mechenopoioi e servirà da modello per le moschee successive. In realtà deriva probabilmente dagli adattamenti successivi della costruzione, risentendo fortemente delle progressive deformazioni subite. André Choisy, *L'art de bâtir chez les Byzantins*, Parigi, 1883 (ristampa anastatica ed. Arnaldo Forni, Bologna, 1986), p. 139.
- viii Tratta da R. Mainstone, *Hagia Sophia, Architecture, Structure and Liturgy of Justinian's Great Church*.
- ix Tratta da Gianni Bartoli, *Hagia Sophia in Istanbul: some remarks on displacement phenomena in main piers*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference, p. 150.
- x Si veda l'articolo di Carlo Blasi, Luigi Bianchini, *Hagia Sophia: geometry*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference.
- xi R. Mainstone, *Hagia Sophia, Architecture, Structure and Liturgy of Justinian's Great Church*, Thames and Hudson, 1988.
- xii D.M.Min.LL.PP., 16 Gennaio 1966.
- xiii Un piede bizantino è pari a 0,3123. quindi la misura base per Sanpaolesi è pari a 15 piedi = 4,685 metri.

- xiv “Dato il sistema costruttivo, la misurazione della struttura non è facilmente realizzabile oggi da noi. Si consideri infatti che la massa resistente delle varie parti della struttura veniva innalzata per prima ed era proprio su questa massa che si facevano le misurazioni delle strutture. Ma oggi non è più possibile controllare le misure della massa interna della struttura – che era certamente molto irregolare perché affidata a maestranze che dovevano procedere con grande rapidità e quindi non andavano tanto per il sottile: infatti la struttura è stata rivestita di marmi, stucchi e mosaici, e pur nel raffinato calcolo dei progettisti non entrava evidentemente quello di prevedere il sistema di misure riferito all’operazione finita con i rivestimenti. Quelle che sono le misure certe sono le distanze fra gli assi delle colonne: ma neppure le altezze dei vari livelli delle cornici, e neppure i pavimenti e gli spessori delle volte e dei solai sono riferibili a un sistema generale, perché tutte queste rifiniture di pongono dopo il tracciamento e fuori di ogni possibile diretto controllo dei progettisti”, Piero Sanpaolesi, *La chiesa di Santa Sofia a Costantinopoli*, Roma, 1978, pp.135-136, n.1.
- xv Un rilievo completo sulla chiesa di Santa Sofia è stato condotto gruppo di ricerca Giapponese guidato da T.Sato, K.Hidaka, Y.Kawabe, T.Aoki, k.Yamashita, *Formal characteristics of setting lines on the cornice of the main dome of Hagia Sophia, Istanbul*, J. Arch. Plan. Environ. Eng., Alj, n.485, July, 1996.
- xvi Si veda l'articolo di C. Blasi, L. Bianchini, *Op.cit*, p. 32-35.
- xvii Si veda a proposito la lettera di Rowland Mainstone, pubblicata su *The Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol.55, n.3, settembre 1996, pp.360-362, sulla questione dell'esistenza o meno di un tamburo nella costruzione originale di Santa Sofia - in risposta all'articolo di Raybun Taylor, *The first dome on Justinian's Hagia Sophia*, (JSAH 55, 1996, pp.55-68). In questa lettera Mainstone sostiene la non esistenza di un tamburo separato nella cupola originale, che ne avrebbe compromesso la stabilità.
- xviii Questa descrizione coincide con quella di E. Antoniadis, *Ekephraisis tes Hagia Sophia*, Athens, 1907, e anche con quella di Procopio, che aveva suggerito l'immagine di una cupola sferica più bassa, illuminata dalla luce delle finestre “*Tutte le cose rivestite di splendore, tutte quelle vedrai/ che agli occhi arrecano stupore. A celebrare l'illuminazione / notturna la parola non è sufficiente. Certo, forse diresti / che notturno Fetonte illumina lo splendore della dimora ...*” riportato in Paulos Silentiarios, *L'illuminazione della cupola di Santa Sofia*, VI secolo, in Cantarella, R., *Poeti bizantini*, F. Conca, Vol. 1, Milano, 1992, p.335.
- xix Si vedano i resoconti di Procopius, Agathius, Malalas e Paul the Silentiary sono le fonti primarie per ricostruire mentalmente la forma Giustiniana.
- xx Il primo rilievo diretto moderno – se si escludono i disegni di Giuliano da Sangallo – è stato pubblicato da R.L.Von Nice, *The structure of St. Sophia*, in *Architectural Form*, nel 1963. Un preciso e vicino esame dell'edificio è riuscito più facile dal 1925, anno in cui è stato secolarizzato il luogo. Insieme ad un sistematico lavaggio dei mosaici fatto da Thomas Whittemore, è stato iniziato un rilievo da parte di William Emerson e Robert Van Nice, della

struttura sotto la guida e i finanziamenti della Dumbarton Oaks Centre for Byzantine Studies per coprire nel dettaglio tutta la struttura.

xxi Altro studioso che si è occupato della fabbrica di Santa Sofia e dei meccanismi romani in confronto a quelli Bizantini è Giovanni Teresio Rivoira, *Architettura romana, costruzione e statica nell'età imperiale*, Milano, 1921.

xxii Sanpaolesi, Op. cit., p.171.

xxiii Scrive P. Sanpaolesi, *Op. cit.*, p. 166, “distribuita in tutti i tipi di volta e archi è una malta di calce che contiene piccoli sassi e pietre rotte, dello stesso tipo di quelle che si riscontrano nella volta della cupola di SS. Sergio e Bacco e in molte altre strutture bizantine di vario tempo”. Aggiunge Cyril Mango, *Architettura bizantina*, Milano, 1974, p. 14, “il cemento bizantino era un miscuglio di calce e sabbia mescolato a materiale inerte, generalmente costituito da frammenti di mattoni o, qualche volta, da ciottoli, che veniva usato in quantità molto abbondante”.

xxiv Per un approfondimento sulle strutture coesive e gravitative si veda R. Gulli, G. Mochi, *Bòvedas tabicadas, architettura e costruzione*, Roma, 1995.

xxv G. De Angelis D'Ossat, *Origine e sviluppo degli edifici occidentali a cupola nell'antichità cristiana*, e *Le origini romane della cupola bizantina*, in *Realtà dell'architettura, apporti alla sua storia, 1933-1978*, a cura di L. Marcucci e D. Imperi, voll. I-II, Roma, 1982.

xxvi Binda, L., Fontana, A., Frigerio, G., *Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics*, in “8th IBMaC”, Dublin, 1, pp.205-216, 1988.

xxvii Emerson, W., and R.L. Van Nice, *Hagia Sophia, Istanbul: Preliminary report of a recent examination of the structure*, “AJA, American Journal of Archaeology”, vol. 47, 1943, pp. 403-436.

xxviii Cyril Mango, *Architettura bizantina*, Milano, 1974, p. 14

xxix La struttura in muratura della basilica di Giustiniano era in muratura piena. I mattoni sembrano i romani “bi-pedali” (60x60 cm circa) e il loro spessore è di 4 o 5 cm. Si vede che i giunti di malta sono addirittura più spessi dei mattoni, raggiungendo a tratti i 5 o 6 cm. Sembra che successivamente passino addirittura a 7 cm di spessore, arrivando ad un rapporto di 2:3 con l'altezza del mattone.

xxx Livingstone, R.A., Stutzman, P.E., *Materials science of the masonry of the Hagia Sophia basilica*, in “The Sixth North American Masonry Conference, Philadelphia, June, 1993, Philadelphia, pp. 49-59.

xxxi Livingstone, R.A., Stutzman, P.E., *Op. Cit.*

xxxii Sono state fatte delle analisi su murature simili al Politecnico di Milano e hanno sottolineato che gli aggregati silicei e i mattoni polverizzati potrebbero aver prodotto il silicio solubile e altri prodotti di reazione, segno di comportamento pozzolanico. Nel laboratorio del Politecnico di Milano sono stati condotte delle prove sperimentali su due campioni di muratura, il primo di mattoni alti 5,5 cm con giunti spessi 1, 5 cm (tecnologia attuale) ed il secondo che riproducesse la muratura bizantina ( 4,0 cm mattone, e 4,0 cm giunto). Sottoposti a uguali sollecitazioni dinamiche (spostamento ciclico, orizzontale, planare alla base, con massima ampiezza pari a

1/10 della larghezza del mattone – quindi 2.5 cm – e con periodo di oscillazione che varia da 0,4 a 1 secondo) i due campioni hanno evidenziato un differente comportamento, mostrando un più elevato scambio energetico nel secondo caso, e una maggiore deformabilità e dissipazione di energia.

xxxiii Tratta da R. Mainstone, *Hagia Sophia, Architecture, Structure and Liturgy of Justinian's Great Church*, Thames and Hudson, 1988.

xxxiv Binda, L., Fontana, A., Frigerio, G., *Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics*, in "8th IBMaC", Dublin, 1, pp.205-216, 1988.

xxxv Rilievo di Emerson, W., and R.L.Van Nice, *Hagia Sophia, Istanbul: Preliminary report of a recent examination of the structure*, "AJA, American Journal of Archaeology", vol. 47, 1943, pp. 403-436.

xxxvi R.J. Mainstone, *The structure of the Church of St. Sophia, Istanbul*, Excerpt and Transaction of the Newcomen Society, vol. XXXVIII, 1965-66, p.40.

xxxvii Anche se Sanpaolesi ne fa risalire l'asimmetria all'inizio della costruzione.

xxxviii La ricostruzione è stata ipotizzata da C. Blasi, si veda l'articolo sui dissesti di Santa Sofia riportato nel *Manuale del restauro architettonico*, Mancosu Editore, 2001.

xxxix Secondo l'accurato rilievo dei dissesti, Mainstone attribuisce al terremoto del VI secolo solo il 5% dell'inasprirsi dei dissesti.

xl Una per tutte, la cupola di Santa Maria del Fiore mostra interessanti analogie con la storia di Santa Sofia: gli sviluppi delle fessurazioni sembrano seguire lo stesso schema per i due monumenti, con importanti evoluzioni nei primi anni dopo il completamento. Mentre gli spostamenti strutturali di Santa Sofia sembrano essersi placati dopo i consolidamenti ottomani, la cupola fiorentina, non ancora legata da cerchiature, è ancora soggetta a tangibili peggioramenti dello stato fessurativo (circa 0,5 cm/secolo per le due principali lesioni). Le registrazioni storiche della cupola di Firenze, circa i sismi, e soprattutto le misurazioni effettuate dal sistema di monitoraggio installato nel 1987, dimostrano che le lesioni progrediscono sempre durante eventi traumatici, come terremoti appunto, seguite da periodi di poca deformazione.

xli Ricostruzione ipotizzata da C. Blasi, si veda l'articolo sui dissesti di Santa Sofia riportato nel *Manuale del restauro architettonico*, Mancosu Editore, 2001.

xlii L'analisi geometrica a cui ci si riferisce è quella eseguita dal prof. Carlo Blasi, avvenuta dopo il rilievo di precisione eseguito sulla chiesa, T.Sato, K.Hidaka, Y.Kawabe, T.Aoki, K.Yamashita, *Formal characteristics of setting lines on the cornice of the main dome of Hagia Sophia, Istanbul*, J. Arch. Plan. Environ. Eng., Alj, n.485, July, 1996, e i cui risultati e le osservazioni conseguenti sono riportate nel *Manuale di Restauro architettonico*, direttore scientifico Luca Zevi, Mancosu editore, 2001.

xliii Immagine tratta da C. Blasi, *Hagia Sophia in Istanbul: earthquakes and restorations*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference, p. 202

### 3. Santa Sofia, i due matematici e l'evoluzione a partire dall'errore

- xliv Ricostruzione ipotizzata da C. Blasi, si veda l'articolo sui dissesti di Santa Sofia riportato nel *Manuale del restauro architettonico*, Mancosu Editore, 2001.
- xlv Così si legge nel testo *Cose notevoli dell'architettura*, scritto dal poeta Mustafa Sa'i Çelebi, contemporaneo di Sinan.
- xlvi La cupola di Santa Sofia è il riferimento costante per le realizzazioni della sua maturità, fra le quali vanno ricordate la moschea di Sehzade (1543-1547) e la moschea di Solimano (1550-1557) a Istanbul, la moschea di Selim II (1568-1573) a Edirne.
- xlvii Tratta da C. Blasi, *Hagia Sophia in Istanbul: earthquakes and restorations*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference, p. 202
- xlviii Elaborazione e raffronto fatto da Riccardo Gulli e Giovanni Mochi, nell'articolo *Il modello bizantino. La cupola di Santa Sofia a Costantinopoli*, in a cura di Claudia Conforti, *Lo specchio del cielo*, Electa, Milano, 1997, p. 45.



4. Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale

“La costruzione diviene arte allorquando le conoscenze teoriche, unite a quelle della pratica, presiedono ugualmente a tutte le sue operazioni”

Jean Baptiste Rondelet, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*, 1817.

È difficile fermare il tempo a una data precisa, e riconoscere il momento in cui è avvenuto l'ingresso della matematica e della fisica sperimentale nella questione delle cupole, a risolvere il loro errore. Sembra più facile pensare a un avvenimento che delle due discipline ha visto lo scontro, come il dibattito, alla fine del Settecento, sulla grande cupola del Vaticano.

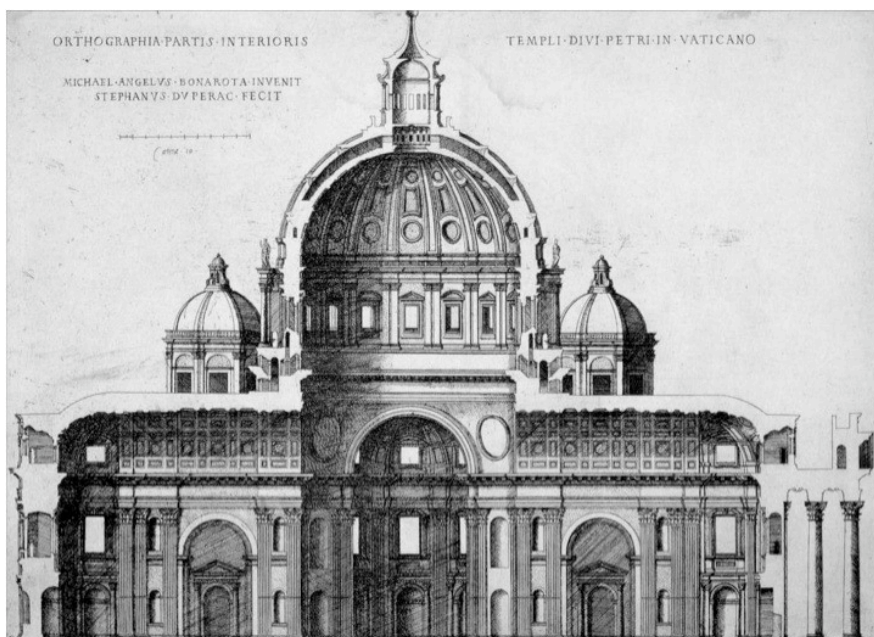


Figura 4.1. Sezione del Tempio Vaticano secondo il progetto di Michelangelo.

Alla fine del Seicento la nuova cultura scientifica descritta da Galileo nei suoi *Discorsi*, introduceva nuovi criteri di verifica della realtà, ritenuta tale solo se comprovata da prove sperimentali; si cominciava a parlare di materiali, mentre le indagini teoriche affrontavano parallelamente la resistenza della trave e la stabilità dell'arco, riferendosi entrambe alla situazione limite di equilibrio.

Qualcuno, già nel 1603, aveva cominciato a notare degli *screpoli* nel Cupolone di San Pietro, e sembrava l'occasione ideale per confrontare la teoria con la pratica. Dovevano essersi formate subito dopo la sua costruzione, se cominciavano ad essere visibili ad occhio nudo un secolo dopo, e, nel 1740, sbollentati gli animi per il pericolo di un crollo imminente, a Papa Benedetto XIV toccava il compito di mettere fine alle insistenti voci catastrofiche che prevedevano un crollo imminente della Cupola.

Dopo i *Discorsi* di Galileo, al mondo - che da questi era stato cambiato - non bastava più una risposta empirica: ci voleva una teoria, una risposta che sancisse un giudizio oggettivo, e che fosse frutto di un'impostazione teorica rigorosa ed incontrovertibile. Per una curiosa beffa del destino poi, proprio i religiosi che circondavano il Papa si trovavano ad essere, loro malgrado, i più ferventi sostenitori di chi, qualche tempo prima, avevano provato a mandare al rogo: i libri dello scienziato pisano erano stati studiati attentamente dai religiosi più di ogni altro, alla ricerca di qualcosa che richiamasse quelle teorie eretiche per cui l'avevano processato. La sua nuova scienza era il riferimento per qualunque teoria fosse stata prodotta.

La risposta sulla stabilità della Cupola di San Pietro doveva essere certa e definitiva, forse per preservare quello che la Cupola stessa rappresentava: il potere spirituale di quella stessa chiesa che proprio alla teoria scientifica si era da sempre opposta; curioso come proprio la nuova scienza - che da quella chiesa era stata condannata - dovesse invece garantirne l'esistenza.

Così accadde che il Papa, nel 1740, nominò una commissione di esperti per dare un parere, certo ed astratto, sulla stabilità della cupola di San Pietro, e sceglie i tre matematici Tommaso Le Seur, Francesco Jacquier (che avevano appena terminato la

traduzione della *Philosophiae Naturalis* di Newton) e Ruggero Giuseppe Boscovich, che dopo aver esaminato il monumento scrivono il loro *Parere dei tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di San Pietro sul finir dell'anno 1742*

Galilei non compare, almeno non esplicitamente, ma il richiamo dei tre studiosi è alle teorie di Couplet, che proprio a Galilei aveva riconosciuto il merito di aver formulato per primo il problema della resistenza delle travi, e che, pur dovendo affrontare un problema diverso – la stabilità degli archi – ne seguiva l'impostazione teorica come fosse nuovo percorso scientifico inalienabile.

Per chiarire il particolare clima del periodo, si deve anticipare che i rapporti che scrissero i matematici, in realtà, furono due: il secondo, pubblicato un anno dopo, era in risposta alle prime critiche, violente e sarcastiche, di un tal "Filosofo oscuro" (un po' come il Cecchini per il Viviani<sup>iii</sup>) che aveva contestato non tanto le loro conclusioni, quanto piuttosto la stessa opportunità di applicare la Matematica alla Meccanica.

Poco prima infatti, uno scritto anonimo<sup>iii</sup> - "*Sentimenti d'un Filosofo sopra i danni della Cupola di S. Pietro e le di loro cause*" - ribadiva l'estraneità della matematica all'architettura, portando come esempio Michelangelo stesso, e poi il Fontana, che, pur del tutto privi di nozioni matematiche, erano riusciti nella "grande impresa della cupola".

Il bersaglio era ancora una volta, Galileo e la sua nuova scienza.

Dice qui il Filosofo "*è abuso grande [...] il pretendere che dalle sue teorie, più che dalla Pratica degli Architetti, dipenda l'investigare le cause, e prescrivere i rimedi convenienti a danni della Cupola*", ed è chiaro come contesti ai matematici il fatto di non aver indagato il problema a partire dalle osservazioni pratiche, ma piuttosto di averne fatto un caso astratto, prefigurando nel loro rapporto la rovina dell'intera fabbrica, basandosi (e questo era il loro peccato) su uno schema del tutto astratto: erano insomma colpevoli di non aver tenuto in nessun conto la realtà fisica del problema<sup>iv</sup> (la coesione delle malte, o l'attrito tra le parti) e di essere arrivati alla fine a conclusioni perlomeno bizzarre, come la demolizione del cupolino (identificato, come si vedrà, come una delle cause principali del problema *pur pesando nemmeno un decimo dell'intera cupola*), o

L'edificazione di imponenti speroni in corrispondenza dei contrafforti (con la funzione di assorbire le spinte non equilibrate dalle strutture esistenti). Contestandogli poi (sbagliando) il calcolo delle catene, dice che *“Queste diversità non sieguono già perché i Principi della Meccanica siano falsi, il che farebbe condannare una Scienza in un buon senso evidente; ma perché l'applicazione de'principi meccanici al caso controverso non è adattata; il che è un dire, che quando s'esce da i confini dell'astratta Geometria, ed Aritmetica, anco i Matematici non sono Profeti, come nella Scienza Naturale li vorrebbe il Wolfio; ma sono uomini fallibili, come i Filosofi, e possono errare vicendevolmente. Della quale verità, se fossero stati persuasi i due chiarissimi Commentatori del Newton [...] Né per saper di Matematica possono i Newtoniani pretendere di sapere la Filosofia dimostrativamente, quando le loro prove talora sono paralogismi appoggiati ad ipotesi arbitrarie, e a non ben concludenti sperimenti.”*

L'intento del filosofo è di ristabilire i confini tra la scienza e l'arte del costruire, ma ormai è troppo tardi, perché i tre matematici si apprestavano ad applicare, per la prima volta, un procedimento scientifico astratto ad una questione prima di allora esaminata sempre solo dal punto di vista esperienziale. Applicando un percorso logico che individuava dei meccanismi e dei cinematismi, si preparavano ad estendere i propri risultati al più generale problema della stabilità del sistema cupola-tamburo, partendo dal caso particolare della Cupola di San Pietro.

Non era la prima volta che si cercava di interpretare un fenomeno fisico attraverso un criterio scientifico, perché a rigore, il ragionamento del Viviani sopra le catene di Santa Maria del Fiore è precedente, ed è indubbiamente scientifico, ma non era applicato propriamente al funzionamento delle cupole, non comprendendone fino in fondo il meccanismo, mentre la perizia dei matematici superava l'approccio geometrico, utilizzato dallo stesso Poleni nella statica degli archi, per arrivare ad una regola universale di calcolo.

Nella perizia viene adottato, anche se in forma non proprio corretta, il PLV<sup>n</sup>, utilizzato per il dimensionamento degli anelli metallici destinati ad impedire il cedimento della cupola, e forse è un po' forzato, ma molti studiosi vedono nell'impiego di questo

particolare strumento il passaggio da un'ingegneria empirica a quella strutturale.

All'epoca del dibattito che ci si prepara a raccontare, l'unica teoria sulla stabilità degli archi era quella di De la Hire, poi elaborata da Couplet, e appare logico il tentativo, da parte dei Tre Matematici, di riportare le loro analisi della cupola proprio a quell'unica teoria. La concezione membranale, in cui per la prima volta facevano il loro ingresso le forze lungo i paralleli della cupola, nasce solo nel 1800, e al momento della loro perizia, la cosa più naturale era concepire una cupola (specie se fratturata) come una serie di archi giustapposti e vicini, indipendenti tra loro, ma con identico comportamento, poiché sottoposti alle medesime condizioni di carico e di vincolo. La perizia dei Tre Matematici viene completata nel 1742 e pubblicata nel 1743, e sembra un buon punto da cui far iniziare l'ingegneria moderna.<sup>vi</sup>

Quando, nel 1743, i tre matematici rispondono alle critiche dell'anonimo Filosofo, del problema della cupola era stato incaricato il famoso fisico Giovanni Poleni. Le polemiche sollevate dallo scritto del Filosofo avevano instillato il dubbio che nessun matematico fosse in grado di dare una risposta ad un problema così reale come quello degli screpoli della grande cupola, e si cercava di ribadire il controllo della questione da parte degli Architetti, quasi a marcare il proprio territorio rispetto alla scienza nascente, forse a richiamare l'antica accusa eretica a Galileo.

Ecco cos'era successo nel frattempo. Il 12 gennaio del 1743 era arrivata al Marchese Giovanni Poleni, la richiesta ufficiale di un parere sulla questione, mentre la commissione dei tre matematici, accompagnati da altri tre esperti, saliva sui ponteggi appositamente installati per osservare più da vicino i danni agli arconi e al grande tamburo. Il 13 aprile dello stesso anno, Poleni riceveva poi il permesso dal Senato di recarsi a Roma, e il 29 aprile veniva istituita una nuova commissione<sup>vii</sup>.

Quando arriva a Roma, il primo maggio 1743, Giovanni Poleni ha sessant'anni ed ha già dimostrato di essere capace di unire il linguaggio matematico a quello fisico<sup>viii</sup>. Da quando ne aveva 25, infatti, era stato chiamato ad insegnare Astronomia a Padova, per poi passare all'insegnamento della Fisica, e poi della Matematica<sup>ix</sup>.

#### 4. Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale

Dopo aver studiato a fondo il problema della cupola del Vaticano, nel 1748 pubblicherà il volume *Memorie storiche della gran cupola del Tempio Vaticano*, che è fondamentale per capire l'evoluzione della scienza architettonica, ma è anche un primo libro sul restauro.

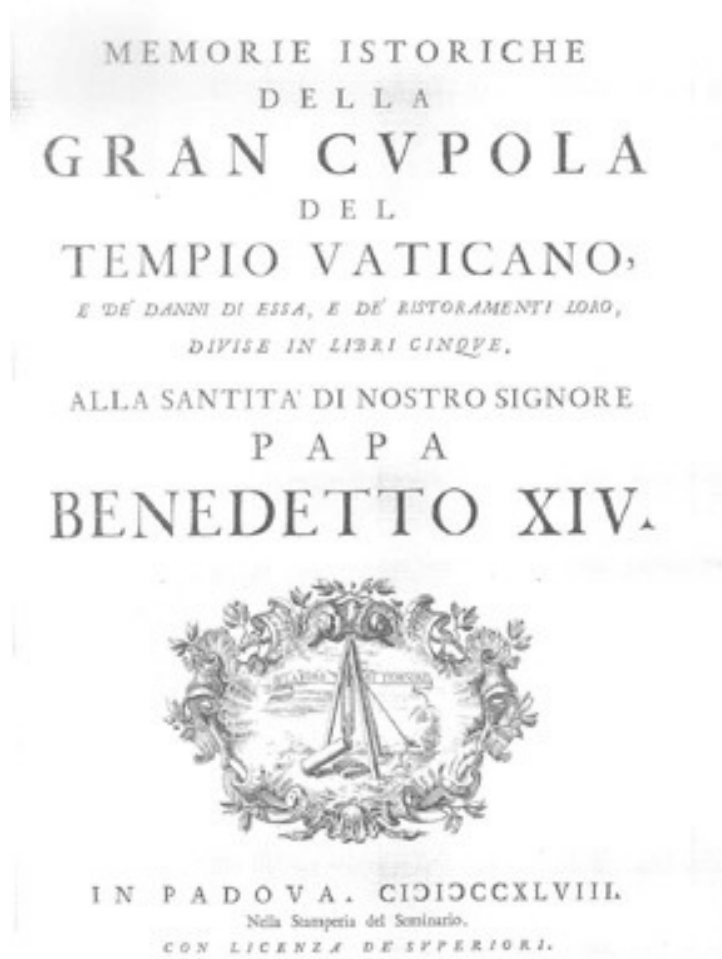


Figura 4.2. Frontespizio delle Memorie di Giovanni Poleni

Quello in cui si muove Poleni è un panorama scientifico in piena evoluzione che,

nonostante la lezione galileiana, manteneva viva, soprattutto in architettura, l'idea proporzionale rinascimentale, al cui mancato rispetto si fanno risalire le cause di screpoli e rotture nei monumenti.<sup>x</sup> Lui stesso chiarisce la questione declinando la sua concezione di restauro ante-litteram *“Conviene dunque cercar nuovi artificiosi perfetti modi per esimersi da'pericoli, ed aggiungere alla nostra, per altro robusta, fabbrica nuovi gradi di robustezza”*. Finora si era cercato di porre rimedio al dissesto, ma la novità è che la ricerca dei migliori modi per farlo comincia dall'individuazione delle *cause* del dissesto stesso: il tentativo di risalire dagli effetti alle cause è l'origine del pensiero moderno.

De la Hire aveva tentato la stessa strada, quando aveva fatto di un meccanismo noto per esperienza, una teoria dimostrabile, ma Poleni fa un passo in più, proprio in virtù della sua capacità di unire alla teorizzazione astratta (propria dei matematici), uno spirito sperimentale (a sua indole fisica). Forse lo fa perché, quando ci si sposti dall'arco ideale (quello indagato da De la Hire) alla Cupola di San Pietro, la realtà del suo peso e delle sue dimensioni è troppo ingombrante per non diventare fisicità intrascurabile.

Come rappresentante della scuola padovana, si muoveva tra tradizione e sperimentazione; la regola dimensionale e la ricerca armonica erano difficili da soppiantare, soprattutto quando non si disponesse di leggi costruttive altrettanto certe. Poleni *“non era propriamente un matematico teso alla ricerca di un nascosto e metafisico motivo, quanto piuttosto un fisico teso a scoprire la contraddittorietà della norma e della pratica”*<sup>xi</sup>, e gli era stato attribuito un motto, in quella Padova piena di studenti, *“iuxta textum Vitruvi et mentem Newtoni”*. Era lo studioso più frequentato dagli esperti stranieri e in un'interessante legame tra le storie che ci convince di un sottile filo conduttore nella nostra vicenda, il laboratorio sperimentale di Poleni era in diretto collegamento con la scuola di Lione di Soufflot, ad anticipare soluzioni<sup>xii</sup>.

La cupola, agli occhi del Poleni, *“mirava a combinare insieme il prestigio della storia, quello della bellezza matematica e quello del simbolismo universale: insieme a concludere e completare le ricerche di una generazione”* e quando la analizza, lo fa con il nuovo spirito Newtoniano, di

corrispondenza universale tra Arte e Natura,<sup>xiii</sup> in cui l'architettura è vista come relazione di cause ed effetti, a volte contraddittoria, e come sommatoria di risposte parziali e calcoli di avvicinamento.

Quando Poleni si appresta alla sua indagine, lo spazio non è più incommensurabile, come quando era percepito come puro simbolo, ma calcolabile e integrabile, attraverso il calcolo analitico infinitesimale, quello della struttura che deve indagare quindi non è più lo spazio solido della *fabbrica* ma un insieme composito di *materiali*, ognuno caratterizzato da condizioni e caratteristiche, certe e discrete, necessarie per condurre un'analisi teorica e sperimentale.

Il calcolo infinitesimale di Leibniz, però non può ancora ritenersi concluso e definitivo e al suo fianco rimane la sperimentazione, che garantisce il passaggio da un mondo chiuso e definito (quello dell'imperfezione) all'universo infinito.

Quando arriva il momento di simulare i carichi e le spinte della cupola di San Pietro basandosi su un modello, Poleni precisa che *“la proposta di ricerca, troppo affetta dalla contagiose delle ineguaglianze della materia, rifiuta i sublimi astratti calcoli, e per sé vuole meccaniche reali pruove: a queste dunque, per poter ben'iscorgere la verità, passar dobbiamo. [...] Queste cognizioni si debbono procurare cogli Esperimenti; per non far uso di astratte dottrine, che potrebbero in questi fatti dalle affezioni particolari della materia essere smentite”*.

La sua è una dichiarazione di fiducia nel modello e nell'esperimento, che però non è più una “forma” di riferimento, ma una teoria scientifica di riprova, che serve per testare le soluzioni calcolate: è certo solo ciò che è impossibile, il resto è indagabile, e quindi sperimentabile. Guardando indietro, ancora una volta non è un concetto nuovo, perché l'aveva già detto Leonardo *“La sperienza interprete in fra l'artifiziosa natura e l'umana spezie, ne'nsegna cio' che essa natura in fra i mortali adopera da necessità costretta, non altrimenti operar si possa che la ragione, suo timone operare, le 'nsegnì”*.<sup>xiv</sup>

Chi volesse leggere in questo dibattito il complicato rapporto tra Arte e Scienza del Costruire, potrebbe trovare nelle posizioni di Poleni e dei tre matematici altrettante ragioni delle due strade che si aprono nella pratica e nella teoria del costruire dopo



Galileo: da un lato la necessità della sperimentazione e la ricerca del dato sperimentale a conforto delle nuove possibilità e scoperte - rappresentata qui dal Poleni e dalle sue smanie sperimentali a discapito di una teorizzazione astratta - e dall'altro l'urgenza di costruire dei modelli teorici che traducevano in leggi matematiche quella che finora era stata considerata regola d'arte e pratica delle costruzioni - i Tre Matematici<sup>NV</sup>.

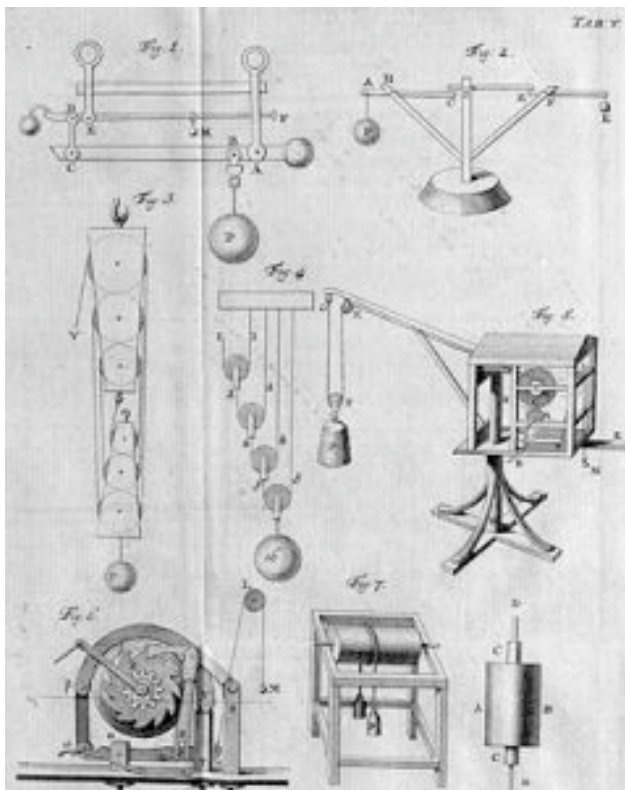


Figura 4.3. Pagina del testo *Elementa Physicae* di Peter Von Musschenbroek

Il dibattito si risolverà nella scelta del rimedio per il consolidamento della grande cupola, che anche qui vede contrapporsi la prefigurazione del crollo dei tre matematici, che propongono (per scongiurarlo) sconvolgimenti della architettura originale, e la dimostrazione di stabilità fatta dal Poleni, i cui interventi si limiteranno invece a cerchiature nascoste e modernamente reversibili.

#### 4. Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale

A guardare come è finita la vicenda, sembra che, almeno nel caso della Cupola di San Pietro, l'impostazione sperimentale abbia vinto sulla matematica, che nel frattempo era passata dall'antica *harmonia mundi* al moderno calcolo delle differenze.

*“Potè la Cupola di S. Pietro, idearsi, disegnarsi, lavorarsi senza i Matematici, e nominatamente senza la Meccanica coltivatissima d'oggi, potrà ancora restaurarsi, senza che riecheggi principalmente l'opera dei Matematici”.*

#### 4.1. La costruzione dell'errore

Per comprendere la questione del dibattito, si deve ricordare che la costruzione del Tempio Vaticano era cominciata sotto un altro papa, Sisto V, il 15 luglio 1588 e poco prima della sua morte, il 13 maggio del 1590 si era già interrotta. Il problema della costruzione era l'imposta del tamburo, secondo il progetto di Michelangelo, che non è un architetto e che forse per questo non si accorge dell'errore. *“Ma non conviene però confondere i suoi pregi, e tanto più che l'essere un eccellente scultore, un eccellente pittore, un eccellente poeta non potrebbe far prova ch'egli fosse anche un eccellente architetto. Egli stesso confessò che già non si credeva tale nemmeno dopo essere stato eletto direttore della fabbrica di S. Pietro. Lo intraprendere una splendida od un'ardita fabbrica, nemmen è una maggior prova del molto sapere in architettura. Pose in aria Michelangelo il Panthéon; ma osservò egli le stesse circospezioni, o la stessa figura del romano architetto, per le quali ancor sussiste quel gran tempio immobile? Per esserne appunto dipartito e per non averle bene osservate, il suo Panthéon in aria, o la sua cupola fiancheggiò con grande pericolo da più parti”<sup>xvi</sup>.*

Il dibattito quindi era iniziato già prima che coinvolgesse la cupola e la sua stabilità negli interventi di restauro '700esco. Si erano mosse delle accuse all'idea di Michelangelo, circa la pesantezza delle sue murature e all'errore macroscopico di aver appoggiato quella enorme cupola in falso, e le accuse erano giustificate dai dissesti che si erano rivelati immediatamente dopo la costruzione.<sup>xvii</sup>

Già l'Alberti aveva chiarito la questione, e dichiarando la sua predilezione per la forma tonda delle volte, precisava come queste non dovessero essere sostenute solo da singoli punti d'appoggio ma che dovessero mantenere una forma circolare a partire dalle fondazioni, come il Pantheon romano. Per passare a quella conformazione ideale partendo da una pianta quadrata però il passo era obbligato: si doveva ricorrere ad elementi di raccordo, costituiti da murature aggettanti – i pennacchi di Santa Sofia - che trasmettessero ai piloni angolari le azioni delle masse soprastanti, proprio quel “falso” che costituiva l'accusa a Michelangelo come architetto.

La costruzione del tempio Vaticano viene terminata da Giacomo della Porta, che sembra risolvere il problema lasciato in eredità da Michelangelo, ma è solo un tranello, perché ne conserva l'errore. È probabilmente Giacomo della Porta ad alzare la cupola più esterna dell'impianto Michelangiolesco, trasformandone la sagoma in un arco falcato che si sostituisce a quello emisferico progettato dall'architetto-scultore.

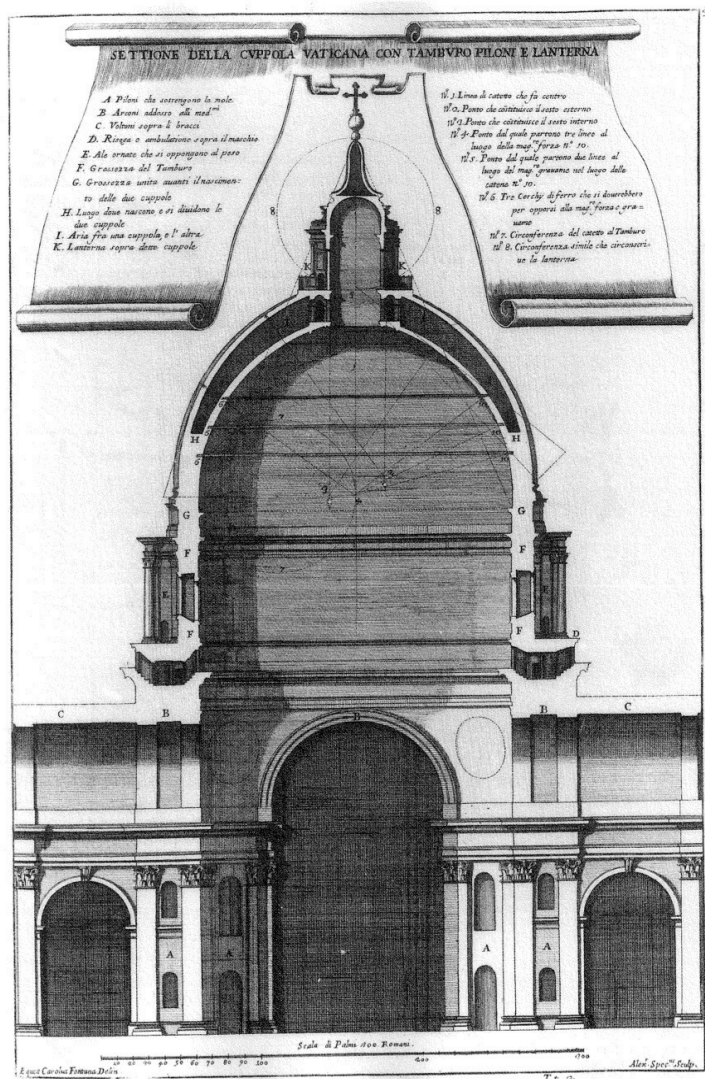


Figura 4.1.1. Sezione della cupola vaticana disegnata da Domenico Fontana<sup>xviii</sup>

La cupola vaticana è composta da due calotte, irrigidite da sedici costoloni, e il suo diametro è di 42 metri circa.

Lo spessore della calotta interna è circa 2 metri mentre quella esterna misura 1 metro, e lo spessore dei costoloni varia dai 2 metri alla base, ai 5 in chiave. Il tamburo su cui appoggia la cupola ha un raggio interno di 21,42 m ed è spesso 3 m. Costruita in mattoni, blocchi di travertino e malta di calce, la superficie mediana della cupola può essere approssimata ad una cupola sferica, determinata secondo un preciso studio geometrico<sup>xix</sup>.

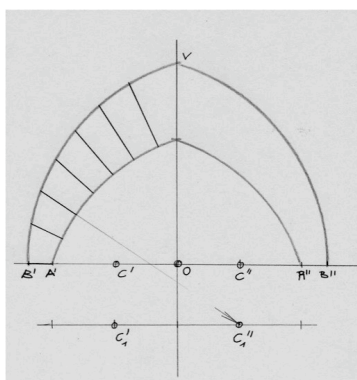


Figura 4.1.2. Schematizzazione di un generico arco falcato, che è la forma della cupola esterna del Vaticano<sup>x</sup>

I quattro piloni che sospendono la cupola furono eseguiti dal Bramante tra il 1506 e il 1512, ed hanno una sezione trasversale inscritta in un quadrato di 19 metri di lato, ad una distanza reciproca di 22,60 m. Le chiavi degli archi stanno a 50 m dal piano di posa dei piloni che li sostengono, poggiando su un terreno di fondazione composto da una teoria di strati alternati di marne e argille sabbiose, sormontati da un ultimo strato di sabbia. I due piloni ad est erano fondati su terreno vergine, mentre quello ad ovest ricalcavano l'area occupata da resti romani, che risalivano al circo di Nerone, e forse proprio in questa disuniformità di sedime si ritrovano le cause dei cedimenti differenziali precedenti alla costruzione della cupola; già prima della costruzione del tamburo infatti, le lesioni sugli archi e sui piloni, avevano reso necessario un rinforzo

strutturale dei piloni.

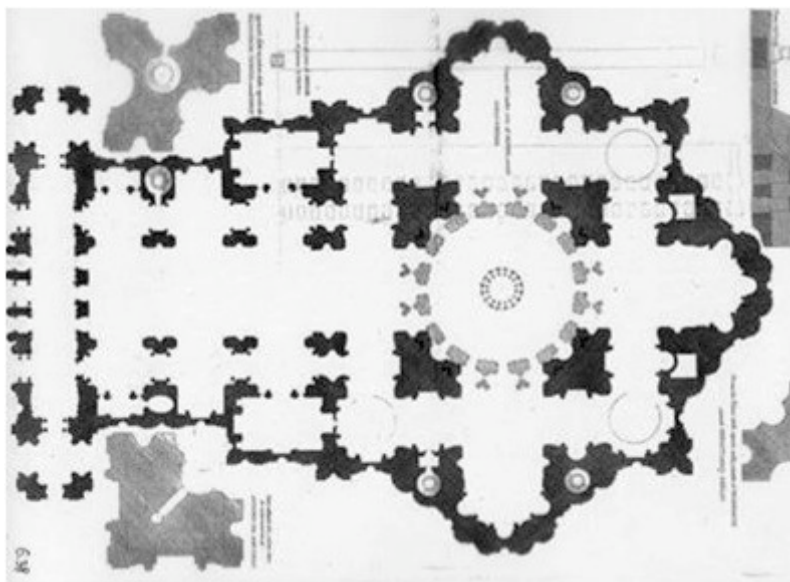


Figura 4.1.3. Planimetria di San Pietro nei disegni di Giuliano da Sangallo.

Prima della costruzione della cupola quindi, tra il 1514 e il 1534, le fondazioni erano state rinforzate tramite un collegamento di archi tra i piloni. L'attuale piano della basilica è rialzato rispetto a quello del Bramante di circa 3 m, giocando, come spesso succede, sulle basi: il piedistallo corinzio dei piloni era stato soppresso, e i piloni ingrossati. Già nel disegno di Bramante poi c'erano quelle scale a chiocciola e nicchie nei piloni che poi inserirà Bernini, ma che Michelangelo, nel tentativo di rinforzare gli appoggi della cupola, aveva eliminato dal progetto.

La cupola viene costruita su una grossa centinatura appoggiata al tamburo, a partire dai sedici costoloni, eseguiti contemporaneamente, e completati dalle due calotte, in cui vengono inserite, incorporate nella muratura, due catene di ferro: si realizza quindi un unico sistema strutturale, unito e irrigidito.

Già dal 1603, sotto un altro papa, Clemente VIII, si notano le prime lesioni, poco tempo dopo la fine della costruzione e, come spesso accade, si cerca di attribuire la

responsabilità ad una cattiva esecuzione, piuttosto che ammettere il difetto dell'idea perfetta della cupola. Il capro espiatorio perfetto sembrava essere Gianlorenzo Bernini<sup>xxi</sup>.

In una biografia della sua vita, scritta da Filippo Baldinucci, lui stesso dice di Michelangelo “*che quest' opera era riuscita bene a caso, volendo asserire, che L'arte stessa non aveva mai fatto [...] una sì gran Cupola, ed in uno spazio così vasto, e fra moli di così eccedente grandezza dare una misura, e proporzione che bene adeguasse, ove l' ingegno, e la mente dell'Artefice tale quale questa misura doveva essere , senz'altra regola concepire non sapesse*”. La questione è tutta qui: Michelangelo aveva osato, senza averne le conoscenze, preparando la strada all'errore.

Nel tentativo di scagionare il Bernini, Baldinucci chiarisce il suo intervento in San Pietro, sminuendo l'apporto distruttivo che gli si voleva attribuire<sup>xxii</sup>, e si concentra sulle “*dicerie sugli screpoli*” testimoniando così l'allarme esistente. “*Occorse dunque, che da lingua invidiosa , o forse ancora da qualche fievole cicaleccio di minuta gente fosse mosso per Roma un certo bisbiglio intorno ad alcune immaginate nuove crepature della Cupola di S. Pietro , fattesi (come ne corse allora vanamente la fama) a cagion delle nicchie sotto le reliquie, ed altri certi lavori , che fino ne' tempi di Urbano dicevano aver egli fatto ne i piloni, che reggono essa Cupola.*”<sup>xxiii</sup>

Il fievole cicaleccio si trasforma presto in voce allarmata,<sup>xxiv</sup> quando “*correndo l'anno 1680, nel mese di Aprile nella Città di Roma nella parte interiore della Cupola di San Pietro fu d'alcuno dato d'occhio ad una certa antica crepatura, che in ogni tempo per lo avanti ad ognuno era stata visibile. Colui, che tal cosa allora osservò per la prima volta, dovette essere uomo di così piccola levatura, che o col trattenersi ad osservarla, o additarla ad altri come cosa nuova, fece sì che se ne cominciasse a parlare per alcuni; e poi per molti, tanto che in breve tutta Roma restò piena di un concetto, che la cupola avesse cominciato a fare alcun movimento, il quale coll'avanzzarsi del tempo potendo rendere ogni dì più debole quella gran fabbrica, fosse per condurla a gran pericolo di rovina. [...] Quindi [...] incominciossi a dire per Roma per ognuno la cagione di tale crepatura, e per conseguenza de i temuti pericoli, essere stati i lavori di ornamenti fatti fare in essa Chiesa di S. Pietro con disegno del Cavalier Bernino da Urbano VIII*”<sup>xxv</sup>.

Sembra di vederlo, il Bernini, mentre cerca affannosamente di dimostrare che l'inserimento da lui fatto delle scale a chiocciola all'interno dei grandi pilastri a sostegno della cupola, non poteva essere la causa del dissesto, e questo fa – giustificarsi - fino alla sua morte, senza riuscirci<sup>xxvi</sup> perché non possiede i necessari strumenti, né matematici né sperimentali. Anche nella sua difesa, Baldinucci<sup>xxvii</sup> non riesce ad opporre alle critiche nessun argomento scientifico, se non quello del “buon senso comune” (che lo colloca di diritto nella tradizione rinascimentale).<sup>xxviii</sup>

Il suo strumento “scientifico” è ancora il riferimento alle fabbriche antiche, e l'osservazione della realtà passata quando si riferisce al prototipo di tutte le cupole sospese: *“E chi è che non conosca, che la maggior parte delle fabbriche delle Cupole vengono a posare sopra i quattro arconi, che formano nave, e croce alle Chiese, e che sotto i medesimi arconi non vi è muro di sorta alcuna, ma è tutto vano, e pure si reggono , e stanno sì salde le fabbriche”*.

Certamente non è sufficiente la semplice osservazione, ma è la pratica costruttiva a distinguere l'architetto dall'osservatore comune, e a fargli comprendere quello che ancora non riesce a dimostrare, ma di cui è certo: *“Ma colui, che riguardando una fabbrica solamente come cosa fatta, non intende, e non sa come ella si sostenga in piedi, non è capace altresì di capire, come ella possa cadere; onde non è maraviglia che alcuno abbia dato fuori concetti sì strani, e contrari alle buone regole dell'arte. [...] Dico dunque che quei popolari sussurri, e dei poco pratici Professori, non solo furono insussistenti per esser contrari alle sode ragioni dell'arte, ma perché furono fondati su presupposti falsissimi”*<sup>xxcix</sup>

Tra le accuse e le prime vociferazioni, qualcuno aveva proposto la cerchiatura del lanternino, che Baldinucci sconfessa, ma che sembra inaugurare, un secolo prima dei veri protagonisti, il dibattito. *“S'inoltrarono poi a dire, che intorno alle colonne, e lanternino della Cupola fussero state fatte accomodare alcune cinture di ferro. O che bella censura fu questa come se i danni della Cupola, che falsamente dissero essere stati cagionati da'fondamenti, avessero avuto in sulla bella primi a mostrare loro effetto nel lanternino, o pure che a questo solamente fosse potuto bastare il porgere il rimedio, che per mio avviso è appunto quanto dire , che per medicare una idropisia del polmone bastasse solo il bagnare con acqua rosa l'estremità d'un braccio”*.



Dai suoi resoconti, se non si ottiene l'innocenza del Bernini, si ha comunque un quadro della situazione. Alla fine del 1680 si sospettava dunque che la statica della cupola fosse compromessa, e poco importa che la causa fossero ritenute le scale a lumaca all'interno dei pilastri, ad opera del Bernini. Altriciuni avevano imputato la causa delle lesioni a fenomeni di assestamento della grande cupola, e alle tecniche differenti usate nella sua realizzazione. I tre Matematici, nel loro studio osserveranno che i danni descritti dal Baldinucci in difesa del Bernini non erano gli stessi osservati nel 1742: nel frattempo i dissesti si erano moltiplicati e questo significava che la cupola aveva continuato a muoversi.

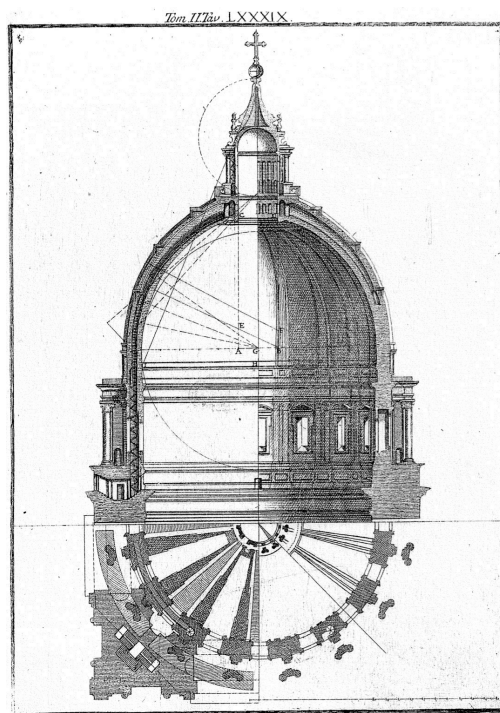


Figura 4.1.4. B. A. Vittoni, geometria della cupola vaticana<sup>xxx</sup>

Nel 1694, un altro testo aveva dato una descrizione del Tempio, affiancata da un registro delle fasi costruttive della fabbrica, e della cupola. Il Tempio Vaticano di Carlo

Fontana ripercorreva le vicende della fabbrica dalle origini, quando era ancora una basilica Costantiniana, voluta per ingigantire la tomba dell'apostolo Pietro. Il suo intento non era solo celebrare la più grande fabbrica della cristianità, ma soprattutto fornire gli strumenti per comprendere “quanto sia stato l'artifizio, e l'ingegnosa, e stabile costruzione di così grande, e portentosa Machina; acciò anche le Persone absenti studiose, e professori delle Matematiche possano intendere li modi praticati da Bramante, Buonarota e altri grandi buomini, che la disporo”.<sup>xxxii</sup>

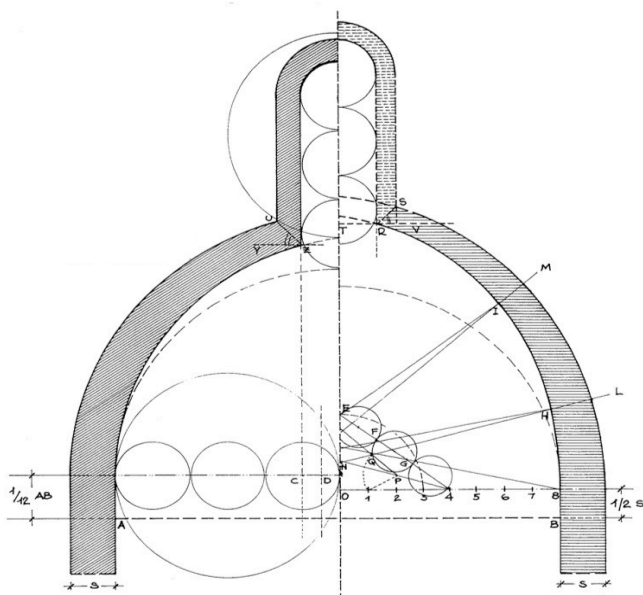


Figura 4.1.5. Confronto tra le regole di Fontana e quelle di Vittone per il dimensionamento geometrico delle cupole. A sinistra l'applicazione delle regole di Fontana e a destra quelle di Vittone.

Forse sulla scorta di una valutazione dimensionale del problema, in linea con la tradizione, descrive le dimensioni della cupola, mettendone in evidenza rapporti (più o meno rispettati) e le eventuali mancanze costruttive. “Il diametro del Vano della Cupola è palmi 190 e  $2/3$ . Il Diametro dell'occhio della Lanterna è palmi 32, cioè la sesta parte del diametro

della cupola, benché manca l'insensibile parte di onces 5, effetto dell' Manoiali nell'attaccare le materie. La linea perpendicolare che interseca la linea orizzontale che divide il dritto dal principio del sesto della Cupola, costituisce il punto 3, che assegna il sesto della Cupola interna. L'altra linea perpendicolare nel punto 2 costituisce il Sesto della Cupola Esterna. Le due linee che partono nell'intersecante 5 num.10, dimostrano il luogo del maggior spingimento dell'Edificio circolare. Le tre linee che partono dal num.4, segnate 10, costituiscono il luogo delle Catene per opporsi allo spingimento. La metà della Cupola costituisce la circonferenza 7, uguale all'altra 8 che circuisce l'altezza della Lanterna, senza la Palla della Croce. Le due linee I, che partono dalla circonferenza del tamburo G e si vanno a intersecare sotto la Palla, costituiscono la base piramidale della Lanterna”.

Ne anticipa la soluzione, che poi verrà discussa nel dibattito seguente in termini scientifici, forse per la prima volta, mettendo subito in evidenza l'errore: nella cupola Michelangiolesca il tamburo era il punto debole. Il suo spessore, di 3 metri, era esiguo se confrontato con la spinta della cupola e l'altezza in gioco, anche secondo quelle buone *Regole per costruire le cupole*, raccolte dal Fontana nella sua opera.

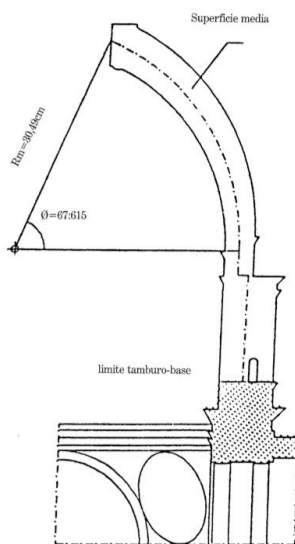


Figura 4.1.6. Sezione della cupola di Michelangelo, nel rapporto col tamburo.<sup>xxxii</sup>

Tra queste si trovava quella che prescriveva il corretto proporzionamento del tamburo, per il quale si raccomandava un'altezza pari alla metà del diametro, e uno spessore pari ad un decimo del diametro stesso, con una postilla: in caso di muratura in mattoni di cattiva fattura, lo spessore doveva essere aumentato fino ad un nono del diametro.

È vero che quello a cui si riferisce il Fontana nelle sue regole, è un tamburo non irrigidito da contrafforti, come invece era quello di San Pietro, ma poco importa: l'altezza del tamburo michelangiolesco rientrava nelle proporzioni, ma la struttura era decisamente snella se riferita allo spessore.

Applicando le regole del Fontana (che sono un esempio delle regole proporzionali – più o meno equivalenti – proposte dai vari trattatisti) lo spessore del tamburo doveva essere infatti almeno 4,2 metri (che potevano salire a 4,7 metri, considerando la postilla sulla cattiva fattura della muratura, come quella che compone effettivamente la cupola vaticana), invece dei 3 metri effettivi.

Poco importa infatti che Michelangelo avesse pensato il suo tamburo irrigidito da costoloni ogni 9 metri, che comunque non forniscono quella resistenza necessaria alla stabilità della fabbrica. L'errore della costruzione si era già mostrato, paradossalmente, già nell'applicazione di quelle stesse regole dimensionali – così contestate dai matematici e dalla nuova scienza – anticipando ciò che, dal punto di vista del calcolo, risulterà chiaro solo con l'applicazione degli strumenti moderni: lo scarso spessore dei contrafforti ha determinato la densa fessurazione meridiana della cupola e la conseguente perdita di sicurezza.

Da calcoli strutturali eseguiti da Mario Como e riportati nei suoi articoli sul tempio di San Pietro, si vede che se cupola e lanterna avessero pesato solo il 6% in più, si sarebbe arrivati al collasso e forse il dibattito non avrebbe avuto luogo.<sup>xxxiii</sup>

Il tamburo quindi, nella costruzione, risultava snello, confrontato con l'altezza e le forze in gioco, traducendosi in una struttura troppo deformabile, anche se in parte contrastata dai contrafforti laterali che comunque non per questo erano stati costruiti (la pianta poco compatta dimostra che alla base della scelta Michelangiolesca stava una

ragione più estetica che strutturale. Michelangelo, d'altra parte, non era un architetto). Fontana comunque esegue un primo rilievo delle lesioni e, dopo cinquant'anni, la situazione della cupola non era molto cambiata, quando Poleni riporterà nelle sue Memorie, la descrizione delle lesioni fatta da Saverio Brunetti *“tutta la muraglia soggetta ai contrafforti piegata al di fuori, e d'aver seco portato tutte le colonne, e contrafforti, ed essersi dilatata la cupola, abbassato il lanternino, aperto e slargato il timpano...”*. L'ultimo rilievo, prima della soluzione, è quello del Vanvitelli, che tra il 1742 e il 1743 fornisce un quadro preciso delle lesioni.

Tutto faceva pensare che la situazione fosse grave, a prefigurarne il collasso.

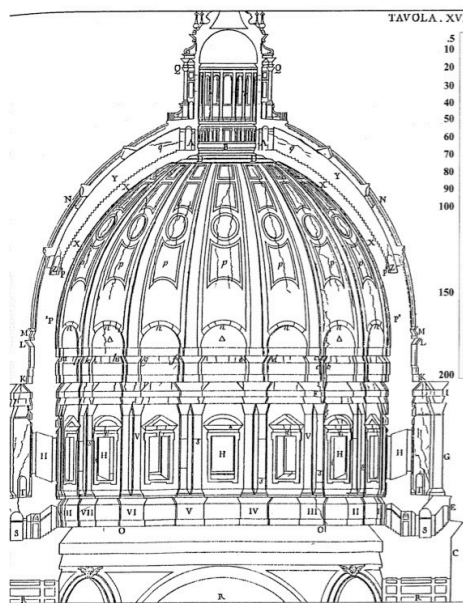


Figura 4.1.7. Quadro fessurativo della cupola rilevato da Vanvitelli<sup>ccan</sup>

Quando vengono richieste le perizie, era chiaro che la cupola non si poteva più considerare un unico sistema, dato che la continuità dei paralleli era interrotta dall'imposta sul tamburo fino all'ultimo anello, che sosteneva la lanterna. Le grandi fessurazioni meridiane rilevate si alzavano fino a raggiungere (*morire*, diranno i matematici) la lanterna e la fessurazione nel tamburo e nell'anello di base ne indicavano

l'allargamento.

Fatto sta che il quadro fessurativo della cupola aveva subito un'importante evoluzione, dalle prime osservazioni del Fontana a quelle successive dei tre matematici, traducendo in lesioni il graduale allontanamento del comportamento statico della cupola da quello di guscio a quello di cupola spicchiata, che spingeva sulle strutture sottostanti.

Forse si doveva farlo prima, ma questo è certamente il momento di riportare il discorso al funzionamento delle cupole e dei tamburi in muratura, e al loro comportamento statico, che rende più chiaro il contributo dei protagonisti del dibattito sulla questione. Per farlo si deve adottare il modello ideale di materiale non resistente a trazione, che è quello più adatto quando si voglia interpretare la risposta meccanica della muratura antica.

Le murature antiche sono realizzate con elementi artificiali o naturali assemblati con malta di calce impoverita nel tempo, e poiché la resistenza a trazione è data proprio dalla malta, il suo impoverimento, che rende la resistenza molto bassa, consente di non considerarla per poter interpretare l'effettivo comportamento della struttura.

Per comprendere i problemi statici delle cupole in muratura, e i loro errori, quindi si deve distinguere il loro comportamento da quello dei gusci sottili, più simili alle conchiglie, o ai gusci d'uovo che alla cupola di San Pietro (e la resistenza non è nello spessore ma nella resistenza a trazione e quindi a flessione di questi rispetto alle cupole tradizionali in muratura).

Nonostante lo spessore esiguo (appunto come quello di un guscio d'uovo) queste strutture hanno una grande rigidità e resistenza e quindi si può considerare la risposta lineare di un guscio assialsimmetrico, caricato nello stesso modo e costituito da materiale elastico lineare, che gli consente di assorbire elasticamente sia gli sforzi di trazione sia quelli di compressione.

Quella qui descritta non è più una "cupola", proprio perché perde la caratteristica fondamentale – che faceva della cupola in muratura una particolare struttura – e cioè la non resistenza a trazione. Un guscio assialsimmetrico può essere infatti schematizzato

come un insieme di archi lungo i meridiani della cupola, collegati da fasci di paralleli, sono facilmente visualizzabili gli sforzi che si producono nella sezione mediana di tale guscio, una volta che sia sottoposto a peso proprio: i paralleli compressi trasmettono una spinta nella zona in chiave degli spicchi, che viene gradualmente neutralizzata dall'azione cerchiante dei paralleli tesi inferiori. In questo modo che gli sforzi lungo i paralleli, di compressione e di trazione, fanno coincidere la superficie delle pressioni, e quindi la funicolare dei carichi, con quella media del guscio.

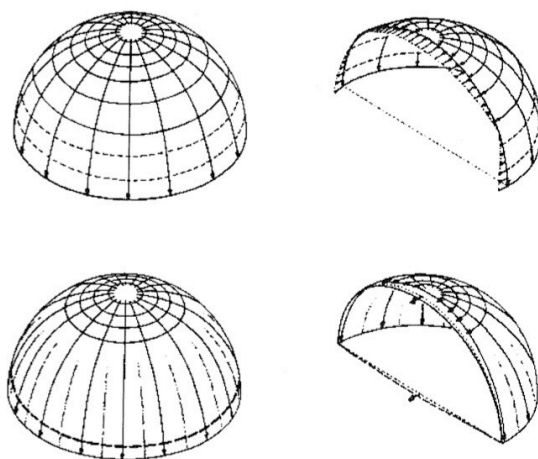


Figura 4.1.8. Comportamento membranale.

I paralleli, per la forma assialsimmetrica del guscio, sono cerchi costretti ad accorciarsi e a dilatarsi seguendo l'incurvatura dei meridiani; resistenti sia a trazione che a compressione, hanno una elevata rigidità estensionale e in questo modo contrastano la deformazione di flessione dei meridiani, producendo un effetto cerchiante.

Il regime di sforzi che si determina in queste strutture è detto membranale, in cui le fasce parallele superiori tendono a restringersi, mentre quelle inferiori si allungano. A una certa altezza ci deve quindi essere un parallelo che non si allunga e non si restringe (il parallelo neutro: né compresso, né teso), e in un guscio semisferico di spessore

costante e materiale con densità costante questo particolare parallelo è individuato alla latitudine di circa 52°: tutti i paralleli superiori a questo livello sono compressi, mentre tutti quelli sotto sono tesi.

In una membrana, meridiani e paralleli sono legati reciprocamente dalle deformazioni: a piccole deformazioni dei paralleli corrispondono altrettanto piccole deformazioni dei meridiani e piccole sollecitazioni flessionali, perché piccolo è lo spessore del guscio. Se quindi si considera un guscio asialsimmetrico, asialsimmetricamente caricato, si hanno sforzi contenuti in ogni punto del piano tangente alla sua superficie media, e anche localmente, sotto azioni concentrate, il guscio presenta lo stesso comportamento, almeno con buona approssimazione. Ne deriva che i gusci così definiti hanno rigidità e resistenza conferite proprio dalla forma, nonostante il sottile spessore.

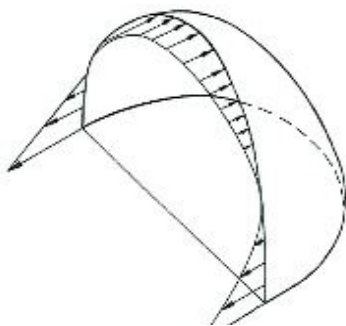


Figura 4.1.9. Le azioni di compressione e di trazione all'interno di una "membrana"

Completamente diverso è invece il comportamento delle cupole in muratura, di cui si occupa questa trattazione. Poiché il materiale non è resistente a trazione, quando i valori di tensione nelle zone inferiori equiparano la rottura della muratura, si verifica la frattura e allora compaiono le lesioni lungo i meridiani, che sono le più comuni in queste strutture. Appena compare anche una sola di queste fratture, la funzione cerchiate dei paralleli si annulla, e quindi non valgono, per le cupole in muratura, le stesse considerazioni di resistenza per forma sopra descritte.



La larghezza della fascia fessurata lungo i meridiani può essere poi molto più alta di quella realmente tesa, perché il meccanismo innescato dalla fessurazione fa sì che all'allargamento dei paralleli ideali corrisponda un'inflexione dei meridiani, che quindi si fratturano più in alto (la quota di cupola fessurata quindi dipende fortemente dai vincoli esistenti alla base, e quindi dal tamburo).

C'è allora, nelle cupole in muratura, una corrispondenza diretta tra la deformazione del tamburo alla base e la propagazione verticale lungo i meridiani della fessura, e così accade che la cupola, a partire dall'imposta tende ad aprirsi e a suddividersi in piccoli spicchi che convergono tutti al colmo comportandosi come archi indipendenti. In questi archi, la funicolare delle pressioni abbandona la superficie media della curva, determinando una spinta all'imposta (che invece sarebbe nulla se il materiale fosse resistente a trazione), e proprio nella creazione di questa spinta alla base si trova la ragione e l'effetto della fessurazione meridiana della cupola. Succede allora che la cupola in muratura eserciti una spinta orizzontale sulle sue strutture di sostegno.

Gli antichi, forti di una sapienza costruttiva, tentavano di ovviare a questa debolezza intrinseca realizzando cupole di grande spessore, spesso a doppia calotta e irrigidite da grandi costolature, come appunto San Pietro. In questo modo, lo scollamento della funicolare delle pressioni dalla superficie media della cupola, non si dimostrava così pericolosa. Quando infatti la curva delle pressioni, spostandosi dalla superficie media, sfiora l'estradosso o l'intradosso della cupola stessa, si hanno pericolose fratture lungo i paralleli.

Il crollo di una cupola quindi non è poi così infrequente, né sorprendente, se si pensa a quali sforzi interni deve resistere.

La rottura può avvenire anche per carichi verticali, come il peso proprio. La questione quindi è tutta qui, nel bilancio tra le due spinte: quella del lavoro attivo dei pesi che fanno abbassare le zone centrali più alte, e quello passivo delle fasce inferiori che si alzano di conseguenza. Tutto sta nel dare alla cupola una contropinta radiale in grado di tollerare questo movimento fisiologico e assorbirlo evitando il collasso, il criterio

dimensionale antico, che per strutture di grandi dimensioni e spessori sembra ancora valido.

E nel dibattito che ha coinvolto la cupola del Vaticano si sono considerati entrambi questi aspetti, quello del meccanismo di rottura e della valutazione delle spinte (alla base dell'analisi dei tre matematici) e quello della curva funicolare dei carichi (del Poleni), che traduceva in fisica sperimentale l'antica determinazione della forma perfetta.

#### 4.2. I Tre Matematici e il Principio dei Lavori Virtuali

Nel 1742, quando gli viene commissionata la perizia per la verifica delle condizioni statiche della cupola di San Pietro,<sup>xxxvi</sup> tre matematici Boscovick, Le Seur e Jaquier dovevano conoscere i trattati dell'epoca finalizzati a comprendere i meccanismi delle cupole e delle volte<sup>xxxvi</sup>.

La perizia comincia con una dichiarazione di intenti da parte dei tre matematici: *“Benedetto XIV alla fine del novembre 1741 da ordine al Monsignor Giovanni Francesco Abbati Olivieri Segretario ed Economo della Rev. Fabbrica di S. Pietro di ricercare il sentimento de’Matematici nominatamente da noi tre sottoscritti sopra i danni presenti, che si osservano nella cupola della detta Basilica e molto più per la sua ristaurazione acciò possano gli architetti metter in pratica i rimedi, che verranno giudicati più necessari per la stabile conservazione della gran mole.”* E, quasi che si trattasse di una loro tesi da dimostrare, palesano le proprie ipotesi di lavoro, anche qui chiarendo una metodologia *“Nulla meno bisognoso di una pratica ben fondata sulle proprie oculari osservazioni e esperienze ma anche di una buona teoria basata sulla meccanica per conoscere dagli effetti la causa del male, e adattare i progetti alla natura della medesima, determinando quali siano i necessari e giovevoli quali gl’inutili e forse ancora nocivi”*.

Chiariscono subito il carattere rigoroso e matematico della loro perizia, e il procedimento segue un percorso altrettanto rigoroso e logico, articolabile<sup>xxxvii</sup>, in quattro fasi distinte che anticipano il modo moderno di analizzare la statica di un edificio, quando lo scopo sia quello di attuarne un consolidamento.

Per prima cosa, i tre studiosi osservano e rilevano minuziosamente lo stato di fatto della fabbrica, e procedono quindi ad una diagnosi dei dissesti e dei fenomeni in atto. Quello che fanno è descrivere la cupola nelle sue articolazioni geometriche, indagate alla ricerca di rapporti tra le parti.<sup>xxxviii</sup> Lo scopo del rilievo geometrico, e del successivo fessurativo, è una precisa analisi dei carichi, che insieme all’interpretazione dei movimenti relativi fra le varie parti crei le premesse per un’analisi della struttura, anticipando la teoria dei macro-elementi.

Ai tre matematici non interessa più semplicemente rilevare la posizione delle lesioni o il loro andamento, ma anche le variazioni di ampiezza delle fessure lungo il loro sviluppo, traducendo lo strumento del rilievo da semplice rappresentazione a strumento di conoscenza.

Quando eseguono il rilievo della cupola, trovano è una situazione decisamente peggiore di quella rilevata dal Baldinucci quasi un secolo prima: il tamburo è attraversato da spaccature che spesso si prolungano sopra e sotto, rompendo il rivestimento in travertino<sup>xxxix</sup>, e molte di queste, sottili all'innesco, si allargano salendo in altezza fino a “[piegare] gli arconi in giù verso i pilon?”; sembrano insomma suggerire un movimento, una rotazione della parte superiore.

I danni si estendono anche nella parte nascosta della costruzione, nel corridoio tra le due cupole, dove ricalcano quelle visibili del tamburo a denunciarne la natura passante e quindi la gravità, e altre fratture orizzontali attraversano il muro della calotta interna tanto che “tra una spaccatura orizzontale e l'altra in qualche luogo si levano colle mani senza sforzo considerevole i mattoni non più premuti”.

Quello che più preoccupa i matematici, e che in parte verrà poi confutato da Poleni, sono le fratture orizzontali, che sembrano essere passanti, mentre quelle verticali sembrano più concentrate nella cupola senza raggiungere il muro esterno del corridoio. Questo dato sembrerebbe quindi contestare il comportamento della cupola come una serie di archi giustapposti, ormai consolidato, e anticipare l'intuizione membranale (che poi useranno parzialmente i matematici, al contrario del Poleni).

Quello che appare evidente è certamente la perdita di collegamento tra le due cupole, sempre più separate nei comportamenti, stigmatizzata dalla “generale apertura che gira attorno da per tutto” nella volta del corridoio, che è ancora attiva al momento dell'osservazione.

Nella definizione di un primitivo sistema di monitoraggio, i tre matematici rilevano come “il mattonato rassettato non è un anno” mostri “nel luogo di tal rassetto [...] nuovi distacchi de'mattoni rimessi; anzi in qualche sito si vedono rotti i mattoni nuovi sopra l'apertura antica”.

Il movimento della cupola paventato da qualche osservatore allarmato qualche anno prima, sembra quindi ancora attivo, e diventa comprensibile la preoccupazione e le conclusioni rovinose dei tre studiosi, perché basate su dati di monitoraggio, seppur primitivo.

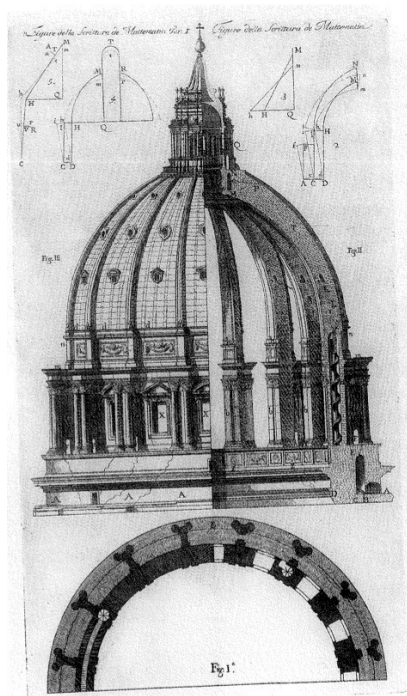


Figura 4.2.1. I tre matematici cercano di elaborare lo schema statico del sistema cupola-tamburo.<sup>xI</sup>

La situazione della cupola sembra grave. I sedici contrafforti ripetono le stesse aperture “che nel salire piegano in dentro”, e anche queste – almeno molte – “si vede che sono stuccate essendosi poi riaperte le stuccature e dilatate”, denunciando quindi il persistere del loro movimento. Tutti gli architravi sopra le finestre sono rotti, proseguendo la rottura sopra la cornice, così come le scale a lumaca inserite dal Bernini dentro ai pilastri.<sup>xii</sup> E qui succede una cosa nuova, o meglio innovativa: il rilievo dei tre matematici non è concentrato solamente sulla cupola, pur rappresentando questa la parte più fessurata,

dove “in tutti i sedici spicchi si vedono delle aperture nelle cornici tonde de’Serafini di mosaico e nelle bislunghe degli Angeli, molte delle quali aprono considerevolmente i mosaici stessi”; la maggior parte delle lesioni “vanno sempre dilatandosi fino all’imposta della Cupola e quindi di nuovo si stringono morendo in cima sotto il Cupolino stesso”.

Ma non è solo alle lesioni e alla loro posizione che i matematici sono interessati; a loro va il merito di aver considerato, forse per la prima volta (e sarà quello di cui si potrà invece rimproverare il Poleni) il sistema *cupola-tamburo*, nelle sue relazioni con la struttura sottostante, che ha come riflesso immediato la misurazione dei fuori piombo delle strutture verticali.

Partendo dalla connessione dei sistemi, sembra allora logica la preoccupazione denunciata per gli sbilanciamenti dei pilastri che “fatti esaminare col piombino si è trovato che sbilancano in fuori, altri tre once, altri due e mezz’*anza*, ed altri meno e altrettanto in circa sbilanciano pur in fuori i pilastri de’*contrafforti* che stanno attaccati al Tamburo”.

La conclusione, alla fine dell’esame del quadro fessurativo, è insomma preoccupante; soprattutto considerato il fatto che “quando siano cominciati questi danni non si sa con *certezza*”.

Il metodo scientifico è stato inaugurato, e i tre matematici vogliono dare alla manifestazione degli effetti – siano lesioni o perdite di verticalità – una causa, e un’interpretazione del movimento sotteso; con altrettanti schemi grafici semplificati, associati alle osservazioni fatte, cercano quindi di mostrarne le cause.

A riprendere un discorso interrotto da Leonardo, considerano le cerniere, attorno alle quali la muratura non fessurata - rigida e indeformata - ha ruotato, determinando poi il movimento della fabbrica e i matematici associano quindi alle lesioni, per la prima volta, un’interpretazione cinematica<sup>xlvi</sup>, escludendo così, tra le possibili cause di danno (perché il loro scopo – modernamente scientifico – è proprio quello di individuare le cause) quelle ipotizzate fino ad allora, che alla fine sembrano essere sempre le stesse, si tratti di San Pietro o di Santa Maria del Fiore. Non ci sono infatti lesioni, o meglio cerniere, a confortare la tesi, sempre avanzata da qualche profano, di un cedimento

fondazionale.<sup>xliii</sup>

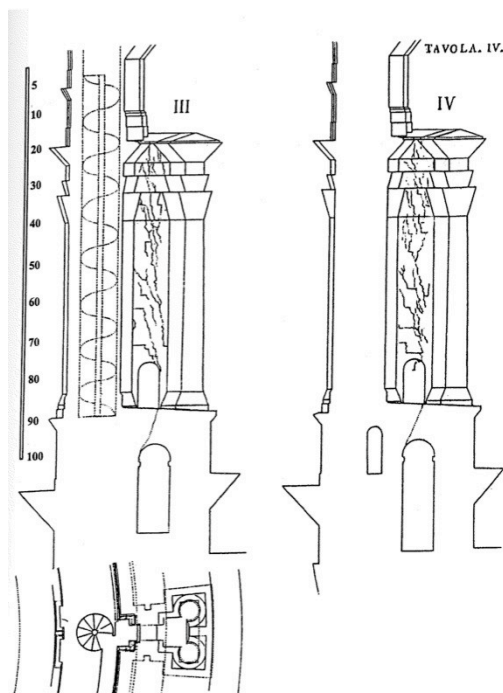


Figura 4.2.2. Il quadro fessurativo nel tamburo e nei contrafforti, da G. Poleni, Memorie

Un secolo dopo, riescono anche a scagionare definitivamente il povero Bernini - che aspettava una prova definitiva (e scientifica) della sua irresponsabilità nei danni alla fabbrica - dichiarando come non dovessero essere “*argomentati i patimenti dei piloni poiché il Tamburo, dove corrisponde gli Arconi, appoggia sul vivo dei medesimi, ed ha il rinfianco delle gran volte delle quattro navate, che non lo lasciano dar di fuori: ma dove corrispondono i Piloni, appoggia in falso sulle velette, o volticelle triangolari, che rimangono tra un arcone e l'altro e manca alla base ogni rinfianco*”.

Escluse e confutate le altre possibili ipotesi di danno, partendo dall'osservazione dello stato fessurativo e geometrico della struttura, i tre scienziati arrivano ad ipotizzare

prima il meccanismo e poi la causa del meccanismo stesso, dopo aver tradotto tutte le fessure in altrettante cerniere.

La causa, alla fine, sembra evidente: è “*il peso del cupolino [che] premendo sulla doppia calotta della cupola e i costoloni continuati tra le medesime, unito col proprio peso alle cupole stesse, [ha] spinto in fuori il comune sostegno, che era il Tamburo*”. I matematici non sanno ancora lavorare con i carichi distribuiti (che richiedono l'applicazione, almeno concettuale, del calcolo differenziale) e quindi preferiscono ridurre al peso del cupolino (concentrato) la visualizzazione del meccanismo.

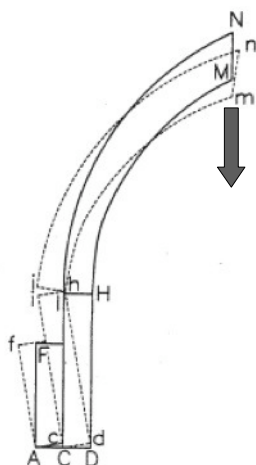


Figura 4.2.4. Il meccanismo di rottura ipotizzato dai tre matematici.<sup>dm</sup>

Subito il disegno conforta il meccanismo ipotizzato, mostrandone lo schema cinematico sotteso e quindi, il movimento della cupola. Il dissesto è nel tamburo della cupola, che ha prodotto poi il dilatarsi della circonferenza: confermano qui, con lo strumento scientifico e matematico, l'intuizione del Fontana e delle regole degli antichi, constatando che il danno riguardava la base della cupola che “*non poteva accadere senza aprirsi a modo di mela granata di sopra e di sotto*” a ripetere uno schema ormai noto nelle



fabbriche di questo tipo (i movimenti del colmo erano impediti dalla presenza del cupolino e dal cerchione di ferro che lo contiene alla base).

A contenere il cinematismo individuato, erano sicuramente le cerchiature già presenti all'interno della cupola, la cui posizione e il cui stato precisi però non erano determinabili: non si conoscevano infatti né la modalità con cui erano stati inseriti e chiusi, né gli effetti che sicuramente il calore aveva avuto sul materiale<sup>liv</sup>.

Questa era la ragione della loro ipotesi allarmista sull'imminente caduta della cupola, ma dovevano dimostrare che le cerchiature non si erano opposte al meccanismo perché rotte, e quindi insufficienti, per comprovare la gravità dell'allarme.

I tre matematici fanno anche questo, elaborando un calcolo geometrico basato sull'osservazione degli spostamenti rilevati nei costoloni all'imposta della volta e all'altezza delle supposte cerchiature: *“La scesa dei costoloni nella impastatura della volta (numero 3 danni) sia seguita una dilatazione di palmi due; si ricava da un problema geometrico, che più giù sarà esposto, che la dilatazione nel sito del cerchio basso deve essere di palmi uno once sette, e nel sito più alto di palmi uno once due minuti due, d'onde ne segue che i medesimi cerchi sono ridotti ad una tensione così violenta, che supera la stessa azione del fuoco, però stanno in evidente pericolo di rottura. Pare così messa fuori d'ogni controversia il nostro generale sistema del movimento seguito.”* I cerchi, con tutta probabilità quindi non potevano più considerarsi efficaci, perché la spinta che aveva provocato quel gran movimento della cupola ne doveva certamente aver provocato la rottura.<sup>xlvi</sup>

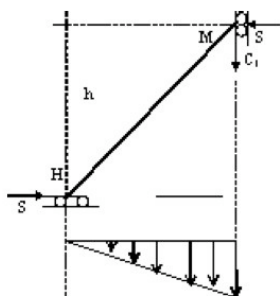


Figura 4.2.4. Modello dello spicchio a staffa rigida, libera di slittare, adottato dai tre matematici.<sup>xlvii</sup>

Questa prima dichiarazione fa parte ancora della prima parte della loro perizia, e cioè della fase di individuazione del meccanismo di rottura della struttura; una volta stabilito questo, il problema è poi associare ai singoli macroelementi in gioco il carico corrispondente, e innescarne il cinematismo fino a verificare matematicamente che lo schema grafico ipotizzato si realizzasse effettivamente, compromettendo quindi la stabilità della cupola.

Il problema quindi si riduceva prima di tutto alla determinazione del carico in gioco, il peso proprio, e così procedono i tre matematici: *“Per aver questo prossimamente, noi in primo luogo fatto pesare con diligenza un masso di travertino, ed un altro di muro di mattoni, calce e pozzolana, abbiamo ritrovato che un palmo cubo del primo pesa libbre settantadue, e del secondo, libbre cinquanta in circa; né potrà essere troppo sensibile la differenza dei materiali posti in opera nell’edifício, di cui si tratta. Indi ricavate da’ migliori disegni le misure delle parti di questo smisurato corpo, e molte di esse verificate da noi medesimi, avendo anche riguardo di distinguere il travertino dal muro a mattone, e mettendo in contro la copertura de’ piombi grossi due minuti, abbiamo trovate le seguenti misure, che se non saranno giustissime, non si possono molto allontanare dal vero, sicché introducano error sensibile in ciò, che appresso diremo:*

*Cupolino libbre poco più di 4 milioni, cioè 4.081461.*

*Cupole co’ costoloni poco più di 50, cioè 50.138000.*

*Tamburo coll’ordin Attico poco più di 48, cioè 48.013750.*

*Contrafforti poco più di 13, cioè 13.342081.*

*Base poco più di 50, cioè 50.087359.”*

Questi pesi, determinati per via sperimentale<sup>xlviii</sup> dai tre matematici, dovranno poi essere inseriti nell’equazione di equilibrio allo stato limite della cupola, applicando il metodo di De la Hire. Cosa importante da sottolineare è che i tre matematici non dividono la cupola in spicchi<sup>xlix</sup> ma la considerano nella sua totalità, così come fanno per i carichi applicati alla generica sezione, e lo fanno applicando il principio dei lavori virtuali, almeno in nuce.

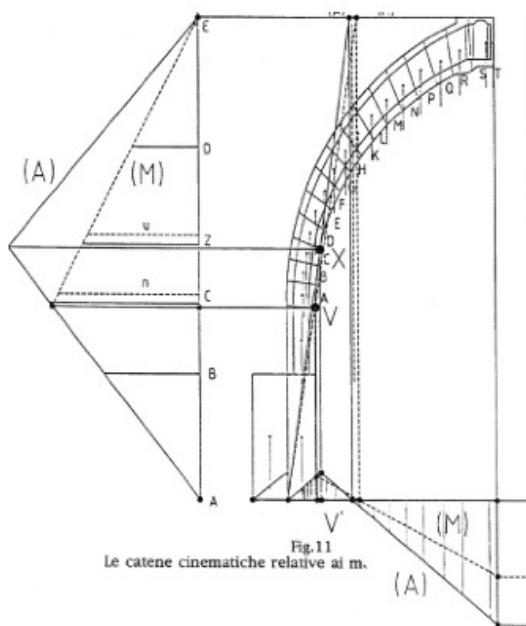


Figura 4.2.5. Schemi delle catene cinematiche con le quali Mario Como intende ripercorrere i meccanismi e i risultati dei tre matematici<sup>1</sup>

Quella che hanno i tre matematici è una grande intuizione; nella totalità delle forze equilibranti, sono solo due forze che spingono in fuori l'intera struttura: il peso del cupolino e quello dei costoloni, che comprende anche quello degli spicchi della stessa cupola. Analogamente due sono le forze orizzontali che si oppongono al movimento così innescato: la forza delle cerchiature e quella data dal sistema sostegno, composto da base, tamburo e contrafforti. Nel bilancio finale della struttura doveva quindi essere inserito anche il contributo delle catene già presenti nella cupola, che è evidentemente più semplice determinare nella sua dimensione complessiva piuttosto che considerarne il contributo riferito al singolo spicchio.

Non seguono dunque il classico procedimento di riduzione della cupola al problema dell'arco, ma tentano un'analisi globale della struttura, pur considerando (dell'arco) i

meccanismi. Oltre a semplificare il calcolo (e la divisione dei singoli contributi) sembrano cogliere quella differenza tra arco e cupola (che risiede nei paralleli) che sarà solo ottocentesca.

Il dato di partenza è la forza “*che può essere sostenuta da una verga di ferro senza essere rotta. Questa ce la daranno gli esperimenti ripetuti più volte da un de' più celebri professori di Fisica sperimentale, e più diligenti osservatori della Natura, il Musschenbroek*”<sup>15</sup>. “*La forza assoluta del ferro che forma il primo Cerchio equivale a libbre trecento trentasei mila ottocento sessantatre, e del secondo ducento ottanta mila settecento diciannove*”.

Il passaggio successivo era quindi studiare un procedimento per determinare, a partire dalle forze, la pressione interna che queste catene potevano sopportare, quando avessero assunto (come in questo caso) la forma ad anello chiuso. Il problema era stato impostato volutamente, come un bilancio totale: questo semplificava le cose perché in questo modo ai tre matematici non occorreva tanto conoscere la forza radiale accettabile dall'anello prima di rompersi, quanto la forza complessiva che tale anello poteva sostenere.

Si applica qui per la prima volta quel principio non ancora definito compiutamente, ma che stava perfezionandosi nel corso di questo secolo: il principio dei lavori virtuali. Viene applicato ancora con tutte le incertezze dovute ad una terminologia che non sempre trova un corrispondente fisico, scientificamente determinato. Lo stesso concetto di energia elastica di deformazione, che i matematici ritengono di poter facilmente determinare per una qualsiasi asta diritta come prodotto della forza di rottura (ottenuta sperimentalmente) per il corrispondente allungamento dell'asta stessa, non sarà chiarito fino al XIX secolo, ma nonostante la confusione - derivante spesso da una ancora incompleta chiarezza di concetti e terminologia - i matematici applicano qui un principio nuovo.

Il problema della stabilità della cupola può ricondursi in questo modo ad un problema di equilibrio della struttura, e la novità è l'introduzione di concetti nuovi - e forse per questo vittime di una imprecisione linguistica più che concettuale - come l'energia e il

lavoro (espresso qui attraverso le velocità virtuali).

Non si servono del poligono delle forze ma sfruttano quel principio che Bernoulli aveva già reso pubblico in una lettera al Varignon, nel gennaio del 1717, in cui diceva *“Immaginate di imprimere ad un sistema di forze un piccolo movimento sia di traslazione che di rotazione; vi sarà facile comprendere che per questo movimento ognuna di tali forze avanzerà o si ritrarrà nella sua direzione, a meno che qualcuna delle forze non abbia direzione perpendicolare a quella del piccolo movimento, nel qual caso non si sposterà.”*gli spostamenti, negativi o positivi così impressi dalla forza vengono definiti velocità virtuali, e con essi si introduceva nella meccanica moderna il concetto di energia come lavoro prodotto dalle forze per lo spostamento causato<sup>lii</sup>. I tre matematici lo applicano al sistema cupola-tamburo considerando il sistema di forze applicato all'intera cupola, sintetizzabile nei carichi costituiti dai pesi di cupola e cupolino, rispettivamente considerati applicati nei loro baricentri, che a loro volta provocavano una spinta sull'imposta della cupola, e dunque sulla circonferenza, che si esplicitava in senso radiale.

*“Due forze, che contrastano insieme, allora sono in equilibrio, quando la velocità del moto, che far dovrebbe la prima contro la direzione sua propria, nell'essere superata dalla seconda, tante volte è più grande della velocità che la seconda avrebbe nella sua propria direzione, quante volte la seconda forza considerata in se stessa, è maggiore della prima. Quindi ne viene, che l'energia o il momento, di una forza cresce o scema, quanto pur cresce o scema la spiegata velocità; e per avere la sua misura conviene moltiplicare essa forza per la via, che contro alla sua propria direzione sarebbe se fosse vinta, e a seconda della medesima, se vincitrice [...]”*

Applicando il principio dei lavori virtuali e quindi l'equilibrio delle energie corrispondenti al lavoro prodotto dalle forze per gli spostamenti corrispondenti, arrivano a determinare il valore H della spinta sul sistema sottostante, considerando lo spostamento radiale prodotto e rilevato, i pesi di cupola e cupolino e i corrispondenti abbassamenti (o innalzamenti) dei baricentri in cui i pesi sono applicati (anche questi rilevati).

Alla spinta H causata dalle forze spingenti si oppongono poi due ordini di forze: quella

resistente delle catene e quella esercitata dalle strutture proprie di tamburo e contrafforti per opporsi al ribaltamento. Ciò che deve essere verificata, per la stabilità della cupola, è la condizione di equilibrio tra H e W (dove W è la sommatoria dei contributi resistenti).

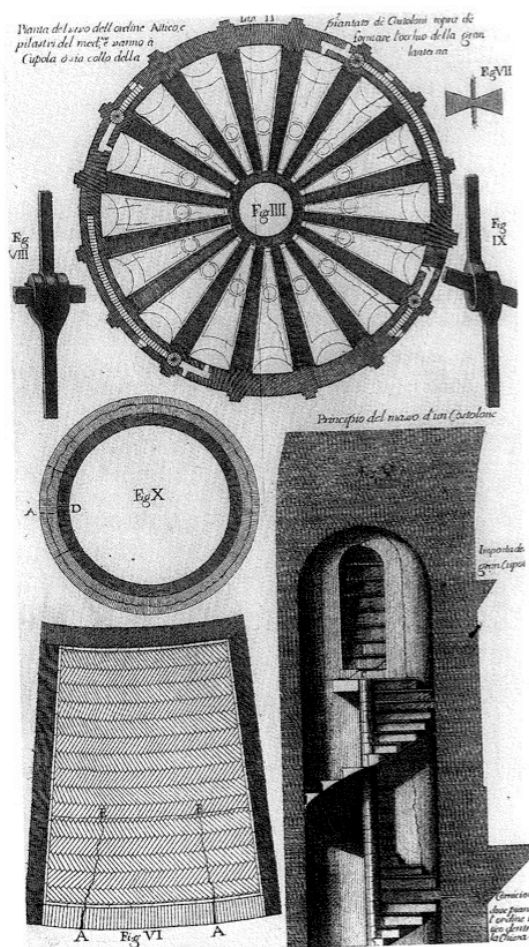


Figura 4.2.6. La soluzione proposta.<sup>liii</sup>

Di qui discendeva la necessità, e anche in questo sono rivoluzionari, di calcolare la pressione che la spinta stessa aveva causato all'interno delle cerchiature, inficiandone la resistenza. A complicarne, almeno parzialmente, il calcolo, è il fatto che non devono

calcolare la resistenza di una barra dritta, ma curva. E i matematici arrivano a semplificarlo, proprio perché, anziché (come farà invece il Poleni) considerare un solo spicchio della cupola – nella traslazione della teoria sugli archi di de la Hire – considerano il contributo delle forze su tutto il volume in gioco. Anticipano infatti le cognizioni moderne, sorta di prefigurazione delle equazioni di equilibrio del corpo rigido, dicendo che tutte le forze si possono considerare applicate nel baricentro: *“Dal principio medesimo si ricaveranno pur anche le proporzioni de’momenti de’pesi, che qui contrastano, se si determini la proporzione delle salite, o discese, che far dovrebbero i centri di gravità de’medesimi, seguendo il moto, ne’ quali centri di gravità agisce in modo la forza tutta de’corpi gravi, come se appunto tutta fosse in quella raccolta”*.

Trovando quindi una corrispondenza con il raggio nella distribuzione della spinta  $H$  sulla circonferenza, la pressione interna  $p$  sulla catena, che ne ha diminuito negli anni la resistenza, riesce facilmente a determinarsi, ancora una volta dall’equilibrio  $H=2\pi R \times p$ . *“Supposto questo principio, in primo luogo parci che l’energia di una catena di ferro curvata in cerchio debba crescere sopra quella forza assoluta, che avrebbe se distesa in dirittura, in quella medesima proporzione, che ha la circonferenza del circolo al raggio, cioè poco più che a sei doppi. Imperocché si concepisca distribuita una forza per tutta la circonferenza di un cerchio, che da essa venga costretto a dilatarsi, fino all’atto di rompersi, ed una verga di ferro uguale distesa in dirittura venga tirata da un’altra forza come sarebbe un peso attaccatole verticalmente, che la riduca al medesimo estremo. In questo secondo caso la discesa del peso nel tender le fibre di quella sarebbe uguale alla somma delle tensioni di tutte quante le fibre disposte lungo la stessa verga; ma nel primo dilatandosi il cerchio, e crescendo così la sua circonferenza, la forza, che lo costringe a dilatarsi, non si avanzerebbe, se non quanto cresce il raggio del circolo, mentre la somma delle tensioni della medesime fibre disposte in giro sarebbe all’accrescimento di tutta quanta la circonferenza. Sono questi accrescimenti in proporzione del raggio medesimo alla circonferenza. Converrà dunque, che l’energia della catena curvata in cerchio cresca sopra il momento della distesa, nella medesima proporzione della circonferenza al raggio”*

Non si devono naturalmente intendere i termini nella moderna accezione, rischiando così magari di non considerare l’intero ragionamento – invece innovativo - perché

basato su fragili definizioni, ora certamente non più valide. Il momento riferito ad una forza assiale, come in questo caso, rispetto ad una barra di ferro, è rappresentato dalla forza moltiplicata per la dilatazione della barra stessa; se ci si basasse sulle definizioni di tali grandezze, si potrebbe scartare quindi a priori il ragionamento, quasi pensando che non valga la pena considerarlo nei suoi risultati, poiché originato da definizioni sbagliate, almeno in senso moderno. Ma non è così.

Che il ragionamento che essi applicano sia giusto si vede dal risultato ottenuto:  $2TT$ , con  $T$  pari alla forza che rompe la catena ipotizzata raddrizzata, è in effetti la soluzione del problema e, se inserito nel bilancio finale di equilibrio, fornisce il contributo necessario alla finale equazione della cupola. *“Da ciò si ricava che il primo cerchio resisterebbe ad una forza equivalente a poco più di due milioni di libbre, [...] ed il secondo [...] a poco più di un milione e tre quarti [...]”*.

Per arrivare al bilancio finale serve infine la determinazione delle azioni resistenti dei contrafforti e del tamburo, che viene fatta per via grafica e matematica.<sup>liv</sup> E il risultato è allarmante perché *“la forza dei cerchi così riferita al sito dell’imposta è sempre la stessa equivalendo il più alto a poco più di 1.278638 libbre ed il più basso a poco più di 1.396280 libbre e tra tutti e due a poco più di 2.674919 libbre. Ancora le resistenze dell’Attico, tamburo e contrafforti con la base sono di 18.373475 libbre che congiunte con la resistenza de’cerchi passano a 21 milioni di libbre ma la resistenza del Cupolino sarebbe stata minore di due milioni di libbre”*.

Le spinte dunque sono così riassumibili: il cupolino e la cupola producono le spinte verso l’esterno di 3.200 tonnellate; la resistenza dei contrafforti, cerchiature e tamburo forniscono una spinta di 2.100 tonnellate; il bilancio è sbilanciato di 1.100 tonnellate.

Causa del dissesto quindi sono le spinte di cupolino e cupola, che non trovano bilanciamento nella forza esercitata dalle catene, insufficienti a contrastare il movimento, così la parte superiore della cupola tende a spostarsi verso l’interno, sotto l’azione dei carichi del cupolino, mentre la parte inferiore sviluppa tensioni di trazione, spostandosi verso l’esterno.<sup>lv</sup>



I tre padri ipotizzavano che il dissesto potesse avere avuto origine dall'eccessiva spinta della cupola e dalla conseguente rotazione verso l'esterno del tamburo e dei contrafforti e il loro ragionamento era fondato sul principio dei lavori virtuali.

Era quindi centrale individuare nella struttura della cupola il “sistema generale del movimento” e i tre padri ipotizzarono che il tamburo HICD ruotasse in fuori intorno al cantone C; le fratture nei contrafforti facevano del contrafforte una porzione distaccata del resto del tamburo e in grado di ruotare in fuori, per suo conto, intorno al punto A; in conseguenza dello spostamento del punto I, h il costolone NIHM ruotava facendo abbassare il cupolino impostato su M,N. Ai tre matematici quindi non restava che calcolare i vari pesi delle parti in movimento, cosa che hanno fatto con grande cura, applicando poi il principio esposto delle velocità virtuali: la spinta del cupolino valeva quasi 3 milioni di libbre, dei costoloni e delle vele circa 6,5 milioni, per arrivare a 9,5 milioni di libbre, mentre le resistenze equivalevano a poco più di 6 milioni di libbre con uno sbilancio di circa 3 milioni. La conclusione era catastrofica *“Non cessando però mai lo sbilancio del peso a premere [...] si può con ragione temere una rovina irreparabile, quando non vi sia provveduto per tempo con un efficace rimedio”*.

Le principali obiezioni al loro ragionamento verranno sollevate da Poleni e, curiosamente, da altri Tre Matematici di Napoli, Giuseppe Orlandi, Bartolomeo Intieri e Pietro di Martino. In particolare, il Poleni, predisposto un modello in scala della cupola per studiare il problema geometricamente, giunge alla conclusione che le fessure effettivamente riscontrabili non coincidevano con quelle che si sarebbero dovute verificare in base al “sistema generale del movimento”; i matematici napoletani, invece notavano che se corrispondeva a verità lo sbilancio di tre milioni di libbre *“non ci voleva neppure un minuto intiero di tempo per far andare la Mole tutta per terra”*, quindi la perizia dei tre matematici si doveva ritenere inammissibile sia cinematicamente che staticamente.

La vera conquista però non è nei risultati, ma nel metodo.

Alla fine della loro perizia cercano anche di rispondere agli attacchi del Filosofo, e lo fanno da matematici, evitando quel terreno arbitrario che non è governato da leggi

certe, come quello della polemica: *“Ci rimarrebbe l’aggiungere qualche cosa sull’ultime righe, ed ultime sillabe dell’Autore della Scrittura. Ma su queste stimiamo meglio di non dir altro, risoluti di tollerare senza risentimento non solo le formule piccanti, ma da qualunque parte mai siano per venirci anche le ingiurie patenti, alle quali non risponderemo giammai, che non eccedere altrettanto in rispetto. Si prevedevano ben da noi, quando ci accingemmo ad eseguire gli adorati comandi del Sovrano, che ci richiese del nostro voto, tutti que’ gran rumori che si sarebbero infallibilmente eccitati, per esporci a’ quali abbandonando la quiete de’ nostri privati studi nulla meno vi volle. Sa bene quegli, per cui mezzo ci venne finalmente l’alto comando, quante volte richiesti privatamente da lui ad esporre i sentimenti nostri su d’un affare così importante, con quante premurose suppliche lo pregammo sempre a lasciarci godere la nostra quiete, e furono rappresentati al Sovrano i nostri giusti timori. Vinto per ubbidire ogni ostacolo, abbiamo esposto al pubblico i sentimenti dell’animo, che niuno ci farà torto di giudicare meno sinceri, giacché furono esposti a cose intere, e senza motivo alcuno d’impegno, o di passione. Questo ci basta.”*<sup>ivi</sup>

Ci sono ancora indubbiamente delle imperfezioni, e degli stacchi rispetto alla meccanica moderna. Il lavoro compiuto nella dilatazione degli anelli, che viene calcolato come il lavoro di allungamento di un’asta rettilinea equivalente, viene valutato considerando una forza costante, applicata dall’inizio delle deformazioni elastiche, quindi si considera una grandezza statica in relazione con una che cresce elasticamente. Non vengono poi considerati i lavori di deformazione elastica dei “macroelementi” utilizzati nella determinazione del cinematismo dei dissesti, e naturalmente non possono essere considerate le deformazioni anelastiche delle zone dissestate. Non c’erano gli strumenti per poter valutare questi aspetti e quindi si può comunque considerare una conquista per i tempi, l’applicazione del rigore matematico ad una scienza ancora empirica.

Una valutazione completamente diversa deve essere fatta poi per la scelta dei rimedi. Ma questa è un’altra storia.

*“Venendo ora ai rimedi, premettiamo in primo luogo che se alcun se ne trova efficace a rimuovere ogni pericolo i rovina e che lasci la fabbrica e la vaghezza e i comodi che gode al presente, questo li deve*

*preferire ad ogni altro*". Se si parte dal principio dei lavori virtuali per valutare il bilancio di equilibrio, si deve ragionare sullo stesso piano di forze per trovarne il rimedio. Per i tre matematici, i rimedi possibili sono tre: *"fermare il moto dei cerchi, catene e palettoni di ferro; murare in alcun luogo o per empire de' vani e per de'speroni; e sgravare in alcun luogo di peso ove necessario alla fabbrica."* Dei tre sentieri gli scienziati prediligono il primo, e quindi la messa in opera di altre cerchiature di ferro *"Per far che la Cupola non eserciti più alcuno sforzo laterale pensiamo debba essa cingersi verso al sua imposta sopra n con un cerchio di ferro largo almeno cinque once, e grosso tre e tre minuti. Ivi la resistenza d'un cerchio quel moto orizzontale che abbiamo detto si dimostra dover essere maggiore che in alcun altro sito e questa equivarrebbe ad una forza quasi appunto uguale allo sbilancio [...]. Un altro cerchio stimeremmo opportuno in cima verso N, che stringendo la Cupole esteriore come un altro stringe l'interiore in M, non permettesse alla medesima di dar in fuori e lasciar luogo alla discesa. Sarebbe un altro cerchio utile verso il mezzo della Cupola in T. Un cerchio di qualche giusta grossezza ivi messo, avrebbe insieme in ordine all'impedire la discesa obliqua de' costoloni equivaler ebbe ad una resistenza laterale applicata in n che determina la sua grossezza ed il sito preciso dove tornasse più comodo il collocarlo, si può facilmente co'suddetti principi ridurre a calcolo. Così la Cupola si fermerebbe in se stessa, compensati con tali rimedi que' milioni di sbilancio, che abbiam trovati.*

Come già fatto precedentemente nella loro trattazione i tre scagionano il cavalier Bernini e le sue scale a lumaca, che secondo le critiche del tempo avevano influito sulla statica della Cupola. Essendo l'azione del tamburo nettamente inferiore a quella del Cupolino, non era necessario intervenire riempiendole.<sup>lvii</sup>

Propongono poi, guardando lo stato dei muri dei contrafforti, che si possano ingrossare *"almeno per un palmo que'muri de'contrafforti medesimi sopra gli archetti, che ora non eccedono la grossezza di tre palmi e un quarto."* La parte più debole, anche dall'analisi numerica, risulta essere la connessione della cupola con i contrafforti del tamburo e per sanarne la debolezza i tre matematici propongono di realizzare uno sperone, snaturando così il progetto di Michelangelo, anche se, a parziale giustificazione, sembrano ritrovare la stessa proposta nei disegni originali. *"così stabilita anche la base*

*rimane solo un pericolo che la spinta orizzontale rompa in m<sup>n</sup> l'ordine attico, come già l'ha cominciato a scompaginare. A ciò potrebbe facilmente evviarsi coll'alzare sopra il cornicione de' contrafforti in m uno sperone ben centinato che andasse a ripigliare la Cupola più alto in n. potrebbe il medesimo cominciarci con uno zoccolo che sostenesse una statua e servisse insieme di peso, ed ornamento e tanto più che in tal guisa verrebbe ad eseguire la mente di Buonarroti in un disegno dal quale si vedono in detto sito le statue. Per entro a tali speroni farebbero bene drizzare in su un palettone sotto m e l'altro in fondo alla Cupola sopra n, quali palettoni verrebbero a congiungere sempre più col tamburo la Cupola stessa e in tal maniera si avrebbero un corpo ben concatenato e connesso e così dalla seconda classe si sceglierebbe un rimedio che insieme ornasse e stabilisse la fabbrica."*

*"Ogni altra cosa che abbiamo udite progettare per il desiderato rifacimento, ci appare o superflua o inutile, o nociva... troviamo che messi in conto i sei cerchi e tutti i palettoni e catene da noi prescritti di poco o niente passano trecentomila libbre. L'ingrossamento dei contrafforti, le statue colle basi e i speroncini da collocare in cima dei medesimi contrafforti per fortificare l'attico non giungono a due milioni e mezzo; sicché messo ogni cosa insieme avremo presso due milioni e ottocentomila libbre. Ora la cupola dalla base in su pesa più di cento sessanta cinque milioni e mezzo, come si ricava dai calcoli già esposti sopra, farà dunque il peso da noi raggiunto una sessantesima parte del tutto, cosa poco sensibile, e più insensibile ancora se li confronti con peso tanto più enorme de quattro vastissimi piloni de quali vengono ire premuti i fondamenti medesimi."*

I risultati della Perizia vennero pubblicati e resi noti dallo stesso Boscovich in una conferenza tenutasi a Roma il 20 gennaio 1743 e vennero usati nella successiva costruzione della cupola del Duomo di Milano.<sup>lviii</sup>

4.3. *Giovanni Poleni e la soluzione attraverso la fisica sperimentale.*

Quando viene incaricato di fare la sua analisi del tempio Vaticano, il matematico padovano Giovanni Poleni si pone “fisicamente” di fronte alla cupola, che si propone di studiare nelle sue relazioni fisiche, cercando di individuare quelle componenti che contraddistinguono l’analisi di una cupola da quella semplificata dell’arco, fatta dai suoi predecessori teorici come De la Hire.

La situazione della cupola di San Pietro è molto complessa, e nel suo equilibrio entrano fattori che si devono stimare: la qualità e le caratteristiche dei materiali impiegati nella costruzione, il loro comportamento sotto le sollecitazioni attive - rappresentate non solo dai carichi ma anche da variazioni termiche o igrometriche - forzatamente influenzato dalle condizioni esterne come fulmini o terremoti. Poleni aveva assistito, qualche anno prima, alla grande falla che si era aperta nel campanile di San Marco a Venezia a seguito di un fulmine, e quindi aveva ben chiaro il legame tra dissesto e fattori esterni alla costruzione, che fanno il loro ingresso nella determinazione delle cause del dissesto.

La costruzione della Cupola, era avvenuta in un tempo molto inferiore a quello prescritto dai trattati per una costruzione così imponente, e questo poteva aver influito sull’opera, che riportava quindi le conseguenze di una cattiva esecuzione.

Poleni parte dai casi singoli, per trovarne una sistemazione e una teoria generale da applicare poi al suo caso, valutandone i rimedi adottati e verificandone l’efficacia.

La cupola, all’epoca del sopralluogo di Poleni, ma anche dei tre matematici, si presentava tagliata da una serie di fessure verticali, sia in posizione centrale che in prossimità dei grandi archi verticali, invisibili ad un osservatore interno alla chiesa, e che della cupola, costituivano la nervatura portante. La spiegazione, e poi l’analisi, del Poleni é sperimentale: la grande cupola non una struttura unita, ma un insieme di archi tra i quali sono disposte le murature dei settori delle sue calotte, esterna ed interna; agli archi è lasciato il compito di sopportare il peso dell’intera costruzione, e proprio da

questa diversità di carico tra archi e setti murari nascono le fratture.

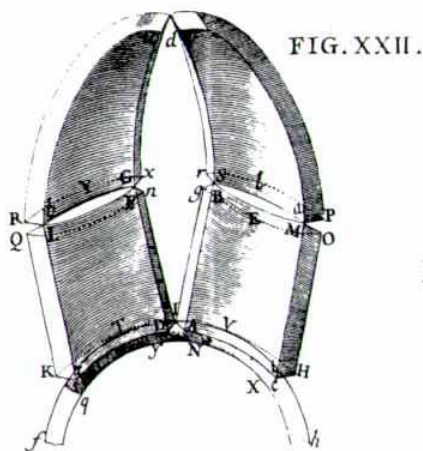


Figura 4.3.1. La cupola come un insieme di archi uniti in alto.<sup>lix</sup>

A Poleni non é ancora nota l'azione cerchiante esercitata dai grandi anelli murari disposti lungo i paralleli della cupola di rotazione, e le origini delle fratture sono da ricercarsi quindi unicamente in quel meccanismo, noto nel Seicento, per cui ogni cupola è riducibile a un susseguirsi di archi meridiani, a sezione variabile, che funzionano come archi separati perché l'unica relazione tra loro è costituita dalle superfici di contatto da cui la cupola è divisa. Le fratture sono solo la manifestazione di questa teoria statica: manifestano il funzionamento della cupola, disegnandoci sopra tutti gli archi di cui è composta.

C'è però un problema: se il funzionamento della cupola è quello di tanti archi successivi, anche le fratture dovrebbero assumere la stessa forma di quelle proprie dell'arco e quindi dovrebbero essere orizzontali. La risposta del Poleni a questa

obiezione è un po' forzata, e poco importa che alla fine non sia convincente, perché è già molto moderno che ne abbia colto la questione. *“Le fratture hanno un andamento che tira al perpendicolare più che all'orizzontale. Nasce ciò naturalmente dall'essere nelle grandi fabbriche le pietre fortemente impegnate e strette dal carico d'un peso eccessivo. Se si volessero aprir le fessure secondo un'orizzontale larghezza, dovrebbero, per acquistare larghezza, agire anche contro all'ingiù: ma così le scissure non potrebbero aprirsi, e dilatarsi se non con una eccedente difficoltà a causa che il gran peso può troppo resistere allo sforzo per la loro rottura in quel verso. Ma questo sforzo, trovando men resistenza alle parti laterali, produce l'effetto suo secondo esse parti; dando l'indicata direzione delle fessure, al perpendicolo tendenti più che all'orizzonte, ne proviene...”*<sup>ix</sup>.

Una volta ridotta la cupola ad un insieme di archi, il passaggio dalle catene alle cerchiature è breve, e quasi obbligato.<sup>ix</sup> Le catene erano considerate all'epoca l'elemento capace di garantire maggiore stabilità al complesso della fabbrica, non un mezzo che ne contrastasse il movimento. La prospettiva è diversa da quella che Vincenzo Viviani aveva applicato cinquant'anni prima alla cupola di Santa Maria del Fiore. Secondo il Poleni infatti, la cupola è stabile di per sé, in virtù della sua forma, e questa convinzione gli deriva dall'esperimento. Lui stesso dice *“stanti le importanti ricerche da farsi in particolare nella figura della Cupola di S. Pietro, volli in fatti vedere quella tale corrispondenza, benché non ne dubitassi”*. È certo della stabilità della cupola, per il fatto stesso che la cupola è ancora in piedi, ma fa lo stesso un esperimento che possa mostrarlo al mondo, forse più per rispondere al clima di polemiche esistente, che non per dimostrare realmente la sua teoria.

Nella sua ricerca delle cause dagli effetti riscontrati, stila un elenco delle *“cause degli accidenti nelle fabbriche relativi ai materiali principalmente nelle fabbriche grandi e nuove”* tra le quali figurano la natura dei materiali, e la loro composizione, le condizioni termiche e igrometriche (il caldo secco, e il freddo umido), e quindi il peso: quello agente, nelle *“pietre vive”*, quello *“che preme i mattoni coi cementi”*, e infine quello sovrapposto ai muri. *“Il quarto capo poi al perpetuo instancabile inimico delle fabbriche appartiene: appartiene al peso. Noto è di una natura che le parti di un corpo aggravato da una sovrapposta forza debbono indi*

*risentire un conato tendente alla di loro separazione ...”*

Anche la nascita delle fessure ha una motivazione sperimentale, perché Poleni la ricollega, almeno nelle pietre di rivestimento delle masse murarie, alla disposizione dei travertini, che non erano stati spianati perfettamente prima della loro messa in opera: nel caso in cui, come appunto quello del tamburo di San Pietro, il rivestimento fosse stato applicato a murature in mattoni, le fratture si potevano essere generate per la diversa deformabilità dei due materiali. “[...] *l’unione di travertini all’esterno e mattoni all’interno: così è fabbricato il tamburo. Da una costituzione tale ne segue, che la parte, di mattoni e di cementi formata, sin tanto che i cementi non abbiano interamente ricevuta la loro robustezza, può alla grave pressione del sovrapposto peso cedere e ( per così dire) sottrarsi più che la parte dei travertini, i quali, conseguentemente sono ridotti allo stato di dover soffrire una specie di maggior carico [...] sicché con più di facilità le scissure nascer possono [...]*”.<sup>lxiii</sup>

Facendo questo, considera un fattore interessante, prima di allora non studiato, cioè *“le differenze nascenti nei siti inferiori d’una fabbrica in parte assai caricati, in parte pochissimo o niente caricati di peso”* ed è un modo estremamente moderno di considerare la muratura, anche se più semplicemente è collegato alla sua visione sperimentale: non c’è alla base una complicata teoria di elasticità o disomogeneità, ma semplicemente la traduzione in parole delle osservazioni sperimentali.

Quello che fa Poleni è interpretare il quadro fessurativo, spiegando il meccanismo di rottura delle cupole: *“nel caso delle differenze di questo genere, quando vi è troppa sproporzione tra le compressioni superiori, ne segue che le più compresse inferiori parti cedano più di quell’altre loro vicine e coerenti, ma non tanto compresse. Onde, per tal ineguaglianza, non accompagnandosi i cedimenti, e patendo, si l’unione di quelle, e di queste, come anche tutto il complesso, può avvenire con naturalissima facilità, che si facciano degli staccamenti, e nascano da quelle stesse differenze peli, e fessure [...] Ed aggiungerò che, se il tamburo aggravato dalla gran mole della volta si paragoni con li contrafforti non aggravati dalla medesima, in tal paragone apparisce facilmente, esser somma quella differenza di soggiacimento alle pressioni ...”*. I contrafforti della grande fabbrica, lo sottolinea nei suoi disegni, appaiono staccati dal resto; le fratture ne disegnano il



4. Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale

distacco dalla parte che erano chiamati a sostenere, e sono fisiologiche, così come sottolineerà Viollet Le Duc nella sua definizione della parte portante dei setti murari<sup>lxiii</sup>.

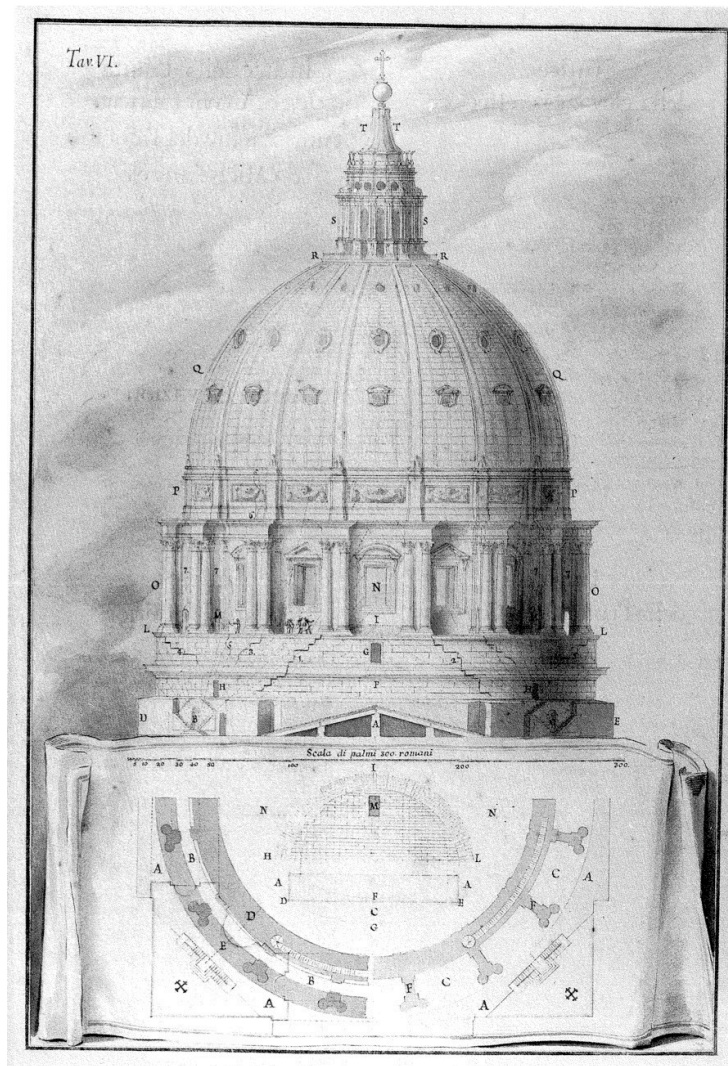


Figura 4.3.2. Il quadro fessurativo rilevato da Vanvitelli<sup>lxiv</sup>

Quando, nel giugno del 1743, Poleni riparte da Roma per Padova è d'accordo con Luigi Vanvitelli di scrivere le sue *Memorie* sui concordati rimedi da adottare, e, quando

finalmente le pubblica, cinque anni dopo, è con lo scopo di dimostrare a tutti che la fabbrica del Vaticano è stabile nella sua configurazione, e che quello che serve è un intervento di consolidamento che impedisca l'inasprirsi della situazione di dissesto (che era stata giudicata catastrofica dalla perizia precedente).

A metà del Settecento, la teoria sugli archi stava cominciando ad avere gli strumenti e le cognizioni per arrivare allo stesso risultato per via analitica, ma Poleni usa la via grafica e sperimentale, che aveva il vantaggio di essere immediatamente comprensibile al pubblico, anche a chi non avrebbe capito il linguaggio matematico, che poi era fortemente osteggiato.

La geometria della cupola, con la sua doppia calotta e lo spazio vuoto nel mezzo, è complicata e, per eseguire la sua “dimostrazione” per via sperimentale, deve semplificarla criticamente, fino a ridurla ad un arco. Prima di lui, i matematici avevano considerato l'intera cupola, stimandone il peso in 50.000.000 libbre, aumentato poi dai 4.000.000 della lanterna. Volendo riportarla ad un arco, la sua semplificazione è grande: prende la sua enorme cupola, costituita da due cupole reali, da arconi, contrafforti, uno spazio vuoto nel mezzo, e la riduce ad un'immaginaria quanto ideale cupola definita dalle superfici, queste sì reali, di intradosso ed estradosso rispettivamente della cupola reale interna e di quella esterna, a cui attribuisce una densità media uniformemente distribuita che tenga conto delle disomogeneità reali. Una volta definito il suo solido ideale, lo divide in 50 spicchi, e quindi in 25 archi, a cui assegna il peso di 2.000.000 di libbre (con aggiunto il corrispondente venticinquesimo del peso della lanterna) raggiungendo per ognuno il carico di 2.000.160 libbre. Ogni spicchio, quindi ogni arco, viene diviso in sedici parti, che determinano, attraverso un'ingegnosa costruzione geometrica, il peso da assegnare alle corrispondenti 16 sferette di piombo (di vario diametro) da appendere ad una catenella reale la cui forma finale rappresenta la funicolare dei pesi della cupola stessa. Costruisce quindi “con la maggior diligenza” (e qui si sente l'insegnamento di Galileo) *“una catenella [...] composta di 16 filetti di ferro uguali da una parte all'altra, uniti in mezzo con un filetto più lungo [...] Tutti questi filetti uniti*

*furono con piccoli anelletti, sicché componevano una flessibilissima catenella. Ma aventi, in ciascheduno degli uguali filetti di ferro aveva fatta infilzare una pallina di piombo, sicché erano 16 palline per parte. I pesi di queste furono conformi ai pesi espressi in numeri...*<sup>135</sup>

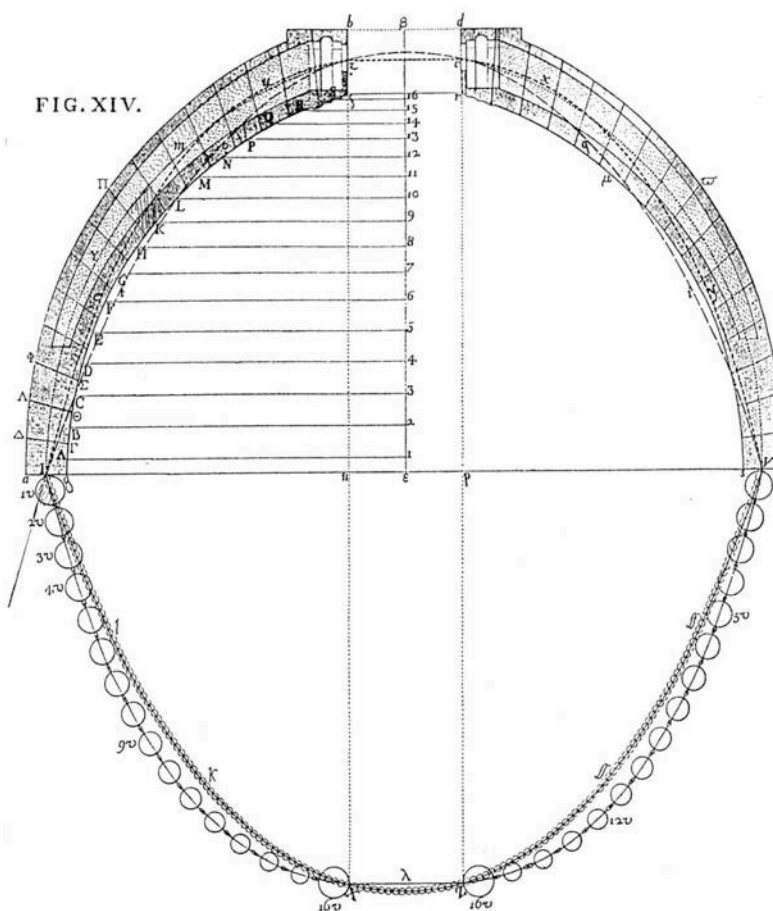


Figura 4.3.3. Suddivisione in spicchi ed omogeneizzazione della curva.

Quella che ottiene alla fine, è la curva di equilibrio, che arbitrariamente (e in questo modo falsa il risultato), sceglie di far passare per quattro punti: al centro delle due sezioni di imposta e alle due sezioni corrispondenti all'appoggio della lanterna.

L'esperimento gli serve poi per valutare il suo metro di giudizio per la stabilità, che è lo scostamento tra la curva così ottenuta e la curva che congiunge i centri dei conci costituenti, *“E per dir brieve, in questo esame fatto con la catenaria, il punto principale consisteva nel vedere, se veramente alcuna parte della catenaria cadesse fuori de' contorni della volta”*<sup>167</sup>

Uno scostamento della catenaria al di fuori della sagoma dell'arco, di cui rappresentava la funicolare dei pesi, avrebbe significato la perdita di equilibrio della cupola, e quindi la sua instabilità, e rovina. Questo non accade nell'idealizzazione di Poleni e *“in un certo ragionevol modo convalidata resta anche la proposizione, in cui costituito abbiamo, che per non cattiva la figura della gran volta riputar si debba”*.

Dopo averne dimostrato, almeno secondo il suo metodo, la stabilità, Poleni giudica comunque necessario il cerchiaggio, ma risponde lui stesso che *“quelle diverse azioni, e differenti resistenze, ed accidenti vari, che sono cause immancabilmente produttrici d'ineguaglianze d'assettamenti, sono anche cause produttrici di screpoli, fessure e di danni, che si vanno con una lenta natural gradazione sviluppando”*.

La natura della cupola risulta stabilizzata, ma le cerchiature sono chiamate a scongiurare le ulteriori cause di danno, contrastando imprevedibili movimenti.

Una volta spiegato il perché dell'intervento, non restava che testarne l'efficacia, e qui ritorna l'ansia sperimentale di Poleni e del suo secolo. Poleni parte dai risultati degli esperimenti di Musschenbroek e Gravesande - che avevano provato che corde di lunghezze diverse ma di pari sezione resistono allo stesso carico prima di rompersi, a causa della loro omogeneità - per i suoi esperimenti sul ferro delle catene della cupola, che, data la sezione molto grande (commisurata alla grandezza della fabbrica che devono sostenere) difficilmente avranno omogeneità di comportamento (e a questo scopo dovranno essere lavorate con la massima cura). Rimane però un uomo del suo tempo; e il suo linguaggio richiama quello di Vitruvio, diventando a tratti animistico, quando attribuisce alle pietre e ai materiali proprietà quasi fatate; non si può pretendere troppo, tanto più che pur attribuendo una vita alle pietre, il suo procedimento per testare quanta di quella “vita” fosse ancora attiva nel meccanismo di dilatazione

termica, è modernamente scientifico.

Scriva il Poleni, analizzando il comportamento dei materiali sottoposti a variazioni termiche, che

*le pietre vive originano da semi e si nutriscono di un umore interno come le piante vive e che per essere formate fa d'uopo d'un fluido e di un sugo proprio a quel bisogno, sugo che si chiama pietrificante o vetroso".* La conseguenza di questa natura "viva" della pietra è che se un po' di questo "sugo" fosse rimasto nelle pietre, e specialmente nel travertino, *"qualche piccolissima porzioncella è la ragione dello squamarsi o del fendersi per effetto del freddo [...] perché col gelarsi fanno l'effetto di molti piccoli cunei che separano le parti ove più vi è umore, e meno di resistenza"*.

Poleni utilizza delle immagini, o meglio credenze antiche, ma gli affianca l'esperimento scientifico, seguendo la strada aperta da Musschenbroek; *"applica il fuoco alle pietre, ai mattoni e al ferro"* e da qui trae indicazioni sugli effetti termici sui materiali, per arrivare al dimensionamento dell'intervento.

Non è animistica, e neppure antica, l'accuratezza con cui Poleni prepara i campioni ed esegue gli esperimenti, controllando modalità di applicazione del carico e forma dei campioni<sup>lxvii</sup> arrivando alla definizione di tensione nominale di rottura, che è proprio definita – parimenti alla definizione attuale – dal rapporto tra il carico sotto il quale il campione si rompe, e l'area della sezione del campione nella sua configurazione in deformata iniziale.

Il riferimento è agli Astronomi e alle loro misurazioni: per arrivare alla definizione del valore di resistenza, che in ogni prova risulta un po' diverso, si deve farne la media e *"questo numero sarebbe il numero medio, cioè il numero da aversi per proprio negli usi. Come già sostengono i matematici in prativa adoperare un tale ripiego quando si trovano più numeri denotanti una medesima cosa, ma tra loro differenti ... così in particolare dagli Astronomi i moti medii dei pianeti si determinano ..."*

Alla fine dei suoi esperimenti con l'elaborazione a valore medio, Poleni trova una tensione di rottura nominale del ferro pari a 1821 libbre, e applica una sorta di fattore di sicurezza, fino a ridurlo a 1500 libbre.

Poi però c'è l'applicazione al caso specifico, e tutte quelle condizioni di cui la prova a resistenza sul semplice campione non poteva tenere conto; non riuscendo, o forse non volendo, descrivere per via analitica il risultato del suo intervento applicato al suo caso particolare, ancora una volta lo fa attraverso la verità "pubblica" di un esperimento, progettando una macchina per testare la resistenza delle catene.

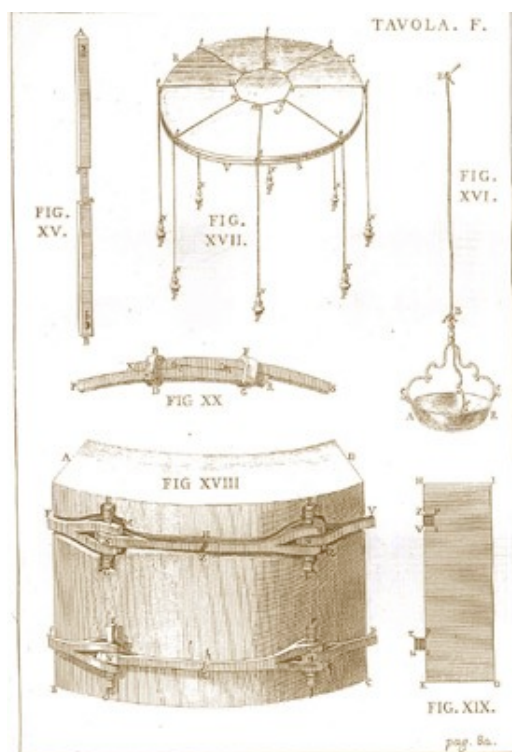


Figura 4.3.4. Macchina divulsoria di Giovanni Poleni per testare la resistenza di un ferro dritto e di uno curvo.

L'unica variazione che interviene, tra il modello che lui fa nella sua macchina e la realtà, è la sezione che assegna alle catene: poligonale anziché circolare. Questa sua dimostrazione di stabilità non può avere un valore universale o astratto, perché legato ad una particolare sezione.

Per verificare infatti la stabilità della sua cupola, anche consolidata, Poleni riutilizza il

suo modello della funicolare e ancora una volta stabilisce arbitrariamente i punti attraverso cui fare passare la curva, limitandosi quindi a tradurre in teoria una saggezza costruttiva consolidata: *“Per rispetto agli equilibri, egli è da osservarsi, che le parti di un qualunque arco, o volta tendono tutte a cadere; ma bisogna che nessuna cada. Quindi è di necessità, ch’esse parti a cader tendano tutte in maniera, che le azioni de’loro sforzi siano ugualmente distrutte da’contrasti, e dalle riazioni delle parti, contro cui quelle agiscono: altrimenti le parti, che non ritrovassero una resistenza uguale al loro conato per cadere, si sforzerebbero verso l’ingiù (quando qualche altra causa non le impedisse) e si abbasserebbero, elevando, per conseguenza, in qualche sito l’arco o la Volta, che tutta si risentirebbe di que’sforzi eccedenti.”*

Il suo riferimento è Stirling *“Datis quotcunque sphaeras aequales in fornecem ita disponere ut gravitate sua se mutuo sustineant”* e la sua teoria sull’equilibrio delle sfere, alla quale é direttamente associabile la proposta teorica di interpretazione dei pesi attraverso la catenaria di Poleni *“proprietà della catenaria, che voltata all’insù somministra la figura di un arco architettonico ben resistente”*.<sup>lxviii</sup> *“Bisogna che di esse parti i lati [gli appoggi], e gli sforzi al moto, siano fra loro composti ed attemperati in modo, che l’uno l’altro non vincd’* e questo garantisce l’equilibrio della volta.

Questo determina l’ipotesi su cui basare la sua equazione tra catenaria all’insù e curva ottimale per un arco, dato che *la catenella è il punto di congiunzione tra il discorso astratto della curva catenaria e l’equilibrio di una qualsiasi curva.*

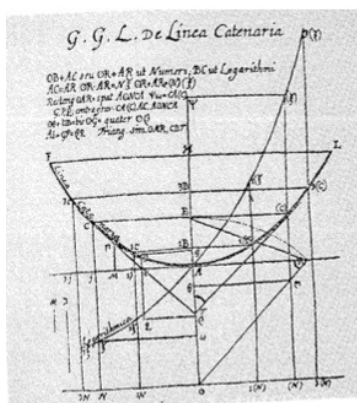


Figura 4.3.5. Leibniz, Studi matematici sulla catenaria.<sup>lxix</sup>

Come gli rimprovera Di Pasquale, Poleni non fa lo sforzo di tradurre in equazione la sua teoria (come invece avrebbe potuto fare, avendone gli strumenti matematici) ma fa invece quello di tradurre in immagine l'equilibrio.

Lo studio di questa nuova reale catenaria, e quindi il ribaltamento della curva sulla sezione reale della cupola, attraverso la scoperta che tale curva non usciva dall'intradosso della cupola stessa, è l'inizio del modello concepito in senso moderno che sembra inaugurare la nuova cultura scientifica sperimentale, oltre che rispondere alle voci di un crollo della cupola. “[...] per conseguenza non sia la figura della gran Volta esente da qualche imperfezione: ma imperfezione tale, quale senza dubbio per picciola riputar si dovrà, quando ben s'osservi, che i centri de'Cunei, benché non cadano nella Catenaria nostra precisamente; nemmeno però sono molto lontani dalla medesima.”<sup>xxx</sup>

Il Poleni traduce di fatto, per Di Pasquale, in una bella Memoria e nella cultura della sperimentazione, ciò che però era già noto a De la Hire e dunque al suo secolo<sup>lxxi</sup>.

Si ispira al procedimento di Hooke, del filo rovesciato “*ut pendet continuum flexile, sic stabit continuum rigidum inversum*”, cercando di determinare quella configurazione di equilibrio di un filo sottoposto a carichi che rappresentassero il peso dei vari conci in cui aveva suddiviso idealmente uno dei cinquanta spicchi della cupola. Rovesciando la curva così determinata, aveva trovato che questa era tutta contenuta all'interno dello spicchio, di cui rappresentava la curva delle pressioni, e l'equilibrio della cupola era garantito. La suddivisione della cupola in spicchi era chiara e l'analisi statica poteva quindi essere effettuata riducendosi ad uno di questi. La sua verifica seguiva le teorie del tempo, come quella di Hooke: poiché la curva delle pressione era anche funicolare dei carichi, perché l'arco potesse sostenerla doveva essere tutta contenuta all'interno dell'arco stesso.

Il Poleni insomma doveva sapere che l'equilibrio ammissibile per un arco in muratura poteva realizzarsi solo se le sollecitazioni interne all'arco, in equilibrio coi carichi esterni, fossero state di compressione. Attualmente, il modello di muratura come materiale non resistente a trazione è accettato e utilizzato, e l'esistenza di una



qualunque distribuzione di sollecitazioni interna ammissibili (cioè non di trazione) in equilibrio con le forze esterne date, è condizione sufficiente per l'equilibrio di una struttura in muratura. Poleni quindi anticipa il problema statico, verificando che negli spicchi della cupola non vi fossero tensioni di trazione tali da compromettere la stabilità della cupola: la curva delle pressioni ammissibile era in equilibrio con la distribuzione dei pesi sei singoli spicchi .

Alla curva così determinata corrispondeva poi una spinta sull'imposta, che si ricava direttamente dal disegno del Poleni, in cui si vede che l'angolo tra la tangente alla curva delle pressioni all'imposta e l'orizzontale è pari a  $76^\circ$ , quindi determina una spinta agente per metro lineare della circonferenza media del tamburo, pari a circa 33,45 ton/m.

Nel frattempo, nel 1734, Pierre Bouguer aveva definito la cupola di rotazione come solido generato da un arco che ruota, con il piano che lo contiene, intorno all'asse verticale (che poi diventa asse della cupola), e nella sua definizione era implicita la definizione di arco a sezione variabile che poi Poleni stesso sfrutta nella sua risoluzione della sua cupola (una forma a spicchio le cui larghezze dei conci diminuiscono avvicinandosi alla chiave). Lo scienziato padovano non cita il trattato di Bouguer (anzi *“parmi [dice] meravigliosa cosa che o non sia stata da veruno proposta la differenza tra un arco ed un settore di cupola, o, se è stata proposta, in tante, che vidi, opere di architettura non la abbia mai incontrata”*).

Poleni comunque incentra tutta la sua analisi statica sulla cupola, tralasciando sempre il tamburo sottostante, e le sue conclusioni sulla stabilità sarebbero state diverse se avesse considerato, come avevano fatto prima i tre matematici, l'insieme strutturale “cupola-tamburo”. La sua analisi escludeva deliberatamente qualsiasi considerazione su ciò che succedeva al di sotto della cupola, sottintendendo sempre che le murature sottostanti fossero sufficientemente ampie e sicure da trascurarne l'analisi.

Bastava poco, per verificarlo: una volta esaminata la curva delle pressioni all'interno della cupola, e verificato che fosse tutta interna alla sezione, si doveva prolungarne

L'ultimo tratto, nella zona sottostante, verificandone l'intercettazione delle sottostanti masse murarie. In quel caso, Poleni avrebbe scoperto, mandate le tangenti alla funicolare nei punti di imposta della cupola sul tamburo, e quindi prolungate all'interno del tamburo stesso, che queste uscivano dalla sezione sottostante, evidenziando quanto la sua convinzione di stabilità fosse azzardata.

Forse Poleni dava per scontato un tale pericolo, e per questo, della cupola, perfettamente stabile, propone una cerchiatura. Nella sua analisi sembra però trascurare deliberatamente ciò che già Belidor e De la Hire avevano messo a fondamento della stabilità dell'arco.

Quella che da molti critici viene indicata come una sua “perenne ostinazione” nel voler usare sempre una via grafica e sperimentale<sup>lxxii</sup> per la definizione della sua curva funicolare – pur possedendo gli strumenti analitici, già indicati dallo Stirling, che gli avrebbero permesso di tradurre in equazione la stabilità della cupola e di astrarla così a livello teorico (innalzandone il valore) rimane in effetti una delle “colpe” del Poleni. Forse proprio questo gli causa poi le critiche di Navier, che invece loda le conclusioni (per quanto inesatte) e il procedimento (molto più corretto dal punto di vista dell'avanzamento teorico) dei tre matematici che lo precedono. Già suo zio, Gauthey, aveva preso a riferimento la *Perizia* dei tre matematici (non nominando neppure il Poleni) quando si era trovato, qualche anno più tardi, a dover affrontare un'altra spinosa questione: quella della cupola del Panthéon di Parigi<sup>lxxiii</sup>.

Analizzando il procedimento del Poleni, gli si deve muovere un'altra obiezione: il suo spicchio non è completo, perché trascura un tratto dell'attico insieme al tamburo e ai contrafforti, ed è un grosso problema per la verifica statica trascurare elementi fondamentali. Forse Poleni ne dava per scontata l'efficienza nel contrasto alla spinta della cupola, ma se avesse considerato, nella sua verifica anche una piccola porzione del tamburo trascurato, avrebbe visto, conservando la stessa curva delle pressioni e di fatto prolungandone l'andamento dentro al tamburo, che la situazione statica del sistema non era poi così rosea: la curva sarebbe uscita dal tamburo, sconfessandone l'equilibrio,

e lo stesso risultato avrebbe ottenuto se avesse individuato la curva corrispondente alla minima spinta.

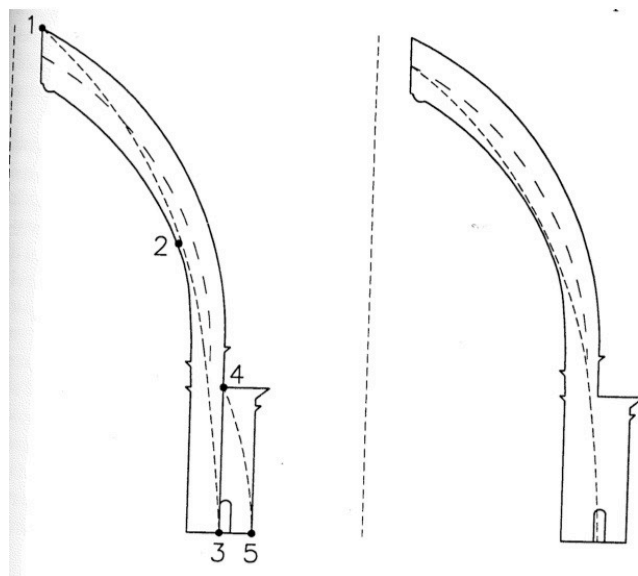


Figura 4.3.6. Le curve delle pressioni in condizioni di minima spinta e in condizioni reali.<sup>lxxxiv</sup>

Si vede chiaramente che questa curva, per la parte interna dello spicchio, è molto più ripida di quella del Poleni e tocca l'estradosso dello spicchio nella sezione di innesto con la lanterna e l'estradosso del tamburo alla base, essendo tangente all'intradosso dello spicchio nella zona compresa tra la chiave e l'imposta: questa sarebbe stata la forma ideale della cupola, a cui sarebbe corrisposta la spinta minima sul tamburo (circa 22 ton/m).<sup>lxxxv</sup>

Si può tentare di scrivere l'equilibrio del tamburo sottostante considerando le forze a cui è sottoposto, e se si estende l'analisi alla cinquantesima parte del tamburo, il macroelemento già individuato dai tre matematici (alto 15 m con uno spessore di 3 m) è sottoposto ad un carico verticale dato dal peso proprio e dal peso dell'arco superiore, e quindi la spinta, quella minima, esercita un momento ribaltante sullo spicchio di tamburo che non viene stabilizzato dal peso verticale agente, evidenziando in questo

modo lo squilibrio in gioco.

Approssimando però la muratura con un materiale infinitamente resistente a compressione, il momento ribaltante sarebbe equilibrato, anche se di poco, e da questo risulta evidente la necessità statica dei contrafforti, che apportano il contributo decisivo per l'equilibrio a tutto il sistema.

Non si può dire se Michelangelo avesse almeno intuito questo squilibrio, e se fosse per questo che aveva inserito i contrafforti, ma dal quadro fessurativo in essi rilevato, e dalle lesioni inclinate in questi elementi, si vede bene quanto siano impegnati nel sostegno del tamburo, mostrandosi del tutto insufficienti.

A Poleni probabilmente non interessava sconfessare l'errore, al contrario, il suo obiettivo era giustificare la geometria della Cupola così come era stata ideata da Michelangelo. Verificando però come la curva catenaria si distaccasse notevolmente dall'asse medio della cupola, una volta imposto il suo passaggio per i baricentri in chiave e all'imposta, commenta *“Credo, [...] conchiuder si possa che siano i Cunei sino ad N un tantino in fuori, tendenti un tantino a sfiancare, ed i superiori un tantino bassi; che pertanto essi Cunei non siano nel conveniente equilibrio”*, e sottolinea così che la sagoma di Michelangelo non era quella ottimale per opporsi alla distribuzione dei pesi.

La sezione mediana della cupola doveva essere più ogivale, seguendo di più la curva corrispondente alla minima spinta. Proprio per la sua forma, la cupola è stata soggetta a una maggiore deformazione flessionale degli spicchi, determinando quindi una maggiore dilatazione della base e una più grave fessurazione meridiana.<sup>lxxvi</sup>

Dopo aver determinato le tensioni nella cupola, Poleni dimensiona la sezione dei singoli cerchioni, per tradurre i calcoli in armatura<sup>lxxvii</sup>. Studia quindi come far interagire i sei cerchioni progettati con il sistema costituito dal travertino, e progetta un sistema per incastrarli lungo il tamburo, richiudendoli con la pozzolana perché *“una rottura non renda inutili le parti tutte”*. Dice lo stesso Poleni, al momento della posa dei cerchioni *“per tanto se in questo lavoro degli incastri vi sia ancora qualche picciola cosa, la quale non soddisfaccia, almeno vi è luogo di sperare, che gli Architetti non ne avranno timore, né saranno disposti a rigettare*

*quella operazione. Tanto più, che essi sono molto accostumati non solo ad sperimentare, che in certi lavori non si può già ottener una interissima perfezione; ma anche a ritrovare, nelle operazioni utili, e ben ideate, certi resti sufficienti da se medesimi per dar materia a qualche discorso.”*

Vanvitelli, tra il 1743 e il 1747, soprintende ai lavori sulla cupola, dopo averne rilevato, all'inizio, i dissesti e, più del Poleni, aveva intuito la non piena efficienza del sistema sottostante la cupola. Preoccupato, aveva compilato delle note che arrivarono poi anche al Poleni, spingendo per una soluzione più decisiva al restauro, da congiungere alle normali riparazioni alle murature; voleva infatti la modifica alle sagome dei contrafforti, anche se alla fine si decideva di mettere solo le cinque catene, senza modificare l'architettura originale.<sup>lxxviii</sup>

La traccia per costruire i sei cerchioni venne fatta proprio in Piazza San Pietro e sembra di vederli, i curiosi allarmati del crollo, che si chiedevano come quelle immense cerchiature potessero aiutarli. Le giunzioni vengono progettate dallo stesso Vanvitelli, che ne invierà i disegni al Poleni per controllo, con l'inserzione di cunei in opposizione dentro gli occhi dei due segmenti del cerchione. Vengono poi stuccate e inzeppate a piombo le fessure negli arconi principali all'interno, e per questo viene fatto costruire un ponteggio che scendeva agganciato al cupolino dall'occhio centrale nell'intradosso delle cupole fino all'imposta superiore dell'arcone da restaurare.

Vanvitelli riporta, nel suo diario di cantiere, i “*Dati in palmi dei cerchioni: A diametro 265,5, circonferenza 833; B, d.224 circ. 704; C, d.220, c.691; D, d.188, c.590; E, d.72, c.226*” e da qui si vede come i cerchioni progettati fossero cinque, e quindi come solo dopo la constatazione della rottura del precedente esistente, ne sia stato inserito un sesto nella costruzione. I primi due cerchi vengono posti sotto la cimasa dei contrafforti, i successivi tre cerchi vengono messi in opera l'anno successivo “con i gran caldi”, mentre l'ultimo viene posto alla base della lanterna, a seguito del suo danneggiamento per un fulmine.

La collocazione dei cerchioni intorno alla cupola è subordinato all'esistenza delle finestre, che ne costituivano un vincolo per il posizionamento, e una serie di disegni del

Vanvitelli documenta le varie operazioni di scopertura di parti della copertura in piombo, di scavi della sede tutta intorno della cintura esterna, insieme allo studio dei giunti e alla meccanica degli incastri, come l'orditura dei ponteggi. Sono poi riportati anche gli imprevisti comuni ad ogni cantiere di restauro: le dilatazioni al momento della battitura dei cunei nei singoli ferri, il passaggio problematico dei ferri sotto l'imposta dei costoloni e dei contrafforti, o le operazioni di riparazione ai vecchi cerchioni riscoperti.

La scoperta di un cerchione rotto avrebbe potuto destare allarme, ma Poleni lo interpretò come ulteriore indice di stabilità complessiva della cupola, dato che la causa della sua rottura era stato un fulmine, e non l'eccessiva tensione, ed è per questo che a supplire al secondo cerchione, di cui non ci si poteva accertare la rottura solo ipotizzata, viene ritenuta sufficiente l'azione del cerchione nuovo messo qualche anno prima.

I cerchioni di ferro vennero disposti da Vanvitelli, seguendo le indicazioni di Poleni, tra il 1743 e il 1748 nelle sezioni indicate come A,B,C,D,E eZ e quindi: AA ai piedi dei contrafforti; BB sopra al cornicione dell'ordine principale del tamburo; CC all'imposta della cupola; DD a metà del corpo della cupola; EE all'imposta della lanterna e a metà tra i cerchioni D e C (cerchione ZZ). L'ultimo è il cerchione aggiunto una volta appurato che uno dei due originali era rotto. I vecchi cerchioni avevano una sezione inferiore (di 2 onces per 3 onces). Dall'analisi moderna si sa come le cerchiature comportino un incremento del lavoro resistente durante lo sviluppo del meccanismo di collasso, dato da quella oggi nota come dissipazione plastica che nei cerchioni di raggio  $R_c$ , è dovuta alle dilatazioni  $\epsilon$  che coinvolgono gli anelli durante il meccanismo.

Considerando lo spostamento radiale del cerchione a seguito del meccanismo ( $v_r$ ), si trova facilmente che la dilatazione circumferenziale ( $\epsilon_\phi$ ) è data dal rapporto tra  $v_r$  ed il raggio dell'anello  $R_c$ . Se ora si considera la sollecitazione di snervamento del ferro di fucina che costituisce il cerchione ( $\sigma_f$ ) e la corrispondente area della sua sezione trasversale ( $A_c$ ), si può calcolare la dissipazione plastica ( $D_p$ ) come  $D_p = \sigma_f A_c R_c \int_0^{2\pi}$

$$\varepsilon_{\phi} d\phi = 2\pi \sigma_f A_c v_r.$$

Si sa dai suoi appunti che per il Poleni, l'area della sezione trasversale del cerchione è circa 3 onces per 5 onces, quindi circa  $51,9 \text{ cm}^2 A_c$  e ne aveva quantificato la sollecitazione a rottura  $\sigma_R$ , in circa  $4000 \text{ Kg/cm}^2$ . In linguaggio moderno, la corrispondente tensione di snervamento può essere considerata come  $\sigma_f = \sigma_R/1,5 = 2667 \text{ Kg/cm}^2$ .<sup>lxxix</sup>

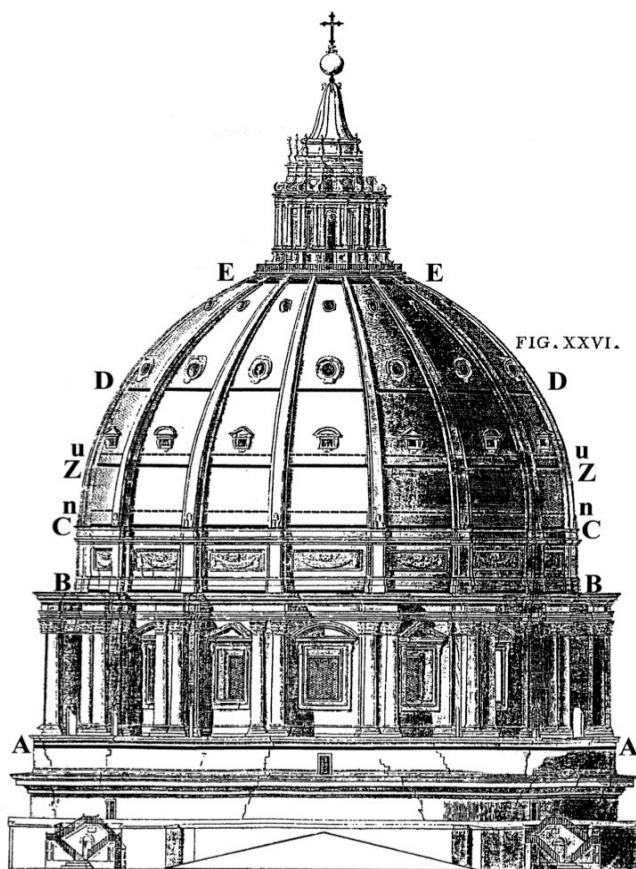


Figura 4.3.7 I progettati cerchi di ferro

#### 4. Il gran Tempio Vaticano: Memorie tra matematica e fisica sperimentale

Potendone valutare le entità in termini moderni quindi si dimostra, non solo sperimentalmente, come la cerchiatura progettata da Poleni e Vanvitelli, abbia incrementato grandemente il lavoro resistente, risultando molto efficace.

Nel 1748 si era finalmente compiuto il lavoro necessario a scongiurare il crollo della cupole e, sotto forma di *Memorie*, tutte le operazioni di studio e di restauro erano state date alle stampe per sedare anche le superstiti voci di allarme. Servivano, oltre che come diario di viaggio negli esperimenti e nelle teorie del Poleni, per rispondere a tutti quei pareri, anche autorevoli e senza dubbio scientifici, che erano stati espressi sulla stabilità della cupola di San Pietro.



- i *Riflessioni de' padri Tommaso Le Seur, Francesco Jacquier dell'Ordine de' Minimi, e Ruggero Giuseppe Boscovich della Compagnia di Gesù sopra alcune difficoltà spettanti i danni e i risarcimenti della cupola di San Pietro....* (Roma 1743).
- ii Vincenzo Viviani era stato chiamato dimostrare l'efficacia della cerchiatura da lui proposta per la Cupola di Santa Maria del Fiore, a Firenze, da alcune lettere anonime, di un oscuro architetto, Alessandro Cecchini, che ne aveva contestato la perizia. Si veda a proposito il paragrafo 6.2. *La questione degli screpoli. L'oscuro architetto e il dramma di Viviani*, della presente tesi di dottorato.
- iii A pagina 278 delle sue Memorie, il Poleni stesso mostrerà di apprezzare il parere del filosofo. i *"Sentimenti d'un Filosofo sopra le più verisimili cagioni delli Danni della Cupola di San Pietro, e del più opportuno Rimedio, se pure non si stimi miglior rimedio il non adoperarne nessuno"* era la seconda versione di una prima invettiva dello stesso anonimo autore, intitolata *"Sentimenti di un filosofo sopra il parere de' tre matematici intorno alli danni della Cupola di San Pietro e i suoi rimedi"*. A posteriori sembra di poter dare un nome e anche una professione a questo filosofo apprezzato dal Poleni, architetto Ferdinando Fuga, che in quegli anni, dal 1740 al 1743, lavorava alla facciata di Santa Maria Maggiore.
- iv Si veda a questo proposito la contestazione che Gauthey opporrà qualche decennio più tardi al matematico Charles Bossut che pretendeva di aver dimostrato la stabilità della Cupola del Panthéon di Parigi attraverso una teoria che non teneva conto – semplificazione matematica – dell'attrito esistente. Si veda il dettaglio nel Cap. 6 della presente tesi.
- v Il Principio dei lavori virtuali.
- vi Fondamentale, per un'analisi (di certo incompleta da parte di chi scrive) del rapporto tra Arte e Scienza del costruire (rintracciabile anche nella questione dei tre matematici e più in generale sottesa all'analisi di tutti i dibattiti qui analizzati) è stata la lettura – in anteprima – degli appunti del Prof. Ivo Iori che da anni si sta occupando della questione. È stato un onore, da parte mia, poter dattilografare le sue pagine manoscritte che andranno a comporre un volume di prossima pubblicazione. Si veda - a titolo di parziale anticipazione - il suo libro, Ivo Iori, *Un diario didattico. Principi statici e tecniche costruttive nel loro sviluppo storico*, Hevelius Edizioni, Benevento, 2000. Il riferimento va poi naturalmente agli studi di Salvatore Di Pasquale, *L'arte del costruire tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia, 1996, e a quelli di Edoardo Benvenuto, *La scienza delle costruzioni nel suo sviluppo storico*
- vii Per una trattazione completa si veda R. Di Stefano, *La cupola di S. Pietro*, Napoli, E.S.I., 1980.
- viii Aveva già sintetizzato la sua capacità di unire i due linguaggi in due opere speculari: *"De Phisices in rebus matematicis utilitate"* (1715) e *"De Mathesis in rebus Phisicis utilitate"* (1720), in cui fa riferimento alla perfetta corrispondenza tra il mondo astratto delle leggi matematiche e quello reale della Fisica sperimentale. È lui che istituisce il primo laboratorio di ricerca che spazia su tutte le manifestazioni, dalla medicina alla resistenza dei materiali. Il modello, anche per lui, come per i tre matematici con cui si trova a polemizzare, sono i grandi esperimenti e le prove di laboratorio di Musschenbroek e Gravesande.

- ix Dal 1720 fino alla sua morte, nel 1761.
- x “La maggior parte degli uomini pensa intorno alle fabbriche come se la natura fosse obbligata a non danneggiarle...quindi molte volte i difetti vengono riguardati come ingiustizie della natura...Ma bisogna purgare tale false idee: e ben concepire che, quando nelle fabbriche sieno nati danni, conviene che l'arte regolarmente industriosa emendi ciò, che è stato prodotto o dalla forza delle costanti azioni della natura o da un'arte difettosa”, Giovanni Poleni, *Memorie istoriche della gran cupola del Tempio Vaticano*, Padova, 1748, p. 51.
- xi Manlio Brusatin, *Venezia nel Settecento: stato, architettura, territorio*, Einaudi, Torino, 1980, pp. 141-149.
- xii Si veda il capitolo 6. *Soufflot e la mirabile intuizione dei materiali*, di questa stessa tesi.
- xiii “L'Arte sembra congiungersi alle volte con la Natura, perché tutto ciò, che è comune a più cose, si trovi ad un medesimo tempo in qualche maniera variato, e a' danni per alcune particolari differenze soggetto”, G.Poleni, *Op. cit.*, cap. XIV, p.78 e cap. XIII, p.70.
- xiv Leonardo Da Vinci, *Scritti Letterari*, Milano, 1952, pp. 60-61 e Alexandre Koyrè, *Dal mondo del pressappoco all'universo della perfezione*, pp.89-111, vedere anche dello stesso autore *Dal mondo chiuso all'universo infinito*, Milano, 1970, cap. *Estensione dello spazio infinito*, pp.87-98.
- xv Le strade attraverso cui si propongono di dare una risposta alla certa soluzione dell'errore rappresentata dalla cerchiatura della cupola sono diverse, e per certi versi anche le conclusioni. La proposta alternativa alle cerchiature, da parte dei matematici era “togliere la copertura in piombo e metterla in rame” e addirittura di “diroccare il cupolino”. Non era stata l'unica soluzione proposta. Padre D.S. Santini aveva imputato la causa del dissesto all'abbassamento dei quattro arconi bramanteschi di sostegno alla cupola e il rimedio proposto era, senza un nesso logico con la causa identificata, una imponente staffatura dell'intera cupola, ingabbiata in cerchi di ferro e staffe di collegamento. C'era anche chi, considerando inefficaci i rimedi proposti dai tre matematici, proponeva l'edificazione, nei quattro vani disponibili dell'imposta degli arconi della cupola “quattro torri a guisa di barbacani”, che quindi sostenessero dall'imposta fino ad un terzo della sua altezza la cupola assorbendone gli sforzi laterali; “remedio necessario ad una cupola tanto rovinosa”. Il Poleni aveva già accertato, durante i rilievi alla gran mole, la perpendicolarità dei contrafforti, che invece gli altri sostenitori dell'imminente collasso della struttura davano per perduta irrimediabilmente. Gaetano Chiaveri aveva addirittura promesso di “abbattere la cupola tanto pericolante e di riedificare ogni parte della basilica” e sarà lo stesso sostenitore della demolizione e ricostruzione della danneggiata cupola di Dresda.
- xvi Carlo Lodoli (1690-1761), *Elementi d'Architettura Lodoliana ossia l'Arte del Fabbricare*, Battered, Milano, 1833, pp. 207-210, in particolare nella nota a pag. 324.
- xvii Le stesse accuse che verranno mosse poi contro Soufflot nella questione del Panthéon di Parigi (per cui si rimanda al capitolo 6 della presente tesi) di non aver rispettato le proporzioni dimensionali. Curiosamente il suo più strenuo oppositore, Pierre Patte, citerà anche la fabbrica

di San Pietro tra quelle da assumere come riferimento per rispetto della proporzione degli antichi, quando per prima proprio questa cupola non rispettava le prescrizioni fondamentali (come sottolineerà lo stesso Fontana).

xviii Tratta da Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Tra diffidenza e innovazione: la meccanica in architettura*, in *Storia dell'architettura italiana, Il Settecento*, a cura di G. Curcio, E. Kieven, Electa, Milano, pp. 80,82,83.

xix L. Galli, Sulla Statica della Cupola di S. Pietro ed interpretazione dei suoi antichi dissesti, tesi di laurea, facoltà di Ingegneria, Università di Roma Tor Vergata, 1995, relatori Mario Como e Ugo Ianniruberto.

xx La trasformazione della cupola esterna di San Pietro potrebbe anche non essere un'invenzione Michelangiotesca ma di Giacomo Dalla Porta, anche se non é chiaro dall'esame fatto dei documenti, almeno in questa ricerca di tesi.

xxi Filippo Baldinucci, *Vita del Cavaliere Gio. Lorenzo Bernino, scultore, architetto e pittore*, Firenze 1682; S.Samek Ludovici, *Viat di Gian Lorenzo Bernini* scritta da Filippo Baldinucci, Milano, 1948.

xxii F. Baldinucci, *Op. cit.*, p.43. "Ad istanza pure d' Urbano egli con suo disegno adorno le quattro grandissime nicchie ne' piloni , che reggono la gran Cupola di S. Pietro, che si vedono sotto le Reliquie, ove prima una ferrata vedeasi, che teneva da cima a fondo. Queste furono poi degno ricettacolo di quattro Colossi di marmo, fatti da quattro singolarissimi artefici".

xxiii F. Baldinucci, *Op. cit.*, p. 59. "Così Gio. Lorenzo col far sempre opere belle andavasi tuttavia dimostrando simile a se stesso; ma il Cielo, che non meno, che nell' operazioni della mano, avealo sempre trovato valevole in quelle dell' animo , per nuova esperienza fare di sua sostanza , fece che nuovo nembo di tempeste si muovesse in Roma contro di lui , atto in vero a far trepidare ogni cuore, ma ( per quello, che dipoi ha mostrato l'esperienza ) il suo non già".

xxiv Ibidem. "Queste a principio piccole scintille di detrazione partorirono in [...] un tale incendio, che non pure per Roma, ma anche per l' Europa tutta se ne gridava a testa . Agli uomini di poca levatura pareva che a cagione di quelle ogni giorno fosse quel detto, nel quale la Cupola dovesse cadere, mentre a' meno corrivi sembrava atto di discretezza non ordinaria il concederle alcuni pochi mesi di vita."

xxv Ibidem, p. 82.

xxvi Ibidem. "*Il Bernino all' incontro, che bene intendeva il giuoco, conosceva il falso fondamento di quella vociferazione; onde per questo capo non poteva attristarsene, e al rimanente suppliva il suo coraggio, e la saldezza del suo petto. Ma perché tal sussurro ogni dì più dilatandosi, e facendosi sempre peggiore , si è poi fra la plebe continuato fino alla morte del Bernino , e fino ad ora o tanto, o quanto se ne parla, fa oggi di mestieri il toglier quest' inganno; cosa , ch'io son per fare più avanti colla narrazione, e preciso racconto di tutto il seguito, e colle necessarie dimostrazioni, tratte non dirò già da quello, che io ocularmente ho voluto vedere più volte intatto, portatomi ne' luoghi stessi con uomini di tutto valore in simili materie, ma dalle nobili fatiche, fludi, ed osservazioni del celebre Mattia de' Rossi, oggi Soprintendente della fabbrica di S. Pietro, e che ne esercita le parti d' Architetto, carica che fu del Cavalier Bernino . Ne i medesimi tempi, che in Roma si facevano questi*

*discorsi incominciò veramente a minacciar rovina il vecchio Palazzo della Cancelleria, onde il Papa ordinò al Bernino il riparare a tal disordine . Egli subito vi s' applicò con tutte le forze sue , e perché ogni giorno scoprivansi nuove , e grandissime difficoltà, per superar le quali era necessario gran pensiero e fatica , convenne gli far grandi sforzi, salire, e scendere bene spesso i ponti, ed insomma assoggettar se stesso ad operazioni di gran lungi superiori alla sua gravissima età . Nol potean distogliere dall' esporsi a tanti pericoli i propri figliuoli per molto, che vi si affaticassero, a i quali rispondeva, che tanto, e non meno ricercava il bisogno dell' opera, e la propria riputazione; all'una e all'altre delle cose, voleva egli anche a costo della sua stessa vita dare suo dovere; e così mentre nella città di Roma si apprestavano gli applausi al suo valore per lo prospero riuscimento della restaurazione, e assicuramento del Palazzo, egli avendo già incominciato a perder il sonno, diede in sì fatta debolezza di forze, e di spiriti, che in breve si condusse al termine dei giorni suoi?"*

xxvii

Ibidem, p. 83 Il Baldinucci dà la sua descrizione della cupola, cercando di dimostrare come una tanto grande struttura non potesse essere influenzata dall'apertura di alcune nicchie o dall'inserimento delle scale a lumaca del Bernini all'interno dei pilastri. *"Quindi rifletta, come in essa chiesa sono gli quattro piloni, che sostengono i quattro grandi archi, dove posa la Cupola, cioè i due della nave di mezzo, e gli altri due, che formano le braccia della croce, i quali tutti insieme descrivono una ottangolare figura. Sono questi piloni di sì vasta struttura , che nella superficie loro misurati nel vivo senza gli aggetti de' pilastri, hanno di giro non meno che 320 palmi romani , e ne i quattro lati più corti contengono le quattro nicchie , come mostra il disegno posto nel terzo luogo. Sopra ciascuno di quegli arconi posano due de'gran pilastri, come in lettera B della stessa pianta si vede, con loro contrafforti, e risalti, ove sono le colonne duplicate del tamburo della Cupola, e due altri pilastri posano sopra ciascheduno de i quattro petti , che nascono tra' fianchi de' medesimi arconi, come in lettera G e per la sua circonferenza, a cagione di essere il muro della Cupola di figura diametrale, porta in fuori del vivo, il pilone al vivo del tamburo per di dentro circa palmi 17.6 questo tamburo per quanto si estendono i due pilastri di lettera G nè punto né poco posa sopra i menzionati piloni , ma posarvi solo i due risalti di essi pilastri, ove sono le duplicate colonne del tamburo , e questi sono dalle parti , e sopra il forte della nicchia . Fra i nominati risalti è un vano, per cui ognuno, che si porta a vedere questa fabbrica può camminare . Al diritto della medesima nicchia nella circonvallazione del tamburo fra essi pilastri risiede in mezzo di ciascheduno de i detti un finestrone?"*

xxviii

*"Non è, né sarà mai persona al mondo, che abbia principio d' intelligenza di queste arti, il quale considerando essere stata questa gran Cupola nell'accennato modo, e forma edificata, possa affermare [...] che la semplice nicchia abbia potuto apportare debolezza, e dare occasione di movimento alla Cupola! S'egli è principio indubitato de i buoni Architetti, che le fabbriche, che in tempo fanno alcun movimento, il fanno sempre nella parte più debole, chi potrà mai dubitare, che se i vani delle nicchie fossero lati la cagione, che i piloni, che reggono la Cupola si fossero indeboliti, quel luogo appunto di esso pilone ove è la nicchia, che verrebbe in tal caso considerato per lo più debole, sarebbe stato quello, che avrebbe dato i primi segni del movimento; nè avrebbe la cosa qui avuto fine, perché al primo movimento sarebbe succeduto l'altro nella Cupola: Ma trovandosi per lo contrario in questo luogo il pilone salvo, intatto, e a piombo; falso, vano, e senza alcun fondamento di ragione farebbe il concetto di chi volesse dire , che il supposto movimento della Cupola avesse avuta sua cagione dal vano delle nicchie?"* Ibidem, p. 85.

- xxix Non riuscendo a scagionare Bernini dalle accuse, tenta alla fine un'altra strada, negando la sua paternità delle nicchie e addirittura affermando come non si sia verificato, come sosteneva l'accusa, lo svuotamento dei pilastri per inserire le scale, ma che “*anzi potrebbe asserirsi che mediante i ripieni degli scalini in palmi due dal piano della Chiesa, fino a quello dell'ultime nicchie si fossero alquanto fortificati?*”.
- xxx Da B.A.Vittone, *Istruzioni elementari...*, tav. LXXXIX.
- xxxii Dice il Fontana descrivendo la cupola che “*L'altrezza del piano del Pavimento sino al posamento della Palla della Croce nella linea del Cateto, divisa in tre parti, una costituisce il Vano del Tamburo e Cupola, come la circonferenza L lo dimostra. Il centro di questa essendo il luogo dove comincia il Sesto, assegna nella tangente verso il Cornicione il piano del Piedistallo, e verso la Lanterna la parte del sopra sesto segnato M. Le tre linee Q indicano il luogo del maggior spingimento della Cupola e le due linee segnate O che partono da terra diagonalmente, costituiscono nel soprasedo M l'apertura dell'occhio, e da esso il vacuo e Volta della Lanterna. L'altre linee M, parimente diagonali, che partono dal Zoccolone G, costituiscono la base del Tamburo, quasi come un triangolo equilatero. La linea P, che va ad intersecare con la perpendicolare interiore del Tamburo, dimostra il Piramidale sostenimento dell'edifizio. La linea diagonale R ha origine nel fine dell'estensione angolare de' Piloni A, quale va a terminare nel Piedistallo esteriore della Cupola, dove comincia il Sesto, e dimostra la Base di tutto l'Edifizio.*”
- xxxiii Immagine tratta da Mario Como, *Un antico restauro della cupola di San Pietro a Roma*, in a cura di C. Conforti, *Lo specchio del cielo*, Electa, Milano, 1997, p. 248.
- xxxiv Questo coefficiente di sicurezza ante litteram, di 1,06 è molto basso, soprattutto considerando le notevoli approssimazioni che si devono fare guardando alle strutture in muratura, ma si deve anche considerare che il 6% di una tale struttura è pari a 1000 tonnellate, quindi lontano dai margini di sicurezza della struttura.
- xxxv Tratto da G. Poleni, *Memorie istoriche della gran cupola del Tempio Vaticano*, Padova, 1748.
- xxxvi *Parere di tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di S. Pietro sul finire dell'Anno MDCCXLII. Dato per ordine di nostro signore Papa Benedetto XIV*, Venezia 1743, copia originale conservata nella Biblioteca Hertziana di Roma.
- xxxvii Ad esempio il trattato di Philippe De la Hire, *Traité de mecanique: ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des arts, & les propriétés des corps pesants lesquelles ont un plus grand usage dans la physique*, Parigi, 1695; o quello dell'abate P. Bourguer, *Sur le lignes corbe qui sont propres à former les voûtes en dôme*, in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Parigi, 1736
- xxxviii Un'analisi precisa del testo dei Tre matematici è stata fatta nel recente testo di Olimpia Niglio, *Dall'ingegneria empirica verso l'ingegneria della scienza. La perizia di tre matematici per la cupola di San Pietro (1742)*, Il Prato, Como, 2007.
- xxxix “*Su quattro vasti piloni, che vengon su dà fondamenti, si appoggiano i quattro arconi che sostengono tutta la macchina*”.
- xxxix Di queste rotture del rivestimento sarà poi Poleni a dare un'interpretazione moderna, basata sull'esperienza e sulla conoscenza del comportamento meccanico dei materiali.

- xi Tratto da *Parere di tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di San Pietro sul fine dell'anno MDCCXLII dato per ordine di nostro Signore Papa Benedetto XIV*, Roma, Biblioteca Hertziana.
- xii “In vari luoghi, tanto di fuori quanto di dentro le due cupole si vedono rotti [gli arconi] o distaccati alcuni pezzi di marmo a coda di rondine messi in questi ultimi anni attraverso le spaccature per vedere se la fabbrica faceva moto.”
- xiii A voler essere precisi, anche Leonardo aveva associato per primo le fessure a un principio di cinematicismi, ma nei suoi appunti le questioni sconfinano spesso con un'intuizione più che con una reale presa di coscienza del fenomeno.
- xiiii “La causa del dissesto non va attribuita alle fondamenta in quanto non si rilevano dissesti imputabili a tale causa, soprattutto osservando gli arconi che gravano su di esse. Qui [infatti] si rilevano solo leggere lesioni” e poi, se le fondazioni fossero la causa delle lesioni “non sarebbero così tenui le aperture verso il fondo della base del Tamburo”.
- xv Tratto da G. Poleni, nella rielaborazione di M. Como, *Un antico restauro della cupola di San Pietro a Roma*, in *Lo specchio del cielo*, a cura di C. Conforti, Electa, Milano, 1997, p. 253.
- xvi “Non si può sapere di certo, se in qualche parte sia pur seguita la rottura de' medesimi cerchi, non essendo essi scoperti fuorchè in pochissimi siti. In secondo luogo, posto anche che non si siano rotti, come crediamo ancor noi, converrebbe sapere con quanta diligenza siano essi da principio stati lavorati. In terzo luogo (e ciò crediamo sua seguito almeno in gran parte) non è cosa nuova che il ferro si estenda. Quell'allungamento, che in poco tempo cagiona il caldo o del Sole, o del Fuoco, lo deve qui aver prodotto in più d'un secolo e mezzo l'azione continua di una spinta così gagliarda” L'effetto della temperatura sui materiali era certo, poiché erano ben note le teorie di elasticità di Hooke sui materiali, comprovate dalle esperienze di laboratorio di Musschenbroek.
- xvii In effetti vedremo che è così, almeno per una delle due cerchiate, che verrà trovata rotta dal Vanvitelli al momento dell'inserimento delle nuove, ma non anticipiamo fasi successive del dibattito.
- xviii Tratto da Mario Como, *Sulla storia del restauro statico della cupola di S. Pietro in Roma eseguito da Poleni e Vanvitelli*, p. 985, fig.7.
- xix Il modo con cui ottengono i pesi è sperimentale: fanno pesare un masso di travertino e uno della muratura in mattoni, associando quindi alle due unità di misura un dato peso (62 libbre al cubo di travertino e 50 libbre a quello di muratura) per poi ricavare, moltiplicando evidentemente il valore ottenuto per i volumi da rilievo geometrico, il peso di ogni macroelemento. Alla fine si ricavava che il peso totale della cupola era pari a circa 56.000 tonnellate. Una libbra romana è pari circa a 12 onces, quindi a 0,339Kg.
- 1 Cosa che invece farà dopo Poleni.
- 1 Mario Como, nel suo articolo *Un antico restauro della cupola di San Pietro a Roma*, (in *Lo specchio del cielo*, a cura di C. Conforti, Electa, Milano, 1997, p. 257-258) ripercorre il procedimento dei tre matematici per verificarne i risultati con gli strumenti che potevano avere, effettuando il calcolo

su uno spicchio di cupola pari a 1/50 dell'angolo giro e partendo dal meccanismo riportato dagli stessi matematici nel loro trattato (si vedano le fig. 4.1.1 e fig. 4.1.3)

li Peter Van Musschenbroek, *Elementa physicae: conscripta in usus academicos*, Napoli, 1751, citato dagli stessi Matematici. All'inizio del secolo aveva condotto, insieme a Gravesande e Du Hamel, prove sperimentali sulla resistenza dei materiali più vari: dalla pietra, alle corde di clavicembalo, fino alle ossa e ai nervi. Il richiamo è sempre a Galileo, e alla sua determinazione della resistenza assoluta, che, partendo dalle aree delle due catene risultava facilmente determinabile.

lii I primi riferimenti alla velocità virtuale si trovano in realtà nel trattato di Guidobaldo Dal Monte (1545-1607), *Le Meccaniche*, del 1581. Secondo Galilei, con cui ha un fitto rapporto epistolare, è uno dei massimi studiosi di matematica e meccanica del Cinquecento, e proprio da lui Galilei prenderà il concetto di velocità virtuali appunto, poi tradotto nel suo trattato *Le Meccaniche. Dell'utilità che si traggono dalla scienza meccanica e dai suoi istrumenti*, pubblicato da Marsenne nel 1634, estendendolo alla trattazione delle leve e delle pulegge, oltre che ai piani inclinati. In realtà sembra di poter affermare che il primo ad anticipare il Principio dei Lavori Virtuali sia stato Descartes, nel 1637, con il suo "Discours de la Méthode de bien conduire sa raisonnet chercher la verité dans les sciences; plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie, qui sont des essais de cette methodè".

liii Tratto da *Parere di tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di San Pietro sul fine dell'anno MDCCXLII dato per ordine di nostro Signore Papa Benedetto XIV*, Roma, Biblioteca Hertziana.

liv "Tra una verticale MQ ed un'altra orizzontale MH, connessa in H con un'altra CH; date di più TA, VR perpendicolari alle medesime, e fatta girare CH in Ch e scender MH lungo la verticale in mb, si cerca in che proporzione staranno fra di se le discese de' punti M, A, R ed il recesso orizzontale de' punti H, A dalla verticale QM nel primo principio di movimento. La discesa del Cupolino sarà rappresentata da quella del punto M, le discese o fallite di A ed R rappresentano quelle de' centri di gravità il primo de' costoloni co' spicchi, il secondo del sostegno che si rovescia attorno al punto C; e se al luogo del punto A si sostituisca il sito de' cerchi di ferro, si avrà la forza impegnata lateralmente per dilatar essi cerchi. Anzi riferite tutte le forze al moto orizzontale del punto H, in cui segue il contrasto, potrà determinarsi a quante libbre di peso ivi lateralmente applicato per tirare in fuore, o respingere in dentro, equivalga ciascuna: cose tutte che gli Intendenti in geometria e versati nel calcolo potranno agevolmente trovare da se medesimi e sulle quali non ci par questo luogo più diffonderci, bastando solo, se ne dia il risultato."

lv "Questo sbilancio premendo continuamente il tamburo e i cerchi ha costretto il primo a piegarsi ed i secondi a dilatarsi e distendersi all'estremo ed avrebbe senza riparo rovesciato quello di terra e infranti questi se il contrasto della punta N ed in OP non avessero mantenuto il movimento e la rottura. Non cessando mai però lo sbilancio del peso a premere e distaccare le parti e servendosi pure a tale effetto di ogni piccola scossa di terremoto d'ogni rimbombo di tuono, d'ogni percorsa di fulmine che se da soli basterebbero a dissestare un edificio di tanta ampiezza, si può a ragione temere una rovina irreparabile quando non vi sia provveduto per tempo con efficace rimedio. Così rimane a giudizio nostro messa del tutto in chiaro la causa di tutto il male: essa è stata la forza laterale della Cupola e Cupolino che hanno spinto in fuora il sostegno, ed i cerchi e l'insufficienza de'cerchi e del

sostegno per impedire la medesima spinta essendosi ritenuto il secondo incapace di sostenerla per la divisione occasionata dalla troppa altezza del corridore CEB, per cui è rimasta la volta EF colla sola grossezza di nove palmi e della troppa sottigliezza de'muri de'contrafforti FG grossi non più di tre palmi e un quarto.”

lvi Riflessioni dei padri T. le Seur e R.G. Boscovich sopra alcune difficoltà spettanti i danni e risarcimenti della Cupola di S. Pietro, Siena 1802, composto a Roma nel 1743, a pag. LXIII.

lvii “non riputiamo opportuno l'empire alcuna delle quattro scale a lumaca che anno su per il tamburo, non dovendosi in tal rimedio essere alcun vantaggio contro la forza, che apre verticalmente il tamburo medesimo e piccolissima contro quell'altra che lo spinge a terra. Serve invece molto il riempimento de'vani dove si tratta di sostenere le volte che reggono. Per riunire il sostegno approviamo piuttosto tre gran cerchioni di ferro con delle catene e palettoni. Il primo di questi deve mettere nel primo muro interiore CE del Corridore verso la volta, il secondo fuora del corridore nella basse esteriore a livello del primo; il terzo sotto il cornicione m del tamburo. Le catene sotto ogni contrafforte devono unire i due cerchioni della base, passando per la grossezza E del muro AEB. Da queste catene starebbe bene far salire de'alettoni in su finché arrivassero ciascuno ad inserirsi in una catena orizzontale attaccata al cerchio messo sotto il cornicione m, anzi farebbe bene sopra gli archetti de'contrafforti far passare dentro i medesimi un'altra catena, che tenesse più fortemente attaccato il costolone al tamburo”.

lviii Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Tra diffidenza e innovazione: la meccanica in architettura*, in *Storia dell'architettura italiana, Il Settecento*, a cura di G. Curcio, E. Kieven, Electa, Milano, pp. 80,82,83. Dopo il dibattito già ricordato sui dissesti della Cupola di San Pietro in Vaticano, nel 1764 si presenta infatti un altro episodio: la questione della guglia da innalzarsi sull'alto tiburio del Duomo di Milano. Le conclusioni di padre Boscovich sulla guglia di Milano fanno un interessante passo in avanti rispetto alla trattazione della cupola di San Pietro. A distanza di soli 20 anni, si considera qui l'effetto dell'attrito e si introduce il concetto, tutto moderno, del meccanismo più probabile. Si veda il capitolo 7. *Alla luce dei dibattiti*, della presente tesi.

lix Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 385.

lx Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 385.

lxi Giovanni Poleni, *Op. cit.*, pp. 402-410. “La figura di una cupola è da concepirsi come nascente figura di un arco che venga raggirato intorno al suo asse; e formata una tale idea, si risvegli quest'altra, cioè che gli archi di pietra si rendan forti con catene di ferro munendogli: e fermate che siano queste idee, indi la combinazione delle medesime ne somministrerà una terza, cioè che i cerchioni di ferro possono dare alle cupole di pietra un accrescimento di robustezza; sicché da tali armature di cerchioni solidamente fermate restino, e fortificate”.

lxii È la stessa conclusione a cui giungeranno, alla fine del secolo, gli esperti chiamati ad indagare le fessure della cupola del Panthéon di Parigi

lxiii Si veda quanto già sottolineato nel paragrafo 2.3 della presente tesi.

lxiv Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Tra diffidenza e innovazione: la meccanica in architettura*, in *Storia dell'architettura italiana, Il Settecento*, a cura di G. Curcio, E. Kieven, Electa, Milano, pp. 80,82,83.

lxv Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 48.

lxvi Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 49.



lxvii “nel mezzo di tutti i campioni feci assottigliare un pezzo [...] e lo feci ridurre con grande esattezza in figura di parallelepipedo [...] si vede chiaramente che in tali esperimenti, ne’ quali il corpo è posto in conato di mozione per essere rotto, vi hanno la sua (non piccola) parte sì i modi, con cui sono applicati i pesi, come ancora i tempi. Noi abbiamo usata tutta la diligenza nell’andare trasportando all’innanzi il romano della stadera, che abbiamo sempre promosso a poco a poco, ed a passo a passo, e lentamente” Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 84.

lxviii Poleni consulta i discorsi di d. Gregory, le opere postume e le lettere scambiate tra J. Bernoulli e G.W. Leibniz. Il *Problema de curvatura fornicis, cuius partes se mutuo, proprio pondere sufficiunt sine opere caementi*, aveva la stessa conclusione “*quod indicat curvam catenariam*”.

lxix Tratto da G. Poleni, *Op. cit.*, tav. D.

lxx Giovanni Poleni, *Op. cit.*, p. 49, *Della figura della cupola* e poi *Delle resistenze de’ cerchioni in ferro da cingere le cupole*”, pp.78 e seguenti.

lxxi Salvatore Di Pasquale, *L’arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia, 1986.

lxxii L’origine della smania sperimentale di Poleni si può trovare nell’insegnamento di Newton che lo spingeva a una verifica continua delle ipotesi, tendendo ad estrarre le teorie una volta derivate da una sommatoria (e opportuna media) di casi parziali: gli esperimenti appunto. Poleni occupava lo studio Padovano che fu di Galileo, insieme a Jacopo Riccati ed è significativo che entrambi si siano occupati di architettura. Nel loro scambio epistolare emerge la differente metodologia di ricerca: mentre Riccati è discepolo della matematica, Poleni è lo sperimentatore della realtà. Si consideri che a quell’epoca la lettera sostituiva il trattato, e tralasciava note storiche o personali per essere un’occasione scientifica. Dell’entourage di Riccati è Giovanni Rizzetti, che in piena polemica sui dissesti di San Pietro scrive “*Elementi di architettura per erigerla in scienza. Con un discorso sopra la cupola di San Pietro di Roma*”, 1744, Venezia. In questa opera si rintraccia la questione nascente della divisione tra architettura e ingegneria. Per il Rizzetti, una volta trovato il metodo scientifico per calcolare le grandi strutture architettoniche, come le cupole, non sarebbe stato più necessario (anzi si sarebbe rivelato sbagliato) continuare sulla strada delle antiche regole della bella costruzione, ma piuttosto si sarebbe passati ad una revisione scientifica della costruzione architettonica, per rifondarne i codici costruttivi. Significativa comunque è il senso della sua fiducia nella teorizzazione della pratica costruttiva: “*Nella occasione delle fabbriche che ho fatto costruire per mio uso, mi son invogliato in questa speculazione ... sono entrato nella ricerca delle proporzioni che fanno l’edificio tra i possibili il più venusto; e delle leggi che soddisfano alla detta robustezza, con qual riuscita ne faranno gli altri il giudizio.*” Le leggi della statica (la *firmitas* vitruviana) possono giungere ad un risultato di bellezza (*venustas*) solo quando rientreranno in quelle leggi, dimostrabili e certe, che stanno alla base della costruzione. Rimangono assonanze con la musica, come la ricerca della media armonica, ma sono inserite nella ricerca di una teoria, spesso matematica.

lxxiii Si veda il capitolo 6. *Soufflot e la sublime intuizione dei materiali*, di questa stessa tesi.

lxxiv Tratta da Mario Como, *Op. cit.*, p. 251.

lxxv Il calcolo è stato svolto da Mario Como e riportato negli articoli citati.

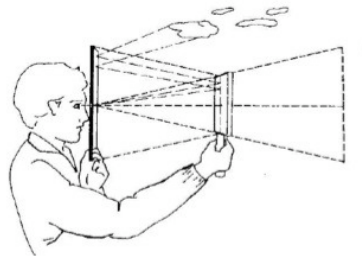
lxxvi Si è già detto che procedimento di verifica di Poleni, pur anticipando per certi versi la teoria moderna e cogliendo in questo disassamento un punto importante della questione, come la disposizione delle tensioni di trazione nella zona di base della cupola e delle compressioni nella zona alta, risulta monco, non prolungando il ragionamento e la valutazione statica sulle strutture sottostanti. I tre matematici l'avevano fatto, trovando infatti un risultato di stabilità precaria della cupola. Avevano applicato, loro sì, un ragionamento cinematico all'intero complesso, ed erano arrivati ad una conclusione rovinosa, sbagliando i calcoli. Se avessero valutato esattamente i movimenti causati dalle singole forze – ma al tempo non si conosceva ancora la teoria delle catene cinematiche – sarebbero arrivati a risultati non dissimili da quelli verificati dal Poleni, perlomeno alle stesse conclusioni non catastrofiche.

lxxvii A Padova compie esperimenti sui materiali da impiegare, testandone la resistenza al calore. Considera quindi vari tipi di pietra (marmo di Carrara, travertino, pietre molto friabili del Veneto) insieme a vari tipi di mattoni e perfeziona le idee di Musschenbroek, ricostruendo le macchine e organizzando i dati rilevati dal pirometro, per determinare l'allungamento dei materiali sotto l'azione del calore. Fa anche prove di trazione usando la macchina *divulsoria* o *stadera*, per verificare anche qui l'allungamento dei materiali. Aveva già costruito un primo modello con la funicolare per stabilire la stabilità della fabbrica, e ora costruisce un secondo modello, per distinguere la resistenza di un ferro dritto da quella di un cerchione sollecitato ungo la propria circonferenza. Il suo esperimento sembra semplice: prende un filo di seta ritorta annodato ai capi con sei collegamenti in sei punti equidistanti del perimetro o della lunghezza del filo; ognuno opportunamente sollecitato con un peso e chiama questo strumento "l'influenzografo". La conclusione dell'esperimento è che il carico di sicurezza deve essere pari a sei volte quello di rottura: nel cerchio così fabbricato sarebbe stato necessario una forza più che sestupla per determinarne la rottura.

lxxviii I disegni del Vanvitelli sono stati ritrovati a Caserta da Roberto Di Stefano nel 1963. Sono anche quelli che il Poleni ha utilizzato nelle sue *Memorie*, per fare da corredo al manoscritto nei passaggi più importanti relativi alla sezione e alla pianta della cupola

lxxix Volendo valutare il contributo al lavoro resistente dato dunque dai sei cerchioni così sistemati si vede come in realtà i cerchioni A ed E siano inefficienti. Già i tre Matematici si erano posti il problema e sfruttando la loro schematizzazione di meccanismo si possono calcolare gli spostamenti radiali dei tre cerchioni centrali che sono pari rispettivamente a 7,58 (B); 11,82 (C); 5,45 (D); e 9,39 (Z) unità di spostamento. Ne deriva che la dissipazione plastica, sempre commisurata ad uno spicchio che rappresenti 1/50 dell'intera cupola, è pari a 1601 libbre per unità di spazio. Si veda a questo proposito la valutazione fatta da Mario Como nel suo articolo citato.

PARTE SECONDA  
ARCHITETTI PARANOICI



“Gli ingegneri [e gli architetti] dovrebbero essere leggermente paranoici durante la fase di progettazione. Dovrebbero considerare che l'impossibile può verificarsi.”

Lev Zetlin, *Lectures*, 1988.



5. Brunelleschi, architetto "paranoico"

"CORPUS MAGNI INGENII VIRI

PHILIPPI S. BRUNELLESCHI FLORENTINI"

iscrizione sulla lastra tombale di Filippo Brunelleschi  
cripta di Santa Reparata.

Il dibattito centrale sugli screpoli della cupola del Brunelleschi, e sul dimensionamento delle catene proposte come rimedio, si svolge tra il 1694 e il 1697. In quell'occasione Viviani cerca di applicare per la prima volta i concetti della meccanica Galileiana alla costruzione, arrivando a provare che la proposta di cingere la cupola con 4 ordini di catene era adeguata. Per farlo usa il teorema di Torricelli, col quale Torricelli aveva tentato di dimostrare perché, per riparare le colonne fesse del palazzo degli Uffizi, bastasse cingerle con un *sottile cerchio di ferro*, ma per capire una vicenda si deve partire dall'inizio, e qui l'inizio è tutto concentrato nella figura di Brunelleschi e nella sua ardita intuizione, che lo colloca di diritto tra gli architetti "paranoici".

Per la prima volta, per la costruzione di una cupola così grande, non vengono utilizzate le consuete armature lignee che fino ad allora erano servite da guida per il tracciamento. Tutti i costruttori sapevano che era possibile costruire una cupola per cerchi concentrici e quindi senza bisogno di costruire una pesante armatura che la reggesse durante la posa, ma nessuno invece, almeno fino ad allora, aveva anche solo supposto di poter fare a meno di una centinatura per il tracciamento della sua cupola.

Brunelleschi, guidato da una profonda conoscenza geometrica era riuscito nell'impresa che fino ad allora non era riuscita a nessun altro: costruire la perfezione geometrica della sua grande cupola usando delle centine rampanti, senza che queste (e qui è la sua straordinaria intuizione) seguissero una qualche guida materiale ma solo riferendosi ad una perfetta costruzione geometrica, tutta contenuta, e visualizzata, nell'astrazione matematica del suo costruttore (e che per la sua perfezione matematica riuscirà ad

essere colta completamente solo secoli dopo).<sup>i</sup>

Per realizzare la sua grandiosa opera senza centinatura, aveva dovuto abbandonare i procedimenti empirici, ed astrarre le possibili evoluzioni della struttura, e per fare questo non bastava più semplicemente “calcolare a terra, in base alle pietre il cui profilo si deduce da quello della vicina e che si può, a rigore, sperimentare sull’impalcatura” ma si doveva “determinare col calcolo astratto l’inclinazione e la posa di elementi plurimi e piccoli, come appunto i mattoni, in funzione di un doppio scopo (di armatura e di riempimento) senza alcuna possibilità di correzione e di controllo”. Dice Paolo Rossi che “con Brunelleschi l’architettura «passa da una fase di tecnicismo empirico a una speculazione matematica: il costruttore del Rinascimento è un intellettuale, quello del Medioevo era un artigiano.”<sup>ii</sup>

Il sistema per correggere l'errore di Brunelleschi è rimasto nascosto per secoli, occultato dal rivestimento della cupola, che quindi ne ha ritardato la valutazione strutturale.

L'architetto fiorentino non disponeva di moderne conoscenze meccaniche – che del resto sono solo difficilmente ipotizzabili se si guarda ai trattati dell'epoca<sup>iii</sup> - ma poteva contare su una perfetta conoscenza geometrica<sup>iv</sup> solide osservazioni di altrettanto solidi esempi passati: su tutti, il Pantheon romano (e forse anche la cupola di Santa Sofia, anche se non si hanno notizie di una sua conoscenza diretta).

Quando viene chiamato per risolvere il problema di voltare la grande aula della fabbrica di Arnolfo, Brunelleschi doveva avere ben chiaro il sistema di semicupole che era stato adottato nella più grande chiesa della cristianità d'Oriente, e quello schema geometrico perfetto che vuole replicare nella sua soluzione. I contatti con Costantinopoli e con la Chiesa d'Oriente, in effetti, dovevano essere stretti in quel periodo, come testimoniato dai numerosi Concili di Firenze e da alcuni modi di dire rimasti nel linguaggio comune fiorentino<sup>v</sup>.

Brunelleschi sopperisce ad una mancanza di teoria “meccanica” riferendosi ad edifici che conosce benissimo, quando sceglie di adottare il modello del Pantheon nelle nervature che nasconde nella muratura, replicandone gli irrigidimenti, così come

quando organizza la muratura usando la straordinaria invenzione della *spinapesce* (che traduce la sua cupola in cupola di rotazione, irrigidendone nel contempo la sezione) e della *corda blanda* (per la giacitura dei mattoni su letti conici). Poco importa che poi il tranello giocato dal destino, come si vedrà, scelga proprio uno di questi suoi espedienti e riferimenti sapienti al passato - col quale forse aveva pensato di sfuggire all'errore costruttivo delle cupole - per manifestare il difetto della costruzione.

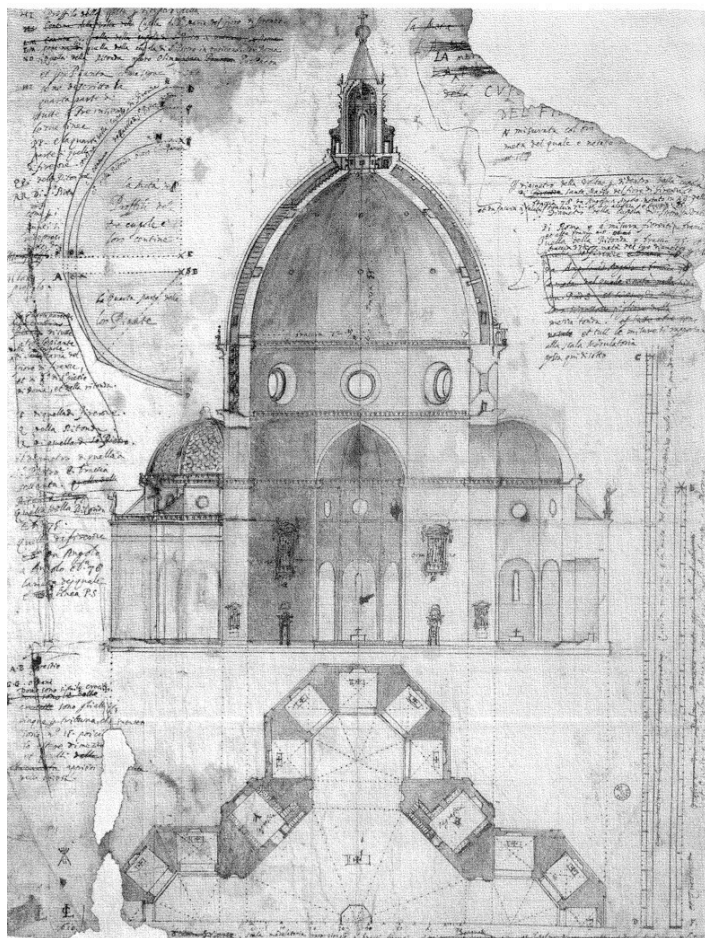


Figura 5.1. Pianta e sezione della cupola e della tribuna. In alto a sinistra è sottolineato il confronto con il Pantheon.<sup>vi</sup>

Secondo Sanpaolesi<sup>vii</sup> la sensibilità per le proporzioni armoniche e per quelle statiche sono congiunte nelle qualità intuitive di Brunelleschi<sup>viii</sup>, che non usa formulari o sistemi di calcolo per ricrearle, ma un metodo basato prevalentemente sui confronti. I fattori decisivi per la sua comprensione statica della struttura sono infatti essenzialmente intuitivi, affinati da una lunga pratica e prima di tutto basati sulla sua sensibilità e sulla conoscenza del passato.

In questo panorama culturale, la geometria è la chiave di coordinamento tra le scelte progettuali e il cantiere: regola una cupola, la raccorda con la struttura di base, ne controlla l'impianto anche in altezza, e fornisce i parametri necessari per l'equilibrio statico e per il suo tracciamento, descrivendo e determinando la disposizione delle singole parti della costruzione. Quella geometrica è, insomma, la via di razionalizzazione dell'idea costruttiva e anche lo strumento per la sua esecuzione, senza sostituire però l'intuizione del progettista e la sua capacità di “prefigurare l'impossibile” (d'altra parte la “paranoia” è già presente nei progettisti fiorentini a partire dal 1295, tutta condensata forse nella torre “in falso” che Arnolfo di Cambio progetta per Palazzo Vecchio).

Ai tempi del Brunelleschi i costruttori ragionavano essenzialmente in termini di equilibrio, come gli antichi, dove gli elementi costruttivi fossero pilastri e contrafforti o architravi e piattabande, erano tutti combinati in precisi rapporti nati da altrettante regole empiriche. *“Due grandi periodi dividono storicamente la scienza del costruire: il primo, nel quale, mancando ancora un preciso concetto di tensione e di deformazione, la firmitas di una struttura era affidata al mutuo disporsi delle sue parti si da evitare l'insorgere di cinematismi, e la forma di un arco, ad esempio, o di una volta, o dei conci opportunamente sagomati di una muratura costitutiva la variabile su cui operare per ottenere sistemi di forze attive e reattive autoequilibrati (le proporzioni tra le parti determinerebbero cioè la firmitas indipendentemente dalle dimensioni); il secondo periodo, nel quale, invece, assegnata una certa forma strutturale, si indagano le proprietà dei materiale affinché non si verifichi rottura, e si determinano le dimensioni delle diverse membrature per mantenere entro limiti ammissibili le sollecitazioni”*<sup>ix</sup>



La costruzione sembra insomma una semplice equazione nella quale, assegnati vincoli, forma e materiale, sono solamente le dimensioni a determinare la crisi della struttura, perché legate all'equilibrio. Ci vorrà Galileo per dimostrare, seppur con qualche errore rispetto al calcolo moderno, che in due strutture simili dello stesso materiale, le *forze-peso* crescono secondo il cubo delle proprie dimensioni lineari, mentre le sezioni resistenti secondo il loro quadrato, e quindi le sollecitazioni per unità di superficie – da confrontarsi con il valore limite della resistenza del materiale perché ne sia assicurata la stabilità – crescono come il quoziente del cubo e del quadrato delle stesse dimensioni lineari, quindi proporzionalmente alle dimensioni stesse. Galileo, prefigurerà in questo modo il collasso delle strutture che si proponevano di sfidare certe grandezze, le quali avrebbero raggiunto, prima dei loro modelli in scala ridotta, il valore limite di resistenza dei materiali, arrivando così al cedimento. Anche se, e questo è in parte ciò che giustificherà la sopravvivenza delle antiche regole dell'equilibrio anche in epoca moderna per l'analisi delle strutture antiche, il comportamento scoperto da Galileo vale praticamente soprattutto per le strutture inflesse (e non a caso lo scienziato pisano lo scoprirà occupandosi del comportamento di una trave incastrata), mentre per quelle compresse (come pilastri e archi) rimane sufficiente (e si vedrà nel successivo capitolo 7 della presente tesi) preoccuparsi di avere buoni materiali, che risultino ben disposti e che rispettino l'equilibrio.

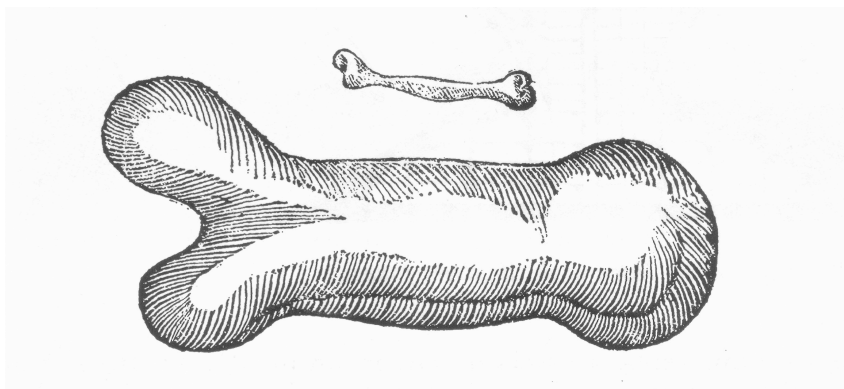


Figura 5.2. Il celebre osso di Galileo

Queste relazioni non potevano essere note al Brunelleschi, che proprio creando il suo modello per la grandiosa cupola di Santa Maria del Fiore ne aveva testato metodi costruttivi e stabilità, considerandolo garanzia della successiva stabilità dell'opera a scala reale. Nel caso specifico, il modello gli era servito per dimostrare che era possibile voltare la grande cupola di Firenze senza fare uso delle centinature, anche se non si sa come l'avesse costruito.

Se si guarda alla storia dei diversi cantieri di grandi fabbriche passate, non è insolito assistere ad una fase di stallo, quando arriva il momento di voltare la cupola, e spesso questo momento coincide con un ripensamento dell'intero impianto della fabbrica, e dunque con revisioni e modifiche del modello iniziale.

E proprio una revisione del progetto originale aveva fatto il "costruttore paranoico", mentre cercava i sistemi per sfuggire all'errore che certamente aveva osservato nei suoi esempi di riferimento, e che nella sua cupola si proponeva di anticipare. Certamente non possedeva gli strumenti meccanici necessari a spiegare il funzionamento della sua opera, ma questo non significa necessariamente che le sue conclusioni, anche se intuitive, dovessero essere sbagliate. Gli unici strumenti che possedeva per stabilire il suo piano contro l'errore erano la similitudine tra le forme e l'identità di materiali e di procedimenti costruttivi tra il modello e la costruzione reale, e questo non poteva certamente garantire la riuscita del progetto.

Alcuni biografi fanno risalire alla costruzione della cappella Stiatia Ridolfi, in San Jacopo Soprarno, la sperimentazione (quasi fosse un modello in scala) dell'apparecchiatura muraria che Brunelleschi utilizzerà per la sua vera cupola, quella di Santa Maria del Fiore, provando come si potesse voltare la cupola senza centinature. Ma qualche perplessità circa la validità della prova attraverso il modello doveva già esistere all'epoca della sperimentazione, tanto da far dire da Manetti che "*Vedutasi questa sperienza [quella appunto della Cappella Ridolfi], fu cominciato in parte a dare fede alle parole sue, ma nonne interamente, perché questa era cosa piccola e quella grandissima*"<sup>28</sup>.

Comunque fosse, nel 1420, con questo “modello in scala”, l'architetto fiorentino aveva sperimentato la sua *spinapesce*, con la quale si preparava a tessere il suo tranello alle lesioni che in fabbriche simili si erano sempre manifestate. Nel suo programma di cantiere, approntato proprio nel 1420 dopo lunghi dibattiti e polemiche, prevedeva di murare senza centine la cupola fino all'altezza approssimativa di 17,5 m, e solo in fase di costruzione, arrivati a quel punto, avrebbe poi deciso come proseguire. Il cantiere ne aveva in sé in realtà altri otto più piccoli, uno per vela, che procedevano contemporaneamente facendo crescere insieme i singoli spicchi della grande cupola, che così si assicuravano, crescendo, il mutuo sostegno, formando di volta in volta l'anello compresso di chiusura della costruzione.

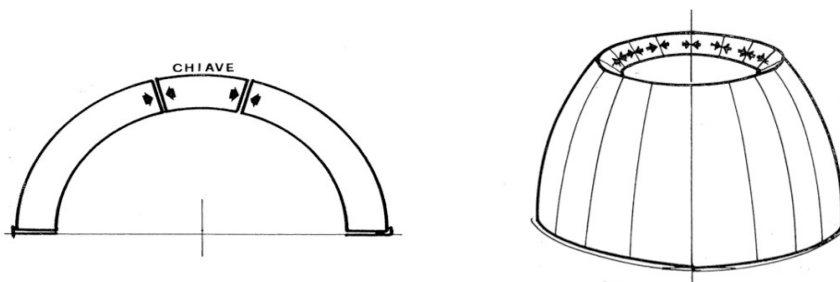


Figura 5.3. Chiusura dell'arco e della cupola<sup>xv</sup>

Oltre a questa garanzia di stabilità, data dalla chiusura (così come nel Pantheon romano) di anelli successivi, due erano gli stratagemmi costruttivi che Brunelleschi si preparava a mettere in atto, e che rimarranno nascosti nella struttura della cupola fino al 1936, quando verranno definitivamente portati alla luce da Sanpaolesi<sup>xvii</sup>: la *corda blanda* e la *spinapesce*.

Finalmente, grazie agli studi compiuti e soprattutto al rilievo delle staffe metalliche trovate durante gli ultimi restauri agli affreschi della cupola, è adesso chiaro come il Brunelleschi abbia effettuato il tracciamento della sua cupola<sup>xviii</sup> come anche la definizione dei letti della *corda blanda*.

A circa 7 m sopra il piano di posa della cupola, corrispondente ad una inclinazione di circa  $10^\circ$  rispetto all'orizzontale, la muratura iniziale in blocchi squadrati di pietra arenaria, - sovrapposti su letti piani, leggermente declinanti verso il centro della cupola, e più o meno perpendicolari alle superfici delle due calotte, interna ed esterna - lascia il posto alla muratura in mattoni.

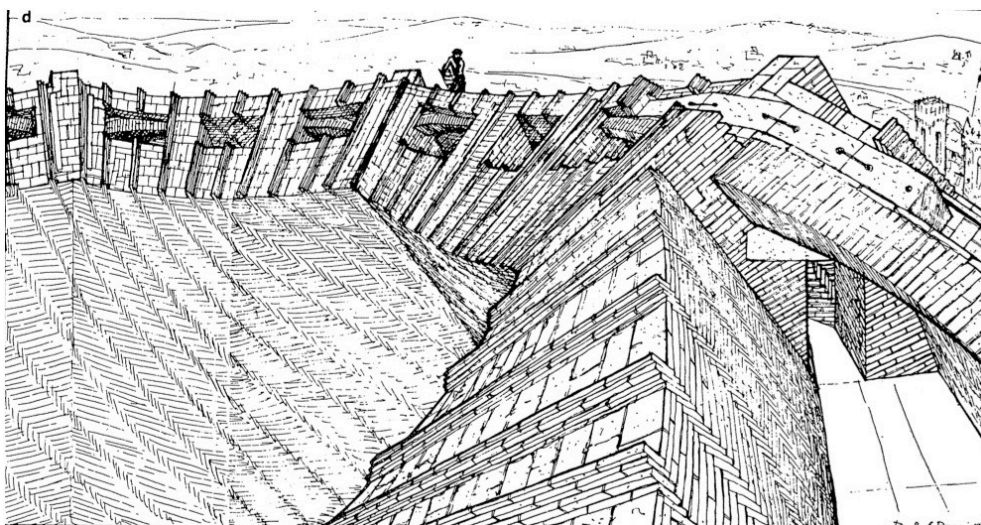


Figura 5.4. L'apparecchiatura a corda blanda e spinapesce utilizzata dal Brunelleschi<sup>iv</sup>

Qui le superfici dei letti di posa tra i vari strati, sono superfici rigate generate, all'interno di ogni vela, da rette normali alle superfici delle due calotte e appoggiate alle generatrici delle vele stesse, leggermente incurvate verso il basso. Il procedimento costruttivo era quello ad anelli conici proprio delle cupole di rotazione e già noto ai costruttori Romani, e per evitare soluzioni di continuità in corrispondenza degli spigoli della sua cupola ottagonale, Brunelleschi aveva scelto questa particolare disposizione per i letti di posa.

Il progettista fiorentino intuisce che se i letti di posa avessero seguito andamenti orizzontali e quindi paralleli alle generatrici rettilinee delle superfici di intradosso ed

estradosso, i filari di due vele contigue si sarebbero incontrati sullo spigolo di unione delle vele, determinando una “spezzatura” nella muratura, già per sua natura disomogenea. La *corda blanda* era determinata dalla curva di intersezione tra i coni e le superfici cilindriche, come dimostreranno Quilghini e Chiarugi cinque secoli più tardi, con la posa dei filari di mattoni su letti curvi che realizzano superfici coniche e continue, combinata all'adozione di mattoni angolari sfalsati a cavallo dello spigolo a garantirne la presa reciproca.

Il procedimento della *corda blanda* - che Sanpaolesi legge, sbagliando, come un'irregolarità costruttiva - è stato ritrovato sperimentalmente da Andrea Chiarugi, quando nel 1984, decide di far ricostruire a muratori esperti (i muratori di Ravenna dell'ACMAR) un settore di cupola ottagonale. Sorprendentemente, dopo alcuni tentativi, i mastri muratori hanno ritrovato la disposizione dei mattoni lungo corde blande, come quelle Brunelleschiane, che si sono rivelate come la soluzione alla tecnica per la corretta disposizione dei mattoni nella costruzione.



Figura 5.5. Il modelli realizzato dai maestri muratori di Ravenna.<sup>xx</sup>

Il moderno cantiere, realizzato in scala sufficientemente grande da poter usare mattoni e calcina, aveva lo scopo di comprendere i problemi pratici costruttivi della grande

opera, che - nell'ipotesi di Chiarugi e del suo gruppo di ricerca - dovevano essere stati risolti da Brunelleschi con una stretta collaborazione con i suoi muratori. I maestri muratori di Ravenna hanno quindi affrontato la costruzione di una porzione di due vele, con tre costoloni angolari, che in pianta misuravano 5 m (anziché i 17 reali) con uno spessore ridotto da 220 a 30 cm. Disegnata la cupola in pianta e disposte le centine per la curvatura dei costoloni d'angolo (il cui posizionamento è stato facilmente risolto con una corda e un filo a piombo), la realizzazione della muratura è proceduta senza più ricorrere ad alcun riferimento centrale<sup>xvi</sup> e i muratori stessi, procedendo in altezza, si sono presto resi conto di come fosse impossibile procedere con una disposizione piana dei mattoni, che avrebbe creato delle stroncature nei costoloni, e come l'unico modo per salire con la costruzione fosse effettuare un raccordo. Come il Brunelleschi poi, anche i maestri muratori hanno utilizzato tre fili per controllare la corretta disposizione dei mattoni<sup>xvii</sup>, e la coincidenza con l'ipotizzato gualandrino a "tre corde" sembra qui confermare una pratica costruttiva. Doveva essere suggestivo riscoprire, nei gesti di esperti muratori del 1984, quegli stessi che dovevano essere propri degli operai quattrocenteschi, il cui empirismo aveva certamente supportato l'intuizione del loro progettista, ed è quello che racconta chi ha vissuto quella sperimentazione.<sup>xviii</sup> Sembra infatti che sia andata così: che i mastri muratori, dopo aver disposto le prime file di mattoni in piano, siano andati a pranzo, abbiano discusso del problema delle "stroncature" e ritornati in cantiere sperimentarono la soluzione ideata. Forse lo stesso accadde in pratica a Filippo, dopo che, finalmente, era riuscito ad eliminare il Ghiberti dalla costruzione della sua grande fabbrica.

La *corda blanda* realizzava superfici di posa di ogni corso dei mattoni che non presentavano discontinuità dei piani tangenti sugli spigoli, e l'uso sistematico di questa disposizione, insieme all'uso di mattoni angolari negli spigoli (a libro nelle parti alte) aveva assicurato una tessitura dell'ordito murario senza discontinuità lungo tutto l'anello. L'obiettivo del Brunelleschi era evitare la creazione di zone deboli negli sproni angolari, che intuitivamente avevano una funzione fondamentale per la stabilità della

cupola: ogni lesione sugli sproni si traduceva nel pericolo della costruzione.<sup>xix</sup>

Al di sopra del livello del secondo camminamento tra le due calotte, poi, guardando l'apparecchiatura muraria é possibile notare, la seconda invenzione di Brunelleschi: la *spinapesce*. A intervalli piuttosto regolari - di circa 1,20 m l'uno dall'altro, che però variano con l'altezza – i corsi dei mattoni appaiono interrotti da mattoni verticali, orientati radialmente.

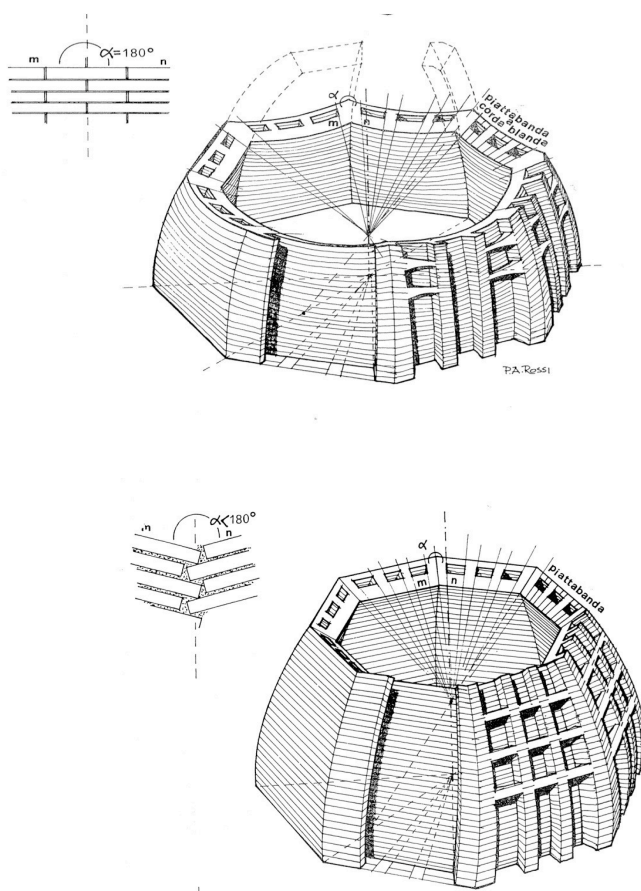


Figura 5.6. Schema geometrico dell'apparecchiatura a corda blanda e delle “stroncature”<sup>xxx</sup>

Le fasce verticali di mattoni si sviluppano lungo andamenti inclinati (di circa 40° rispetto all'orizzontale) grazie a sfalsamenti regolari in altezza, da una fascia a quella immediatamente soprastante, e nella convergenza verso l'asse centrale della cupola dei piani verticali cui appartengono le facce laterali dei filari di mattoni in ogni vela, lo stratagemma della *spinapesce* svelava parte della sua funzione costruttiva: contenere i vari corsi di mattoni in fase di posa appoggiati su letti di malta fresca la cui inclinazione verso l'interno della cupola sarebbe stata tale da produrne lo scivolamento. Era quindi essenziale per voltare senza centine, snellendo così il procedimento costruttivo<sup>xxi</sup>.

Da Brunelleschi in poi, questo metodo viene adottato in tutte le cupole toscane nel XIV e XV secolo<sup>xxii</sup>; sembra sconfessare quel principio albertiano - che guiderà la cupola di San Pietro - secondo cui “*la volta sferica, unica fra tutte, non richiede armatura*”<sup>xxiii</sup> - salvo correggersi poco dopo, quando anche l'Alberti afferma che “*anche la crociera composta si potrà innalzare senza far uso d'armatura, purché all'interno del suo spessore s'inserisca la volta sferica*”<sup>xxiv</sup> e che quindi il comportamento di una qualsiasi cupola si può assimilare a quello di una cupola di rotazione, che era quello che aveva effettuato il Brunelleschi con la sua soluzione progettuale.

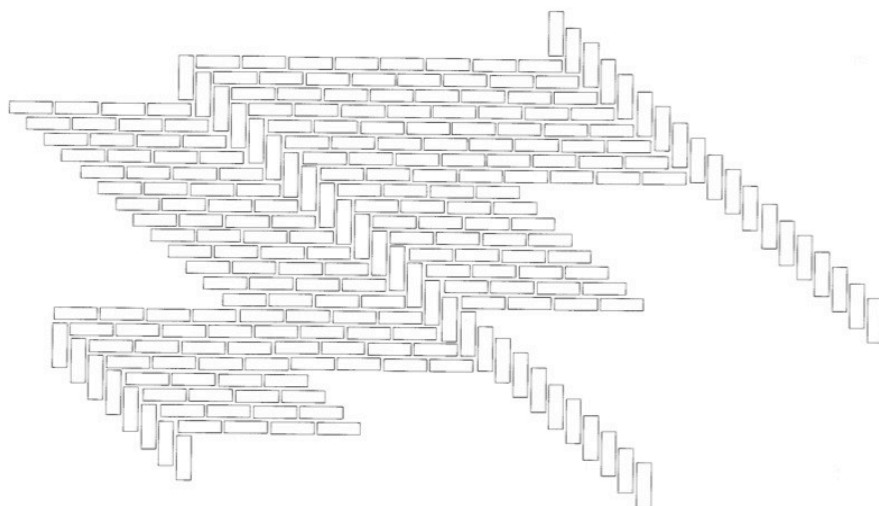


Figura 5.7 Ordito murario della *spinapesce*



Sembrerebbe, guardando anche l'esperienza dei mastri costruttori di Ravenna, di poter liquidare, almeno all'inizio, la *spinapesce* come un provvedimento di natura costruttiva, magari addirittura affidato alla capacità tecnica del muratore, che assicurava stabilità alla struttura anche nei casi più difficili, e la cui realizzazione derivava quindi dall'empirismo. Ma questo sarebbe troppo banale per un prefiguratore di soluzioni teoriche come Brunelleschi, che fa riferimento a rigidi schemi più che adattarsi al caso particolare. La *spinapesce* ha una tale molteplicità di aspetti positivi, teorici e pratici, che è difficile stabilire se Filippo li avesse davvero intuiti tutti quando ne ha scelto l'applicazione per la sua fabbrica; per questo non sarebbe corretto, nella sua trattazione, trascurarne arbitrariamente qualcuno.

Primo fra tutti, la disposizione in eliche radiali crea una cupola di rotazione nello spessore dei muri e questo era un beneficio teorico che certamente Brunelleschi aveva studiato, e prefigurato, dato che le eliche continuano anche nello spessore dei costoloni angolari dove non servirebbero per la posa dei mattoni inclinati. Servono poi a creare delle "piattabande" nello spessore e poi anche a chiudere il serraglio, che è tutto a *spinapesce*.

Se si dovessero interpretare con un linguaggio moderno le due disposizioni costruttive ideate dal Brunelleschi, quei suoi stratagemmi per irrigidire e omogeneizzare la muratura, si potrebbe dire che queste disposizioni hanno la funzione strutturale di seguire, con le normali ai giunti di malta tra i mattoni, le linee isostatiche (sempre tangenti alle direzioni principali della sollecitazione) all'interno della calotta. Proprio la loro disposizione scongiura lo sviluppo di tensioni di taglio sui giunti stessi, determinando così migliori condizioni di resistenza, almeno fino a che gli sforzi normali siano sforzi di compressione. Anche se la grandezza del Brunelleschi non si conclude qui e sembra risiedere principalmente nell'innovazione del tracciamento.

In effetti, sembra allora plausibile ciò che si è pensato fino all'inizio del secolo scorso, e cioè che il Brunelleschi avesse delle cognizioni teoriche e matematiche sconosciute ai suoi contemporanei; alcuni indizi lo potevano far pensare dato che ha dimostrato una

straordinaria intuizione (o paranoia?) degli aspetti costruttivi che potessero rendere la struttura meno suscettibile alla frattura.

Proprio per questo sembra ancora più strano il tranello che invece gli viene rivolto indietro proprio dai suoi stratagemmi, vanificando in parte la sua prefigurazione dell'errore (che rimane comunque straordinaria). Proprio i mattoni verticali, disposti a creare la sua *spinapesce*, si sono rivelati una via preferenziale per le successive fratture, sopportando meno bene le trazioni orizzontali: la particolare disposizione dei mattoni corrisponde ad una maggiore continuità dei giunti di malta più continui in senso verticale, determinando così un diverso funzionamento al distacco lungo superfici che sono di fatto verticali.



Figura 5.8 Esempio di propagazione della frattura nella *spinapesce*<sup>227</sup>

Nella muratura tra due *spinapesce* (dove i mattoni sono disposti orizzontalmente) la rottura verticale, per crearsi, deve attraversare questi stessi mattoni, oppure, per lo

sfalsamento tra un corso e l'altro, togliere il mattone stesso dal collegamento con quello sottostante e soprastante, agendo per taglio sui lunghi giunti orizzontali tra corsi successivi, e per trazione invece sui corti giunti verticali tra un mattone e il successivo. Dentro la *spinapesce* invece, la fessura è naturalmente incanalata dentro i lunghi giunti di malta verticali, dove è libera di propagarsi tra il mattone della *spinapesce* e quelli adiacenti, sottoposti quindi a trazione, impegnando a taglio solo i brevi tratti orizzontali che collegano i lati corti dei mattoni della *spinapesce* alla muratura ordinaria. Poiché poi la resistenza allo scorrimento dei giunti orizzontali di malta, compressi, è molto superiore alla resistenza a trazione dei giunti verticali, e la resistenza al distacco per trazione dei mattoni è superiore a quella al distacco per trazione lungo i giunti stessi, avviene che i distacchi lungo le superfici verticali sono più comuni, e quindi facilitate, nell'apparecchiatura a *spinapesce* rispetto al resto della muratura: proprio lì, le fessure si manifestano come sgranature seguenti dei corrispondenti strati di malta. Proprio il metodo costruttivo scelto da Brunelleschi per migliorare il comportamento della sua fabbrica, e per rigore costruttivo, che faceva funzionare gli anelli ottagonali come fossero piattabande, si è rivelata la via preferenziale alla frattura, per aver costituito superfici di minore resistenza media alle trazioni orizzontali, e quindi alla fine indebolendo tutta la struttura. Filippo infatti non aveva compreso poi, e qui sta il suo errore, che le "piattabande", utili nella parte alta della cupola, in basso non avrebbero funzionato come tali perché sottoposte a sforzi di trazione e non di compressione. Nonostante la sua intuizione, e forse proprio a dimostrare che c'era solo questa sotto i suoi stratagemmi e non una impossibile conoscenza teorica, nel suo rimedio si cela un'insidia, che diabolicamente non si rivela negli spigoli (a cui Brunelleschi aveva dedicato la massima attenzione) ma nella configurazione del tamburo ottagonale, che poggia alternativamente su quattro pilastri e quattro arconi a sesto acuto ed è soggetto all'enorme peso della cupola. Si trattava infatti di prevedere, e Brunelleschi non ne aveva gli strumenti meccanici, il comportamento flessionale di quella che si configurava come un'enorme trave-parete

che, caricata su tutti e otto i lati dal peso della cupola, poteva appoggiare solo su quattro di questi (quelli sostenuti dai pilastri). Brunelleschi non poteva valutarlo per via intuitiva perché richiedeva un passo successivo che l'uomo quattrocentesco, anche lo scienziato, non aveva: la concettualizzazione di corpi deformabili, che, a quell'epoca non erano nemmeno concepibili.

5.1. La costruzione della cupola tra segreti e conoscenza

“... andatosene a casa, in sur un foglio scrisse l'animo suo più apertamente che poteva, per darlo al magistrato in questa forma: Considerata la difficoltà di questa fabbrica, magnifici signori operaj, trovo che non si possa per nessun modo volgerla tonda perfetta, attesa che sarebbe tanto grande il piano di sopra dove va la lanterna, che mettendovi peso rovinerebbe presto [...] e però mi risolvo girar dentro di questa volta a spicchi e darle la misura e il sesto del quarto acuto; perciò che questo è un sesto che girato sempre pigne allo in su' e caricatolo con la lanterna, l'uno con l'altro la farà più durabile”.

Giorgio Vasari, *Vita di Filippo Brunelleschi*, p.218.

A ben vedere, il primo dibattito sulla cupola del Brunelleschi, comincia prima della sua costruzione, quando nel maggio 1364 viene disarmata la prima crociera delle navate della cattedrale.

Il primo progetto prevedeva delle campate della navata centrale a forma rettangolare con crociere esapartite, e invece si era deciso di adottare campi quadrati. Nel frattempo era cambiato qualcosa nella concezione strutturale e Viollet le Duc cerca di chiarire la natura del problema tracciando una sorta di linea evolutiva delle volte a crociera che proprio nelle piante quadrate hanno il primo tentativo di evoluzione. La scelta del quadrato infatti porta con sé quella degli archi acuti sulle diagonali, e quindi la quota in chiave risulta maggiore della quota in chiave dei quattro archi di imposta laterale: quello che si crea è una nuova tecnica costruttiva detta “dominicale”, molto simile a quella

utilizzata per le cupole. Questa forma compare nel cantiere di Santa Maria del Fiore a metà del XIV secolo ed è una nuova prova dello scarso successo delle soluzioni gotiche in Italia, in particolare in Firenze.

Nelle navate appena costruite del grande cantiere erano comparse delle lesioni e anche se i costruttori sapevano che una fessura era data dallo spostamento di due punti vicini, non potevano collegarla direttamente ad altri spostamenti (cosa che introduce, anche se oscuramente, Leonardo, anticipando i cinematismi). Nel tentare quindi di rimediare agli spostamenti propongono di bloccare i movimenti con vincoli addizionali, come "spranghe di ferro lunghe e corte" (cioè catene) che bloccassero i movimenti relativi delle parti, congiungendo poi quelle distaccate. Alla base c'è il concetto di anello di chiusura e per risolvere la questione viene istituita una commissione di maestri costruttori.

Nella seduta dal 3 al 10 agosto di quello stesso anno gli Operai deliberavano di sospendere i lavori e formulavano il programma di riparazione: *"che i detti maestri viddoro, e vedute le mura e parte de le mura della detta chiesa, e cholonne e i membri delle colonne, e tutte l'anno piombate, e hanno trovato le dette mura e le parete di dette mura e le cholonne e i membri delle cholonne stare bene a piombo e soprasé; e i peli che sono sopravvenuti ne le volte minori disse che credono che sieno apartiti, inpero che le colonne sono rassettate per lo lavorio fresco. Nientedimeno chonsigliano che al presente si facciano due stanghe di ferro grandi di buono ferro e bene salde e mettansi ne gli archi de le volte grandi, cioè una in ciascuno arco; e oltre a queste, se ne facciano otto stanghe minori ben salde e di buono ferro. E mettansi ne fianchi di ciascuna di dette quattro volte minori, in quelle parti ove saranno in concordia i detti otto maestri o cinqe di loro, co capo maestri de la detta opera insieme; e se vedranno che sia bisogno di metterne più che l'diranno, e quelle faranno mettere ove sarà bisogno per fortezza de la detta chiesa."*<sup>xxvi</sup>

La questione degli screpoli quindi comincia ben prima del dibattito sulla stabilità della cupola, e forse per questo il caso di Santa Maria del Fiore è così emblematico in questo discorso sugli errori: attraverso i dibattiti, in questo cantiere si sono realizzate delle accelerazioni nella sapienza costruttiva, curiosi zig-zag in quel tempo che procede in

linea retta e che attraverso la prefigurazione dell'errore riesce ad avanzare, almeno per un po', più velocemente.

La questione, in effetti, poneva degli interrogativi alla sapienza consolidata dei costruttori antichi. La costruzione della chiesa era iniziata dal 1300, sotto la direzione di Arnolfo di Cambio, che aveva costruito la facciata e le murature perimetrali delle navate, e il suo progetto per la cupola è nell'affresco del Bonaiuto, nel Cappellone degli Spagnoli in Santa Maria Novella. L'idea che vi si ritrova non sembra tanto diversa dalla realizzazione finale<sup>xxvii</sup>, almeno nell'effetto che doveva creare, perché la cupola di Arnolfo era già pensata su base ottagonale, con una forma molto simile a quella che, un secolo dopo, realizzerà Brunelleschi.

Non senza dibattiti nel mezzo.

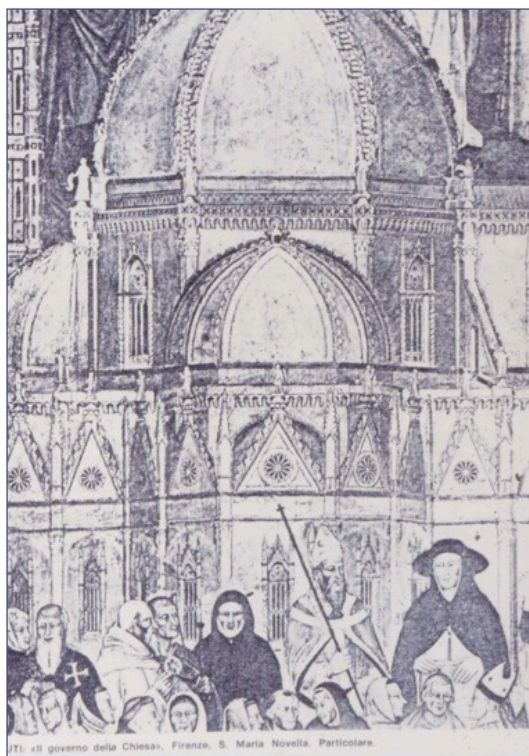


Figura 5.1.1. L'affresco di Andrea da Bonaiuto "La chiesa militante e trionfante", 1366-1369.

Il riferimento, ancora una volta, era agli edifici del passato, e in questo caso al più vicino, il battistero di San Giovanni, voltato anch'esso su pianta ottagonale, anche se di dimensioni molto inferiori. La cupola del battistero forniva un modello già realizzato, ma, come si è visto, la fiducia nei modelli cominciava a vacillare, forse intuendo – non certo avendo la capacità di comprendere – il futuro discorso di Galileo, che dei modelli (almeno in senso tradizionale) avrebbe segnato la fine.

La costruzione era stata portata avanti da Talenti, apportando due grosse modifiche al progetto originale: un aumento delle dimensioni in pianta e la costruzione di un tamburo ottagonale che contenesse otto finestre – oculi - per illuminare meglio l'interno della grande aula. Dopo la delibera del 1367 si procede alla realizzazione del collegamento tra navata e presbiterio, quindi alla fondazione dei pilastri di sostegno della cupola e delle tribune absidali, e i lavori procedono spediti fino circa al 1421.

Già dal 1404 Brunelleschi e Ghiberti erano stati chiamati a far parte di una commissione di esperti, composta da 19 maestri ed eminenti cittadini, che doveva giudicare la questione di *come* portare a compimento la fabbrica. Il problema è ancora tutto di metodo costruttivo e non si ha certo ancora la pretesa di trovare spiegazioni e determinare teorie astratte. Vasari fa risalire a Brunelleschi la costruzione del tamburo ad otto occhi "*perché oltre che levarebbe il peso fuor dalle spalle delle tribune, verrebbe la cupola a voltarsi più facilmente*",<sup>xxviii</sup> ma non è una notizia certa (e, da parte di Vasari, è sicuramente un errore). Fatto sta che, dal 1417, l'Opera del Duomo finanzia la costruzione di modelli e studi sulla cupola e il modello del Brunelleschi, per il quale l'architetto si era avvalso della collaborazione matematica di Giovanni dell'Abaco per le questioni proporzionali e geometrici, partecipa al concorso bandito nel 1418, sempre dall'Opera del Duomo. Curiosamente proprio ai muratori è assegnato il compito di verificare che il modello del progettista sia effettivamente realizzabile - come si troveranno a fare i maestri di Ravenna cinque secoli dopo. Al termine del concorso, che si conclude senza un vincitore, a Brunelleschi e a Ghiberti insieme viene assegnato il compito di costruire la grande cupola.



Come tutti i geni (e verrebbe da dire i "paranoici", senza con questo intendere un'offesa) Brunelleschi mal sopporta la collaborazione e in questo si riconosce in lui l'uomo medievale, in cui conoscenza e segreto spesso si confondono. Nelle cronache del Guasti si legge chiaramente come faccia allontanare il Ghiberti dalla fabbrica, dopo aver creato nel suo cantiere un'atmosfera di segretezza e chiusura che ne lascerà nascosti i segreti (in particolare la geometria e soprattutto il tracciamento) per secoli.

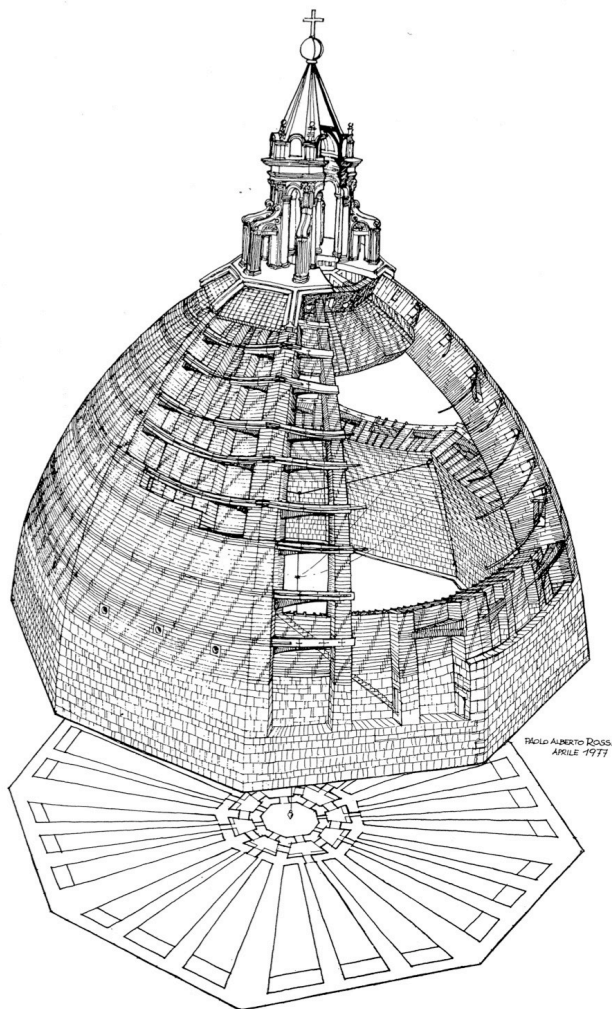


Figura 5.1.2. La struttura della cupola del Brunelleschi, spaccato assometrico nel disegno di P. A. Rossi

Brunelleschi – solo – crea quindi la sua cupola, adeguandosi alla geometria ottagonale del tamburo, unico vincolo imposto all'architetto per la sua creazione, oltre alla forma acuta. Se si considera la sua geometria si vede come un piano verticale passante per due spigoli opposti sezioni l'intradosso della cupola secondo un arco di cerchio con raggio pari a  $4/5$  della diagonale dell'ottagono di base, e quindi del diametro. Gli otto archi di cerchio definiti da ogni spigolo costituiscono gli spigoli di intradosso, e le vele che li congiungono sono superfici rigate, cilindri, generate da rette orizzontali parallele appoggiate ai due spigoli, ognuno diverso per posizione dell'asse e per orientamento.

L'ottagono di base in realtà non è regolare, e su questo Brunelleschi imposta le due calotte collegate tra loro da un sistema di 24 sproni (le nervature del Pantheon romano), otto dei quali sono angolari mentre gli altri 16 dividono ogni vela in tre parti. Gli spessori degli sproni mediani si rastremano regolarmente procedendo verso l'alto, fino a raggiungere lo spessore minimo di circa 40 cm, mentre quelli angolari sono spessi circa il doppio. Alla sommità della calotta il serraglio, anch'esso ottagonale, chiude la cupola.

Una componente che richiama la struttura romana di riferimento sono anche i 144 arconi orizzontali (18 per ogni vela) che rinforzano la calotta esterna unendola con gli sproni angolari.

Si dice che la muraglia della cupola sia ulteriormente rinforzata da tre coppie di catene di macigno, poste alla quota di spicco della cupola, poi a 10,5 m e infine a 21 m, ma solo la prima è stata possibile osservare direttamente; anche se sono testimoniate nelle disposizioni di cantiere del Brunelleschi recenti indagini con il metal detector non hanno dato riscontri in questo senso. Sembra quindi che il progettista voglia anticipare le soluzioni della commissione di fine Seicento, quando decide di mettere in opera una catena di legno con tronchi disposti secondo un poligono di 24 lati, e una catena di macigno in corrispondenza dei camminamenti interni e dell'imposta dove certamente

sono presenti elementi metallici a staffa che agli stessi macigni (“sprangati”), dessero continuità.

Forse una quarta catena era prevista alla sommità della cupola, nelle modifiche al programma di lavoro fatte dal progettista nel 1426, ma anche di questa non si è ancora provata l'effettiva presenza. La funzione statica di tutte queste catene si può oggi chiaramente interpretare, ma non doveva essere altrettanto nota al Brunelleschi, che ne leggeva l'efficacia nell'applicazione ai monumenti passati.

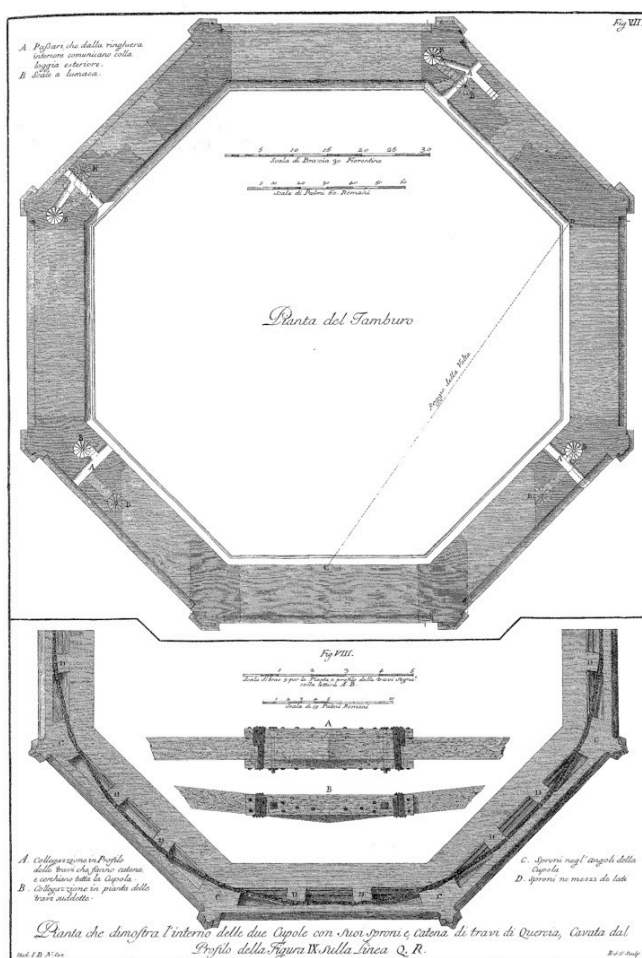


Figura 5.1.3. La catena lignea e quella di macigno nella descrizione Sansone Sgrilli, 1733<sup>xxix</sup>

La catena di legno progettata dal Brunelleschi aveva lo scopo di legare la struttura, determinando sempre più un comportamento omogeneo della cupola, approssimandosi, con i suoi 24 lati, ad un cerchio.<sup>xxx</sup>



Figura 5.1.4. La catena lignea visibile tra il primo e secondo camminamento<sup>xxx</sup>

Il peso della grande cupola è stato stimato in circa 30.000 tonnellate, alle quali si devono aggiungere i circa 8000 Kg della lanterna.<sup>xxxii</sup>

Quella del Brunelleschi è una cupola nervata, costruita da due cupole strettamente collaboranti, di cui quella interna ha uno spessore di 2,2 m e quella esterna misura 90 cm (almeno all'imposta), separate da un'intercapedine di circa 130 cm. Lo spessore complessivo, in questo modo (un terzo stratagemma del Brunelleschi) rimaneva uguale a quello del tamburo (circa 4,40 m) ma il peso ne risultava molto diminuito.

A guardare bene la sezione di ogni vela sembra poi di rintracciare un'anticipazione di quella muratura alleggerita moderna che nei tavelloni e nei mattoni forati, cinque secoli più tardi, trovava la sua esplicazione.

Per comprendere il comportamento strutturale della cupola, e la genesi delle fessure - fondamentale per affrontare lo studio dei dibattiti che hanno riguardato entrambe le

questioni - si deve considerare l'interazione della cupola con le strutture sottostanti, che ne costituiscono le condizioni al contorno.

Le semicupole che Brunelleschi aveva forse ripreso da Santa Sofia, insieme alle tribune, vennero completate nel 1420, attraverso la centinatura tradizionale, ed erano state aggiunte le tribune morte, quattro ulteriori semicupole, su disegno del Brunelleschi, sulla verticale dei quattro grandi pilastri, con la funzione di contrastare il peso e la spinta della cupola. Nel progetto originario non c'erano, come non c'era il tamburo e le due aggiunte sono tra loro strettamente connesse.

Il collegamento tra queste strutture e la cupola ha subito importanti lesioni per effetto delle spinte che erano chiamate a contrastare: le prime sono nella prima crociera collegate al distacco della facciata, quindi è il peso della cupola - che nel frattempo era arrivata a una notevole altezza - a creare le lesioni a 45° nella navata adiacente, ed in quell'occasione si decide di posizionare un sistema bidirezionale di catene nelle luci degli archi e delle volte, nella navata principale come anche in quelle laterali, la cui realizzazione è sempre opera del grande progettista.



Figura 5.1.5. Rappresentazione schematica del flusso degli sforzi nel tamburo.<sup>xxxiii</sup>

Il tamburo, che forse anticipava – al contrario di quello Michelangioloesco – le prescrizioni dimensionali seicentesche, e che forse di queste era stato il modello, costituiva, senza che Brunelleschi potesse averne intuizione, un'immensa trave-parete in muratura.<sup>xxxiv</sup> Anche senza complicate analisi statiche (a cui si deve aggiungere anche il contributo degli oculi a metà di ogni lato della grande trave) si intuisce che il peso della cupola, per l'organizzazione strutturale sottostante, viene scaricato sui lati del tamburo. Osservando il quadro fessurativo della cupola il problema è comprendere perchè, essendo la spinta della cupola (e il suo peso) uguale in tutte le direzioni, solo sui quattro lati che poggiano sui pilastri si siano sviluppate le fessure principali, di cui poi due sono evidentemente più ampie delle altre.

Abbiamo detto infatti che la cupola spinge in modo uguale su tutti i lati, ma sopra gli archi si determina una compressione che annulla le trazioni, mentre sopra i pilastri questo non succede. L'asimmetria di apertura nelle fessure che proprio su questi quattro lati poi si determinano è conseguenza delle condizioni al contorno, di vincolo, che vedono due di questi lati liberi di aprirsi, mentre i restanti due trovano il contrasto della navata al loro possibile movimento.

Questo era, grossomodo, il quadro strutturale e fessurativo che gli studiosi, matematici ed architetti, si trovavano davanti alla fine del Seicento. A cominciare il dibattito.

5.2. Viviani, le *colonnae scissae* e la lezione Galileiana.

“Io Vincenzo Viviani, imperitissimo in tutto, specialmente nell’Architettura Civile, stante la debolezza delle mie gambe e la mia grave età, [...] mi prometto [...] penetrar le cagioni di tali difetti e circa al proporsi gli adeguati rimedii, [...] dovervisi operare ad oggetto di impedir i progressi de’ mali.”<sup>xxxv</sup>

Vincenzo Viviani, *Lettera al Granduca*, 1694

Viviani aveva 72 anni quando, l’8 Gennaio del 1694, saliva per l’ennesima volta i gradini della cupola del Brunelleschi.<sup>xxxvi</sup> Doveva ricordarsi, mentre saliva, che l’aveva fatto 30 anni prima, anche se quella volta era per vedere i danni alla lanterna, e stavolta la faccenda era più delicata. Prima del sopralluogo si stava occupando, ormai da qualche anno, della quadratura sul piano geometrico di diversi tipi di volte, e nel 1692 aveva scritto un lavoro sui suoi studi teorici, in cui faceva riferimento anche alla cupola del Brunelleschi. I suoi interessi erano quindi prettamente speculativi e forse sapeva già, mentre saliva alla cupola, che si sarebbe trovato in una situazione difficile; ma ormai aveva detto di sì al Granduca. Il giorno dopo al sopralluogo, i cinque deputati della commissione granducale - Vincenzo Viviani, Giovanni Nelli, Guerrino Guerrini, Gian Battista Foggini e Filippo Sengher - decidevano di “*replicare le prove e gli esperimenti per stabilire se tali screpoli si dilatassero di vantaggio*”.

Proprio in questa occasione viene applicato un primitivo sistema di monitoraggio – non si sa se il più antico sulla cupola del Brunelleschi perché sono presenti molte spie di pietra - murando gli screpoli ad altezze diverse, con tasselli e cunei di marmo e bronzo, che valutassero il movimento delle fessure nel tempo. Come a preparare un moderno progetto di consolidamento, nella fase di raccolta di informazioni (necessaria

all'analisi di un monumento), si rivolgono poi a Paolo Falconieri, per avere la relazione che descriveva le conclusioni degli studi che gli architetti romani, capeggiati dal Fontana, avevano condotto sulla cupola di San Pietro.<sup>xxxvii</sup>

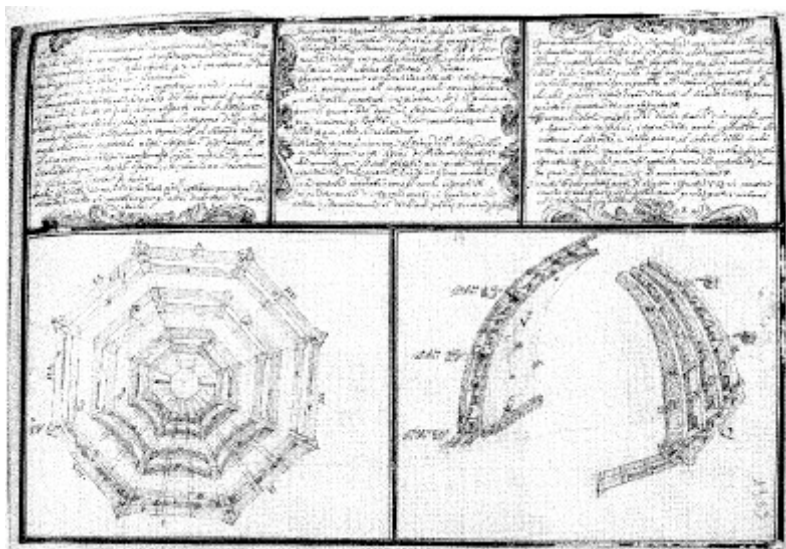


Figura 5.2.1. Relazione sulle crepe verificatesi nella Cupola, provveditore Pietro Guerrini, gennaio 1691<sup>cccxiii</sup>

Era stato lo stesso Viviani a scrivere all'amico romano una lunga lettera chiedendo alcune notizie sulla Cupola: com'era stata costruita, la natura e il numero degli screpoli e l'origine di questi difetti. Le domande riguardavano soprattutto le cerchiature che dovevano esserci, quasi sapesse già che proprio su quelle avrebbe dovuto concentrare i suoi futuri sforzi matematici, ma la risposta e il “*Discorso sopra la Cupola di S. Pietro*” arriveranno nello studio del Viviani solo un anno più tardi, alla fine di agosto del 1695, quando tutto è già stato deciso. Nell'aprile dello stesso anno infatti, i commissari erano tornati sulla cupola per controllare l'avanzamento degli screpoli. Forse perché la salita dei gradini era un po' faticosa, era stato Giovanni Nelli, il più giovane tra i commissari, a tornare più volte sulla cupola, e le sue conclusioni erano allarmanti: ad un anno dal loro posizionamento, tutti i tasselli si erano spostati, qualcuno si era addirittura rotto, e la cupola continuava a muoversi.





Figura 5.2.2. Rilievo di uno degli screpoli della Cupola da parte di Giovanni Nelli, 13 giugno 1690.

Così, il 5 maggio 1695, dopo poco più di un anno dall'ultimo sopralluogo, il 73enne Vincenzo Viviani saliva ancora una volta la cupola, insieme al resto della commissione e, questa volta, la decisione sulla sua stabilità doveva essere presa con urgenza, perché il 20 Giugno dello stesso anno, il Granduca delibera la soluzione dei suoi commissari: 4 ordini di catene avrebbero cerchiato la cupola<sup>xxxix</sup>.

Non era un'idea originale: alla fine del Seicento era ben noto come tutte le cupole fossero soggette ad un medesimo meccanismo di collasso secondo cui il peso della parte superiore determinava l'abbassamento del colmo e una spinta laterale alla base, che non poteva essere sopportata dalle strutture in muratura, non resistenti alle conseguenti azioni di trazione nel materiale. Si sapeva anche che nelle cupole più grandi questo stesso meccanismo poteva determinare l'apertura verso l'esterno e la caduta dell'intera fabbrica, e i testi dell'epoca proponevano tutti le catene come rimedio dell'errore.

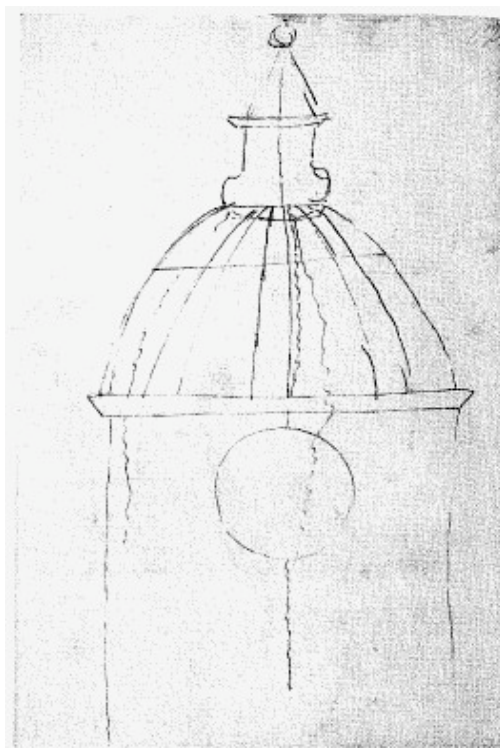


Figura 5.2.3. Schizzo di Vincenzo Viviani dei due settori lesionati della Cupola<sup>4</sup>.

Si deve qui ricordare un pezzo del dibattito su San Pietro, nelle parole di Filippo Baldinucci, impegnato a difendere il suo maestro, Gian Lorenzo Bernini, dall'accusa di avere minato la stabilità della grande fabbrica avendo aperto delle nicchie nei suoi enormi pilastri, per ricavar le *scale a lumaca*. A quel tempo si credeva che Bernini, proprio per rimediare ai suoi danni avesse disposto 2 catene intorno alla cupola, e Baldinucci, raccontando come fosse andata in realtà, getta una chiara luce sulla concezione dell'epoca sulle cupole: *“Non fu mai architetto per debole ch'ei fusse, che non sapesse, non esser possibile alzare un edificio di quel sesto e di quella grandezza senza armarlo in più luoghi delle sue catene, che furono appunto quelli di che fue in due luoghi armato questa gran cupola fino dalla sua edificazione. Ma c'è di più! Non è quello il primo precetto che diano i nostri artefici nella costruzione di simili edifizj, cioè di quelli fortificare con tali armature?”*<sup>4li</sup>

Quando propongono il loro rimedio agli screpoli, i commissari quindi sanno bene che quello è il modo più sicuro, perché, ancora una volta, giustificato dagli antichi<sup>xlii</sup>. *“E che diremo della nostra cupola di Firenze? Restò ella forse libera di questa disgrazia? No, perché fino dagli antichi tempi s’è veduto in essa qualche pelo”*. Anche nel libro del Fontana sul Vaticano si legge l’importanza delle catene<sup>xliii</sup>: allievo del Bernini, il Fontana, era considerato un grande esperto di cupole e del loro consolidamento e aveva inviato lui stesso al Granduca il suo libro, ben noto anche al Viviani. Appare chiaro quindi come, proprio sulla base dell’esperienza e della letteratura in materia, la commissione avesse deciso di armare la cupola con le catene, che erano ritenute indispensabili.

Si legge, nella soluzione dei commissari che *“il peso della parte superiore della cupola e della lanterna eccede la resistenza della base e del tamburo che vanno pertanto assistiti ed irrobustiti circondandoli appunto con catene di ferro”* anche se, nella relazione del 6 dicembre 1695, firmata da Viviani, Nelli, Guerrini, Foggini e Sengher, non sono indicate esplicitamente le cause degli screpoli.

Si dice quindi che una prima catena sarà interna, ad abbracciare i costoloni marmorei di collegamento con l’esterna, mentre la seconda e la terza saranno poste alla base della cupola nel canale dello scolo delle acque, e una quarta infine verrà posizionata intorno al tamburo: tutte le cerchiature vengono previste nel tamburo e alla base della cupola, a testimoniare che in quella zona evidentemente, secondo i commissari, si concentrava la debolezza della struttura.

Alla fine del 1695 tutto sembrava risolto, e la caduta della cupola scongiurata. Filippo Sengher aveva anche pensato ad una particolare soluzione costruttiva per stringere direttamente alla struttura muraria le catene<sup>xliv</sup>, e per Viviani è una “splendida invenzione”, che descrive in una lettera a Giovanni Nelli. *“Non è chi non intenda e non sappia, fra due catene di ferro applicate all’istessa forza, eguali in ogni circostanza, fuor che nella lunghezza, che la più corta riuscirà sempre più resistente della più lunga.”* È nella comprensione del principio galileiano che sta la grandezza dell’invenzione, che divide le progettate catene di 33 braccia ognuna in tre pezzi, riducendole a 10 braccia ciascuna, in questo

modo garantendone una maggiore resistenza. L'aderenza alla struttura agli angoli è poi assicurata attraverso “*un grosso e lungo ferro, in forma d'arpione, da impiombarsi nella muraglia e col capo rivolto in doppio, che abbranchi gli occhi e i paletti della medesima estremità, in modo che ve le stabilisca e le fermi*”.<sup>xlv</sup>

Proprio mentre ci si prepara all'intervento, arriva da Roma la lettera per Viviani con le risposte volute: Carlo Fontana ribadiva la necessità di cerchiare la cupola con catene di ferro, come unico vero strumento per fermare gli screpoli e, di più, per fermarne il moto, e con questo conferma, massimo esperto contemporaneo, il parere della commissione, sancendo l'avvallo dell'arte del costruire all'uso delle catene.

Poi però succede qualcosa. Il Granduca aveva ricevuto uno scritto anonimo che censurava l'operato della commissione e quindi anche la cerchiatura della cupola. Le “lettere cieche” di un “autore incognito” turbano il Viviani, che in realtà sa che a scrivere le *Opinioni intorno lo stato della Cupola del Duomo di Firenze*, della seconda metà del 1695,<sup>xlvi</sup> era stato Alessandro Cecchini. L'oscuro architetto spedisce le sue critiche al Granduca appena prima che la decisione di costruire le catene nella Cupola sia resa pubblica, mirando alla base del ragionamento. Secondo i presupposti del Cecchini, è assurdo considerare naturale la tendenza delle cupole a spingere in fuori, quando, al contrario, queste tenderebbero a collassare verso il loro centro per il loro peso (come tutti i corpi gravi) ed è quindi naturale che, partendo da un tale assunto, sembri un'assurdità proporre come rimedio delle catene che, come unico effetto, avrebbero quello di opporsi ad un movimento che proprio la cupola non fa: andare verso l'esterno.

Se la cupola non spinge verso l'esterno, gli screpoli per Cecchini devono avere un'altra causa e un piccolo cedimento fondazionale alla base dei pilastri che sorreggono la cupola sembra essere coerente col dissesto: i pilastri si sono un po' abbassati e lo sbilanciamento dei pesi, conseguente a questo movimento, ha creato gli screpoli<sup>xlvii</sup>. A conferma di questa ipotesi si aggiunge il fatto che gli screpoli non erano recenti, ma antichissimi, e potevano quindi ragionevolmente risalire alla prima fase di assestamento

della Fabbrica.

Fino a qui, nessuna novità rispetto alla classica polemica che opponeva due cause diverse, tipicamente la spinta ai cedimenti, per gli screpoli che si erano evidenziati più o meno in ogni grande fabbrica cupolata dell'antichità. Il discorso del Cecchini è però interessante perché si spinge oltre, ponendo per la prima volta la questione del dimensionamento delle catene: non solo infatti, l'inserzione delle catene è da rifiutarsi perché non c'è il movimento ipotizzato della commissione verso l'esterno, ma anche se ci fosse questo movimento, le catene all'esterno non servirebbero, perché il rimedio proposto infatti risulterebbe assolutamente inadeguato. Per spiegare questa sua teoria usa Galileo, e il suo attacco alla teoria proporzionale: *“Io per me non vedo che grossezza di una tanto eccedenti destinata a sostenere un peso disorbitante, possino ricevere da un sottilissimo ferro tanto di resistenza che voglia o frenare e impedire il creduto movimento”* Sottilissimo, perché tale sarà sempre in proporzione a questo grandissimo edificio<sup>xlviii</sup>.

Quello a cui allude il Cecchini è l'argomentazione all'inizio della *Seconda Giornata* dei *Discorsi* di Galileo, in cui lo scienziato pisano affermava che la resistenza di solidi simili diminuisce in modo inversamente proporzionale alle dimensioni in gioco. Il maestro del Viviani sembra proprio voler fornire un appiglio al suo oscuro oppositore quando dice: *“apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, ma la natura stessa, crescer le sue macchine a vastità immensa: si che impossibil sarebbe fabbricar navilii, palazzii o templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene di ferro, ed insomma le altre lor parti consistessero”*<sup>xlix</sup>. Per Viviani leggere la critica del Cecchini, doveva essere un colpo; soprattutto perché l'oscuro architetto aveva usato proprio le parole del suo maestro per giustificare le proprie critiche al matematico.

La provocazione del Cecchini, almeno sulle prime, sembra non provocare nulla, perché continuano i lavori alle catene.<sup>1</sup>

Ma i mediocri a volte sanno essere testardi, e così accade che il Cecchini, saputo dell'avvallo del Fontana alla relazione del Viviani, scrive (e puntualmente spedisce al Granduca) la sua seconda *Memoria*<sup>2</sup>, che sembra in tutto una risposta alla *Relazione* del

Fontana, come subito dichiarato dall'autore: “Nel tempo dell'antecedente mio ragionamento, intitolato *Opinioni*, non era pervenuta a mio notizia, l'opinione di quelli che tengono per indubitato che le crepature della medesima abbiano avuto origine, non da' fondamenti, ma sì bene da un tal forzamento che sopra vi fa il peso grande della Lanterna”.<sup>lii</sup> Il Fontana affermava infatti che “il peso eccessivo della Lanterna superiore, tutta composta di marmi massicci, il peso de'quali, ritrovando la Cupola povera di piede o di contrasto, di contrafforti e di catene, ne i dovuti luoghi, fa che per tutte le suddette cause franga e si dilati in crepature nelli due lati più deboli e disposti a rilassazione”.<sup>liii</sup>

Nel giugno 1696 il Cecchini ribadiva, con la stessa argomentazione, la propria convinzione che gli screpoli fossero conseguenza di un modesto cedimento delle fondazioni, peraltro concluso, e instillava un dubbio sull'opportunità di installare le catene, che con il loro peso e gli scassi nella cupola avrebbero alla fine rappresentato un danno per la cupola.<sup>liv</sup>

Anche se i lavori alle catene ancora non si fermano, il Cecchini era riuscito in una cosa: aveva messo in dubbio l'efficacia delle catene nel consolidamento delle cupole, e si poneva allora, per la prima volta, la questione di “dimostrare” ciò che fino ad allora era stato un rimedio certo, solo perché giustificato dall'esperienza. Involontariamente, il detrattore di Viviani – che del nuovo metodo galileiano era il successore – proprio usando Galileo (per quanto in modo sbagliato) aveva posto la questione scientifica.

Succede allora che, proprio non riuscendo a giustificare scientificamente (o matematicamente) l'efficacia del rimedio ipotizzato, molti membri dell'originaria commissione della cupola, modificchino il loro primo parere, fino addirittura a rinnegare l'uso delle catene, e proprio nei suoi *Discorsi di Architettura*, Clemente Nelli racconta che suo padre Giovanni aveva cambiato idea, con l'andare del tempo, sulla necessità di cerchiare la cupola, e si spinge oltre, raccontando che anche il Viviani era d'accordo con lui.<sup>lv</sup> Forse il Nelli era solo invecchiato nel frattempo (si invecchia presto a fare su e giù da una cupola), e il dibattito sulla stabilità della cupola e sull'uso delle catene si preparava al secolo successivo.<sup>lvi</sup>

Sembrava insomma, che il Cecchini avesse vinto, anche perché, in effetti, le catene

progettate e (come si vedrà) dimensionate dal Viviani, nella cupola di Santa Maria del Fiore non sono mai state messe, ma non è questo qui che interessa raccontare.

Quando aveva accettato di fare parte della commissione per la stabilità della cupola, Vincenzo Viviani era vecchio, e forse per questo non aveva voluto prendere troppo sul serio la questione, cercando piuttosto un compromesso tra quel che doveva fare (avendoglielo chiesto il Granduca) e ciò che aveva la voglia e la forza di affrontare.<sup>bvii</sup>

Appare evidente come quella prima volta che sali i gradini della cupola, il Viviani non intendesse sul serio approfondire la questione, ed ecco perché venne scelta così rapidamente la soluzione allora più accreditata di cerchiare la cupola, una volta stabilito – dopo l'installazione e l'osservazione del primitivo sistema di monitoraggio – che ancora si muoveva. Era andata così, e tranne i due sopralluoghi a cui era stato costretto a presenziare – per ordine del Granduca – Viviani si era tenuto in disparte dai lavori della commissione, limitandosi a firmarne la relazione finale.

La questione sembra coinvolgerlo direttamente solo dopo la comparsa del primo scritto di Alessandro Cecchini, quando capisce che la questione si stava complicando, e, soprattutto, poteva assumere un interesse matematico. Viviani infatti era un teorico e forse per questo, quando sottoscrive la prima relazione del 1695, - in cui Giovanni Nelli faceva derivare dal gran peso della parte superiore della cupola l'origine degli screpoli, e proponeva una cerchiatura con catene di ferro - lo fa cercando in ogni modo di sottolineare che lui, nella questione, aveva avuto un ruolo marginale; forse presagiva le critiche di una decisione presa più basandosi sulle esperienze del tempo (il buon senso comune) che su basi scientifiche (a cui lui era interessato).

*”Io Vincenzo Viviani, imperitissimo in tutto, specialmente nell'Architettura Civile, stante la debolezza delle mie gambe e la mia grave età, non ho potuto soddisfarmi per eseguire il benigno comando del Ser.mo G.D. nostro Sig.r Clem.o, ma mi prometto talmente dall'accuratissime osservazioni, esperienze e riscontri stati fatti e qui narrati dal Sig.r Gio. B.a Nelli, intorno agli antichi screpoli di questa Gran Cupola ... e tanta è la stima che mi convien fare de i purgati giudizi e saggi pareri del med.o Sig. Nelli e de gli altri Sig.ri esperitissimi Periti, eletti a ciò dal P.ron Ser.mo,*

*circa penetrar le cagioni di tali difetti e circa al proporsi gli adeguati rimedii, ch'io mi conosco tenuto a concorrer a quello e quanto unitamente concorderanno dovervisi operare ad oggetto di impedir i progressi de' mali.*<sup>lviii</sup>

La seconda volta, il Cecchini scrive proprio al Viviani, e sembra di vederlo, il solito messo Granducale, che sale gli scaloni della casa del Viviani e gli recapita la seconda missiva. Si legge nel manoscritto *“Alle lettere cieche, alle quali non si può dar risposta, si vuol farle dare alle voraci lingue del fuoco, massime quando elleno sieno scritte con la vana penna dell'altra, intinta nell'altra Sig.re”*.<sup>lix</sup>

Da qui in poi, il vecchio matematico decide di prendere posizione ed esprimere una volta per tutte “un suo parere” sulla questione della cupola e della proposta cerchiatura, per poter replicare in maniera convincente alle accuse infondate del Cecchini.<sup>lx</sup> Per farlo comincia dall'inizio, e quindi proprio dalle ipotesi del suo accusatore, con cui, facendo risalire la causa degli screpoli ai cedimenti fondazionali, sosteneva l'inutilità delle catene.

In un procedimento scientifico di confutazione dell'errore il Viviani vuole spingersi oltre, dimostrando come, anche ammettendo le ipotesi dell'architetto - le catene avrebbero svolto la loro funzione, non opponendosi direttamente allo sprofondamento dei pilastri, ma comunque contrastando l'ulteriore allargamento della volta causato da questo cedimento.

Dice infatti il Viviani *“[...] Si può forse rispondere che dette catene non impedirebbero già quel cedimento di sotto, ma ben si che i detti screpoli non si dilatassero più di quello che sono, [...] Onde l'aver messe le catene non sarebbe stato superfluo ed inutile, ma utilissimo e necessario e di somma quiete a quei che verranno, su l'esempio di quello che è seguito dopo essere state messe le catene alla Cupola di Roma, le quali hanno fatte fermar quegli screpoli che furono attribuiti all'aver ceduto in parte quei fondamenti”*.

Viviani si inventa il caso che prende ad esempio, e cioè gli ipotizzati cedimenti fondazionali alla cupola di Roma, ma il dato interessante è il suo scopo, che non è quello di identificare le cause degli screpoli (e questo ne differenzia la trattazione





Anche se non è lo scopo del suo ragionamento, scientificamente propone un esperimento per capire quale sia la causa delle lesioni<sup>lxiii</sup> *“per chiarirsi senza che possa darvisi eccezione e senza avervi davvero alcun dubbio se l’una o l’altra delle due parti rotte delle due facce dell’ottagono abbia moto all’ingiù e per cagione d’abbassare il fondamento a quello sottoposto, o se habbia all’infuori, per cagione della spinta del peso superiore.”*<sup>lxiv</sup>

Quello che doveva fare il Viviani era contestare l’argomento del Cecchini sulla sottigliezza delle catene rispetto alle dimensioni della grande fabbrica: anche se massicce, sarebbero sempre risultate sproporzionate rispetto alla spinta in fuori prodotta da una cupola di tale mole. Viviani forse non poteva sopportare che per sconfessare la sua perizia, Cecchini avesse usato proprio il suo maestro, quello di cui si riteneva il continuatore, citato *“tanto fuor di proposito dal vergognoso scrittore al proposito da lui discusso”* e per rispondergli quindi doveva anche lui usare Galileo (che secondo il Viviani aveva già spiegato tutto, a condizione che si fosse “capaci di intenderla”; e il Cecchini non lo era stato).

*“Che ogni minima resistenza basti ad impedire sul principio il progresso del moto, a detta rovina che lasciando continuarlo ne conseguirebbe a cagione che lo naturale spigner fa all’infuori lateralmente ed ogni intorno una volta di Cupola gravante sopra il suo tamburo, quel medesimo gran Galileo (tanto fuor di proposito dal vergognoso scrittore al proposito da lui discusso) a chiunque sia capace di applicarla ne arreca evidente la dimostrazione e incontrastabile in quella ultima sua mirabile speculazione posta nel 4° dialogo delle due nuove scienze della meccanica e de’ moti locali, nella quale ei prova che ogni minimo peso attaccato in mezzo ad una corda orizzontale senza peso è bastante a sollevar pesi immensi che sieno attaccati all’estremità delle parti della medesima corda, perpendicolarmente pendenti; cioè, che a queste due immense forze si può impedir il progresso del moto con piccolissima resistenza”*.<sup>lxv</sup> Nel suo paragone i “due immensi pesi” rappresentano la poderosa spinta esercitata sulla cupola dal peso superiore, mentre il “minimo peso” necessario a contrastare tale spinta è quello delle catene. Il Matematico del Granduca doveva provare *de resistentia solidorum*, e il paragone usato non bastava a dimostrarlo; i suoi sforzi, da qui in poi, sono tutti concentrati a calcolare la resistenza delle catene,

quantificandone, per la prima volta, la dimensione.

Nella nota iniziale di Viviani si legge “*Si ponderis A centrum gravitatis fuerit in A extremo vectis horizontalis AB, volubilis circa fulcrum B et sustineantur in hac positione a viribus positus in C, D, E trabentibus per funiculus AC, AD, AE iuxta ipsorum directiones et super AB sit semicirculum secans AD, AE, in F, G, iungatur BF, BG et perducantur ad H, C etc. Dico absolutas vires trabentes ex C,D,E esse ut rectae BA, BFH, BGC ecc, sutendentes rectum angulum BAC. Hinc minima virium est ea quae trahit per CA. Infinita vero, quae trahit per BA. Aequales autem quae trahunt per funiculo LA, DA, ineguale dissimiles angulos AC constituentes.*<sup>lxvi</sup>”

Viviani immagina un peso A che può girare intorno a B (fulcro), al quale è collegato, e questo peso viene sostenuto con delle cordicelle che operano una trazione secondo le direzioni indicate (AC, AD AG): lo scopo è trovare le proporzioni tra le trazioni esercitate dalle singole cordicelle e lo studioso conclude che la forza di trazione è minima lungo la direzione CA, mentre diventa infinita in direzione BA. Le forze lungo LA e DA, sono diverse ma determinabili, e la conclusione a cui si arriva tramite queste relazioni trigonometriche è che le diverse trazioni stanno tra loro nello stesso rapporto delle perpendicolari che dal fulcro si conducono alle cordicelle, indicanti le direzioni di trazione.

Partendo da questa conclusione, della nota del Viviani, si può esaminare il *Theorema*<sup>lxvii</sup> secondo cui,<sup>lxviii</sup> in una pagina piena di schemi e figure poco comprensibili, si stabilisce l'esatta proporzione esistente tra il peso verticale e la trazione orizzontale necessaria a sostenerlo, per semplicità anch'essa concepita come peso. Il matematico riduce tutto a rapporti trigonometrici tra gli angoli di elevazione, e se si guarda la figura che il Viviani stesso disegna a lato del suo teorema, si ricava che la leva AB, con fulcro in A e peso applicato in B, esplica un momento “assoluto” in B, dove il peso tende a pendere verticalmente e, necessitando in questa posizione una trazione orizzontale infinita; se però il peso B si alza fino in C, il suo momento non sarà più totale, o assoluto, ma parziale, lungo la tangente CE. Per determinare la relazione tra questi due momenti, corrispondenti a posizioni diverse, si rifà alla legge stabilita da Galileo nelle *Mecaniche*, e

trova che il momento totale in B sta al momento parziale in C, come CE sta a CD (e cioè, come l'inclinata sta alla perpendicolare nel triangolo CDE). Allo stesso modo applicando un peso G in F, che eserciti la propria trazione lungo la linea ECF fino ad equilibrare il peso B in C, si può confrontare il momento totale in G con quello totale di B in B, scoprendo che anche questi stanno nella stessa relazione di CD e CE. Ogni posizione scelta per il peso B, corrisponde ad una relazione con i dati di partenza, e attraverso queste relazioni, Viviani arriva a stabilire, dalla proporzione tra il momento totale di G e momento totale di B in B, il rapporto tra il momento totale di B (peso da sostenere) ed il momento totale di L (trazione necessaria), determinato come AC:CS, dove AC è il seno totale dell'angolo  $\hat{C}AE$ , mentre CS è la tangente del suo complementare  $\hat{C}AS$ .

Il rapporto tra peso assoluto da sostenere e trazione orizzontale necessaria a sostenerlo (per semplicità considerata come peso), può essere trovato attraverso relazioni trigonometriche dell'angolo di elevazione del braccio della leva rispetto al piano dell'orizzonte e questo rapporto è determinato di volta in volta da un termine costante (raggio, o seno totale) e da uno variabile (la tangente dell'angolo complementare), e qui si comprende come il Viviani abbia sempre in mente un peso costante (quello che esercita la massima pressione verticale), al quale si oppone una forza, la trazione orizzontale necessaria per sostenerlo, che varia da 0 all'infinito, insieme alla posizione del peso stesso.

Al Viviani non resta che dimostrare di saper calcolare la tensione necessaria a spezzare le catene progettate, e lo fa procedendo con altri enunciati, presentati come relazioni equivalenti, quindi sempre capaci di esprimere i rapporti tra peso da sostenere e trazione orizzontale. Il suo secondo enunciato non è che una diretta conseguenza del suo primo teorema, in cui attraverso una semplice relazione tra triangoli simili arriva ad affermare che il rapporto tra P (peso assoluto) e R (trazione orizzontale) è sempre uguale al rapporto di sen e cos dell'angolo di elevazione.

È nel quarto enunciato, conseguente al suo teorema, che il Viviani introduce infine un

nuovo elemento “*Vel ut altitudo pendentis trabis ad huius projectionem*”, facendo riferimento ad una leva, che sulla sua estremità mobile abbia un peso equivalente a quello di una trave inclinata (*pendens*) rispetto all’orizzontale, e la cui altezza e proiezione corrispondono rispettivamente a  $\sin$  e  $\cos$  dell’angolo di elevazione. In questo procedimento, il *vectis* del primo enunciato si è nel frattempo trasformato in *travis*, ma è secondario, perché è il quinto enunciato ad introdurre i veri elementi di novità: “*Vel ut altitudo scissae columnae ad maximam scissurae amplitudinem, ita vis confringens columnam ad vim impediendam dilatationem*”.

Finalmente Viviani è approdato a Torricelli, e alle sue *columnae scissae*. Fino ad ora i suoi ragionamenti sembrano pure astrazioni trigonometriche, che poco hanno a vedere con il dimensionamento delle catene, ma come succede in un giallo, qualcosa aiuta a risolvere l’enigma, e a chiarirne i passaggi è Galluzzi che, nel suo articolo, collega i teoremi del Viviani alla lettera che Torricelli,<sup>lxix</sup> altro famoso allievo di Galileo, aveva indirizzato a Michelangelo Ricci, circa 50 anni prima.

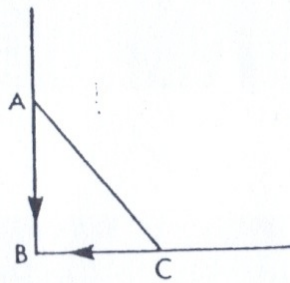


Figura 5.2.5. La stanga di Torricelli usata dal Viviani per la sua dimostrazione<sup>lxx</sup>

Solo leggendo questa lettera si riesce a capire il percorso matematico, prima oscuro, da *vectis*, a *travis* e infine a *columna scissa*. In questa lettera Torricelli informava Ricci di una propria speculazione meccanica “totalmente nuova”, che mirava a stabilire la relazione proporzionale tra i momenti delle «potenze» agenti, la prima in direzione verticale, la seconda in direzione orizzontale, sulla testa e alla base di una «stanga» AC, appoggiata

al muro AB e libera di scorrere sia lungo la AB, sia lungo la BC.

Questa stessa stanga era servita anni prima al Torricelli per la spinosa questione delle *"colonne fesse cerchiate con un sottil cerchio di ferro"*; sotto le Logge della Galleria degli Uffizi e nel cortile del Palazzo dei Medici, e nella mente del Viviani era ben chiara la speculazione del suo collega Torricelli<sup>lxxxii</sup> quando, affrontando il caso della «trave diritta»<sup>lxxxiii</sup>(AC) appoggiata ad un muro verticale, si proponeva di stabilire il rapporto proporzionale tra il peso della trave (gravante verticalmente sulla testa della trave, quindi lungo AB) e la spinta orizzontale della base della trave stessa (ungo la direzione CB). Il Torricelli era arrivato alla conclusione – dimostrata<sup>lxxxiii</sup> - che la pressione verticale (da A verso B) sta alla spinta orizzontale (da C verso B), come l'altezza della trave intera sta alla sua proiezione, ed é allora facile il passaggio da queste due grandezze ai corrispondenti seno e coseno, dell'angolo ACB (l'angolo di elevazione del Viviani).

La dimostrazione del Torricelli non era esatta, perché sbagliati erano i presupposti, secondo cui il peso della trave gravava in testa alla stessa e non nel suo baricentro, ma le analogie tra il discorso sopra le colonne fesse e il teorema del Viviani sono sorprendenti soprattutto per lo scopo delle loro dimostrazioni: anche il Torricelli infatti doveva dimostrare che *"un piccol cerchio di ferro che fascia una colonna fessa [quelle del Cortile del Palazzo de' Medici e sotto le Logge degli Orefici] [era] bastante a tener quella colonna che non c'apra e, per conseguenza, a regger quella macchina acciò non rovini"*<sup>lxxxiv</sup>. Lo scopo era simile.

Nella schematizzazione della figura, la fessura della colonna si può considerare come una trave AD appoggiata al muro AO, sulla quale, in testa (A) e verticalmente, gravi il peso di tutta la colonna, che quindi ne determina l'apertura. A questo movimento, innescato dal peso, si oppone la spinta orizzontale, quella che da D va verso O (a chiudere la fessura o almeno ad impedire che si allarghi ulteriormente), e, a questo punto del ragionamento, si inserisce la proporzionalità tra il momento del peso e il momento della resistenza orizzontale, rappresentato da AO/OD da cui *«si cava dunque*

che per tenere unite le colonne che non si aprino maggiormente ci vuole una forza, che al peso abbia la proporzione che ha il diametro della figura  $BD$  alla perpendicolare  $AC$ »<sup>lxxv</sup>.

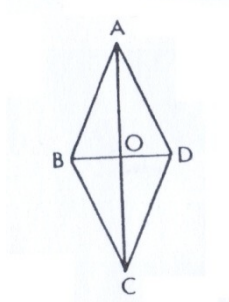


Figura 5.2.7. La fessura delle colonne fesse del Torricelli<sup>lxxvi</sup>

Toricelli, prima di Viviani, sembrava aver risposto al Cecchini, quando aveva spiegato che bastava *un sottile cerchio di ferro per riparare la colonna fessa*, a condizione che la fessura non fosse troppo larga<sup>lxxvii</sup> e in quest'ottica le equazioni trigonometriche del Viviani non sembrano più così astratte.<sup>lxxviii</sup> La fessura delle colonne del Torricelli diventa, nel suo teorema, lo screpolo della cupola, mentre il rapporto tra “*vis confringens columnam*” e “*vis sistens vel impediens scissuram*” si esprime attraverso espressioni trigonometriche, che ne semplificano il calcolo.

In un foglio del Manoscritto Galileiano 222 sono riportate una serie di funzioni trigonometriche associate ad angoli, e alcuni calcoli che il Viviani esegue partendo da un angolo di  $0^{\circ}12'$ . Di questo angolo, attraverso le tavole, calcola tangente, seno e coseno, e sottraendo il suo seno a quello totale, del raggio della cupola, trova il seno-verso (dove il seno-verso  $a = 1 - \cos a$ ). Dividendo poi il seno-retto di  $0^{\circ}12'$  per il suo seno-verso ottiene il risultato di 556, concludendo quindi che il rapporto trovato non è altro che la proporzione tra spinta verticale della cupola e la resistenza orizzontale che deve offrire la catena per fermarne il moto. Il Viviani sta applicando la teoria del Torricelli, considerando uno screpolo che forma, rispetto alla perpendicolare, un angolo di  $0^{\circ}12'$  appunto.<sup>lxxix</sup>

È la prima volta che un intervento di restauro strutturale si serve dell'interpretazione matematica della realtà fisica per poi tradursi in calcolo, fino a determinare la sezione delle catene che devono trattenere la spinta della cupola, ed è significativo che siano proprio i teoremi di Galileo e dei suoi allievi a porre per la prima volta la questione in maniera matematica. Il Viviani aveva trovato il modo di risolvere la questione della resistenza delle catene, potendo determinare il rapporto tra peso spingente e resistenza attraverso diverse espressioni, tutte equivalenti: come  $\text{sen}/\text{cos}$  dell'angolo di elevazione ( $89^\circ 48'$  quindi), oppure come  $\text{sen totale}/\text{tangente}$  di  $0^\circ 12'$ ; oppure ancora come  $\text{tangente di } 89^\circ 48'/\text{sen totale}$ .

Si vede come il Viviani intenda che il peso sta alla resistenza come EC:ED, e poco importa che questo rapporto non sia per niente riconducibile ai precedenti,<sup>lxxx</sup> e che i calcoli del matematico granducale siano sbagliati. Seguendo il suo ragionamento, così come dovrebbe essere con la correzione che introduce Galluzzi, si arriverebbe alla conclusione di una proporzione tra peso e resistenza di 286 a 1, mentre il risultato del Viviani è un po' più ottimista, quando lo fissa in 572 a 1.

La sua sezione di catena, per l'errore compiuto nel calcolo, risultava più piccola del necessario, ma capita a tutti di fare errori, anche ai Matematici del Granduca, soprattutto quando sono sotto pressione, e fermarsi su troppo a lungo non è elegante, perché qualcos'altro è più interessante sottolineare in tutto il ragionamento del Viviani.

Appena dopo aver diviso il  $\text{sen } 0^\circ 12'$  per il suo  $\text{sen}$  verso, conclude il suo ragionamento dicendo: *"dunque il moto orizzontale della base della trave o colonna, al moto perpendicolare della sua testa ha la proporzione di 556 a 1 (quando l'angolo che fa l'asse della colonna col perpendicolo è minuti 12); il che è l'istesso che dire che, per fermare il moto di spinta all'infuori, basterebbe che la resistenza allo strapparsi della catena, alla forza spingente stesse come 1 a 556; quando però l'angolo che fa l'asse della colonna col muro fusse di 1/5 di grado"*. Parla con le parole del Torricelli, quando riconduce tutto a una colonna e al suo muro, sancendo definitivamente il legame, scoperto dal Galluzzi, tra le colonne fesse degli Uffizi e gli screpoli della Gran



Cupola. Gli screpoli possono essere paragonati alle fessure delle colonne, e in questo modo risolti, perché comune è la causa: l'eccessivo peso sovrastante deve essere pareggiato da una spinta orizzontale.

Non si può ora sapere se l'angolo di  $0^{\circ} 12'$  usato dal Viviani per i suoi calcoli, fosse il risultato di un'osservazione sperimentale, ma erano state fatte ripetute ispezioni dalla commissione Granducale e certamente i commissari avevano stabilito altezza e massima lunghezza degli screpoli rilevati. Con l'aiuto di Torricelli e delle sue colonne fesse, Viviani sorregge la cupola e insieme la sua reputazione. Il suo scopo era dimostrare che le catene non erano inutili, e che al contrario, sarebbero servite a sostenere la spinta in fuori prodotta dal peso della Cupola, contenendo l'eventuale dilatazione degli screpoli, e lo fa opponendo a Cecchini proprio Galileo e la conoscenza delle leggi matematiche che governano la natura e quindi anche l'architettura.

Lo fa da matematico, ma sfrutta i concetti di Galileo.

Quasi certamente il Viviani aveva ben presente, dal punto di vista fisico, le differenze esistenti tra una colonna piena e una struttura a calotta, ma evita di sottolinearle nel suo ragionamento, che corre il rischio (forse proprio per questo) di sfociare nell'astrazione.

Chissà poi come andò. Se davvero, come racconta il figlio Clemente, Giovan Battista Nelli alla fine si era convinto delle opposizioni del Cecchini che la Cupola non era in pericolo e che le catene erano inutili, e chissà se di questo aveva convinto anche Vincenzo Viviani. Come sempre poi le teorie si scontrano con la realtà e non si riesce a stabilire il confine tra idea e realizzazione. Una cosa è certa: nei primi mesi del 1697, la fabbricazione delle grandiose catene per la Cupola si interrompe e quindi Viviani, con il suo Theorema, non aveva convinto il Granduca.

Aveva stabilito però, per la prima volta in modo certo e matematico; il loro dimensionamento.

Il 5 aprile del 1697 scrive una lettera amara al Marchese Salviati, che è insieme una

supplica e un colpo finale. Ancora, ribatte, quasi come un tel'avevotettoio *"d'altra parte non si dolga in pubblico di me, giacché mi son dichiarato sempre d'essere inetto a simili impieghi"* e si spinge oltre, dando la colpa di suoi eventuali sbagli ad altri *"non avendo robustezza di forze per seguire direttamente i problemi, spesso mi sono trovato nella necessità di dovermene star al poco amore o alla poca presunzione, o all'ingordigia d'altri, che bene spesso fanno perdere il denaro a chi spende e la reputazione a chi propone"*. Che avesse in mente Giovan Battista Nelli? La Cupola non è mai nominata apertamente, ma il suo è un ultimo, stanco tentativo, di scagionarsi dalle accuse del Cecchini e di tutta Firenze.

5.3. Gli altri dibattiti. Ipotesi sulla stabilità.

Tra gli studiosi che si sono occupati della cupola, prendendo parte al dibattito sui suoi screpoli e stabilità, non poteva mancare Giovanni Poleni, che nella sua trattazione del tempio vaticano, si era occupato parzialmente anche della cupola fiorentina, visitata proprio per esaminarne le lesioni.



Figura 5.3.1. Il rilievo della cupola secondo Leonardo Ximenes, 1757.

Nel XVII secolo è poi Leonardo Ximenes a condurre gli studi sulla cupola, occupandosi delle sue fessure per verificare se eventuali deformazioni potessero influire sull'accuratezza delle osservazioni astronomiche da lui condotte; il suo scopo

non era salvaguardare la cupola, almeno non quello finale: per lui la cupola era lo strumento delle sue osservazioni e come tale ne voleva verificare la stabilità. Ximenes stava usando lo gnomone di Paolo dal Pozzo Toscanelli per osservare il passaggio del sole al meridiano durante il solstizio d'estate,<sup>lxxxii</sup> e nelle sue accurate misurazioni rileva tredici fessure, che attribuisce – senza considerare la polemica del Viviani e le risposte al dibattito vaticano – a cedimenti differenziali dei pilastri, dei quali aveva notato una certa inclinazione. Secondo le sue misurazioni infatti sia la Cattedrale che il Campanile pendevano verso l'Arno. Confrontando i suoi rilievi del quadro fessurativo con quelli attuali si vede che solo due delle quattro lesioni principali oggi presenti, sono riportate, e precisamente quelle sulle mezzerie delle due vele 4 e 6 (a nord-est e sud-est). Evidentemente le lesioni nelle vele 2 e 8 si sono manifestate successivamente.

Anche lui nota il “trucco” del Brunelleschi, l'andamento a *corda blanda* dei letti di posa, che fino ad allora era poco noto.

C'è poi un terremoto, il 18 maggio del 1895, e Luigi del Moro, dopo una visita fatta alla cupola, scrive “*I forti cretti, che pure preesistevano, si sono resi visibili all'interno per la caduta delle stuccature; all'esterno invece si è avuto in corrispondenza di essi la sconnessione e la caduta di alcuni embrici*”; anche secondo l'architetto Austide Nardini Despotti Maspigotti, in quell'occasione aumentano le lesioni.

La cupola che aveva disegnato Giovanni Nelli alla fine del Seicento, per meglio illustrare le sue relazioni di commissario granducale, era un edificio inesistente, molto regolarizzato, che poco aveva a che vedere con la cupola reale, costruita per anelli successivi senza centinature; per reggersi in attesa della solidificazione delle malte, la cupola doveva in effetti essere molto regolare e quello che fa riflettere Sanpaolesi, a cinque secoli dalla sua costruzione, è l'irregolarità che scopre nella muratura camminando nei corridoi tra le due cupole.

Il mistero del metodo Brunelleschiano per voltare la cupola senza centinature stava per essere svelato, con la sua *corda blanda*, ma fino ad allora, almeno secondo Sanpaolesi, della grande cupola non si conosceva ancora l'esatta conformazione, né geometrica né

strutturale. *“L'occasione del convegno tenuto nel quinto centenario della chiusura della cupola di Santa Maria del Fiore nel 1936 mi offrì il destro di gettare un'occhiata sul problema della cupola e ne trassi l'esperienza che in generale era necessario darsi da fare per conoscere i singoli edifici che avevamo sotto gli occhi che per diretta esperienza erano tutti da studiare. Così, poiché nessuno dei convenuti al centenario della chiusura della Cupola di Santa Maria del Fiore aveva saputo dirmi come era fatta (e a me poco importava che fosse gotica o romanica o classica) mi feci un dovere di studiarla.”<sup>xcccii</sup>*

Proprio Sanpaolesi è il primo a tentare di ricostruire un'immagine reale della cupola, strutturale, riconoscendo come i rilievi precedenti non ne dessero un'immagine reale, e il suo punto di partenza è Josef Durm<sup>lxxxiii</sup>, e il suo rilievo costruito su quelli precedenti e falsati di Giovanni Nelli, che erano rimasti il riferimento per la figura della grande cupola fino almeno alla Commissione Nervi del 1941.

Una prima analisi statica della cupola era stata tentata da Barclay Parsons, che usava il procedimento grafico indicato da Schwedler (poi ripreso da Mainstone non più per via grafica ma analitica) proprio partendo dalle conclusioni di Durm, che sono sintetizzate in questa descrizione: *“A dome is built by a series of horizontal rings to any desired height, but with a continually decreasing radius. This rings, called crowns, are laid in successive layers. The tendency of each rings is, of course, to fall inward, but this tendency is resisted by the closing of the ring itself [...] Another view of the dome, showing the relation of the various members to each other (J. Durm after Sgrilli) is an isometric view of the interior with parts of the inner shell removed, permitting us to see the ribs, horizontal arches, outer shell galleries and chain.”*

Come aveva fatto Viviani secoli prima, anche Sanpaolesi sale alla cupola ispezionandone la muratura, e per primo nota i mattoni disposti in modo talmente anomalo da non trovare una giustificazione nell'ipotesi semplicistica di distribuzione casuale. Sanpaolesi non dà credito al Nelli ma non riesce a spiegarsi la disposizione non orizzontale dei conci e partendo da un presupposto teorico che negava l'evidenza dell'osservazione – dei conci a corda blanda appunto – ipotizza l'instabilità della cupola.

Dall'anno della grande attenzione sugli screpoli della Cupola, alla fine del 1600, il problema della stabilità non aveva smesso di essere centrale e una nuova commissione, guidata dall'ingegner Rodolfo Sabatini, era stata incaricata di valutare i danni della cupola. Di questa commissione fa parte anche Pier Luigi Nervi, insieme allo stesso Sanpaolesi, negli anni in cui si preferiva attribuire a Brunelleschi cognizioni scientifiche che non poteva possedere, piuttosto che ammettere che attraverso l'esempio e la pratica costruttiva, magari amplificata dall'intuizione geniale del suo architetto, avesse prodotto le soluzioni per la grande cupola.



*Figura 5.3.2. Le fessure nei mattoni per dritto della spinapesce*

L'obiettivo della commissione era principalmente stabilire se, dopo la formazione delle lesioni, la cupola avesse trovato un nuovo equilibrio stabile o se invece, essendo ancora attive le cause di fessurazione (che la commissione non si proponeva esplicitamente di individuare) lo stato della cupola fosse destinato ad aggravarsi. I commissari dovevano dare poi una risposta definitiva circa le possibili ulteriori cause di danno, come vibrazioni e variazioni termiche, specificando se queste contribuissero, e in quale misura, al dissesto e come fosse quindi possibile neutralizzarne gli effetti. Lo scopo principale era definire un piano di consolidamento della cupola, e per questo motivo

viene installato – come era stato fatto dalla prima commissione del 1694 - un sistema di monitoraggio permanente, per registrare le variazioni di apertura e chiusura delle lesioni. Dai risultati si evinceva un andamento non progressivo delle lesioni, di cui invece appariva chiaro il comportamento collegato alle variazioni termiche, stagionali e giornaliere (era la prima volta che si misurano le variazioni giornaliere delle lesioni).

Nervi descrive poi la cupola e dice che *“le lesioni sono andate via via aumentando fino a raggiungere l'attuale entità [...]. Una deficienza statica avrebbe quindi dovuto manifestarsi a costruzione appena ultimata [...] né ritengo si debba pensare a cedimenti fondazionali [...]. È evidente, quindi, che non si può spiegare la presenza di così imponenti e, quel che è peggio, progressive lesioni, se non attribuendole ad un fatto interno, dovuto ad una specie di vitalità dei muri e delle pietre, in qualche modo analoga alla vitalità delle piante e degli animali”*. È strano che due secoli dopo, proprio l'ingegnere razionalista Nervi, riporti alla memoria le descrizioni degli elementi come *corpi vivi* che era stata data dal Poleni quando conduceva i suoi esperimenti sul ferro e i macigni nel suo studio Padovano.<sup>lxxxiv</sup>

La commissione presieduta da Nervi comunque produce una relazione in cui compare un nuovo rilievo della cupola, nel quale per la prima volta vengono specificate le diverse lunghezze dei lati (prima dati per uguali) e in cui le nervature orizzontali vengono rappresentate, come già aveva fatto il Nelli, nel prospetto di una vela, disegnati ancora orizzontali, a perpetrare l'errore non di costruzione quanto piuttosto di interpretazione geometrica (ancora non compresa).

Dal rapporto finale della commissione, pubblicato nel 1939, la causa delle lesioni è individuata nelle variazioni termiche, escludendo quindi una volta per tutte i Cecchiniani cedimenti fondazionali, e forse proprio la natura delle cause individuate, ineliminabile perché fisiologica (si dice che la cupola “respira”) sembra assicurare la stabilità del monumento, di cui comunque si raccomanda il controllo. Oltre al Cecchini però viene negata anche l'ipotesi di danno del Viviani e del Fontana, ricadendo quindi nell'errore.

In realtà, il parere della commissione è ambiguo. Da una parte la commissione diceva che “*varie, se non ben determinate, sono state le cause iniziali della formazione delle prime lesioni, con probabile sfiancamento dell'anello ottagonale d'imposta della cupola ed esclusione di movimenti o parziali cedimenti delle fondazioni*”, attribuendo “*la causa principale e forse unica che ha prodotto ed insiste per produrre il continuo aggravarsi delle lesioni iniziali è dovuta a movimenti di carattere termico*”. Pier Luigi Nervi sembra invece scostarsi parzialmente dal resto della commissione, obiettando che se la causa delle lesioni, (primaria) fosse stata lo sfiancamento dell'anello di base, una volta che si fossero verificate le prime lesioni, queste avrebbero dovuto accelerare fino a determinare il crollo dell'intera cupola, e si sarebbero poi dovute manifestare immediatamente dopo la costruzione (e probabilmente quando oppone questo argomento, Nervi non si ricorda che queste in effetti si erano manifestate già prima del XVII secolo).<sup>lxxxv</sup> Comunque, quasi tre secoli dopo, è in parziale accordo con la commissione nel rendere giustizia al Viviani – pur non sapendolo - affermando che “*Non apparve alcun indizio che potesse far pensare a movimenti delle fondazioni o a parziali cedimenti di esse*”.

Sanpaolesi credeva di aver chiarito, “scoprendo” la spinapesce, il mistero del Brunelleschi (che in realtà era già noto ai suoi contemporanei, almeno nell'utilizzo della spinapesce) ma le incongruenze che lui nota nella disposizione dei mattoni lo portano a pensare che Brunelleschi avesse commesso qualche errore, trovandosi a dover correggere in corso d'opera il suo progetto costruttivo originale, e creando per questo – secondo Sanpaolesi - le anomalie che lui, cinque secoli più tardi, aveva riscontrato nella muratura. Allo studioso sfuggiva che le anomalie erano troppo regolari per essere liquidate come “irregolarità” costruttive piuttosto che come ragionate previsioni.

La questione della cupola insomma non era ancora stata risolta e l'invito della commissione Nervi-Sanpaolesi a controllare l'evoluzione del comportamento della cupola viene raccolto; nel 1950 viene istituita un'altra commissione, presieduta da Aristide Giannelli, che vede ancora la partecipazione di Pier Luigi Nervi.



Quando Rowland Mainstone analizza il quadro fessurativo della cupola sono passati altri 20 anni, e il suo rilievo del 1970 evidenzia tre fessure - e non quattro come le attuali (di cui comunque la quarta, quella a sud-ovest, è meno netta delle altre ed è un po' spostata, forse per questo non viene notata da Mainstone) - la cui causa per lo studioso è ancora da ricercarsi nelle variazioni termiche. La sua conclusione è che la cupola, dopo il propagarsi delle lesioni, ha comunque trovato un nuovo equilibrio. Non comprendendo però completamente il comportamento strutturale, lo studioso trova strano che le lesioni si siano sviluppate proprio nelle vele corrispondenti ai pilastri (e quindi alle strutture più rigide) e non in quelle sopra gli arconi (deboli), ma riconosce comunque agli oculi la funzione di accentuazione locale delle trazioni. Il ruolo della grande trave-parete del tamburo in relazione alle strutture sottostanti verrà chiarito solo dagli studi del gruppo fiorentino guidato da Andrea Chiarugi.

La commissione successiva è quella del 1975, guidata da Salvatore Di Pasquale che, preoccupato dal rilievo delle lesioni dal 1950, che mostrano un allargamento complessivo, insieme ad un'estensione in lunghezza, ne attribuisce una concausa alle vibrazioni prodotte dal traffico.

Quasi contemporanea è l a poco nota osservazione dell'idrologo Lino Borga, che studiando le falde della città, aveva individuato una corrente sotterranea proveniente dal torrente Mugone che scorreva verso sud-sudovest lungo via de' Servi, per svilupparsi proprio sotto la cattedrale, fino a sfociare in Arno. La sua scoperta sotterranea sembra dare giustificazione ai dubbi che erano emersi al primo dibattito, precedente la costruzione della cupola, nel 1384, in occasione degli scavi per la fondazione del pilastro sud-est che doveva sostenere il tamburo,<sup>lxxxvi</sup> e anche all'ipotesi di cedimento fondazionale che Leonardo Ximenes aveva sostenuto due secoli prima, quando aveva rilevato come cattedrale e campanile piegassero verso l'Arno, anche se non ebbe molta rilevanza. Quello che è interessante sottolineare è che più di due secoli dopo, in quello strano tempo circolare dell'errore che ritorna su se stesso, sembra che gli studiosi diano di nuovo ragione al Cecchini, mettendo i cedimenti fondazionali

all'origine del dissesto della grande cupola. Anche se è solo un'illusione (quasi una questione linguistica) perché non si parla, come aveva invece ipotizzato l'oscuro architetto, di cedimenti differenziali (pilastro sud-est) quanto piuttosto di una rotazione rigida, come quella misurata dallo Ximenes, dell'intero sistema cattedrale-campanile. Arriva quindi il 1977, e la celebrazione del centenario della nascita del Brunelleschi fornisce il pretesto per stimolare nuovi studi e dibattiti intorno alla cupola e viene deciso di procedere al restauro degli affreschi, che continuano fino al 1995, anno in cui il ponteggio metallico aereo viene smontato,<sup>lxxxvii</sup> e all'installazione di un grandioso sistema di monitoraggio inaugurato nel 1988.

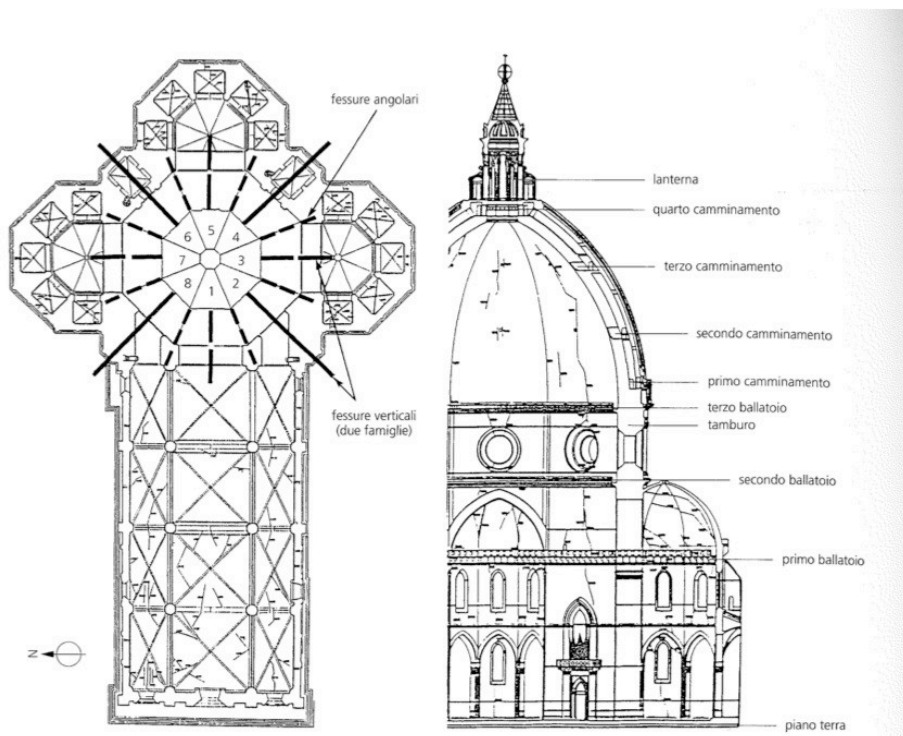


Figura 5.3.3 Stato lesionativo attuale della cupola, tratto dai quaderni dell'ISMES.

Dal 1984 al 1986 vengono rilevate le varie fessure della cupola e della complessiva cattedrale, il cui registro completo viene pubblicato, costituendo una preziosa

documentazione<sup>lxxxviii</sup>, e nuovo materiale su cui lavorare per la nuova commissione che viene istituita sotto la guida di Guglielmo De Angelis D'Ossat. Contemporaneamente, viene nominato un comitato per le strutture, presieduto da Carlo Cestelli Guidi, che intraprende gli studi della cupola in collaborazione con la Facoltà di Ingegneria di Firenze, sotto la guida di Andrea Chiarugi. Solo in quell'occasione vengono finalmente stabiliti, con la collaborazione del CRIS-ENEL diretto dall'Ing. Fanelli, i modelli agli elementi finiti della cupola, e insieme viene posizionato il più continuo sistema di monitoraggio mai installato su un monumento, che registra variazioni di apertura, di livelli e inclinazioni dal 1987 e che è tuttora in funzione.

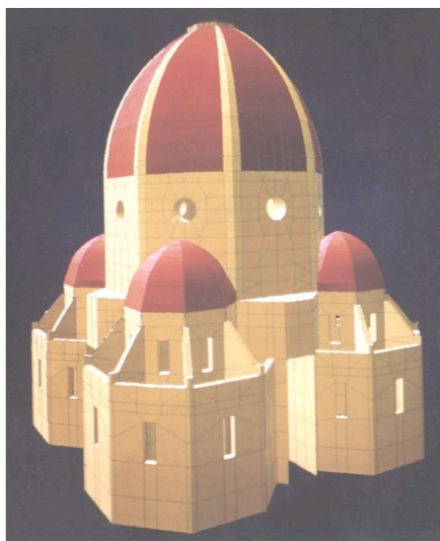


Figura 5.3.4 Modello agli elementi finiti della cupola (CRIS-ENEL. Chiarugi, Fanelli, Giuseppetti)

Solo con gli studi di Chiarugi e del suo gruppo di ricerca, si approntano quei modelli analitici che portano alla comprensione definitiva del quadro fessurativo della cupola, non solo in relazione alle quattro principali lesioni passanti, ma mettendo a sistema anche quelle secondarie, non passanti, all'intradosso della calotta interna (agli angoli e alla mezzeria delle vele non interessate dalle lesioni principali). Vengono considerati anche alcuni dissesti nel tamburo, sotto gli oculi, in corrispondenza dei vertici degli

arconi, e i distacchi per sforzi di taglio che si possono osservare tra le cupolette delle tribune e il tamburo stesso, e poi tra il tamburo e la navata principale, che sono originati dalla spinta della cupola, ma anche dal maggiore assestamento verticale dei pilastri rispetto alle tribune e alla navata, non sottoposte al grande peso della struttura sovrastante l'ottagono.

Le conclusioni di quella che si può considerare l'ultima commissione della cupola, ottenute non più per via empirico-sperimentale ma anche attraverso le analisi numeriche condotte, attribuiscono la causa delle lesioni principali a locali sforzi di trazione orizzontale che eccedono la resistenza a trazione della muratura, che è minima, e sono il prodotto della spinta esercitata dalla cupola sulle strutture del tamburo, sostenuto in maniera discontinua dai pilastri. La situazione complessiva è aggravata dalla presenza degli oculi, che determinano una concentrazione ulteriore degli sforzi.

Il modello numerico di Chiarugi e Fanelli mostra chiaramente che, una volta che si siano sviluppate le fessure principali passanti, quelle secondarie si rivelano necessarie al mutato equilibrio della struttura. Ma mostra anche come si debba escludere, alla fine, l'ipotesi di un'origine fondazionale del dissesto tra i quattro pilastri, e come le variazioni termiche stagionali (individuate invece come cause principali delle lesioni da Nervi e Sanpaolesi) si possano considerare come concause nell'estensione progressiva delle lesioni. Le conclusioni della commissione non sono, ad oggi, considerate definitive.

Al termine dell'analisi moderna il Cecchini viene sconfessato, escludendo definitivamente ogni origine fondazionale al dissesto (mentre si accettano come probabili i diversi assestamenti di ottagono e navata principale, che hanno prodotto i distacchi per taglio tra questa e il tamburo, così come per le semicupole laterali).

A richiamare quello che era già chiaro dall'esame statico della cupola di Santa Sofia, e dall'esame dei dati dei controlli effettuati nel passato, le lesioni hanno ancora una derivata positiva e inoltre il dissesto è accelerato da eventi traumatici come i sismi e i fulmini, che nel tempo hanno sicuramente aggravato in tempi brevi la situazione statica

della cupola. Le lesioni appaiono al momento non stabili, se pure con una velocità di progressione limitata (di circa 5 mm/secolo dalla costruzione ad oggi)<sup>lxxxix</sup> e, non mostrando allarme la stabilità in relazione all'azione statica del peso della cupola, restano da indagare le reazioni ad eventuali fenomeni sismici di alta intensità, che forse necessiterebbero, per essere scongiurati, l'inserimento di quelle catene previste dal Viviani e da lui difese contro i detrattori.

Sperando che il metodo scientifico finalmente vinca sulle credenze e il senso comune.

- i Per comprendere compiutamente e descrivere attraverso una formula matematica la forma della cupola del Brunelleschi, che ne progetta il tracciamento senza bisogno di riferimenti materiali centinati, ci vorrà il matematico Demore Quilghini, e si veda a questo proposito l'articolo D. Quilghini, A. Chiarugi, *Tracciamento della cupola del Brunelleschi. Muratori e geometria*, pubblicato in *Critica d'arte*, a cura di L. Ragghianti, Panini, Modena, Anno XLIX, n.3, ottobre-dicembre 1984.
- ii Paolo Rossi, *I filosofi e le macchine, 1400-1700*, Feltrinelli, Milano, 1962, che cita Pierre Francastel, *Lo spazio figurativo dal rinascimento al cubismo*, Einaudi, Torino, pp. 40,41.
- iii Si veda il paragrafo 2.3. *Prima che il dibattito abbia inizio. Gli archi e le cupole prima di Galileo*, a pag. 36 di questa stessa tesi.
- iv Brunelleschi conosceva, e lo si legge nelle piante e nelle sezioni dei suoi progetti, perfettamente le proporzioni antiche e la regola geometrica sottesa, anche nelle sue valenze filosofiche. In copertina della *Seconda Parte. Architetti “paranoici”* della presente tesi è riportato un disegno di Hubert Damish, che nel suo libro *L'origine de la perspective*, Flammarion, 1987, associa Brunelleschi a Masaccio per l'invenzione della prospettiva. Si veda la sua trattazione a pp. 91-99.
- v Nella traccia linguistica rimangono le prove di un passato contatto, come Arista per indicare la carne di maiale, o Vin santo per indicare il vino biondo (da Xantos). Esisteva poi a Firenze, all'epoca del Brunelleschi, una traduzione del Corano.
- vi Tratta da Ludovico Cardoli, detto il Cigoli, 1610 (Firenze, Gabinetto Disegni e Stampe degli Uffizi. 7980 Ar).
- vii P. Sanpaolesi, *Ipotesi sulle conoscenze matematiche statiche e meccaniche del Brunelleschi*, in Scritti vari di Storia, Restauro e critica dell'architettura, a cura della Facoltà di Architettura di Firenze, 1978, pp.57-71.
- viii Qualcuno ha azzardato una analogia tra il procedimento costruttivo della cupola e l'apparato teorico della prospettiva. David Hemmerich e Hubert Damisch parlano di *geometria costruttiva*, tecnica descritta dall'Alberti per la costruzione della cupola, anche di quelle *sphericam angularem*.
- ix Piero Sanpaolesi, *La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto, la costruzione*, Edam, Firenze, 1977
- x A. Manetti, *Vita di Filippo Brunelleschi*, a cura di C. Perrone, Roma, Salerno, 1992, p. 85.
- xi Tratto da C. Blasi, *Op. cit.*, p.6.
- xii Si veda più avanti il paragrafo 5.3. di questo stesso capitolo.
- xiii Fino agli studi di Rowland Mainstone, *Brunelleschi's dome*, The Architectural review, 162, 1977, si ipotizzava che per il tracciamento di ogni spigolo di intradosso della cupola si fosse materializzato, con tre corde, un triangolo isoscele che ruotando attorno alla sua base orizzontale con il suo vertice tracciava l'intradosso dello spigolo. Dopo gli ultimi studi condotti da A. Chiarugi, C. Blasi e Fanelli (per citare alcuni nomi del gruppo fiorentino che ha finalmente chiarito quello che ancora all'epoca dell'ultima commissione era chiamato il “mistero” della cupola) si è definitivamente scoperto – e lo si vedrà anche più avanti nella

trattazione – l'innovazione e la sapienza geometrica del Brunelleschi nel tracciamento della sua cupola. Per controllare poi la curvatura degli otto spigoli, pare che Brunelleschi abbia utilizzato otto sagome di legno, rinnovate periodicamente, probabilmente tenute ferme con un sistema di tiranti assicurati a ganci metallici che fuoriuscivano dalla muratura e che le spostavano progressivamente verso l'alto.

xiv Disegno di P.A.Rossi, 1977, tratto da C. Blasi, *Op. cit.*, p. 11.

xv Tratta da Carlo Blasi, *La cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze. L'esperienza dei maestri muratori di Ravenna*, Bollettino di informazione aziendale ACMAR, 12, dicembre 1983, p. 14.

xvi In questo senso sembra di trovare una spiegazione all'accusa che Gherardo da Prato aveva mosso allo stesso Brunelleschi nei primi anni della costruzione della cupola, di tradire l'impegno che si era assunto con il suo incarico, dal momento che "stranamente va facendo solamente un solo centro e ogni angolo na uno per se".

xvii Un filo era orizzontale tra i costoloni, un secondo tangente al piano di un primo costolone e il terzo tangente al piano dell'altro.

xviii Qui la fortuna di chi scrive é di aver potuto ascoltare direttamente, dalle parole del mio professore Carlo Blasi, il racconto dell'esperimento di costruzione in scala condotto da Chiarugi e Quilghini con i muratori dell'ACMAR.

xix A conferma del fatto che la straordinaria lezione Brunelleschiana non era stata compresa dai suoi contemporanei (e immediati successori) nella cupola dell'Umiltà di Pistoia la posa dei mattoni per letti piramidali permette solo di congiungere gli sproni intermedi e le vele, e quindi realizza un raccordo imperfetto con gli sproni angolari; per questo motivo le vele assumono un comportamento ad archi indipendenti, come se fossero semplicemente giustapposte nei margini laterali. Nel corso di questa ricerca infatti, è stato condotto uno studio delle fonti e del rilievo della cupola (e del cupolino) della chiesa dell'Umiltà di Pistoia, da cui sono emerse le differenze con quella di Santa Maria del Fiore. Al contrario di quest'ultima, a pochi anni dalla sua conclusione, la cupola ha subito mostrato la sua debolezza, tanto da rendere necessaria la sua cerchiatura immediata. Interessante che ad occuparsi della cupola vasariana, e dell'opportunità di cerchiarla, sia stato, tra gli altri, lo stesso Giovan Battista Nelli (1724) che si è occupato degli screpoli della cupola del Brunelleschi.

xx Tratto da G. Fanelli, M. Fanelli, *Op. cit.*, p. 188. Disegno di Paolo Alberto Rossi.

xxi La spinapesce sembra poi adattarsi specialmente alle cupole a sesto acuto. In una cupola a tutto sesto infatti la convergenza dei filari di mattoni della spinapesce si ridurrebbe a tal punto da rendere inefficace la sua azione di contenimento dei corsi di muratura fresca, mentre in una cupola a sesto acuto la convergenza mantiene un valore finito anche nelle parti finali della cupola. Nella cupola del Brunelleschi la massima inclinazione dei mattoni è di poco superiore a 60° mentre in una a tutto sesto, con la stessa base e stesso diametro per l'occhio della lanterna finale, sarebbe salita a 80°. in una cupola a sesto acuto il vertice del cono ideale a cui

appartengono i letti di posa varia continuamente progredendo verso l'alto, mentre in una cupola a tutto sesto rimane fisso al centro dell'ottagono di base.

xxii L'apparecchiatura muraria a spinapesce si trova nella cupola del Calcinaio a Cortona, e, con orientamento della spinapesce diverso rispetto a quello radiale di Santa Maria del Fiore, nella cupola della Sala d'armi della fortezza da Basso di Firenze; si trova poi nella cupola della Madonna del Sasso a Bibbiena, nella crociera di San Lorenzo a Firenze, nella calotta esterna di Santo Spirito a Firenze, nella crociera di San Sebastiano in Vallepiana a Siena e nella crociera di Santa Maria Nuova a Cortona.

xxiii L. B. Alberti, *De re aedificatoria*, a cura di Paolo Portoghesi, trad. di G. Orlandi, Milano, 1966, Libro III, cap. XIV, p. 244; anche se, ancora qui per armatura non si deve intendere quella necessaria a sostenere la cupola in fase costruttiva (da tutti i costruttori era noto come costruire una cupola senza centinata di sostegno) ma quella necessaria alla guida per il tracciamento.

xxiv Ibidem, Libro III, cap. XIV, p. 246.

xxv Tratto da C. Blasi, Op. cit., p.11.

xxvi Carlo Guasti, *La cupola di Santa Maria del Fiore*, Firenze, Barbera Bianchi, 1857, ristampa anastatica Forni, Bologna, 1974, p. 173.

xxvii Nell'affresco non compare il tamburo e i contrafforti, che sono invece nella navata.

xxviii Giorgio Vasari, *Le vite de' più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue insino ai tempi nostri*, nell'edizione di Lorenzo Torrentino, Firenze, 1550, a cura di L. Bellosi e A. Rossi, Einaudi, Torino, 1991, I, p. 285.

xxix *Descrizione e studi dell'insigne Fabbrica di Santa Maria del Fiore Metropolitana Fiorentina in varie carte intagliate da Bernardo Sansone Sgrilli architetto e dal medesimo dedicati all'Altezza Reale Gio. Gastone I Granduca di Toscana*, Firenze, 1733, tav. VII e VIII, tratta da Giovanni Fanelli e Michele Fanelli, *La cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura*, Mandragora, Firenze, 2004, p. 89.

xxx Si trova a circa 8 m sopra il piano di imposta della cupola ed è costituita da lunghi tratti di travi ricavati da grossi tronchi di castagno, collegati tra loro tramite “guance” in legno di quercia sovrapposte sopra e sotto la trave principale ai due estremi da unire e legate a questi da perni e fasciature in ferro. Visibile per gran parte del suo sviluppo, la catena attraverso l'intercapedine tra primo e secondo camminamento e all'interno della muratura è rinforzata da catene in ferro collegate alle travi lignee tramite occhielli, contribuendo alla rigidità della catena lignea.

xxxi Tratta da G. Fanelli, M. Fanelli, Op. cit., p. 183.

xxxii Si vedano gli articoli di Chiarugi raccolti nel volume Scritti scelti di Andrea Chiarugi, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze, edizioni Polistampa, Firenze, 2002, e le analisi statiche condotte dal suo gruppo di ricerca (tra i quali figurava il Prof. Carlo Blasi) e l'analisi riportata da Michele Fanelli nel volume citato.

xxxiii Ibidem, p. 185.



- xxxiv Il tamburo si estende tra la quota di sommità dei pilastri (28 m) fino alla quota d'imposta della cupola (52,5 m), il cui bordo superiore orizzontale sostiene tutto il peso della cupola mentre quello inferiore è appoggiato alternativamente a quattro arconi, di circa 17 m di luce, e a quattro pilastri (che sostengono anche le spinte degli arconi stessi).
- xxxv Manoscritto Galileiano 222, c. 125r.
- xxxvi Paolo Galluzzi, *Le colonne «fesse» degli Uffizi e gli «screpoli» della Cupola. Il contributo di Vincenzo Viviani al dibattito sulla stabilità della cupola del Brunelleschi. (1694-1697)*. Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, II, fasc. 1, 1977.
- xxxvii S.Samek Ludovici, *Vita di Gian Lorenzo Bernini scritta da Filippo Baldinucci*, Milano, 1948.
- xxxviii Nell'Archivio di Stato di Firenze si trova la relazione accompagnata da disegni del provveditore delle fortezze Pietro Guerrini, gennaio 1691, Miscellanea Medicea 366 II, cc 1352r, 1353r, 1354r. Guerrini ricorda qui che alcune fratture della cupola sono antiche, altre normali conseguenze di terremoti e fulmini e fa una relazione sullo stato delle catene di legno presenti.
- xxxix Cesare Guasti, p. 182.
- xl Tratto da Vincenzo Viviani, schizzo rappresentate due settori lesionati della Cupola, nella Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, Manoscritto Galileiano 222, c.112r).
- xli Filippo Baldinucci, *Vita del Cavaliere Gio. Lorenzo Bernino, scultore, architetto e pittore*, Firenze 1682; S.Samek Ludovici, *Vita di Gian Lorenzo Bernini scritta da Filippo Baldinucci*, Milano, 1948, p.167.
- xlii L'opera del Baldinucci doveva essere nota ai commissari, dato che scrive lui stesso al Nelli, parlando dello stato dell'Opera, e si cita il suo nome in un manoscritto che contiene le note del Viviani sull'affaire Cupola, *Manoscritto Galileiano 222*, Biblioteca Nazionale di Firenze.
- xliii Domenico Fontana, *Il tempio Vaticano e sua origine...descritto dal Cav. Carlo Fontana, Ministro deputato del famoso tempio, 1694, Roma*, p. 317.
- xliv Il Viviani, nel Manoscritto Galileiano 222 parla della magnifica invenzione di Filippo Sengher.
- xlvi *Manoscritto Galileiano 222*, cc.139r-140v.
- xlvii I due scritti del Cecchini sono stati pubblicati da Clemente Nelli nei *Discorsi di Architettura di Giovanni Battista Nelli*, Per gli Eredi Paperini, Firenze, 1753, pp.77-103, conservati in più copie alla Biblioteca di Firenze.
- xlviii Il Cecchini del resto non era nuovo a tali argomenti, avendoli già espressi nel suo *Discorso sopra i difetti e vizî delle fabbriche*, riferito, questa volta, alle cupole in generale.
- xlvi "quando ancora vi fusse un tal movimento, io dico che non sarebbe mai possibile con le catene di ferro impedirlo: conciossiachè, non vale il dire che quanto potrebbero operare le catene di ferro in quelle Cupole, che sono di poco ambito e di poca grossezza di muro, tanto siano per operare anco in questa, cresciute a proporzione; perché quando le grossezze eccedono notabilmente le proporzioni delle forze e delle resistenze, più non corrispondono: e chi non credesse a me questa proposizione, è in obbligo di crederla al Galileo. Ora, trattandosi qui di una circonferenza che è circa braccia 290 e di una grossezza di muro di braccia 7 e mezzo in

quella parte dove imposta sopra al Tamburo la Cupola, io per me non so comprendere che grossezze di mura tanto eccedenti destinate a sostenere un peso disorbitante, possino ricevere da un sottilissimo ferro tanto di resistenza che vaglia a frenare ed impedire il creduto movimento. Dissi sottilissimo ferro, perché tale sarà sempre quello che vi si potrà applicare, in proporzione di questo grandissimo edificio e della forza che egli esercita” in C.Nelli, *Op. cit.*, p. 88.

<sup>xlix</sup> Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida, 1638.

<sup>1</sup> Il Cecchini era riuscito ad instillare il dubbio nel Granduca, che approfitta della visita di Carlo Fontana a Firenze - per la consegna del disegno di Palazzo del Cardinale Panciatichi - lo invita a fare un sopralluogo alla cupola. Il 13 giugno 1696 così anche il Fontana sale i gradini della cupola e i suoi “ricordi” sono nella Relazione (mai pubblicata) conservata negli Archivi dell’Opera del Duomo, Domenico Fontana, *Relazione dell’ultimo accesso fatto sopra la Cupola di S. Maria del Fiore di Firenze dal Sig.e Francesco Fontana, Architetto di S. Santità, addì 13 giugno 1696*, inedita, conservata nella Biblioteca di Firenze e riportata anche nel Manoscritto Galileiano 222 (per mano del Viviani) e nel Codice Riccardiano 2141.

Per fortuna del Viviani, o forse piuttosto perché le cose stavano proprio così, il Fontana aveva confermato in ogni punto le ipotesi e le osservazioni fatte dei commissari. In più, diceva che gli screpoli della cupola dipendevano in parte (anche) dal peso della lanterna – eccessivo – che aveva determinato una spinta in fuori alla base della cupola: la conclusione del Fontana era quindi che le catene risultavano rimedio proporzionato e necessario.

<sup>li</sup> Alessandro Cecchini, *Che le crepature della Cupola del Duomo di Firenze non siano cagionate dal peso di sua lanterna; ma si bene dall’aver ceduto in qualche parte i suoi fondamenti*, riportato in C. Nelli, *Op. cit.*, pp. 91-103.

<sup>lii</sup> Ibidem, p. 91.

<sup>liii</sup> Manoscritto Galileiano 222, c. 110v.

<sup>liv</sup> Anche questo secondo intervento non riesce a fermare i lavori, almeno non immediatamente, perché in alcuni documenti legge che ancora tra la fine del 1696 e l’inizio del 1697 la Magona del Ferro stava procedendo alla fabbricazione delle catene, sui disegni del Sengher.

<sup>lv</sup> Pare infatti che nel frattempo, il Granduca avesse ordinato al Nelli di fare un altro accesso alla cupola e, al suo ritorno, la relazione del commissario, contraddiceva la precedente. Racconta il figlio del padre che “*in questo nuovo suo ragionamento fece vedere che alle cupole erano inutili le cerchiature in ferro, e che gli screpoli che avea fatti la nostra Cupola non provenivano dalla forza di spingere ella medesima lateralmente, ma bensì da una piccola cessione de’ fondamenti*”. Si veda C.Nelli, *Op. cit.*, p. 14. Di questa Relazione di Giovanni Nelli non rimane traccia, se non nelle parole del figlio, anche se certamente il dibattito aveva proseguito e silenziosamente si era spento, senza un’ufficiale ritrattazione da parte della commissione, ma anche senza concludere i lavori alle cerchiature (che in effetti non furono mai posizionate sulla cupola). Si veda *Discorso di Bartolomeo Vanni sopra*

la stabilità della Cupola di Santa Maria del Fiore, Codice Riccardiano 2141, negli anni venti del XVIII secolo.

lvi Viviani, alla fine della sua vita, non avrebbe mai firmato una dichiarazione di inettitudine, come quella in cui avesse dovuto ritrattare quello che aveva detto solo un anno prima e mai la firmò, pur decidendo probabilmente, d'accordo con il suo allievo Giovanni Nelli, di fermare la fabbricazione delle catene. Rimaneva solo da giustificarlo al Granduca senza perdere completamente la reputazione e senza ammetter quindi che si erano sbagliati: dai risultati dell'ultimo sopralluogo era emerso che i tasselli e i cunei inseriti non si erano mossi, quindi che gli screpoli si erano fermati, e con essi, la cupola.

Si ricordano i contributi, citati nel paragrafo precedente, di Giovanni Poleni, *Memorie storiche...*, libro II, Bartolomeo Vanni, *Op. cit.*, e Leonardo Ximenes *Del vecchio e del nuovo gnomone Fiorentino...*, Firenze, Stamperia imperiale, 1758, Libro II, capp. V e VI, pp.141-173.

lvii Per capire fino a che punto si fosse impegnato in questa questione si possono leggere una serie di note, appunti e schemi che si ritrovano nel *Manoscritto Galileiano 222*, individuati e studiati da Paolo Galluzzi, *Op. cit.*, *Discepoli di Galileo*, Tomo CXII. *Vincenzo Viviani. Parte 3° Meccanica dei solidi: Relazioni di Fabbriche*, vol.8. carte comprese tra la 107v e la 146v.

lviii Manoscritto Galileiano 222, c. 125r.

lix Manoscritto Galileiano 222, c. 110v.

lx I calcoli riportati nel manoscritto galileiano hanno un destinatario preciso, proprio il Cecchini, il cui nome è riportato a lato degli schizzi del Viviani, Manoscritto Galileiano 222, c. 119v.

lxi Quella del Viviani si può leggere anche come un tentativo di difesa del primo parere della commissione, e quindi del suo operato. Quando decide di dimostrarne l'efficacia, la Magona del ferro sta già lavorando alla prima delle quattro catene proposte e non poteva ammettere, dopo aver fatto spendere il denaro del Granduca, che la loro costruzione era stata inutile.

lxii Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, Manoscritto Galileiano 222. c.120r. Il testo propone il metodo su come distinguere la causa degli screpoli.

lxiii L'esperimento che propone è descritto nelle sue *Diligenze da farsi di nuovo intorno agli screpoli maggiori della Cupola* e risulta piuttosto macchinoso ma è interpretato dal P. Galluzzi, *Op. cit.*, p. 89.

lxiv L'esperimento di fatto considera due rettangoli uguali, uno sulla faccia interna della cupola esterna e uno sulla faccia esterna della cupola interna, sullo “screpolo”. Quello che propone il Viviani, una volta segnati sui rettangoli dei punti fissi, è di monitorarne il movimento (*Là a poi, di mese in mese, si vada a fare la ricognizione di tali distanze prese, che se non si troverà mutatione alcuna, si potrà affermar che né meno in tali screpoli ella sia seguita*) e l'aumento delle distanze prese in croce sarebbe stato indice della spinta del carico superiore, mentre l'aumento delle distanze dirette avrebbe documentato il cedimento delle fondamenta. Si veda P. Galluzzi, *Op. cit.*, p. 89.

lxv *Manoscritto Galileiano 222*, c. 122r.

- lxvi *Manoscritto Galileiano 222, c. 118v.*
- lxvii *Ibidem.*
- lxviii “Mensura vectis est perpendicularum ductum ex fulcro super rectam directionem iuxta quam fit tractio Theorema Ut sinus totus ad tangentem complementi elevationis, ita absolutum pondus substinendum ad absolutum pondus substinens seu trahens per directionem horizontalem. Vel ut sinus anguli elevationis ad sinum anguli complementi. Vel ut tangens anguli elevationis ad sinum totum. Vel ut altitudo pendenti strabis ad huius projectionem. Vel, ut altitudo scissae columnae ad maximam scisuurae amplitudinem, ita vis confringes columnam ad vim esistente scissuram vel impediendam dilatationem. Momentum totale ponderis B in B ad parziale eiusdem B in C per tangentem per directionem ECF, ergo, totale B ad totale G est quoque ut CE ad CD, vel parziale ponderis [B] in C, sed totale G, trahens per CF, ad totale L, trahens per CH, est ut AH perpendicularum ex fulcro A super CH, ad AC, perpendicularum ex fulcro A super CH, ad AC....vel ut sinus totus ad tangentem anguli complementi ... in simili bus triangulis rectangulis ACE, AKB est AE ad CD ut AB ad KM. Ergo momentum totale ponderis B in B ad totale ponderis L trahentis per HC, atque aequilibrantis pondus B appensi in extremitate horizontalis vectis AB, cuius sit fulcrum A, est ut AB ad KM (vel ut IA ad NO in triangulo rectangulo ANI, aequali et simili ipsi BKA inscripto semicircolo INA aequali ipsi AKB). Vel ut dimidium ipsum AB, sive ut PB, sinus totus ad dimidium ipsum KM, qui est sinus rectus anguli BPK, dupli anguli BAC elevationis plani AC”, *Ibidem, c. 118v.*
- lxix Viene scoperta, questa lettera e il collegamento tra Torricelli e il Viviani, da Paolo Galluzzi, riportata chiaramente nell'*Op. Cit.*, p. 94 e seguenti.
- lxx *Tratta da P. Galluzzi, Op. cit., p. 95.*
- lxxi La lettera del Torricelli è scritta frettolosamente e al tempo del Viviani il gruppo di proposizioni che poi ne rende evidente la dimostrazione, oggi note come *De motu ac momentis varia*, era ancora inedito. Il titolo alla raccolta di proposizioni del Torricelli è stato scelto dallo stesso Viviani, quando ne prepara la stesura latina per darla alle stampe, in seguito a un preciso testamento del Torricelli stesso che aveva lasciato al suo amico Viviani tutti i suoi scritti. La stesura di queste proposizioni si trova nel *Manoscritto Galileiano 147*, e anche nei volumi G. Loria e G. Vassura, *Opere di Torricelli*, G. Montanari, Faenza, 1919, vol.II, pp. 243-246.
- lxxii G. Loria e G. Vassura, *Op. cit.*, Propositio XVI
- lxxiii *Ibidem*, pp. 243-245.
- lxxiv *Ibidem*, p. 246.
- lxxv G. Loria e G. Vassura, *Op. cit.*, p. 246.
- lxxvi *Tratta da P. Galluzzi, Op. cit.*, p. 96.
- lxxvii La lunghezza della fessura, nel disegno, così come nella realtà delle colonne cerchiate, eccede di gran lunga la larghezza: quindi basta una potenza orizzontale molto più piccola del peso a contrastarne l'apertura; anche quella che può esercitare un sottile cerchio di ferro.

- lxxviii Torricelli in realtà aveva pensato al Ricci, quando in punto di morte aveva chiesto che le sue proposizioni fossero rese pubbliche e riordinate in modo da poter essere pubblicate. Ma il Ricci, non si sa se mosso da una sottile invidia che lo aveva accompagnato tutta la vita, o dalla voglia di tenere per se le scoperte del Torricelli, aveva rifiutato di farlo. Così Ludovico Serenai, esecutore testamentario, aveva affidato al Viviani il compito di preparare l'edizione delle speculazioni dello scienziato faentino; cosa che al Viviani non riuscì mai (anche lui morì, pur avendoci lavorato tutta la vita, prima di finire). Comunque sia andata, e qualunque fosse la volontà del Torricelli, le sue idee e le sue dimostrazioni erano finite in parte nella testa del Viviani e, di più, nel suo manoscritto per dimostrare la sua innocenza nella spinosa questione della Cupola e dei suoi screpoli.
- lxxix Tale angolo è determinabile unendo il vertice dello screpolo con l'estremità del suo massimo segmento orizzontale.
- lxxx Galluzzi, nella sua trattazione, si accorge che il Viviani, Matematico del Granduca, ha sbagliato, e cerca di capire come abbia fatto a cadere in questo errore. Fa anche qualche ipotesi, tentando di giustificarne e ricostruirne il ragionamento. A pag. 98 dice, in nota, che probabilmente il Viviani ha ragionato così: quando lo screpolo forma colla perpendicolare un angolo di  $0^{\circ}12'$ , l'angolo di elevazione sarà  $90^{\circ} - 0^{\circ}12'$  e dunque  $89^{\circ}48'$ , e quindi l'angolo CAB (considerando AB la orizzontale e C l'estremo dello screpolo). Ora, il rapporto tra peso e resistenza P/R è, per il Theorema del Viviani, uguale a  $\text{sen}/\text{cos}$  di tale angolo, che è anche uguale a  $\text{cos}/\text{sen}$  di  $0^{\circ}12'$ . Se quindi in figura si unisce D con C (dove D è invece l'estremo in verticale) si forma un triangolo DCE (dove E è la proiezione di C sulla verticale appunto) il cui angolo DCE sarà uguale a  $0^{\circ}12'$  solo se DC si rivela essere la tangente del cerchio che passa per il punto C con centro in A. questa condizione si verifica nel caso limite in cui l'angolo CAE, che sottende l'arco DC sia piccolissimo. Se quindi DC è la tangente per C, l'angolo DCA sarà retto e quindi  $90^{\circ}$ , ma noi sappiamo che l'angolo ECA, complementare di  $0^{\circ}12'$  è ANCORA  $89^{\circ}48'$ , quindi DCE risulterà ancora uguale a  $0^{\circ}12'$ . In questo caso quindi si avrà che  $\text{sen}/\text{sen}$  retto dell'angolo CAD ( $0^{\circ}12'$ ) è uguale a  $\text{cos}/\text{sen}$  dell'angolo DCE (anche quello  $0^{\circ}12'$ ) e ancora uguale a  $\text{sen}/\text{cos}$  dell'angolo di elevazione ( $89^{\circ}48'$ ), da Theorema del Viviani. Però il Viviani ha sbagliato non accorgendosi che l'angolo DCE non è  $0^{\circ}12'$ , ma  $0^{\circ}6'$  perché il triangolo DAC è isoscele (sia AD che AC) sono raggi e dunque gli angoli ADC e ACD sono entrambi  $89^{\circ}54'$ , essendo DAC  $0^{\circ}12'$ . Mentre ECA è rimasto  $89^{\circ}48'$ , essendo complementare di  $0^{\circ}12'$ . Ne deriva che DCE sarà  $0^{\circ}6'$ .
- lxxxi Leonardo Ximenes, *Del vecchio e del nuovo gnomone fiorentino*, Firenze, 1757.
- lxxxii Piero Sanpaolesi in *Filippo Brunelleschi: la sua opera e il suo tempo*, atti del convegno internazionale di studi che si è tenuto a Firenze, dal 16 al 22 ottobre 1977, 2 volumi, Centro Di, Firenze, 1980.
- lxxxiii Josef Durm, *Die Domkuppel in Florenz und die Kuppel der Peterskirche in Rom: zwei Grossconstructionen der italienische Renaissance*, Zeitschrift fur Bauwesen, 37, 1887.

- lxxxiv Si veda il paragrafo 4.3. *Poleni e la fisica sperimentale*, della presente tesi.
- lxxxv Si veda al proposito l'articolo di Carlo Blasi e Ario Ceccotti, *La cupola del Brunelleschi: indagine sullo stato fessurativo*, in *La cupola del Brunelleschi: il convegno di Ravenna*, atti del convegno, gennaio 1984, ACMAR.
- lxxxvi In quell'occasione si hanno notizie di affioramenti d'acqua che ritardarono i lavori dovendo essere drenati.
- lxxxvii Non è questo il luogo in cui presentare i risultati di una ricerca che si sta svolgendo, sotto la guida del Prof. Blasi, sull'analisi statistica dei dati di monitoraggio di Santa Maria del Fiore, di cui si sta svolgendo l'elaborazione attraverso un modello numerico e che contribuiranno a chiarire, nelle intenzioni della ricerca, il ruolo svolto anche dal ponteggio installato proprio in occasione del restauro degli affreschi (che avrebbe potuto in effetti funzionare come cerchiatura). I dati si sono potuti ottenere grazie alla gentile concessione dell'Opera del Duomo di Firenze e sui risultati dell'analisi svolta si produrrà presto una pubblicazione.
- lxxxviii *Catalogo dei plessi fessurativi della Cattedrale di Santa Maria del Fiore in Firenze*, a cura del Ministero per i Beni Culturali e Ambientali.
- lxxxix Si vedano gli articoli: Carlo Blasi e Ario Ceccotti, *La cupola del Brunelleschi: indagine sullo stato fessurativo*, in *La cupola del Brunelleschi: il convegno di Ravenna*, atti del convegno, gennaio 1984, ACMAR e la relazione sui dissesti riportata nel corrispondente capitolo del Manuale del Restauro architettonico, Mancosu Editore, 2001.

6. Soufflot, Rondelet e la sublime intuizione dei materiali

Succede che ci siano opere che rappresentano qualcosa di più di se stesse, e poco importa che siano architetture, sculture o opere pittoriche, perché in realtà sono già qualcos'altro. Il più delle volte sembrano racchiudere un'idea, e una di queste è il Panthéon di Parigi.

A fare la differenza in realtà sono le sue “*pietre*”, e l'intuizione dei materiali che cambierà la storia delle cupole, almeno di quelle in muratura che qui si vogliono raccontare.

E così, se lo si indaga sul piano filosofico e storico, ma anche – ed è quello che qui preme sottolineare – sul piano della conoscenza statica delle strutture, in particolare di quelle cupolate, si scopre qualcosa d'altro, a metà tra storia e dibattito scientifico.



Figura 6.1. Hilaire, *Transfert des cendres de Jean Jacques Rousseau au Panthéon*, 1794, coll. Privata Parigi

Il Panthéon di Parigi è il successo, e insieme la fine della cupola in muratura, perché da questo momento in poi, con la dichiarazione di Rondelet e con la sua trasformazione della muratura a pietra armata, le cupole risolvono il loro errore. A voler rintracciare un inizio, si può dire che dalla cupola del Panthéon in poi cominci l'epoca delle membrane, che nei nuovi materiali trova la propria applicazione e validazione. Ciò è vero non solo perché gli spessori delle cupole del Panthéon sono notevolmente inferiori a quelli delle cupole più antiche, ma soprattutto perché la resistenza anche a trazione, associata al piccolo spessore, identifica la struttura con quella di una “membrana”.



Figura 6.2. La navata del Panthéon di Parigi (fotografia di Caroline Rose)



Il progetto di Soufflot, con le sue strutture (eccessivamente) sottili è un successo perché il suo ideatore era un “paranoico” (o sarebbe meglio dire, un visionario) e la sua cupola rivoluzionaria, quasi fosse un paradigma della teoria che da qui sembra prendere l'avvio, diventa un pezzo del racconto dell'evoluzione della conoscenza strutturale. La questione risiede tutta nelle sue pietre, ma anche nella sua conformazione strutturale, unendo definitivamente linguaggio formale e tecnologico.

Il Panthéon francese di Jacques-Germain Soufflot, doveva risentire per forza delle osservate architetture classiche italiane<sup>i</sup> che, nei suoi soggiorni di studio aveva giudicato “pervicacemente antichizzanti”.<sup>ii</sup> È proprio il suo progetto monumentale per l'“Hotel Dien” di Lione - che all'osservazione dell'antico, per quanto pervicace, doveva qualcosa – che viene notato dal Re Luigi XV quando decide di assegnare al progettista una serie di incarichi prestigiosi.

A voler fissare un riferimento, la storia del Panthéon Francese sembra cominciare un po' prima, dalle immagini del tempio di Paestum così in contrasto con quelle delle cattedrali gotiche francesi; proprio dal contrasto tra le massicce colonne dell'uno e gli esili pilastri delle altre, sembra nascere l'idea di Soufflot, anche se non si può dire con certezza. Quello che con certezza invece si può affermare è che quando, il 12 aprile del 1741, legge a Lione (all'Accademia delle Belle Arti) la sua *Memoire sur l'Architecture gothique*, il progettista tenta di spiegare le sensazioni dello spettatore che entri in una cattedrale gotica o in una chiesa di tradizione classica, quasi a preparare chi, anni dopo, sarebbe entrato nel suo progetto per constatare la supremazia della leggerezza gotica sulla pesantezza della tradizione. Le sensazioni di cui parla dipendono dal rapporto, diametralmente opposto nei due stili, tra altezza e larghezza della navata centrale; secondo Soufflot il gotico era riuscito nell'impresa di dare una migliore risposta alla costruzione e ai suoi problemi proprio attraverso la leggerezza, e Brebion, alla sua morte, nel pieno delle polemiche che avevano investito la sua opera, chiarirà quelle che dovevano essere, già nel 1741, le intenzioni dell'architetto, e cioè “mettere insieme, in una delle più belle forme, la leggerezza della costruzione gotica, con la purezza e la magnificenza

dell'architettura greca?''' Ma cominciamo dall'inizio.

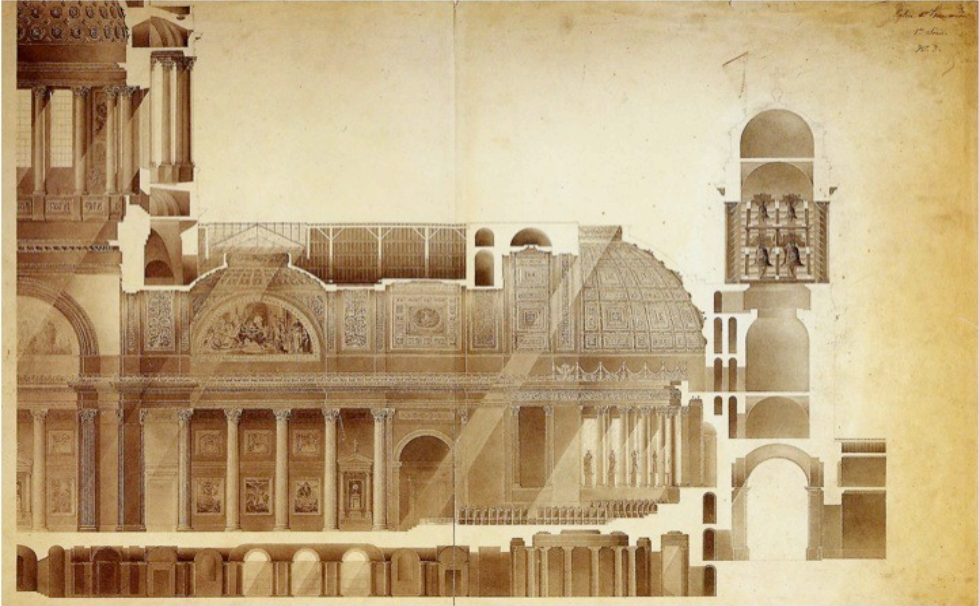


Figura 6.2. J.P.Baltard, copia di un progetto per la trasformazione di Sainte geneviève, 1823<sup>o</sup>.

Nel 1755 Soufflot viene incaricato di costruire una nuova e grande chiesa, dedicata alla protettrice di Parigi, Sainte-Geneviève, che doveva competere per grandiosità con San Pietro a Roma e Saint Paul a Londra, e il suo progetto doveva essere sembrato da subito all'altezza delle aspettative, perché nei suoi disegni – molti e diversi, prima di approdare a uno schema definitivo – proponeva una chiesa rivoluzionaria, che sembrava dover racchiudere in sé le idee teoriche di Perrault, e Laugier, insieme a quelle degli architetti che avevano frequentato l'Accademia di Francia a Roma, come Petitot.

L'effetto dato dalla combinazione di imponenti colonne isolate e lunghi architravi orizzontali, che non venivano interrotti da pilastri o paraste, doveva essere suggestivo, e il pronao inserito nell'ultima versione del 1757, dava all'edificio l'ultimo tocco di antichità, avvicinandolo definitivamente al Panthéon Romano.

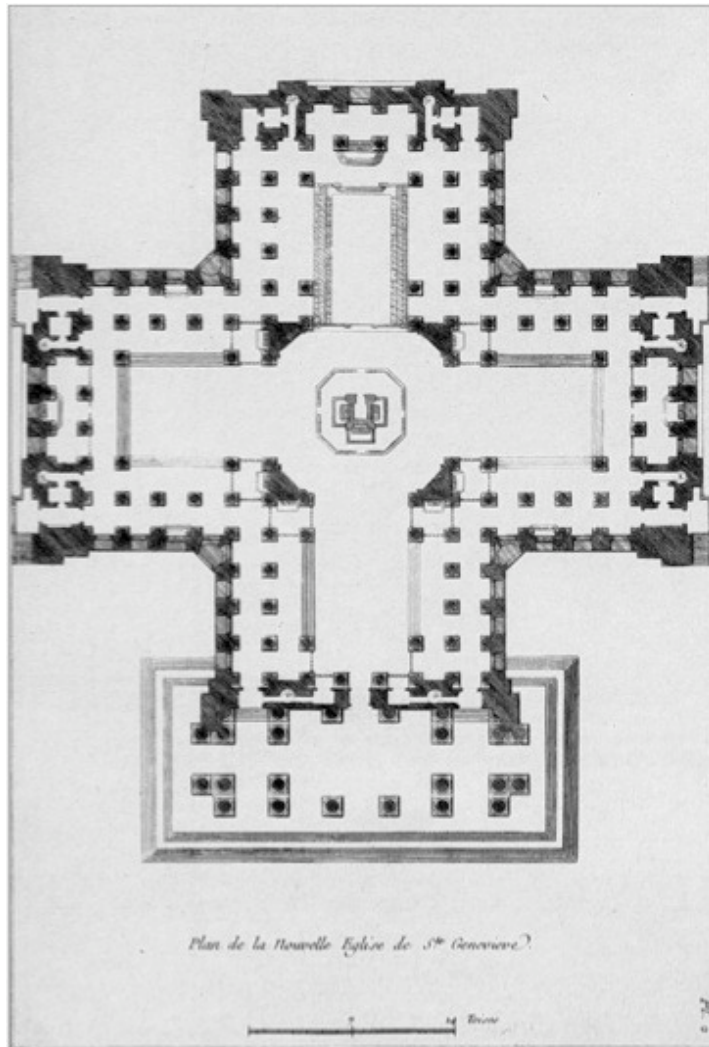


Figura 6.3. Soufflot, Plan de la nouvelle Église de Sainte Geneviève, Gravure, 1775

A fondere insieme la sapienza degli antichi, e quella tutta francese delle cattedrali gotiche, nell'idea di Soufflot la navata doveva aprirsi in numerose finestre che avrebbero illuminato la chiesa spezzando la luce attraverso i colonnati. In mezzo sarebbe poi esplosa la cupola, la cui leggerezza doveva immediatamente comprendersi

dalla sezione dei pilastri, disegnati dall'architetto parigino così sottili da scatenare, come si vedrà, un lungo dibattito sulla stabilità della fabbrica. Poco importava che fossero quattro esili pilastri a sostenere la cupola, che, nell'idea di Soufflot potevano anche non esistere, perché riteneva sufficienti le tre colonne contigue tra loro collegate che li componevano; sembravano sospendere la cupola – che doveva competere con le altre grandi fabbriche – traducendo in pratica l'apprezzamento quell'apprezzamento che Soufflot condivideva con Laugier, per l'architettura gotica, e nella combinazione di classico e barbaro, costituivano la rivoluzione del progetto.

Almeno nel disegno iniziale, e quindi prima di scontrarsi con i problemi strutturali che ne avrebbero determinato le modifiche nei dibattiti successivi, il progetto sembrava unire, con audacia, l'antico al moderno.<sup>vi</sup>

Guardandola ora, l'idea di Soufflot non appare in tutta la sua grandezza, viste le notevoli modifiche che l'hanno coinvolta - come i rinforzi ai pilastri del 1806, e la chiusura delle finestre laterali, realizzata da Rondelet nel 1791, proprio quando la progettata chiesa rivoluzionaria di Sainte Geneviève era stata secolarizzata e trasformata nel Panthéon.<sup>vii</sup> La rivoluzione di Soufflot stava nell'aver derogato - anche se forse non proprio consapevolmente, perché visionario - alle regole di costruzione degli antichi, mischiandole con le intuizioni gotiche e quindi con la loro snellezza; non si può dire con certezza che il passaggio da lui (e forse ancora di più da Rondelet) esercitato abbia segnato il superamento dell'antica “arte del costruire” per seguire la nascente “scienza delle costruzioni” che era stata inaugurata da Galileo più di un secolo prima. In realtà sembra che Soufflot piuttosto sia caduto nell'illusione di poter superare regole che funzionavano benissimo senza averle goticamente comprese; e qui stava il suo errore visionario.

Soufflot però aveva forse intuito, e qui sta la sua grandezza, che l'ingegno, e la previsione del comportamento strutturale, avrebbero potuto introdurre l'innovazione, quando dichiarò: *“Ce ne pourrait pas être, je l'avoue, sans déroger à nos règles et sans nous servir de quelques unes de celles goths. Je ne le voudrais pas risquer, mais une académie d'artistes comme celle*

*de Paris et Rome aurait, ce me semble, droit de faire dans les règles de l'art des changements qui, toute prévention à part, seraient utiles et nécessaires. D'habiles gens les ont établies, d'habiles gens assemblés pourraient les réformer.*"<sup>viii</sup> È chiaro quindi l'intento del progettista, quando dichiara che "senza voler imitare i gotici non potremmo creare chiese più leggere"; il suo atteggiamento è quello di chi conosce, perché li ha osservati e ammirati profondamente più che scientificamente compresi, gli edifici antichi e con essi le regole che ci stanno sotto, e che, lungi dal negarne i principi costruttivi, proprio di questi voglia prefigurare l'evoluzione.

Le sue *Memoires* sono un discorso programmatico e si tradurranno, nel 1761, nel libretto di cantiere della sua chiesa, in cui spiega la sua ammirazione per l'esempio gotico, e per le tribune associate agli archi rampanti, che contengono e ripartiscono le spinte delle volte, non più sui muri ma sui pilastri, riducendo il muro "a un nulla".

Chiamato a dare il suo parere sulla cupola di Sainte Genevieve, nel 1770, il celebre ingegnere Perronet, esprime la sua totale fiducia al progetto dicendo che "la magia di questi edifici [gotici] antichi è principalmente nell'averli costruiti a imitazione delle strutture animali, ed imitano talmente la natura" che sembrano dimostrare che "utilizzare un po' meno mestiere rende le opere più durature". Quando Soufflot decide di tradurre la leggerezza in pratica costruttiva quindi altri architetti dell'Accademia professavano al gotico una certa ammirazione, ma con argomenti sostanzialmente diversi, in virtù di un ritorno alla pura imitazione della "statica naturale" che non contemplava nemmeno quindi la nascente scienza del costruire - che all'imitazione preferiva la sperimentazione, meglio se confortata dal calcolo.

La grandezza di Rondelet - più di Soufflot, che comunque a questi aveva dato fiducia - e il motivo per cui si colloca insieme a Brunelleschi tra gli architetti "visionari" di questa trattazione, è l'aver compreso, senza possederne pienamente gli strumenti, che grazie all'impiego dei nuovi materiali (il ferro, che a fatica si ritagliava uno spazio nell'architettura<sup>ix</sup>) avrebbe potuto risolvere quell'errore insito nella struttura a cupola che aveva scelto per completare la sua fabbrica rivoluzionaria. Con il ferro avrebbe

contenuto, e risolto, la sua spinta, insieme a quella degli arconi che aveva progettato per sostenerla.

In realtà solo Rondelet esplicita questa convinzione, mentre Soufflot non lo scrive mai; fatto sta che la soluzione scelta da Soufflot funziona solo dopo l'intervento di Rondelet e qui si confondono i limiti tra i due personaggi e le diverse intuizioni. Soufflot disegna pilastri talmente snelli da scatenare le critiche di chi – basandosi solo sulla regola antica – li giudicava incapaci di sostenere la spinta della cupola; la spinta, nel frattempo, Soufflot l'avrebbe annullata con il ferro. In questo modo, i suoi snelli pilastri, chiamati non più a sostenere la spinta della cupola e degli archi ma il solo peso verticale delle strutture soprastanti, allo scienziato del costruire ante-litteram Soufflot, o almeno alle sue intuizioni, non dovevano sembrare poi troppo snelli.

Poco importa stabilire se, alla fine, a risolvere l'errore – e quindi la natura spingente della cupola – sia stato Soufflot o il suo giovane collaboratore Rondelet; quello che interessa, nella vicenda del Pantheon di Parigi, è che attraverso i dibattiti che si sono scatenati sul suo progetto, prima ancora che sulla sua costruzione, si sia verificata quell'accelerazione nel progredire della conoscenza umana (l'accelerazione del dibattito) che ha modificato il progetto in corso d'opera, fino ad ottenere la soluzione dell'errore e la prefigurazione di una nuova concezione delle strutture cupolate, quella membranale.

Il primo e il secondo dibattito, che hanno coinvolto la dimensione dei pilastri e quindi la questione della spinta delle cupole di Sainte Genevieve, costituiscono altrettanti momenti in quel processo metodologico che ha visto il passaggio da una progettazione basata solo sull'intuizione e la sapienza dei costruttori, al moderno dimensionamento strutturale che nei nuovi concetti di *resistenza* e *deformazione*, preparava la nuova via al calcolo.

Curiosamente, proprio quando avviene questo passaggio, si assiste anche alla scissione tra le due figure di ingegnere ed architetto, che nel secondo dibattito della grande fabbrica del Pantheon, quello volto a determinare la spinta di una cupola che ormai

non è più in muratura, vedrà fronteggiarsi i due rappresentanti delle nascenti categorie (Rondelet e Gauthey).

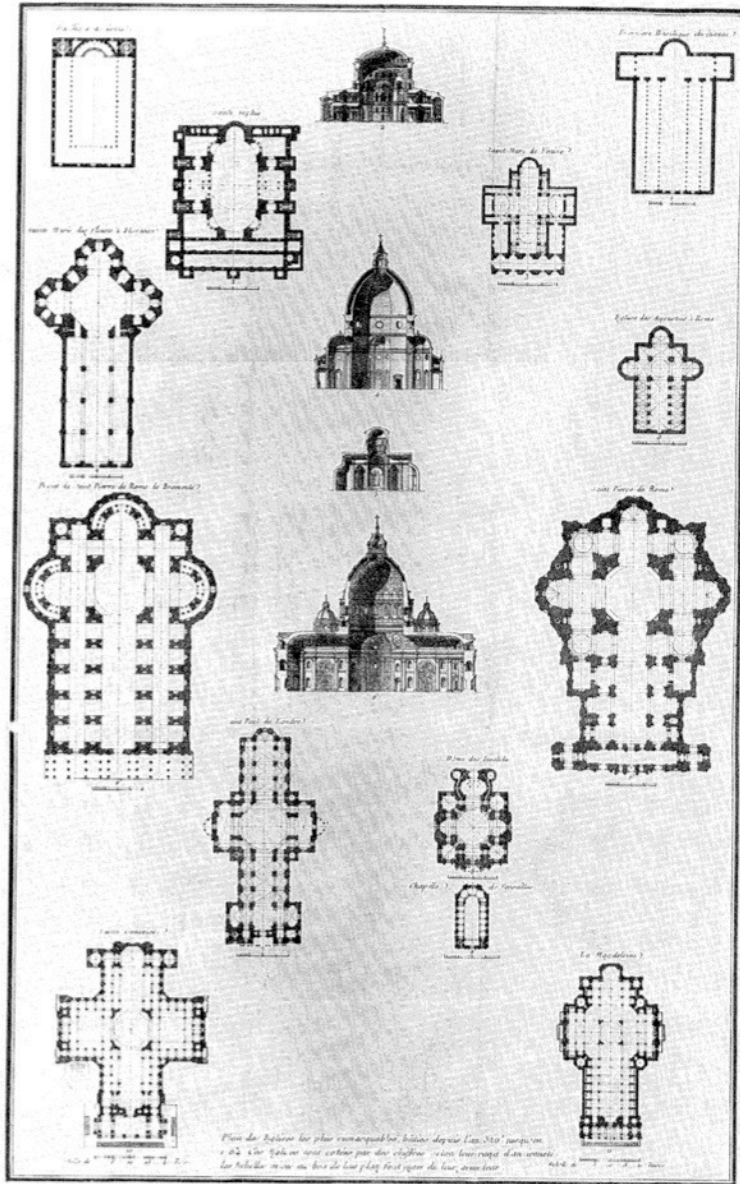


Figura 6.4. Pianta delle chiese costruite dall'anno 326 al 1764. J.-D. Leroy.<sup>x</sup>

La questione in fondo, per quanto divisa in due dibattiti, sembra essere sempre la stessa, tutta riassunta nello scontro tra l'Arte del costruire e la nascente Scienza.

Il pretesto é la dimensione dei pilastri, che secondo la visione proporzionale dei non-scientifici nascondeva una causa di instabilità per la fabbrica, ma la conclusione é sempre, più o meno esplicitamente, nella questione della spinta della cupola. La strada della soluzione, questa volta, almeno nel secondo dibattito, è il calcolo e la misura sperimentale, a rappresentare la vera novità nell'ultima vicenda delle fabbriche cupolate, quella del Panthéon, e a inaugurare la moderna Scienza delle costruzioni.



6.1. La costruzione tra simbolo e struttura

Dal primo progetto del 1757 a quello del 1777, l'articolazione della grande chiesa subisce varie modifiche, e il risultato che si vede oggi è molto diverso dall'idea originaria di Soufflot. Si deve quindi fare uno sforzo di ricostruzione, aiutandosi con i disegni e i documenti, per ritrovare l'immagine e il cantiere originari, cercando di individuare il principio interno della costruzione che ha esaltato la meccanica.

Il richiamo ad un preciso ordine simbolico, in cui la cupola ha un ruolo centrale, è esaltato nel suo senso classico dal portico della facciata - tempio. La cupola attuale è molto più grande della prima pensata nel 1757. Soufflot aveva passato quasi dieci anni a ridisegnarla, approdando sostanzialmente a due soluzioni che si erano adattate alle modifiche di coro, facciata, navata e cripta. Tra il primo e il secondo disegno della cupola, anche gli elementi strutturali, oltre che spaziali, erano stati modificati.



Figura 6.1.1. Primo progetto della cupola del Pantheon di Soufflot

Erano state soprattutto le difficoltà del cantiere a ritardarne la costruzione, e nel frattempo la forma della cupola era cambiata, a riflettere l'evoluzione non solo del gusto e dell'estetica dei tempi, ma anche le idee del suo costruttore.

Alcune scoperte durante gli scavi di fondazione, offrono il pretesto per ripensare il sistema fondazionale, e l'ampliamento della famosa cripta è più da vedersi in questo senso che non funzionale per le sepolture progettate. Qualche studioso ha rintracciato proprio nel cambiamento della cripta l'origine del mutamento del disegno della cupola, che, quasi si tornasse a Villard de Honnecourt e al suo taccuino,<sup>xi</sup> rifletteva quello della pianta. Michael Petzet, basandosi su un'affermazione di Gauthey, dice che “Soufflot, avendo ridotto il modulo (e quindi il diametro delle colonne da 4 a 3 piedi e mezzo) e anche la dimensione globale della costruzione, è quasi obbligato ad allungare il braccio del coro e quello di entrata”.

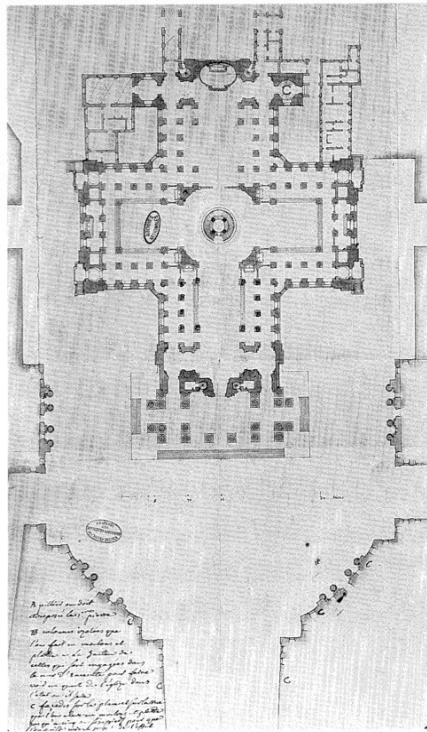


Figura 6.1.2. Pianta allungata sull'ingresso e il coro.

Poco importa quale sia stata l'occasione del cambiamento formale (non è l'obiettivo di questa trattazione indagare l'edificio nelle sue ragioni stilistiche); fatto sta che per eseguire le modifiche al suo progetto - che tutti giudicano ardito – Soufflot si serve di una schiera di collaboratori dalle chiare competenze scientifiche: Puisieux controlla la verifica geometrica, Dumont e Belicard sono i disegnatori e tracciatori del cantiere e infine il giovane Rondelet, prezioso continuatore dell'opera e le cui responsabilità nel progetto rimangono ancora confuse con quelle di Soufflot, ha il compito di dirigere “*le Mécanisme de construction*” della nuova fabbrica, garantendone quindi la stabilità.<sup>xii</sup>

L'allungamento della navata d'ingresso e del coro avevano obbligato Soufflot a modificare radicalmente la prima cupola che aveva previsto per coronare il centro dell'edificio. Guidato dall'idea di tempio universale, e da quella di estrema leggerezza, ben sapeva che i suoi pilastri snelli non avrebbero potuto sopportare una cupola troppo spingente e l'evoluzione dei suoi disegni é un percorso che passa attraverso due diverse soluzioni prima di approdare al trucco definitivo.

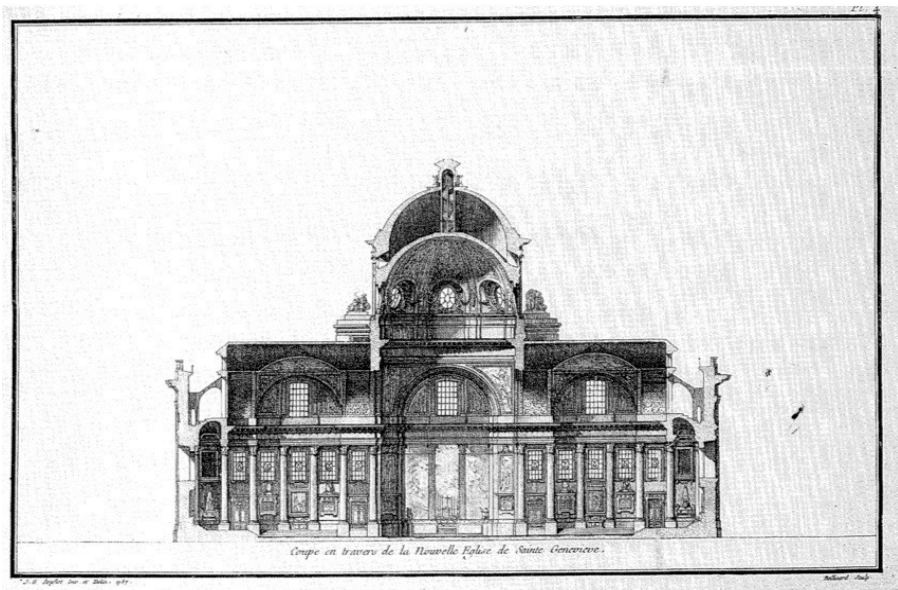


Figura 6.1.3. La soluzione intermedia di Soufflot

Il primo progetto del 1757 prevedeva una cupola emisferica, a singola calotta, abbastanza piccola da esercitare spinte contenute sui pilastri e al di sotto della quale il passaggio dalla pianta cruciforme a quella circolare avveniva attraverso una sottile degradazione dalla base quadrata e massiccia del tamburo (sulla quale si appoggiavano, ai quattro angoli, le statue degli evangelisti). In confronto al grande frontone triangolare di facciata però, la calotta emisferica doveva sembrare inadeguata alla nuova pianta della chiesa allungata dal pronao, e Soufflot si sente obbligato a dare più altezza alla base del tamburo.

La forma definitiva della pianta viene scelta da Soufflot nel 1750, quella della cupola destinata a coprirla nel 1770 (e i prospetti definitivi solo nel 1790, dopo la sua morte quindi); in mezzo ci sono i progressivi adattamenti – migliori – della struttura cupolata alla leggerezza dei pilastri, unico dato non modificabile e, paradossalmente, proprio l'unica da subito contestata.

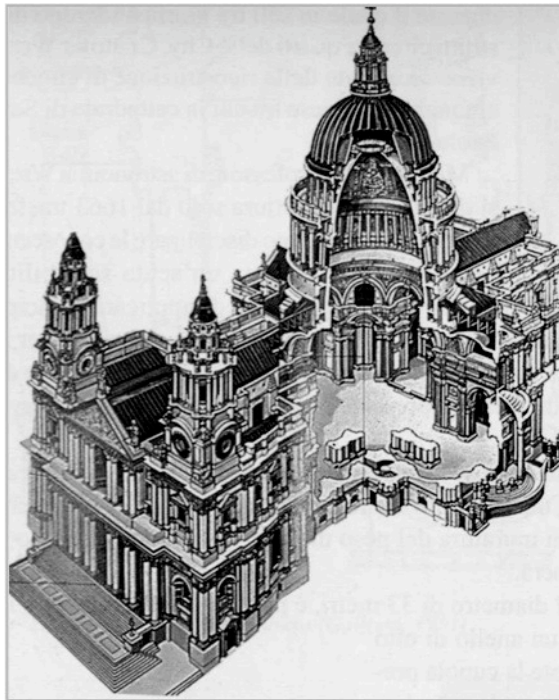


Figura 6.1.4. Schema della cupola di Londra

Una di queste modifiche al disegno della cupola (documentata perché appare nella medaglia commemorativa della posa della prima pietra) avviene nel 1764, quando Soufflot semplifica lo schema della copertura. Quattro piccoli frontoni triangolari, supportati da colonne avanzate sull'asse diagonale della croce di base, materializzano il passaggio dalla pianta quadrata a quella circolare e, cosa più importante, alla cupola emisferica (troppo piccola) viene sostituito un tronco di cono. Il richiamo simbolico era al tholos, che associava la forma piramidale alla tomba – simbolo di eternità – sottolineando la futura funzione sepolcrale di Sainte Genevieve, ma strutturalmente il riferimento era alla cupola di Londra, che Wren aveva risolto proprio come una forma intermedia (nascosta, nel caso di Saint Paul, dalla cupola scenografica esterna) che cupola non era più, ma appunto un cono.

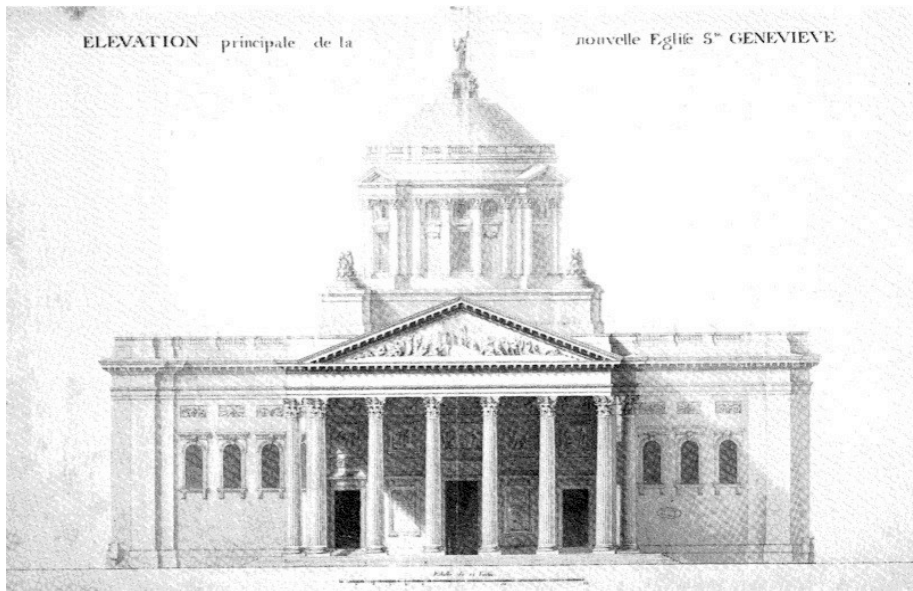


Figura 6.1.5. Secondo schema della cupola

Le difficoltà incontrate nel cantiere ritardano la costruzione e si abbandona la forma piramidale per tornare alla cupola emisferica, questa volta più grande, appoggiata su di

un tamburo come nella migliore tradizione rinascimentale. Nel frattempo c'era stata Londra, e la soluzione che il progettista-astronomo Richard Wren aveva utilizzato per fornire la sua soluzione al tranello della cupola. La storia delle forme progettate per la cupola del Panthéon può considerarsi il paradigma dell'evoluzione del gusto fino all'architettura rivoluzionaria che ne cambierà il significato, ma anche – ed è quello che qui interessa – come progressivo avvicinamento alla forma e alla tecnologia migliori per la struttura cupolata.

Il disegno del 1770 è quello definitivo, anche se poi sono altri 4 i progetti che Soufflot diffonde tra questa data e il 1777, e mentre i primi due rimangono sullo schema precedente, nel 1776, viene trovata l'invenzione dei lati tagliati alla base del tamburo accessibile - come è rimasto nel progetto finale - da quattro scale che convergono sopra la croce.

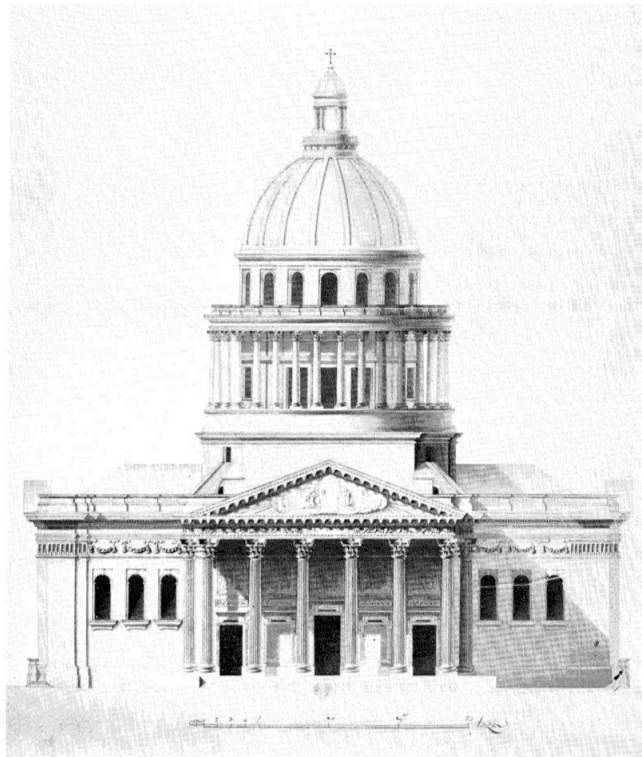


Figura 6.1.6. Disegno definitivo del Panthéon

La soluzione finale di un tholos completato da una cupola con lanterna viene presentata nel 1777. La cupola finale, quella perfetta, è la sintesi strutturale (ma gli esperti di storia dell'architettura dicono anche plastica ed espressiva) delle due espressioni costruttive alla base dell'idea di Soufflot: il gotico e l'antico. La forma scelta, che qualcuno definisce iper-classica piuttosto che neo-classica, distingue Soufflot anche dai suoi successori perché per realizzare il suo stile classico usa innovazioni strutturali e tecnologiche che si amalgamano nella struttura finale, quasi scomparendo, come un trucco.

La cupola – o meglio, le cupole – scelte, vengono costruite nel 1790 sotto la direzione di Jean-Baptiste Rondelet, quando il dibattito sulla stabilità (come si vedrà nei paragrafi successivi) era ad un punto cruciale. Quando l'ingegnere Viel, pochi anni dopo la fine della costruzione, nel 1803, scrive il suo commento alla cupola, sottolinea come, per la sua stabilità, sia fondamentale il ruolo delle graffe di ferro ritrovate nella pietra sottoposte a sforzi di trazione (che in effetti erano state pensate per assorbire).

Il disegno finale, a replicare – con un'importante modifica – la cupola di Londra, vede un sistema di tre cupole sovrapposte che, ancora oggi, dopo tutte le polemiche e due secoli di dissesti, si trovano in una situazione statica complessivamente buona. Quella inferiore, sferica, con un oculo centrale a lasciare intravedere le due superiori, non presenta praticamente fessure, ad eccezione di qualche piccolo screpolo nella parte inferiore del tamburo (più dovuto a cedimenti fondazionali che alla spinta della cupola). Anche la cupola esterna è emisferica e ha un diametro di 23 metri, allargata agli angoli del tamburo da quattro nicchie, e il suo spessore va dai 70 cm alla base fino ai 35 dove si prepara a reggere la lanterna. Il coronamento rinascimentale di tutte le cupole in muratura, la lanterna appunto, come nel caso di Londra non poggia però sulla cupola più esterna, ma (come poi dimostrato definitivamente dalla modellazione eseguita, e come intuito da Soufflot) scarica il proprio peso sulla terza cupola, quella che occupa lo spazio di divisione tra i due tempi (quello interno degli uomini e quello e(s)terno degli Dei).

Soufflot aveva pensato ad una forma che non spingesse troppo sui pilastri che dovevano sostenerla, e per questo sceglie di fare la sua cupola intermedia seguendo la “catenaria”. Rondelet racconterà nella sua *Memoria*<sup>xiii</sup> di come era successo che Soufflot avesse scelto proprio lui per affidargli la costruzione della sua forma perfetta (anche prima della sua morte in effetti) e ricorda che, in occasione della sua risposta alla polemica sulla dimensione dei pilastri, aveva scritto che “*je prouvois que les voûtes sphériques n'avoient pas de poussée*”, dimostrando poi che si poteva modificare la cupola senza toccare i pilastri, e la loro dimensione, lasciando portare alla cupola emisferica niente altro che sé stessa.

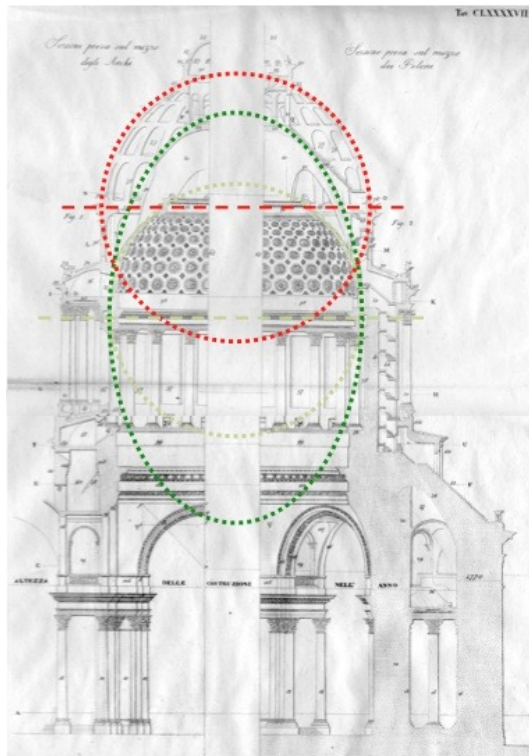


Figura 6.1.7. Schema finale della cupola del Panthéon

Sembra così che sia stata di Rondelet l'invenzione della forma a catenaria da assegnare alla cupola rivoluzionaria, e non solo l'idea di annullarne di fatto la spinta con l'uso del



ferro a unirne le pietre. Soufflot continua a raccontare Rondelet, dopo questa sua affermazione gli lascia il campo libero (nominandolo forse proprio per questo direttore dei meccanismi della costruzione) per costruire la cupola come vuole, e quindi con la catenaria in mezzo, ed essere così sicuro che la cupola non spingesse più. La cupola esterna invece rimane uguale al progetto di Soufflot.

In realtà l'evoluzione della forma del Panthéon é ancora Rondelet a ricostruirla, descrivendo il passaggio dalla prima forma a croce greca – composta da 4 navate uguali e cupola centrale a simmetria perfetta – alla successiva con la navata d'ingresso allungata e con il peristilio a 22 colonne. Già in questo Soufflot aveva dichiarato la propria dedizione alla snellezza, nella scelta del diametro da assegnare agli elementi del colonnato.<sup>xiv</sup>

Ma Rondelet aveva fatto di più – e qui ancora si confondono le responsabilità con Soufflot nell'ideazione di questo episodio finale della storia delle cupole in muratura. Per fare in modo che la cupola, di 62 piedi di diametro, e già nella forma perfetta (che corrispondeva alla minima spinta laterale) di “catenaria” non spingesse davvero sui pilastri – perché il problema, come si vedrà, era tutto nella loro dimensione - e si limitasse a trasferire in basso il proprio peso, decide di cerchiarla.

Fa di meglio, trasformando di fatto la muratura in pietra armata (non è quindi una semplice cerchiatura quella che inserisce alla base della cupola, ma il ferro fa parte della costruzione, garantendo una continuità del materiale). Forse però, anche in questo, Rondelet si limita a seguire le indicazioni di Soufflot se Emiland-Marie Gauthey – sempre nell'occasione del primo dibattito sulla dimensione dei pilastri – aveva detto, già nel 1771 (e quindi quando ancora Soufflot dirigeva il cantiere), che i cerchiaggi in ferro inseriti nella cupola avevano dato alla struttura una “consistenza solida”. Questo non garantiva, per Gauthey, l'annullamento della spinta laterale (invece ben chiara a Rondelet) ma anticipava comunque il diverso comportamento della struttura da cupola a “membrana”.

L'unione di una sapiente costruzione formale della cupola intermedia portante, a

forma di catenaria (*en chaînette*) e di un nuovo sistema costruttivo – quello della pietra armata – era riuscita a dare la soluzione corretta al tranello della cupola. Quello che è risultato alla fine è il coronamento di una struttura rivoluzionaria proprio perché nasconde la sua capacità portante, dissimulandola nella snellezza delle dimensioni che è compensata dalla tecnologia dei nuovi materiali utilizzati.

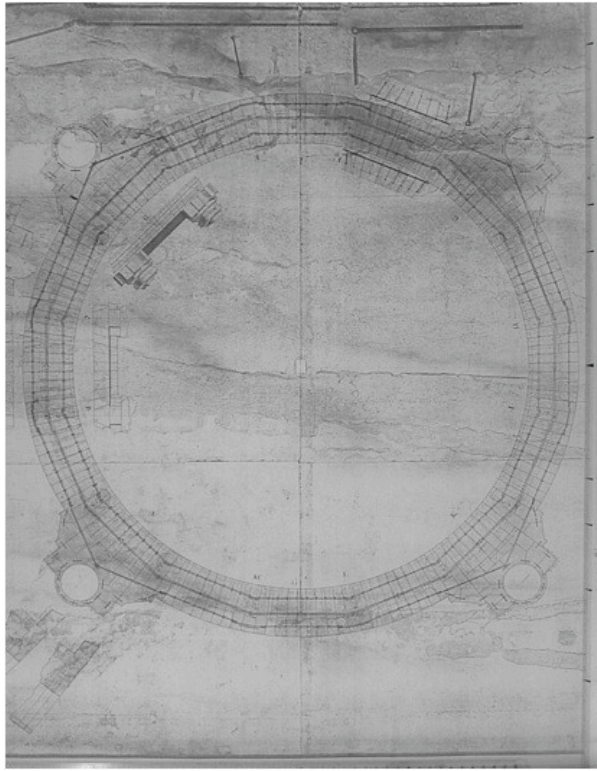


Figura 6.1.8. Le cerchiature nella cupola nei disegni di cantiere di Rondelet

La sua complessa organizzazione strutturale si comprende meglio facendo lo sforzo di scomporla nei suoi elementi principali: le *cupole* e i pilastri che le sostengono, i *grandi archi* e i *plafonds*. Questi elementi costituiscono altrettanti sotto-sistemi indipendenti e, come si è osservato nei recenti studi condotti sulle sue fessurazioni<sup>xv</sup> - proprio nella loro interazione sembra nascondersi l'attuale problema strutturale.

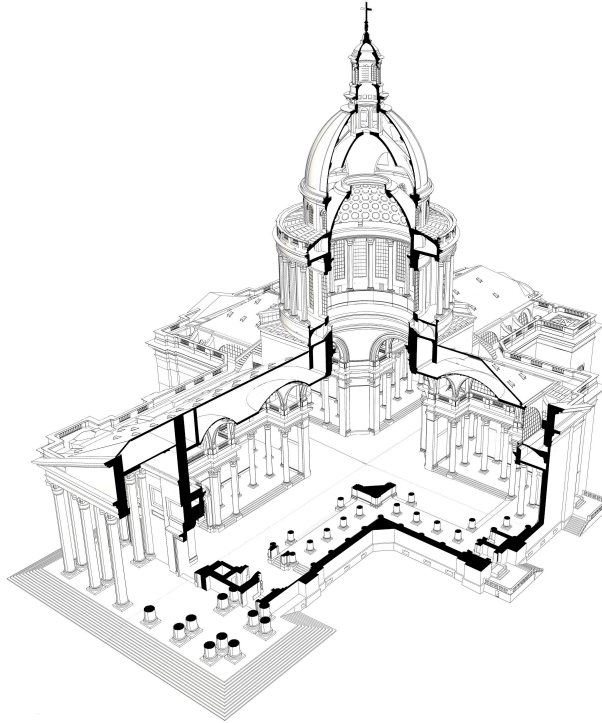


Figura 6.1.9. I sottosistemi strutturali del Panthéon

In realtà il primo sottosistema, quello costituito dai pilastri – ora imponenti, (e qui sta la questione del dibattito passato) - collegati dagli archi, insieme al tamburo e alle scale in esso inserite, sostiene la cupola (tripla) completata dalla lanterna, ed ha costituito il nocciolo della questione nel dibattito (doppio) che ha coinvolto la struttura ancora prima della sua costruzione. La fondazione del corpo centrale é stata modificata in corso d'opera, quando si è deciso di ampliare la cripta, forse per meglio stabilizzare la struttura sovrastante, ed è costituita da quattro grosse masse murarie di cui le orientali sono le più massicce.

In effetti è prima di tutto il rapporto che unisce le volte e le colonne portanti, come quello che unisce la cupola e i pilastri, a porre il delicato problema principale della costruzione; la solidità del quadrato centrale esige che le volte avessero le spinte

contenute al loro interno, e quindi anche il frontone, per contenere le sue spinte, è stato costruito con l'inserimento di una struttura metallica che ha indissolubilmente unito la parte sostenuta a quella portante, confondendone i ruoli. Per fare ciò, Soufflot, e Rondelet, avevano immaginato un sistema di barre e di catene, di tiranti e morsetti, collegati alle pietre attraverso resistenti staffe o martelli, prefigurando l'invenzione di certe strutture metalliche del secolo successivo.<sup>xvi</sup>

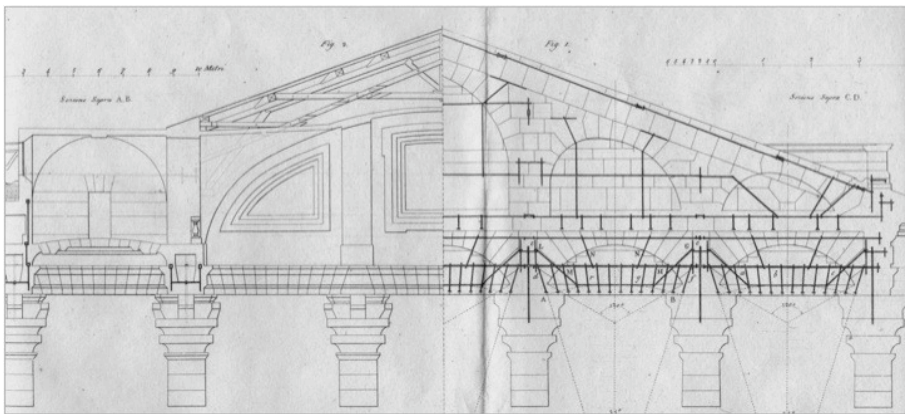


Figura 6.1.10. La muratura armata di Soufflot per il frontone<sup>xvii</sup>

I *grandi archi*, destinati a sorreggere il tamburo, costituiscono il secondo sotto-sistema, e nel progetto originario di Soufflot dovevano essere finestrati, appoggiandosi sui muri perimetrali esterni. Anche il loro sistema fondazionale si innesta su quello dei muri perimetrali, in particolare sugli spigoli, corrispondenza dei quattro *pan coupés*. Infine, i *plafonds*, e le colonne isolate, insieme agli *arcs doubleaux*, completano l'organizzazione strutturale. Come rilevato da recenti studi sul quadro fessurativo<sup>xviii</sup>, è proprio nelle connessioni tra questi tre sistemi che si rilevano le maggiori fessure, come diretta conseguenza delle diverse deformabilità in gioco.

Non è lo scopo della ricerca, esaminare nel dettaglio il sistema fessurativo del Pantheon attuale, perché la questione è analizzare le cause del dibattito che l'ha coinvolto nelle

sue modificazioni successive. Dagli studi effettuati<sup>xix</sup> comunque è apparso chiaro come proprio nell'interazione tra i diversi sistemi strutturali, ognuno caratterizzato da una diversa deformabilità, stia l'origine del quadro fessurativo odierno.

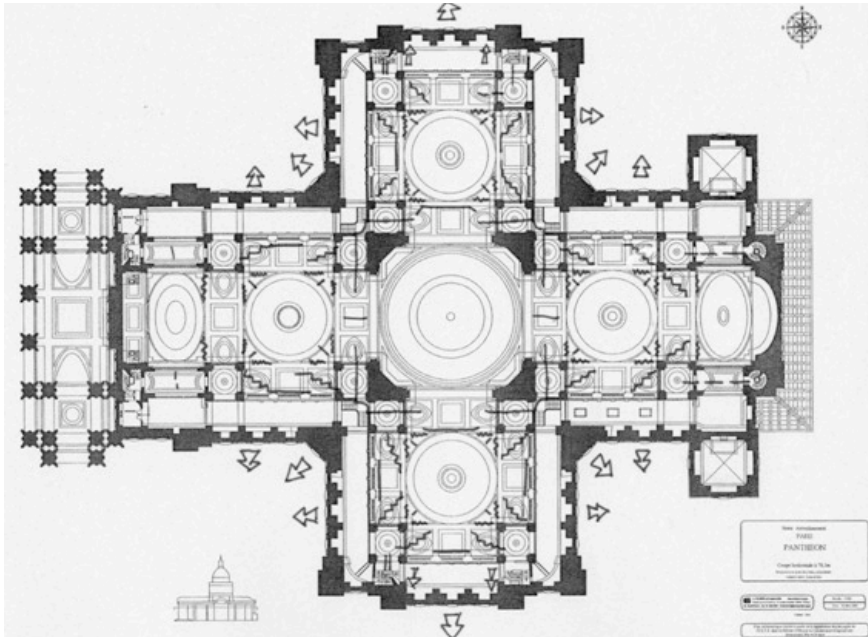


Figura 6.1.11. Il quadro fessurativo del Panthéon

Generalmente si può dire che le fratture sono localizzate nelle zone in cui si possono ipotizzare fenomeni di trazione, nelle staffe e nelle pietre, e sembra anche di poter rintracciare, nella simmetria della loro disposizione, i movimenti (altrettanto simmetrici) che le hanno generate. Volendo poi operare una distinzione, si possono identificare quattro diverse famiglie di fratture. Le prime coinvolgono la connessione tra la cupola esterna e quella intermedia a livello dell'attacco della lanterna, seguendone il profilo circolare, e trovano la loro causa nelle variazioni termiche che provocano il rigonfiamento della cupola più esterna. Un secondo gruppo di lesioni campeggia nel perimetro e nelle due gallerie, distinguendosi a sua volta nelle fessure perimetrali sulla volta anulare e in quelle sui piedritti della volta. Simmetriche, come la struttura su cui

sono disegnate, evidenziano la differenza di comportamento meccanico tra i due sistemi che (proprio dai muri e dalle gallerie) sono collegati: i pilastri e i grandi archi.

Ci sono poi delle fessure sugli archi rampanti sotto le scale esterne; anche queste simmetriche, sono originate da una evidente traslazione verso l'esterno (si è misurata una rotazione dei pan coupés verso l'esterno di 6 cm a ovest e 12 cm a est). Infine, nei grandi archi, le lesioni sono diffuse e le più gravi all'intradosso, in prossimità degli appoggi, sono provocate dalle eccessive pressioni.

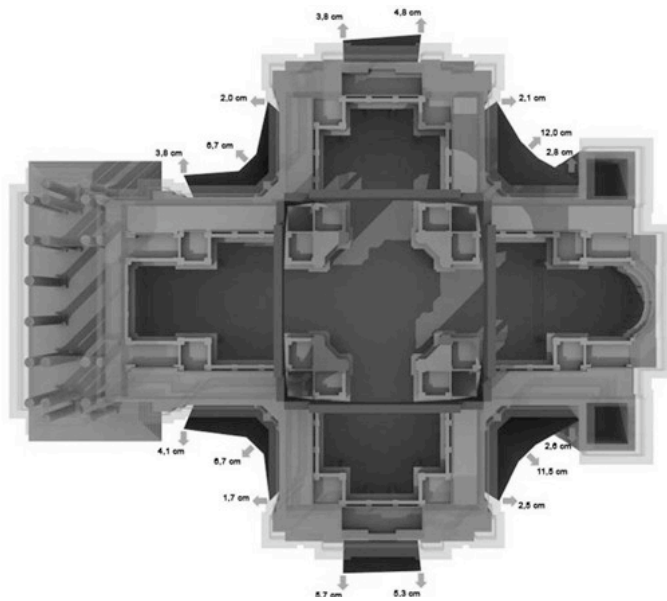


Figura 6.1.12. Schema degli spostamenti complessivi

I rilievi effettuati poi sui livelli della base delle colonne e dei pilastri hanno evidenziato un abbassamento della parte centrale dell'edificio rispetto al resto della struttura; i pilastri che sorreggono la cupola mostrano l'abbassamento maggiore. Sembra quindi importante qui ricordare che, nel 1798, Gauthey aveva effettuato un rilievo del cedimento delle basi dei pilastri, da cui era risultato un abbassamento di quello a nord-est di 4 lignes et  $\frac{1}{2}$  (circa 1 cm); per lui la ragione era da ricercarsi nel cedimento della

muratura più che in quello del terreno.

Anche nell'analisi moderna del sistema fessurativo comunque, pur con le modifiche occorse nel frattempo sulla struttura, sembra di sentir risuonare gli eco del dissesto che doveva aver preoccupato molto gli osservatori della grande fabbrica, verificando la nascita delle lesioni in fase di costruzione.

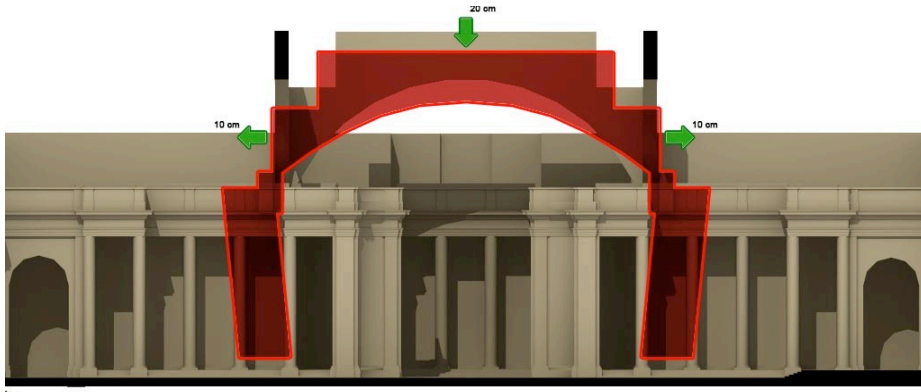


Figura 6.1.13. La deformazione dei grandi archi<sup>xx</sup>

Si notano due distinte tipologie di fessure, variamente distribuite sul perimetro delle gallerie circolari – quelle perimetrali sulla volta anulare, e quelle sui pietridditi della volta stessa. Queste ultime corrispondono simmetricamente alle navate, e si trovano nel sistema di collegamento – le gallerie appunto – tra due degli identificati sottosistemi. I grandi archi non presentano lesioni, ad eccezione di alcune presenti all'intradosso, la cui causa sembrano essere le eccessive tensioni di compressione, con conseguenti spostamenti dei punti di imposta.

Al termine dell'osservazione insomma, il quadro fessurativo testimonia due fenomeni che coinvolgono la fabbrica: da una parte i due grandi sottosistemi delle cupole e dei pilastri sono affetti da problemi di stabilità (e moderati cedimenti fondazionali), dall'altra, fenomeni di ossidazione delle armature metalliche inserite nei blocchi di pietra insieme alle variazioni termo-igrometriche.

In questo quadro complessivo, ben poca importanza sembra avere la cupola, e la sua spinta, almeno nella determinazione del dissesto complessivo della struttura.

La cupola progettata Soufflot e Rondelet infatti (e se ne attribuisce ad entrambi la paternità volutamente, poiché le responsabilità non sono ancora chiaramente distinguibili) non spingeva più, perché nel frattempo se ne era risolto l'errore. Non solo, infatti, i due progettisti visionari avevano ridotto al minimo le spinte proprie delle cupole in muratura replicando, e forse in questo superando, Wren e il suo artificio – con la forma a catenaria la cupola portante (quella intermedia) poteva permettersi di essere molto sottile - ma avevano anche cerchiato la struttura con numerosi tiranti ai diversi livelli delle cupole e del tamburo (come dimostrato dai disegni ritrovati recentemente). La cupola insomma aveva cominciato a comportarsi come un solido rigido che trasmetteva solo uno sforzo normale sui pilastri perché le spinte, limitate dalla forma, erano assorbite dalle graffe e dai tiranti, risolvendo in questo modo il secolare dibattito sulle cupole in muratura e sulla loro stabilità.

Quello che ne Soufflot ne Rondelet potevano prevedere era il ruolo strutturale dei nuovi elementi metallici inseriti in tutto l'edificio, perché non conoscevano né la resistenza dell'unione tra le graffe e la pietra, e soprattutto le grandi deformazioni plastiche della loro muratura, che si sarebbe dimostrata incompatibile con le staffe e che, nel dibattito moderno, si è dimostrata una delle maggiori cause di fragilità dell'intera struttura. Non ne avevano in effetti l'esperienza, perché si era passati da un materiale che tutti conoscevano benissimo ad un altro sul quale poi si modellerà la futura scienza delle costruzioni, ma nella loro fabbrica rivoluzionaria, il tranello della stabilità strutturale si era spostato dalla cupola e la sua spinta alla nuova pietra armata, di cui nessuno dei due grandi costruttori, per quanto “paranoici” poteva prevedere il comportamento fragile, che è un problema complesso e per la soluzione del quale si dovranno aspettar quelle nozioni di energia di deformazione, disponibili solo a partire dal secolo successivo.<sup>xxi</sup>



6.2. Resistenza vs dimensione

Come ogni opera ardua, e quasi fosse il prezzo da pagare per la sregolatezza del suo genio costruttore Soufflot, il Panthéon diviene il centro di grandi dibattiti e il conto viene presentato ancora prima che sia completato, durante la sua costruzione. Nel 1760 si scatena il primo, che sembra inserirsi perfettamente a chiusura di quel processo metodologico che era cominciato con Galileo e che stava soppiantando definitivamente la teoria delle proporzioni sostituendogli i nascenti concetti di meccanica strutturale (che nella *resistenza*, e non più nella *dimensione* degli elementi costitutivi della struttura trovavano il proprio fondamento).

La questione alla base del dibattito è la dimensione dei pilastri che Soufflot aveva messo a sostenere la sua cupola, che al momento erano ancora in fase di progetto ma che già dalle sezioni disegnate avevano destato grande allarme in chi ancora ragionava per via comparativa con le strutture precedenti piuttosto che per reali conoscenze strutturali. Sulla loro dimensione si fronteggiano gli esperti dell'epoca, che nel dibattito scelgono il loro campo di battaglia, e l'“armata” per cui combattere: la consolidata Arte del costruire o la Scienza nuova.

La faccenda diventa ancora più interessante se si nota che il primo dibattito che coinvolge il Panthéon, in realtà si svolge quando ancora la struttura è al livello delle fondazioni, collocandosi in quel momento che congiunge il progetto all'esecuzione, che ne relega gli argomenti a previsioni e teorie, più che a dirette osservazioni. Questo fatto, per primo, distingue il dibattito sul Panthéon dai precedenti esaminati, perché l'allarme non parte dagli screpoli osservati – come era già successo per San Pietro o per Santa Maria del Fiore – ma dal pericolo che poteva derivare dall'audacia di Soufflot, che, agli occhi dei suoi detrattori, si era imperdonabilmente allontanato dalle salde regole dimensionali del passato; è insomma un dibattito teorico, prima ancora che pratico, e per questo si prefigura come il segno di un cambiamento.

Le dimensioni dei pilastri progettati da Soufflot dovevano lasciare perplessi gli

architetti che ancora non avevano compreso cosa stava succedendo nel frattempo, un po' ovunque in Europa. Legati alle antiche regole dimensionali - che nella proporzione e nel "buon senso comune" trovavano la loro origine, ma soprattutto dall'osservazione degli edifici passati - non avevano avuto ancora il tempo di realizzare che proprio in quegli anni si stavano facendo esperimenti sui nuovi materiali, come il ferro; per questo motivo, confrontando le dimensioni dei pilastri di Soufflot con quelli che nel passato avevano sostenuto altre cupole analoghe, non potevano che essere allarmati. I pilastri progettati dall'architetto francese, composti da tre colonne collegate tra loro, di uguali dimensioni alle altre presenti nella chiesa, risultavano in effetti molto più snelli, con proporzioni molto più ridotte di altri esempi di cupole passate, e sembravano inadatti a sostenere la spinta della progettata cupola. Ma la sua idea rivoluzionaria, di sospendere la cupola nella luce unendo il gusto gotico e quello classico non si poteva realizzare che così, in quelle dimensioni, snelle, di pilastri.

Nel 1765 l'abate Laugier<sup>xxiii</sup> scriveva *"sembra che queste grandi volte formate da due filari di alberi di alto fusto abbiano fornito il modello per le nostre chiese gotiche[...]. Io non so se per l'interno delle nostre chiese imitare e perfezionare questa architettura gotica riservando all'esterno l'architettura greca [...]"*<sup>xxiii</sup> le volte dunque *"hanno un peso che occorre saper bene stimare. Un architetto può agevolmente calcolare il peso dei materiali che impiega in modo da determinare correttamente gli spessori della volta in modo che essa possa sostenersi [ed] è riducendo i pesi della volta, che i maestri dell'architettura hanno ottenuto la massima leggerezza. Si vedono volte immense appoggiate su colonne esilissime. Questi uomini conoscevano molto meglio di noi l'arte di costruire edifici leggeri dotati di grande solidità. Essi conoscevano ciò che noi ignoriamo, il massimo peso che può sopportare una colonna tenendo conto della **densità** dei suoi materiali."*<sup>xxiv</sup>

L'abate sembra qui appoggiare l'opera di Soufflot, che nel frattempo si era spinto oltre, dimostrando come fosse possibile costruire colonne ancora più distanti e sottili di quelle gotiche. La questione di fondo era valutare correttamente pesi e spinte delle strutture, per ritrovare, alla fine, quello che agli architetti gotici era forse già noto, e quindi quelle dimensioni minime delle colonne che sfruttasse il massimo della

“resistenza” del proprio materiale.

Quando scrive Laugier, non si conosceva ancora la resistenza della pietra, ma (quasi prefigurando gli esperimenti che poi verranno condotti da Gauthey e Rondelet) lui stesso immagina un esperimento meccanico per misurarne la tenacità: *“Sarebbe necessario fare delle esperienze sul grado di tenacità delle pietre in modo da conoscere con esattezza il carico che possono sopportare. Credo che si potrebbe procedere nel seguente modo. Si prenda un peso di dieci libbre sollevato all’altezza di cento piedi e lo si lasci cadere. Esso acquisterà una forza sufficiente data dal prodotto della massa per il quadrato della velocità. Si facciano esperimenti in lastre di pietre di diverso spessore in modo da giudicare della loro tenacità alla separazione delle parti nel ricevere un tale peso da una tale altezza”*.<sup>xxv</sup> Compare l’energia cinetica - nella massa per la velocità al quadrato - e Laugier si sta riferendo, senza saperlo, alla prova di durezza; saranno poi “i fisici più bravi ... ad utilizzare questi risultati” trovando il valore esatto del carico che una colonna può effettivamente sopportare una colonna, così che poi gli architetti abbiano i mezzi per stabilire *“con precisione le colonne più sottili che devono reggere la cupola”*.

Soufflot si era spinto fino a quel limite, e Laugier anticipa i termini della polemica che da lì a poco sarebbe esplosa, quando, giustificandone le scelte progettuali (pur non avendo gli strumenti matematici per farlo) intuisce la strada che poi verrà percorsa nel corso del dibattito: esercitando, le cupole, azioni spingenti - in funzione del peso dei materiali e del proprio sesto - la stabilità della fabbrica dipende dall’equilibrio tra le azioni spingenti della volta e quelle opposte dei contrafforti. Prosegue Laugier, *“Sin’ora noi abbiamo imitato questo terribile difetto delle cattedrali gotiche: è tempo che un uomo di genio ci mostri che si può fare meglio. Le spinte delle volte della nuova chiesa di Saint Genevieve saranno perfettamente contrastate ma nessuno capirà come. Lo spettatore non avrà alcuna osservazione da fare sulla esilità o sulla grossezza degli archi rampanti e tutta la sua attenzione, liberato da qualsiasi inquietudine, sarà impegnata dalla bellezza dell’opera”*.<sup>xxvi</sup> Descrive qui in effetti la soluzione dell’uomo di genio (Soufflot, ma anche Rondelet) che sarà nascosta nelle pietre e nella forma scelta per la cupola, ma esagera, perché in realtà il dibattito ci fu, e molto aspro. Soufflot era un architetto visionario, e doveva avere intuito, senza avere ancora gli

strumenti per provarlo, che il ferro avrebbe risolto il problema della spinta della cupola, come anche della spinta degli archi doppi che la dovevano sostenere, e che quindi i pilastri (chiamati a quel punto a sostenere solo il carico verticale - e non più le naturali spinte orizzontali della cupola) potevano essere più snelli. Chissà se Soufflot si era servito, per intuirlo, delle parole di Rondelet<sup>xxvii</sup>; quel che è certo è che quest'ultimo avrebbe poi appoggiato le sue scelte visionarie, provandole attraverso i calcoli.

Il dibattito si svolge quindi proprio al momento della costruzione dei pilastri.

C'è sempre una figura simbolica in questi accesi dibattiti strutturali, che rappresenta qualcosa in più di se stessa, e questa figura, in questo dibattito, è Pierre Patte. Quando, nel 1768, scrive le sue *Memoire*<sup>xxviii</sup> sfogando tutte le sue ambizioni e profetizzando la sicura rovina della chiesa progettata da Soufflot, nelle sue parole nasconde qualcosa di più di uno scontro tra due progettisti: lo scontro reale era tra la teoria di Galileo (che sconfessava la teoria delle proporzioni) e il permanere di credenze dimensionali quasi medievali.<sup>xxix</sup>

Per Patte, Soufflot era colpevole di non aver rispettato le proporzioni classiche, nella sua costruzione, e per dimostrarlo usa l'unico strumento di cui dispone: il paragone con l'antico.

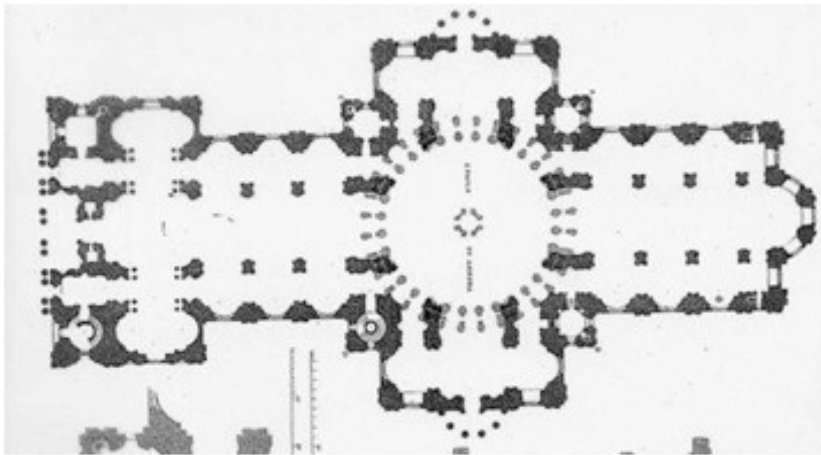


Figura 6.2.1. Pierre Patte e il suo confronto dimensionale. La pianta di Saint Paul a Londra.

Nella suo attacco<sup>xxx</sup> mette a confronto i grandi pilastri che Soufflot aveva progettato per sostenere la cupola del Pantheon con quelli di altre tre grandi costruzioni monumentali simili: San Pietro di Roma, Sant-Paul di Londra e Les Invalides, di Parigi. Richiama poi, a sostegno del suo argomento passato, le regole che il Fontana<sup>xxxi</sup> aveva dettato nel suo trattato sulla cupola Vaticana e in queste sembra trovare un ulteriore elemento di prova della fallacia del progetto di Soufflot, constatando come, secondo tali regole, gli spessori dei muri (e quindi dei pilastri) non dovessero mai essere inferiori ad 1/10 del diametro della cupola che erano chiamati a sostenere. A ben vedere poi, le argomentazioni di Patte sembrano sbagliate anche nei presupposti se si considera che lo studioso aveva scelto (ironia della sorte) per assurgerli a ruolo di massima espressione delle salde regole passate, proprio due edifici che, a quelle stesse regole (molto prima di Soufflot) avevano derogato (San Pietro<sup>xxxii</sup> e Saint Paul).

Sarà lo stesso Rondelet- di cui sveliamo in anticipo la partecipazione al dibattito - a sottolinearlo dicendo che Patte non si basa sui fatti ma *“il se fonde d'abord sur les règles que Fontana à donné, dans un ouvrage intitulé: Description del tempio Vaticano, pour déterminer les proportions des parties principales des dômes, d'après plusieurs édifices de ce genre exécutés à Rome; nous ne dirons rien de celles que prescrit cet auteur, relativement à la forme et à la décoration; mais quant à l'épaisseur du mur de la tour des dômes, qu'il fixe à la dixième partie du diamètre intérieur, on observe que cette règle n'est fondée sur aucun principe certain, qui puisse la faire regarder, ainsi que la croit le citoyen Patte, comme une pratique excellente à suivre, d'accord avec la théorie qu'il seroit dangereux de resreindre: on peut opposer aux édifices cités par Fontana, des édifices de même genre et aussi considérables, dont l'épaisseur des murs est beaucoup moindre”*. Il futuro sostenitore della scienza del costruire usa proprio gli stessi strumenti dimensionali di Patte per sconfessarlo, quando dice che il tamburo della cupola vaticana, misurata dentro i contrafforti (come Fontana stesso l'aveva misurato) non era che la quattordicesima parte del diametro della cupola.<sup>xxxiii</sup>

Ad appoggiare il richiamo alle vecchie regole dimensionali, di cui non si conosceva la ragione scientifica ma che avevano dimostrato di funzionare benissimo, si associa

Ruskin quando, pochi anni più tardi, tra le sue *Sette lampade dell'architettura* inserisce anche il monito secondo cui “è giusto mantenersi fedeli [...] anche in periodi di maggiore avanzamento della scienza, ai materiali e ai principi delle epoche antiche”. Patte quindi non era l'unico a richiamarsi all'antico come giustificazione non solo formale ma prima di tutto strutturale.

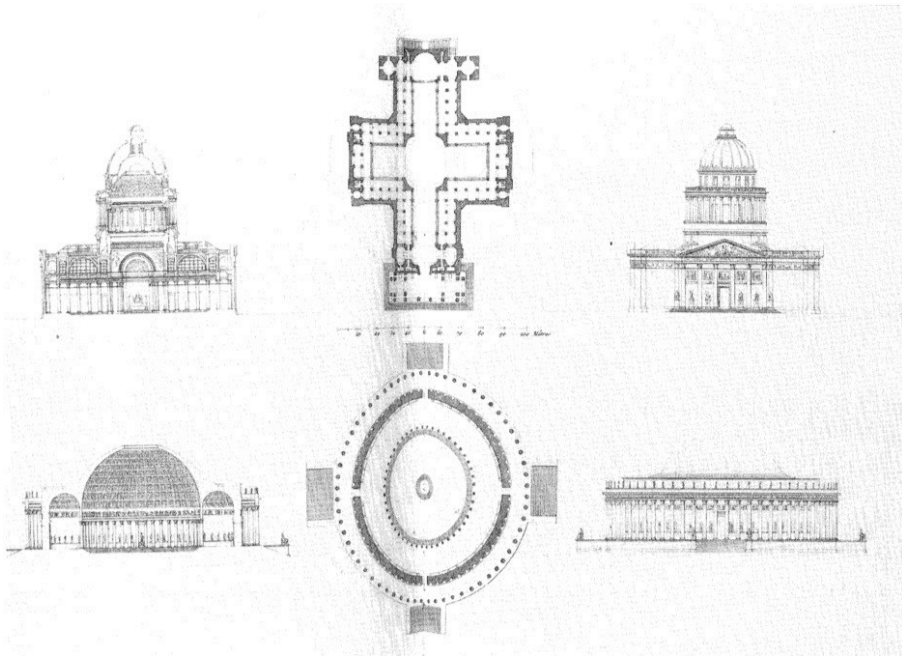


Figura 6.2.2. Pierre Patte e il suo confronto dimensionale. Il Panthéon di Parigi e quello di Roma a confronto

La sua principale obiezione era che i muri del tamburo, di sostegno alla cupola, dovessero essere più di 8 piedi di spessore, per resistere alla spinta della cupola stessa, e per sostenerlo non si limitava a riferirsi agli esempi passati e alle teorie rinascimentali. Anche se il suo scopo è difendere l'antica regola del costruire basata sulla buona pratica piuttosto che sui calcoli, Patte usa (un po' come aveva fatto quasi un secolo prima il Cecchini con Viviani), “scintifiche” argomentazioni, proprio per ostacolare l'evoluzione di una teoria scientifica.

Nella sua invettiva contro Soufflot infatti, pare voler sfruttare i recenti risultati ottenuti

dalle ricerche di De la Hire, Belidor e Couplet, che nel frattempo avevano sviluppato delle teorie per il calcolo della spinta degli archi e delle volte a botte, e quando, al termine dei calcoli – opportunamente adattati al caso delle cupole emisferiche, come quella del Panthéon – si accorge che questi contraddicono i risultati dimensionali del Fontana, usa un argomento piuttosto moderno per ribadire la non correttezza del progetto del suo oppositore, (e anche in questo ricorda la spietatezza del Cecchini) osservando che, “*come si sa, nella pratica, lo spessore fornito dal calcolo meccanico [quindi quello scientifico di Couplet] deve essere convenientemente aumentato perché la potenza resistente superi quella agente*”.<sup>xxxiv</sup>

Dalle cronache del tempo si impara che Soufflot era disponibile a mostrare a chiunque lo chiedesse il suo progetto, in nome forse di una chiarezza scientifica che lo portava a metter in discussione anche le proprie soluzioni che non considerava certo dogmatiche, e per rispondere a Patte (e a tutti i sostenitori delle regole dimensionali), lui stesso chiede il parere di un esperto, che lo aiutasse a provare, questa volta non con il semplice confronto ma scientificamente, la correttezza delle sue previsioni strutturali.

In suo aiuto, per primo, sembra accorrere Jean Rodolphe Perronet e la lettera che questi aveva scritto proprio a Soufflot anni prima, a commento del suo progetto, e che adesso rendeva pubblica; qui – facendo riferimento alla sua esperienza di costruttore di ponti (che nascondevano lo stesso tranello delle cupole, la spinta) – Perronet garantiva a Soufflot la fiducia nel suo progetto, anticipandone le critiche.<sup>xxxv</sup>

Per Soufflot doveva avere grande valore anche il parere dell'abate Charles Bossut, che, avendo presentato all'Accademia delle Scienze di Parigi i suoi studi sugli equilibri delle volte,<sup>xxxvi</sup> aveva scelto proprio la cupola di Sainte Genevieve per l'applicazione dei suoi calcoli e la dimostrazione della sua stabilità. La formulazione di Bossut in realtà non è diversa da quella precedente di Pierre Bouguer, e non aggiunge molto alla conoscenza delle cupole: nella sua teoria le azioni di parallelo infatti non sono ancora menzionate, e l'equilibrio della cupola in muratura è studiata attraverso la semplificazione in spicchi, e quindi come arco (come aveva già fatto Poleni). Cosa che al matematico verrà poi

contestata da chi invece vorrà dimostrare “realmente” la stabilità della struttura, l'ipotesi non dichiarata alla base dei suoi calcoli è ancora l'assenza di attrito e di coesione: per Bossut – come per gli altri matematici - questa ipotesi può essere accettata se si immagina di porsi nel particolare momento del disarmo, subito dopo la fine dei lavori, e quindi prima che le malte facciano presa, ma non è evidentemente accettabile dagli ingegneri (scienziati) che in quell'epoca si stanno formando. Sarà Emiland-Marie Gauthey a contestare questo modo di procedere, distinguendo proprio nelle ipotesi, prima che nelle conclusioni, il lavoro del matematico da quello dell'ingegnere, giudicando questi “stratagemmi” (come togliere l'attrito) di nessuna validità dal punto di vista pratico: *“Le volte non sono mai, nella realtà, quello che essi [i matematici] immaginano [...] un insieme di conci perfettamente lisci senza alcuna coesione”*<sup>xxxvii</sup>

Curiosamente anche Gauthey, ripetendo i calcoli già fatti da Patte seguendo queste stesse teorie dei matematici e arrivando agli stessi risultati, li usa però in senso opposto: poiché i matematici nelle ipotesi semplificative usate nelle loro teorie, non hanno considerato l'attrito, che invece esiste, i loro risultati sono da considerarsi cautelativi, e ne deriva che il valore “reale” della spinta sarà inferiore a quello da loro calcolato tramite speculazioni astratte.<sup>xxxviii</sup>

A difendere quindi Soufflot contro Patte e la teoria dimensionale, intervengono i già citati Gauthey, ispettore generale della *École des ponts et chaussées*, e il giovane architetto Rondelet; con loro, i materiali, o meglio le pietre del Panthéon, fanno il proprio ingresso nel dibattito.

Quando Rondelet, nel 1797,<sup>xxxix</sup> ricorderà la sua posizione nel primo dibattito del Panthéon (in realtà essendo nel pieno del secondo) dirà come il suo obiettivo fosse allora rispondere alla domanda di Patte: *“est-il vrai, en effet, qu'on ne puisse se dispenser de donner au moins 8 pieds d'épaisseur au bas de la tour du dôme qu'il s'agit d'élever au centre de l'église de Sainte Genevieve?”*<sup>xl</sup>

Nel 1797, la risposta di Rondelet era facile - *“Telle est la question que nous allons développer, en nous appuyant sur des faits simples, et dont on ne puisse contester la vérité”* - perché, e lo dice



lui stesso, bastava osservare che il tamburo costruito sotto la cupola (di soli 3 piedi e 3 pollici) aveva in effetti resistito senza danni, pur non essendo dei prescritti 8 piedi pretesi da Patte, al peso delle tre cupole. Nel pieno del primo dibattito però, né la cupola né addirittura i pilastri, così criticati, erano stati costruiti e quindi non potevano dimostrare con l'evidenza della proprio sopravvivenza, la propria correttezza strutturale (cioè la sufficienza delle dimensioni). La questione, sul finire del 1760, è puramente teorica, perché si deve dimostrare la validità di un progetto (e quindi della “visione” di Soufflot) più che verificare lo stato di sicurezza di una struttura già costruita.

Il metodo scelto dai due futuri rappresentanti delle nascenti categorie di Ingegneri e Architetti (rispettivamente Gauthey e Rondelet) non è però astratto, almeno non nel senso matematico, e per questo sembra di poter rintracciare nell'ultimo dibattito qui esaminato, la definitiva nascita di una Scienza delle costruzioni la cui peculiarità è unire la teorizzazione astratta (che permette di comprendere una struttura riconoscendone il meccanismo fondante) alla pratica esecutiva e alle proprietà dei suoi materiali (rendendo quindi fisica e reale l'astrazione matematica).

Quindi scelgono i materiali, i due studiosi, per dimostrare la correttezza del progetto di Soufflot, e la prova sperimentale che sottintende il concetto – del tutto nuovo – di resistenza (ricependo finalmente la lezione di Galileo).

Gauthey costruisce un'attrezzatura apposta per effettuare le prime prove di compressione della pietra (*Machine pour connoitre la force de la pierre et celle du bois de bout*) con la quale testa la resistenza dei provini di pietra simile a quella dei pilastri. La sua è un'operazione di confronto tra le tensioni di compressione calcolate teoricamente e i risultati delle prove sperimentali, e sembra di poter fissare qui l'inizio del calcolo sperimentale, che permette a Gauthey di determinare il coefficiente di sicurezza della struttura, e qui sembra terminare, almeno temporaneamente, il primo dibattito con la conferma della capacità (resistenza) dei pilastri nel sostenere la struttura.

Anche Rondelet, nel suo manoscritto *Réfutation*, del 1770, si basa sulle prove a

compressione dei provini della fabbrica, (eseguiti con un'attrezzatura da lui stesso ideata) che confermano i risultati di Gauthey, e, come Gauthey, rifiuta la teoria matematica dell'“equilibrio delle volte” nell'esaminare il caso in questione, perché lontana dalla realtà strutturale “*ayant fait abstraction des propriétés des matériaux et procédés [...] pour les mettre en oeuvre*”<sup>xli</sup>

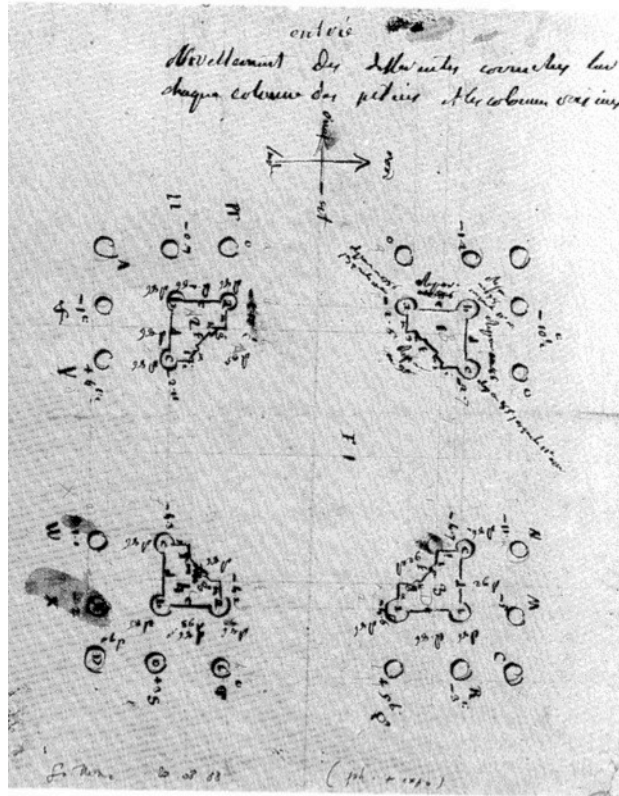


Figura 6.2.3. Schema di Gauthey dei quattro pilastri, documento di cantiere.<sup>xlii</sup>

Il valore attuale di carico sui pilastri, è molto vicino a quello trovato da Rondelet e da Gauthey, pari a circa 4450 t.<sup>xliii</sup>

Per le conoscenze del tempo quindi Soufflot aveva dimostrato una grande intuizione, o almeno una grande arditezza, progettando la sezione dei pilastri come se – e giustamente – dovessero sostenere solo un carico centrato. La sua natura “visionaria”

gli aveva fatto pensare di poter costruire una cupola poco spingente, ma é la sua “paranoia” che gli fa affidare la realizzazione di questa sua visione a Rondelet, che si era spinto oltre nella sua difesa della forma dei pilastri aggiungendo alla provata resistenza dei materiali (argomento comune a Gauthey) l'affermazione che la forma e la tecnologia costruttiva della cupola si poteva modificare a tal punto da annullarne la spinta.

Proprio la sua proposta di contenere le cupole (e le loro spinte) tramite dei cerchi di ferro<sup>xliv</sup> in modo da assicurare, una volta per tutte, che “*les voûtes sphériques n'ont presque point de poussée*” costituirà (richiamata nel secondo dibattito dallo stesso Rondelet) la difesa del progetto di Soufflot e della sua arditezza.

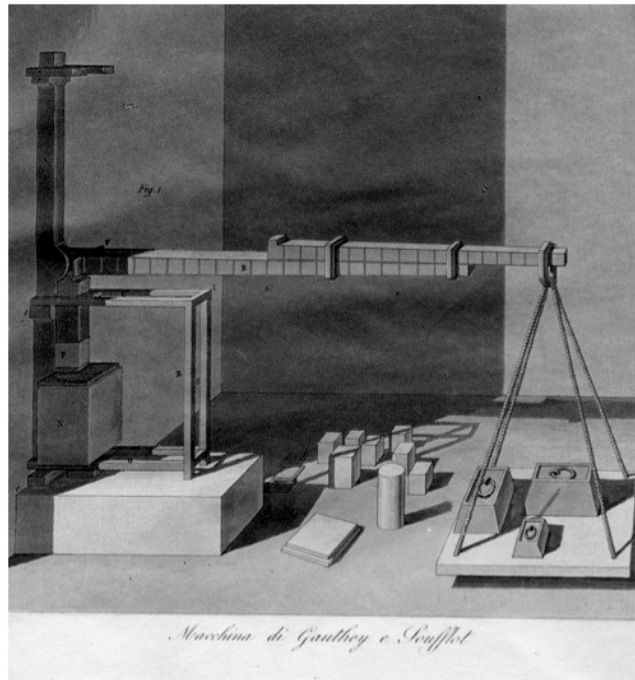


Figura 6.2.4 Macchina di Gauthey e Soufflot per la prova a compressione sui materiali.

Sembra quindi di poter confondere gli apporti dei due progettisti, nell'arditezza strutturale del Pantheon, perché se Soufflot aveva imitato i gotici e snellito le colonne,

a Rondelet era toccato il compito di eliminare ogni dubbio sulla loro resistenza, e quindi il merito di far proseguire la costruzione. Il cantiere quindi, a conclusione del primo dibattito, prosegue con le dimensioni previste dal suo progettista, ma subito dopo la costruzione (come nelle funeste previsioni di Patte) cominciano a comparire numerose e larghe fessure sui pilastri in pietra, specialmente in corrispondenza dei cunei di legno posizionati per meglio “collettare” i blocchi di pietra durante la fase di posa, e le stesse fessure sembrano incrinare nuovamente la fiducia in Soufflot e nella sua opera.

Come spesso accade agli artisti incompresi, il grande architetto muore nel 1780, senza sapere se alla fine avrebbe avuto ragione o meno sulla supposta stabilità della sua fabbrica, che dieci anni dopo ritorna al centro di quello che è ricordato come il secondo grande dibattito sul Panthéon.

### 6.3 La cupola non spinge più.

Che la cupola e il suo insito tranello – la ormai nota spinta radiale – non fosse alla causa del dissesto che provocò, a cavallo tra Settecento e Ottocento, il secondo grande dibattito sulla stabilità del Panthéon, lo si doveva comprendere chiaramente dal fatto che le prime lesioni sugli snelli pilastri della grande fabbrica erano apparsi ancora prima che la costruzione della cupola fosse iniziata.

Nel 1770, ancora in piena polemica con Patte, i pilastri avevano cominciato a mostrare fessurazioni e segni di cedimento anche se sottoposti a carichi molto più modesti di quelli per cui erano stati progettati. Alla fine del Settecento insomma, sembrava che la catastrofica profezia di Patte stesse per compiersi, ma per i membri della commissione incaricata di studiare il problema, come vedremo, la questione non stava in una progettazione inadeguata.

Procediamo con ordine. Le notizie circa una possibile instabilità della fabbrica erano cominciate subito dopo la morte del suo progettista, e nel frattempo, al progetto originario erano state apportate varie modifiche.

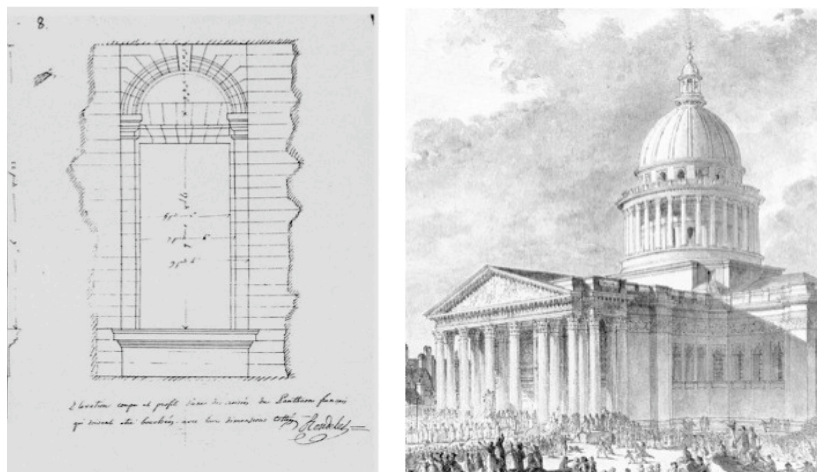


Figura 6.3.1 Il tamponamento delle finestre nei muri perimetrali

Nel 1791 lo stesso Rondelet, che aveva appoggiato Soufflot durante la progettazione e certamente negli ultimi anni di cantiere, aveva tamponato, sotto la direzione di Quatremère de Quincy, i muri perimetrali, che il progettista rivoluzionario aveva pensato di rendere quasi inesistenti (*a nulla*) aprendovi grandi finestre. Insieme ai muri perimetrali, si era proceduto anche al tamponamento dei pan coupè, e le colonne di spigolo (pensate come isolate nel progetto originario) erano state inglobate nei muri.

Nelle sue *Memoire*, Rondelet cerca di giustificare la sua operazione di tamponatura delle finestre dandone una giustificazione funzionale più che strutturale, dicendo che la luce sarebbe stata eccessiva all'interno della fabbrica, considerata la sua funzione. Cercava forse così di mascherare quello che, ancora adesso, alcuni studiosi valutano come un “tradimento” dell'idea originaria del suo maestro Soufflot, prestandosi ad essere interpretata come una dichiarazione di sfiducia sulla capacità portante dei muri da questi progettati. Poco importa, ai fini del dibattito, che questo “tradimento” si sia o meno compiuto; fatto sta che i risultati del calcolo condotto recentemente<sup>xlv</sup> sulla questione hanno confermato la validità strutturale dell'intervento di Rondelet, che sembra aver anticipato risultati che poteva ottenere solo con il moderno calcolo.

Rondelet aveva evitato, tamponando le grandi finestre, ulteriori danni alla struttura, opponendo più contrasto alle spinte orizzontali sui muri che nei primi anni di cantiere avevano provocato sui muri stessi delle fessure inclinate. L'architetto applicava qui, senza averne gli strumenti, quella Scienza del costruire di cui, alla fine del dibattito, sembra il più degno rappresentante (per la sua capacità di mescolare alla sensibilità strutturale i risultati della sperimentazione).

Rondelet quindi aveva messo un freno al dissesto, ma le lesioni sui pilastri - gli stessi sulle cui dimensioni si era tanto dibattuto pochi anni prima - destavano comunque preoccupazione riportando alla luce vecchie questioni.

Da quando, nel 1780, Rondelet aveva assunto la direzione del cantiere, dopo la morte di Soufflot, la costruzione era proceduta seppur con qualche difficoltà. Già nel 1776, dopo la realizzazione degli archi - quando ancora la cupola non era stata costruita - i

quattro pilastri che erano chiamati a sostenerla avevano cominciato a fessurarsi e dei frammenti di pietra si erano staccati ancor prima che fossero gravati del peso del tamburo. Vent'anni dopo, quando ormai le cupole sono state costruite, il danno sui pilastri è diventato così evidente che viene quindi nominata una commissione di cui fanno parte gli stessi che avevano preso parte al primo dibattito, Rondelet e Gauthey, affiancati poi da due matematici, Laplace e Bossut<sup>lvi</sup>.

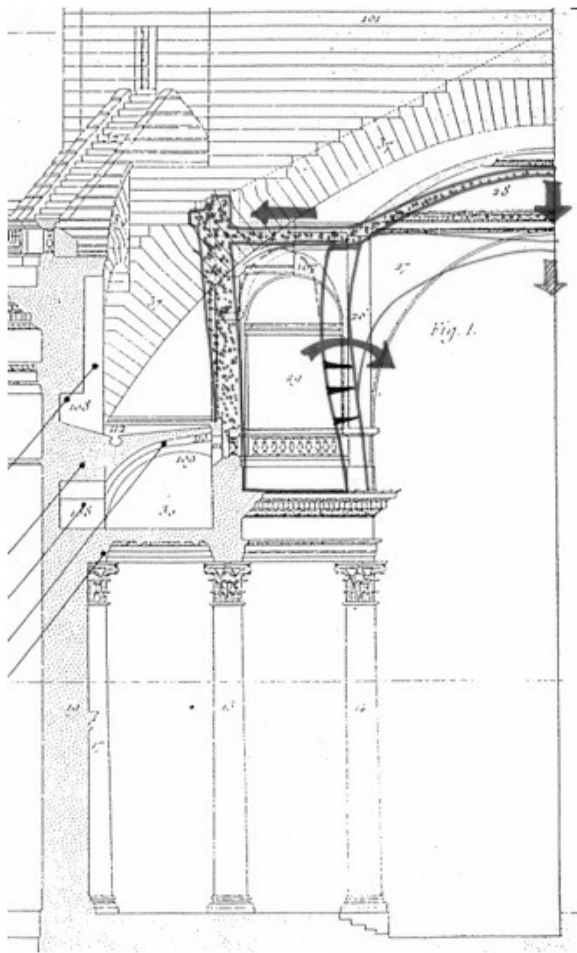


Figura 6.3.2. La spinta degli archi sui muri perimetrali

“La commissione, composta da architetti ed ingegneri, raggiunse subito l'accordo sulla causa delle fratture; ma il disaccordo sul modo di interagire fu tanto clamoroso da suggerire al ministero responsabile dei lavori pubblici l'ampliamento della commissione a due matematici: per gli ingegneri, Laplace, per gli architetti Bossut. Entrambi saranno costretti a denunciare la propria incompetenza quando le domande poste alla commissione richiederanno risposte precise.”<sup>xliii</sup> Sembra di rileggere in questo passo quelle dichiarazioni di imperizia fatte da Viviani al suo Granduca<sup>xlviii</sup> al momento di prendere una posizione sulla questione della cerchiatura della cupola di Firenze; ma mentre in quel caso la dichiarazione del matematico fiorentino nascondeva un desiderio di tornare alla teoria (e non una reale incapacità di affrontare il problema), nel caso del Panthéon la questione aveva assunto contorni troppo confusi con la scienza del costruire per essere risolti da matematici puri. Si era insomma già compiuto il distacco tra la vecchia *scienza* (quella del dibattito tra Mignot e gli esperti di Milano) e la nuova del costruire, impercettibilmente, attraverso le pietre del Pantheon.

“[...] se Bossut aveva avuto la malaugurata idea di applicare le sue formule alla cupola di Sainte Geneviève, questo fatto lo collocava tra gli esperti, suo malgrado, perché mostrare capacità e perizia nel formulare un problema è altro che avere la competenza, la capacità, il mestiere, che solo una lunga consuetudine di progetti e di cantieri conferisce a chi la pratica; Laplace poi era del tutto estraneo persino a quei temi teorici perché la sua attività scientifica lo vedeva impegnato in altri settori di ricerca.”<sup>xlix</sup>

Era chiaro poi come ormai il dibattito, appena al suo inizio, si prefigurasse come un'opposizione più grande: quella tra le due categorie appena formate di Architetti e Ingegneri, che nelle due figure di Rondelet e Gauthey rispettivamente vedevano i propri rappresentanti<sup>1</sup>.

Rondelet descrive dettagliatamente la situazione di dissesto di quella che nel frattempo considera la sua fabbrica, nelle sue *Memorie* del 1797, e non si limita a misurare cedimenti e ampiezza delle fessure, ma ne tenta una spiegazione; lo stesso farà Gauthey, l'anno successivo, nella sua *Dissertation*.<sup>li</sup>

Il quadro di entrambe le relazioni sembrava tragico: nei quattro pilastri incriminati si



contavano 367 fratture, e 283 di queste erano accompagnate da una vera e propria espulsione di materiale, pietre e malta (mentre altre 64 derivavano da fenomeni di schiacciamento). Rondelet misura l'abbassamento della sommità dei grandi pilastri e delle colonne (e alla base di queste misure c'è un rilievo eccezionale), non riuscendo però a capire se questo fosse dovuto, e in che proporzione, ai cedimenti della muratura. Nella sua relazione di rilievo non fa riferimento a cedimenti alla base dei piloni, che plausibilmente potevano avere causa fondazionale sotto il peso della cupola, anche se poi, per le fratture delle volte soprastanti, indica proprio in quei cedimenti differenziali la causa più probabile.

A entrambi i commissari risultava chiaro che il sistema dei grandi pilastri era gravemente fessurato, con lesioni ad andamento prevalentemente verticale; quello che più preoccupava erano i fenomeni di espulsione delle pietre (fino a 30 cm di profondità) che spesso si erano verificati in corrispondenza dei tasselli di legno inseriti in corso d'opera per regolarizzare la posa del paramento esterno.

Dall'analisi moderna delle lesioni che ancora si rilevano sulla struttura (e sui pilastri, nonostante gli interventi di consolidamento effettuati) si sa che fratture dei materiali e deformazioni e movimenti della struttura possono essere manifestazioni dello stesso fenomeno, e che devono essere esaminati insieme per comprendere il comportamento globale della fabbrica.

Nel 1797 Rondelet scriveva, a proposito del pilastro NE<sup>lii</sup> “*ce pilier [NE] est celui qui a la plus baissé; on a reconu, par des nivellements isolée qui soutinet l'angle soillant de la tribune à gauche, sur la nef du fond, ne s'etant comprimé e que de 8 lignes 1/2 (18 mm) il en résulte une pente de 4 pauches 1/2 (12 mm) à la partie d'entablement qui va de cette colonne à celle adhérente au pilier, dont il vient d'être question; c'est ce qui a occasionné les lezardes, les raptures et les désunions considérables que l'on voit dant les parties de cet entablement et dans les architraves, plafonds, lunettes at voutes de cette tribune [...]?*”. Le fratture delle volte, che ancora si sono notate nel più recente rilievo della fabbrica, erano quindi già presenti all'epoca di Rondelet, che le aveva collegate – e in questo è sorprendentemente moderno – al cedimento rilevato nei pilastri. Anche i

suoi rilievi (come quelli di Gauthey) erano modernamente precisi ed evidenziavano gli anomali abbassamenti subiti dai quattro grandi pilastri angolari che sorreggevano la cupola, insieme alla non orizzontalità delle superfici di contatto tra i conci che li componevano.

Nella sua relazione, Rondelet si propone di esaminare la questione dall'inizio prima di arrivare a una conclusione e divide la sua trattazione in quattro parti, partendo dalla descrizione del monumento e dal racconto storico-critico della sua costruzione, per arrivare all'esame dei muri e dei punti d'appoggio necessari a resistere agli sforzi in gioco; considera quindi in dettaglio gli *accidenti* che si sono manifestati nei pilastri della cupola per per progettarne il più opportuno consolidamento<sup>liii</sup>. Nell'ultima parte della trattazione fanno il loro ingresso le macchine utilizzate per valutare quello che in linguaggio moderno diventerà poi il carico ultimo delle pietre, calibrate per eseguire i diversi esperimenti.

Il punto di partenza per i commissari era quindi l'evidenza del dissesto e delle fessure diffuse sui pilastri e il passo successivo sembrava obbligato, passando per le prove e la definizione di saggi che controllassero la qualità e la tecnica della muratura.

Se si osservano le modalità con cui queste prove sono state eseguite, e i saggi pianificati, si rimane ancora sorpresi dalla precisione nella scelta dei provini e nell'analisi della questione.

Per la prima volta, per affrontare la questione del consolidamento, venivano valutate le *resistenze* e le *deformabilità* dei materiali e degli elementi in gioco, recependo quindi completamente l'insegnamento di Galileo e trasformando definitivamente la passata Arte in Scienza. Né Rondelet né Gauthey potevano ancora valutare, perché non ne possedevano gli strumenti, la *deformabilità*, che non entrava in gioco nelle equazioni di equilibrio che loro potevano applicare, ma riescono a introdurre compiutamente la *resistenza*, e di questa – più che delle dimensioni - tenere conto nelle loro verifiche. Quello che riescono a fare è eseguire prove sulla deformabilità della malta, per valutare se il cedimento dei piloni sia o meno congruente.

I due commissari avevano scoperto, attraverso le prime indagini interne agli elementi strutturali, che la struttura interna dei pilastri tradiva un'errore non visibile ad un'indagine superficiale: mentre infatti la superficie esterna della muratura dei pilastri non mostrava irregolarità, tanto da farla sembrare perfetta, all'interno si notava quel “*dimagrimento*” imposto alle pietre in fase di posa in opera, che, proprio per facilitarne la posa, erano state assottigliate all'interno.

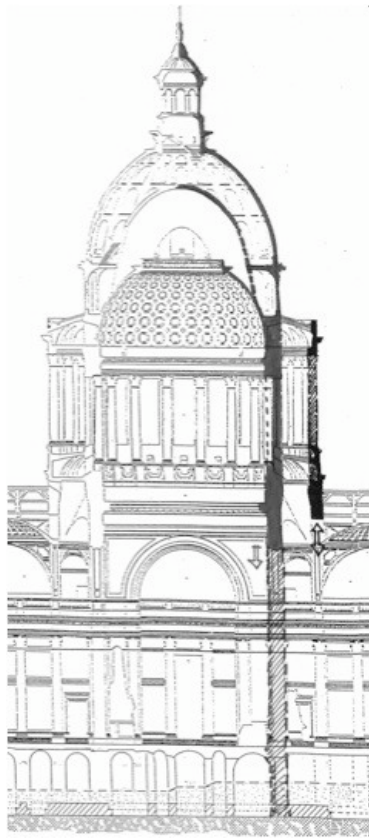


Figura 6.3.3 abbassamenti verticali. Schema.

Quando esaminano il primo pilastro dall'interno, Rondelet sembra sorpreso di scoprire che “*le pietre delle pareti erano diminuite a cuneo di grossa punta, e che le commessure dei sedimenti,*

che non avevano più di due linee di grossezza sulle facce apparenti, ne avevano 24 o 30 all'interno con iscabrosità e riempimenti di pietrami informi mal murati e privi di malta. Questo stato che io non conosceva punto, e che sorprese me del pari che gli Ispettori, fu provato dai disegni [Tavola XVII] uniti al processo verbale fatto sul luogo e firmato dagli Architetti e dagli Ingegneri. Questi vizi di costruzione erano la conseguenza inevitabile dei lavori a prezzo fermo, come si era praticato gran tempo prima che mi s'impiegasse alle opere di questo edificio. Germano Soufflot era stato ingannato, ed io del pari, dall'aspetto curato che offrivano le parti esterne”<sup>liv</sup>

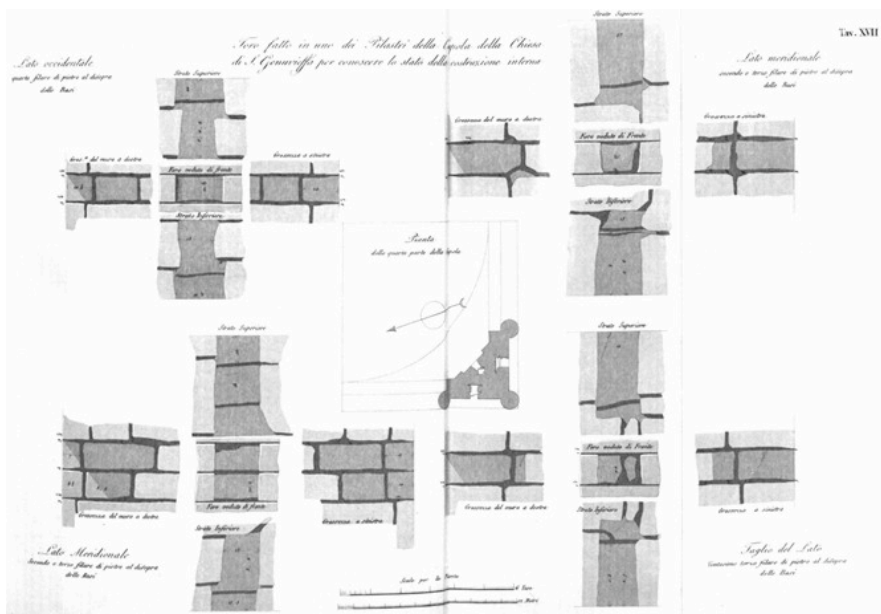


Figura 6.3.4. Schema giunti pietre Rondelet.

Le fratture delle pietre non derivavano dunque dall'insufficienza della sezione resistente dei piloni, ma piuttosto da una cattiva esecuzione della muratura in fase di costruzione. In seguito della costruzione errata, forti concentrazioni tensionali venivano convogliate sul paramento esterno dei quattro grandi pilastri, scaricando conseguentemente il loro interno.<sup>lv</sup> Non si trattava quindi di una progettazione inadeguata alla base della costruzione, era piuttosto la tecnica costruttiva utilizzata a non essere in grado di

sopportare i carichi: “*on a des plus posé chaque pierre sur quatre cales de bois dur qui ne sont pas susceptibles de se ordinairement 3 pieds de long sur 2 pieds de large, ne portren réellement que sur quatre cales qui n’ont quère que la centieme partie de la surface des pierres*”.<sup>hi</sup>

All'inizio del secondo dibattito - come già stabilito a chiusura del primo - sembrava di poter quindi confermare che le cause delle lesioni diffuse nei pilastri non fossero da ricercarsi in qualche negata regola proporzionale, ma, più semplicemente, nella mancata resistenza dei materiali, principalmente causata dalla loro cattiva esecuzione (giunti di malta troppo sottili e dimagrimento delle pietre insieme all'uso di distanziatori in legno che producevano una concentrazione di forze tale da tagliare le pietre e causarne l'espulsione). La commissione aveva individuato, in modo unanime, nella cattiva esecuzione la causa dei dissesti, ma anche qui il dibattito si accese, questa volta sui metodi di consolidamento da adottare.

É a questo punto che, alla domanda posta alla commissione “*Les piliers qui soutient le dôme ont-ils une force suffisante pour empêcher qu'il ne s'écroule?*”, i due matematici Bossut e Laplace riconoscono che “*d'après l'incertitude où ils sont sur la manière dont les piliers ont été construit, d'après la variété des renseignements qui ont été pris à cet égard et d'après les discussions qui en ont été la suite, ils ne peuvent répondre d'une manière positive*”.<sup>lvii</sup> La loro è una risposta equivoca, perché sembrano dire, almeno ad una prima lettura, che i pilastri crolleranno; quello che vogliono dire, in realtà, é che non sono in grado di rispondere. Dopo questa dichiarazione Laplace si ritirerà dalla commissione senza dare spiegazioni e verrà sostituito da Mauduit. Quando Gauthey, mentre continua i suoi calcoli parallelamente a Rondelet - cercando di calcolare il momento sui pilastri che non sono pressoinflessi perché lesionati uniformemente sul perimetro - inviterà i due matematici a tentare una risposta al problema strutturale, lo farà in modo provocatorio, appellandosi a loro<sup>lviii</sup> (con una certa ironia) per risolvere la questione della determinazione esatta dei pesi che gravavano sui pilastri e su cui ingegneri e architetti si trovavano in disaccordo. Sa benissimo, in realtà, quando lo chiede che “*les mathématiciens ne peuvent pas répondre à la question [sur la force des piliers], question pure et simple*”; per Gauthey il loro ruolo è

marginale, potendo risolvere solo questioni accessorie, e inutili.<sup>lix</sup> Sarà lo stesso Mauduit a dargli ragione, quando, in una lettera personale indirizzata proprio a Gauthey circa la questione da lui posta, preciserà innanzitutto di poter rispondere solo a proprio nome (perché Bossut non aveva approvato i risultati del collega e si era definitivamente dichiarato incapace di risolvere la questione) e aggiungerà, a commento dei suoi risultati, come i calcoli fatti, che si riveleranno senza applicazione, fossero stati per lui “*enormement longs et difficiles?*”.

Il problema ormai stava nelle *pietre*, e i matematici sono forzati a dichiarare la propria estraneità alla questione, che si deve risolvere per via essenzialmente sperimentale; il richiamo era, come nel caso di San Pietro, agli esperimenti di Pieter van Musschenbroek, che nel frattempo avevano raggiunto una dignità scientifica tale da rimanere, nei procedimenti di prove a trazione, flessione e compressione, un riferimento per secoli, anche nei risultati da lui ottenuti.<sup>lx</sup>

Ingegneri e architetti, una volta esclusi i matematici, propongono quindi rimedi separati, che vanno dalla proposta di abbassare e ricostruire la cupola fino al rinforzo dei pilastri. Pur partendo dallo stesso assunto di partenza (le fessurazioni dei pilastri e la loro debolezza intrinseca dovuta alla cattiva esecuzione) il dibattito si crea sulle proposte di intervento, che vedono essenzialmente contrapporsi proprio gli stessi due studiosi che, nel primo dibattito, della fabbrica avevano concordemente dimostrato la stabilità.

Deve essere qui ricordato che, nonostante i pilastri fossero molto danneggiati, la cupola non mostrava fessure preoccupanti, infatti “*toutes le pierres du Dôme ont été posées [...] sur des cales de plomb [...] elles ont été toutes cramponnées de deux en deux assises et en outre les différentes parties du Dôme ont été reliées de 23 cercles de fer placés dans la maçonnerie à différentes hauteurs et de trois rangs de tirants pour la lier la colonnade extérieure [...] de sorte qu'il est presque impossible que la masse totale du dôme puisse se désunir*”.<sup>lxi</sup>

Il 12 gennaio 1771 Gauthey aveva scritto contro Patte le sue brevi e incisive *Memoire sur l'application des principes de la mécanique à la construction des voutes et des domes*, in cui

rimproverava al detrattore di Soufflot di aver applicato in modo sbagliato le regole sulla stabilità delle volte e di aver male interpretato anche i calcoli (comunque poco affidabili) dei matematici - *“sous quelque point de vue que l'on considère l'exécution de la coupole de l'église de Sainte-Genevieve, on doit donc être bien convaincu que les principes mathématiques que l'on a appliqués a la théorie des voûtes, et les exemples que l'on a mis en parallèle, bien loin de servir à prouver que les piliers de cette Église sont d'une disproportion trop manifeste pour porter son dôme, servent au contraire à démontrer jusq'à la dernière évidence que ces mêmes piliers pourroient supporter un dôme beaucoup plus considérable”* - e anche nella sua *Dissertation* del 1798, l'ingegnere conferma quanto sostenuto nel primo dibattito, e cioè che la dimensione dei pilastri fosse sufficiente a sostenere i carichi verticali della cupola.

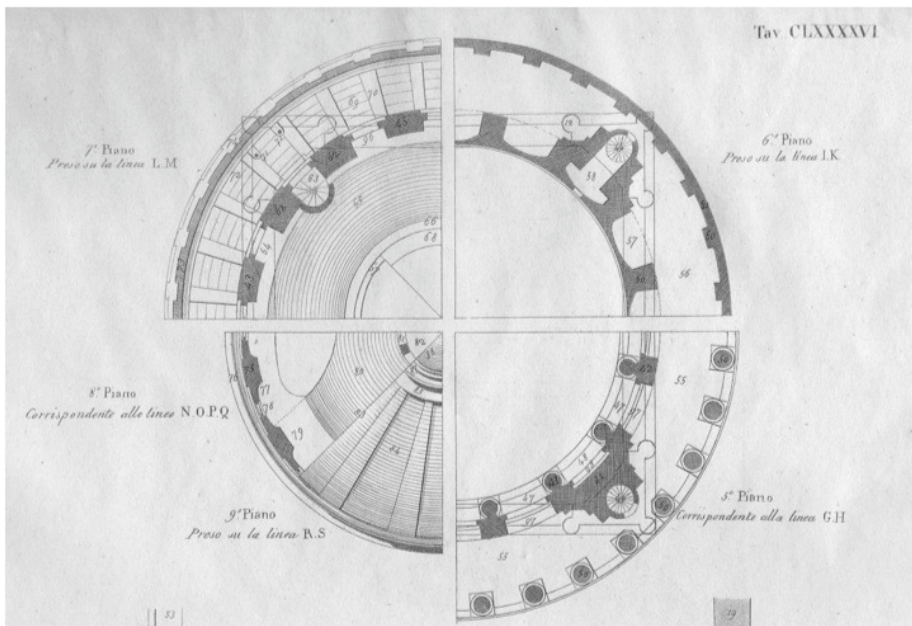


Figura 6.3.5. Lo stato della cupola, cerchiatura

Per lui però il problema era un altro e precisamente quello su cui si conclude il secondo dibattito del Panthéon insieme alla lunga vicenda delle fabbriche cupolate, e quindi anche il mio racconto: i pilastri, così snelli, non potevano sostenere le spinte

orizzontali, che, per Gauthey, la cupola continuava ad esercitare, insieme ovviamente a quelle degli *arcs doubleaux*.

Tenta quindi di calcolare – ancora una volta senza avere gli strumenti necessari a comprendere l'iperstaticità del problema - il momento flettente che secondo lui si doveva sviluppare alla loro base e proprio per la sua mancanza di strumenti i suoi risultati non sono attendibili; i suoi calcoli ricordano quelli dei Tre Matematici per i cinematismi intuiti sulla cupola, e non a caso infatti Gauthey si riferisce proprio al Vaticano quando si cimenta nel calcolo, applicando i metodi della statica grafica che non tenevano in considerazione, almeno non come avrebbero dovuto, le cerchiature metalliche nel tamburo quadrato, e anche la presenza degli archi rampanti sotto le scale esterne.

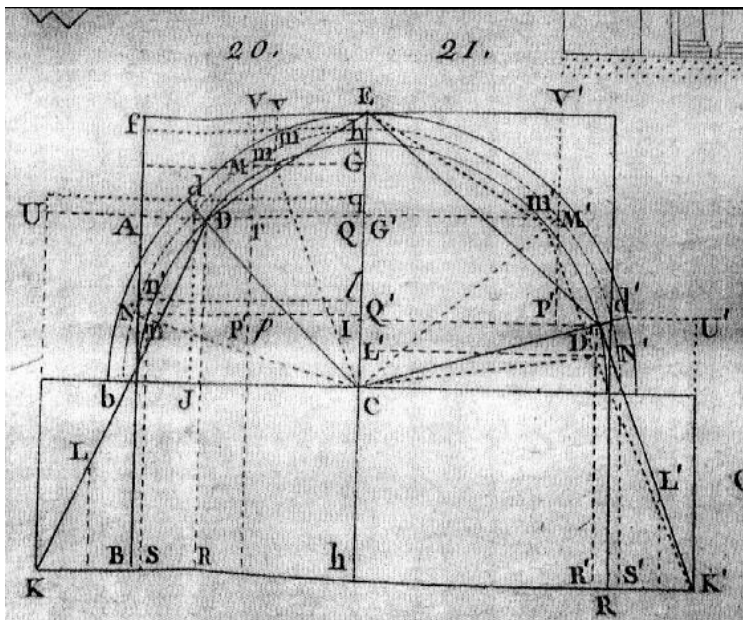


Figura 6.3.6. Emiland Gauthey, calcoli della spinta di una cupola

Seguendo questa ipotesi, la sua proposta di consolidamento strutturale dei pilastri si traduceva nella realizzazione di contrafforti molinati, inseriti nella struttura per



contrastare le pericolose spinte orizzontali che i pilastri dovevano sostenere, senza modificarne la sezione. Propone quindi la realizzazione di archi rampanti diagonali, che si opponessero alla spinta della cupola, per lui ancora preminente: “*Nous proposerons donc de construire quatre forts arcs-boutants au dessous de ceux qui sont déjà construits et le plus bas possible pour qu'ils ne gâtent point la décoration, [dans les galeries qui sont derrière les tribunes]*”<sup>lxii</sup>. In questo modo i pilastri sarebbero stati scaricati di una parte del peso e della spinta che erano troppo deboli (per la cattiva esecuzione) per sostenere; “*en faisant distribuer la majeure partie du poids du dôme sur les autres parties de l'édifice, et principalement sur les murs qui forment des masses très considérables, ce qui pourrait de telle sorte que les piliers n'eussent presque porté que leur poids*”:<sup>lxiii</sup>

Il riferimento di Gauthey, anche nella scelta del suo metodo di consolidamento per i pilastri, è al metodo già adottato nella chiesa di Givry, nella quale una cupola di 36 piedi di diametro (quindi pari circa alla metà di quella del Panthéon) poggiava su otto colonne abbastanza sottili, tutte contraffortate da archi invisibili che esercitavano sul tamburo superiore delle spinte oblique. Nei fatti, l'opera muraria si rivelerà piuttosto fragile, ma Gauthey la invocherà, come “modello in scala” quando ci sarà la questione di consolidare i pilastri del Pantheon francese, proponendo di opporre “*forces indirectes*” alle spinte laterali delle volte.

Curiosamente nessun calcolo né spiegazione meccanica accompagnava la proposta, che si basava solo su un esempio reale, chiamando il lettore ad immaginare il modello di una cupola di 15 piedi di diametro, della grandezza di una camera ordinaria.

È una maniera intuitiva di argomentare quella di Gauthey e certamente poco scientifica; anche per il modo scelto per giustificare la propria soluzione, oltre che per la scelta stessa, Rondelet gli si opporrà, accusandolo di ragionare allo stesso modo di Patte.

Rondelet aveva invece un'idea diversa sulla faccenda: il problema delle lesioni nei pilastri non stava nella spinta della cupola, che aveva già dichiarato inesistente, né tantomeno in quella esercitata dagli arconi, ma risiedeva esclusivamente nella cattiva

esecuzione dei pilastri, che aveva portato al grave sbilanciamento di tensioni al loro interno. Tutto il carico, era emerso chiaramente dai saggi effettuati, era convogliato sul loro perimetro, anziché distribuirsi uniformemente sull'intera sezione – che in questa ipotesi sarebbe stata più che sufficiente a sopportarlo, perché esclusivamente verticale.<sup>lxiv</sup> L'unica soluzione a questo problema, costruttivo e non progettuale, era quindi, paradossalmente, proprio sconvolgere l'idea progettuale che era corretta e che avrebbe funzionato benissimo, in caso di corretta esecuzione: si doveva ispessire la sezione dei pilastri, creando una sorta di corona esterna.

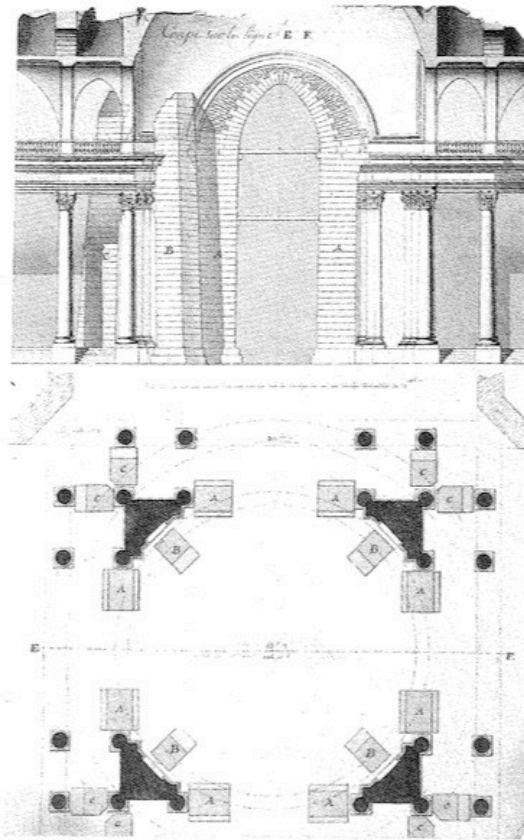


Figura 6.3.7. Schema rinforzo pilastri

Nella sua Memoria scrive “[...] *chaque rang de voussoirs forme une couronne circulaire qui se soutient d'elle même, quelque soit l'inclinaison du joint sur le quel elle est posée. De plus, chacune de ces couronnes è tout composées de pierres posées eu liason les unes sue les autres, de meme que assises qui forment le mur circulaire qui les supportent; il faudrait, porque la désunion eut lieu, qu'il se fit un déchirement dans le voûte sphérique, et dans les mur circulaire qui la soutient*”<sup>lxv</sup>.

Per dimostrare il suo ragionamento anche Rondelet, come già aveva fatto Gauthey, riparte da Patte e dagli argomenti usati per contestare le sue conclusioni; l'oppositore di Soufflot aveva tentato di dimostrare la snellezza dei pilastri e del tamburo della cupola applicando la formula di Belidor (che derivava da quella medievale già citata) per la determinazione dei piedritti, e per contestarne le conclusioni Rondelet aveva da subito chiarito – già quindi nel corso del primo dibattito – come la cupola da lui progettata (più che da Soufflot) non potesse risolversi in quel modo poiché “*nous allons examiner la différence qu'il y a entre une voûte en berceau (a botte) et une voûte sphérique*”.

Già nella prima fase del dibattito quindi, con l'argomento con cui aveva convinto Soufflot ad affidargli la costruzione della nuova cupola rivoluzionaria, aveva anticipato la teoria membranale descrivendo come “*il faut d'observer que dans les voûtes en berceau les rangs de voussoirs forment des joints horisontaux paralleles aux murs qui ler servent da piedroits, d'où il résulte que le moindre effort supérieurà la résistance deces piédroits, peut causer une désunion dans toute leur longueur, tandis que dans les voûtes sphériques, chaque rang de voussoirs forme une couronne circulaire qui se soutient d'elle même, quelque soit l'inclinaison du joint sur lequel elle est posée*”.<sup>lxvi</sup> Ma Rondelet va oltre, sostenendo che “*De plus, chacune de ces couronnes étant composées de pierres posées en liason les unes sur les autres, de même que les assises qui forment le mur circulaire qui les supportent; il fandroit, pour que la désunion au lieu, qu'il se fit un **déchirement** dans la voûte sphérique, et dans le mur circulaire qui la soutient: or, cet effet exigeroit un effort beaucoup plus considérable que celui de la poussée d'une voûte même en berceau.*”<sup>lxvii</sup>

Secondo l'intuizione di Rondelet infatti, mentre dividendo una volta a botte lungo la lunghezza ogni trancio parallelo forma un arco che esercita una propria spinta separata con direzione e intensità costante lungo l'intero sviluppo della volta, nel caso di una

volta sferica, tagliata nello stesso numero di parti da altrettanti piani passanti per l'asse, la direzione della spinta cambia per ogni trancio triangolare in cui è suddivisa. È questa la proprietà a cui si vuole riferire quando dice che, tagliando la volta sferica (e quindi la cupola) in due parti uguali con un piano passante per l'asse centrale, le due semivolte ottenute si sostengono indipendentemente l'una dall'altra, senza nessuna necessità di controbilanciarsi (come accadeva invece per gli archi). Alla fine dice che *“joint à cette expérience semble déjà prouver que les voûtes sphériques?”* non spingono più !!.

Per dimensionare l'intervento sui pilastri considera poi anche il peso dei pennacchi, relazionandoli alla cupola: *“Les pendentifs peuvent être considérés comme des portions d'une voûte sphérique, prenant sa naissance sur les faces intérieures des piliers. Le diamètre de cette voûte étant plus grand que celui de la tour du dôme, elle se trouve tronquée verticalement par les faces des quatre grandes arcades formant l'ouverture des nefs”* e calcola alla fine il peso di un quarto di struttura - cupola (o meglio cupole) e pennacchi - che spinge su ogni pilastro, per lui (al contrario di Gauthey) in maniera centrale.

D'altra parte la sua cupola, così come l'aveva costruita, non poteva più essere studiata e calcolata con quelle semplificazioni finora utilizzate che ne assimilavano il comportamento ad un semplice susseguirsi di archi. Rondelet aveva introdotto, con le sue graffe e armature, quelle forze di parallelo che i matematici fino ad allora non avevano considerato perché effettivamente trascurabili nelle precedenti cupole in muratura: aveva insomma trasformato la cupola in guscio, contenendone la spinta sulle strutture sottostanti.

Già descrivendo il portico, prima ancora della cupola, Rondelet aveva chiarito la trasformazione della muratura in pietra armata che aveva annullato le spinte degli archi, e il tranello sotteso nella loro natura. *“L'idea di Soufflot era quella di sollevare le parti sopra le piattebande con archi de'quali bisognava egualmente frenare la spinta. Dopo avervi riflettuto bene, trovai che si poteva distruggere uno sforzo per mezzo dell'altro, sospendendo, per così dire, una parte di ciascuna piattebanda ai peducci inferiori dell'arco di sollievo posatovi sopra. Per meglio far comprendere questo meccanismo, feci un modello che fu accolto e io fui incaricato dell'esecuzione. L'idea*

*di questo mezzo è il risultamento di molte sperienze da me fatte onde giungere a conoscere la maniera onde agiscono le volte quando i piedritti sono troppo deboli per resistere allo sforzo di esse. Io aveva sperimentato, che in un arco posato sopra piedritti troppo deboli, sospendendo un peso a fili che passavano nelle connesure, ad una certa altezza la spinta della colta rimane distrutta<sup>4xviii</sup>.*

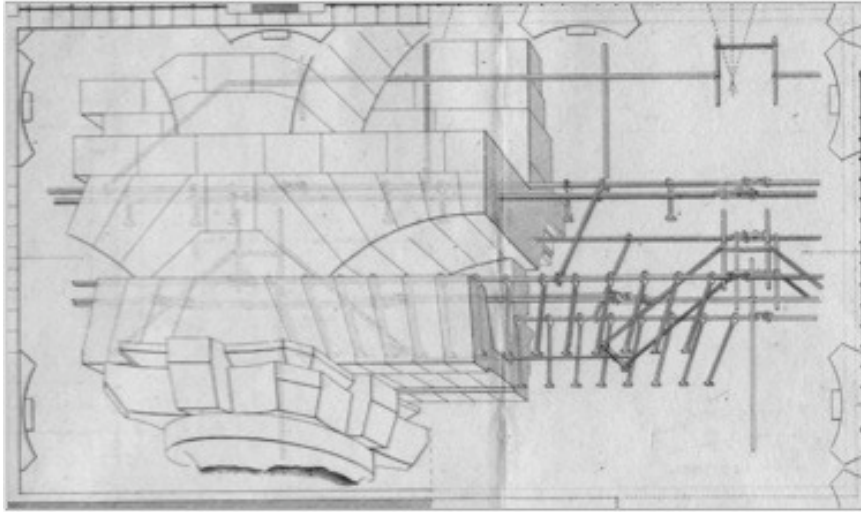


Figura 6.3.8. Muratura armata nel portico

Dopo quindi aver descritto l'esatta disposizione delle catene e delle graffe così disposte dice “da questa disposizione risulta che, fatta astrazione dalle catene e dagli altri mezzi impiegati per resistere alla spinta degli archi e delle piattabande, questi sforzi si distruggono reciprocamente: perocchè è chiaro che la piattabanda non può agire che tendendo a ravvicinare i primi peducci dell'arco a cui è sospesa; mentre da un'altra parte quest'arco caricato da una parte del peso della piattabanda non può cedere a questo sforzo senza sollevare la piattabanda a cui sono attaccate le staffe che impediscono ai primi peducci lo scostarsi.” e in nota dice “Dai calcoli che feci allora per determinare lo sforzo che questo sistema doveva esercitare sopra i suoi punti d'appoggio, risulta che per far equilibrio colla spinta della piattabanda e dell'arco uniti, ciascun piedritto avrebbe dovuto avere 5 piedi e 6 pollici di

*larghezza, sopra 13 piedi e 2 pollici di spessore per 70 di altezza; oppure, ciò che diviene lo stesso, essere formato di due colonne binate come nel colonnato del Louvre.*”

Conclude Rondelet spiegando come “*tutti questi mezzi riuniti formano un'accerchiatura capace di sostenere lo sforzo delle volte interne, disposte altronde in maniera da averne il meno peso possibile*”, e la prova definitiva, come proprio a sfidare Patte e il modo degli antichi di ragionare, sta nel fatto che “*questo magnifico portico ha più di sessant'anno d'esistenza [...] senza che si sia manifestato il più leggero effetto in veruna delle sue parti*”.

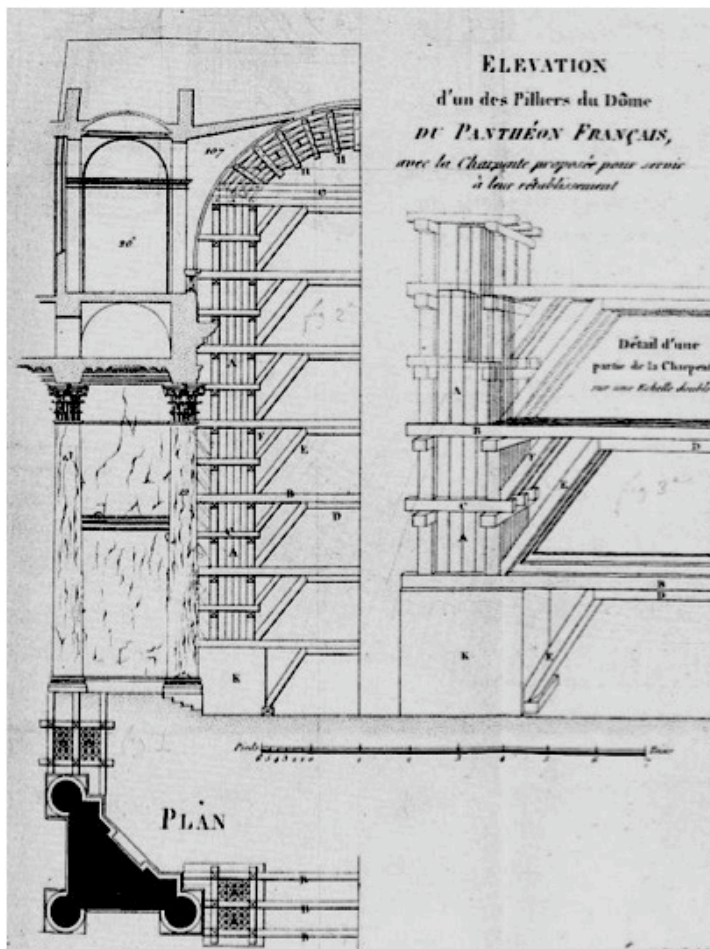


Figura 6.3.9. Il rinforzo strutturale del pilastro

Rondelet aveva risolto il secolare dibattito sulle cupole e sulla loro stabilità: le spinte delle cupole e degli archi erano assorbite dalle graffe, dai tiranti e dalle armature; la cupola insomma aveva cominciato a comportarsi come un solido rigido che trasmetteva solo uno sforzo normale sui suoi appoggi. La sua soluzione di consolidamento allora appare la più logica: non è necessario calcolare nessun momento flettente, più o meno complicato; basta dimensionare i pilastri in modo da farli resistere allo sforzo di compressione normale applicato.

Dall'analisi strutturale condotta recentemente dal gruppo di ricerca di Parma<sup>lxix</sup> risulta che i piloni erano effettivamente caricati centralmente, con una distribuzione di tensioni uniforme sul perimetro – facilitato dai fenomeni plastici. Tutto quanto progettato da Soufflot aveva quindi un significato preciso e il suo progetto di altezza del muro del tamburo quadrato sopra gli archi doubleaux, le armature in metallo, gli archi rampanti e le cerchiature nelle gallerie circolari, concorrevano insieme a produrre carichi centrali sui quattro piloni, praticamente baricentrici. Soufflot quindi aveva concepito la struttura come sufficiente a sostenere le cupole, se solo fosse stata realizzata con la cura necessaria.

Nonostante l'autorevolezza di Gauthey, il dibattito si conclude a favore di Rondelet e la soluzione di rinforzare le colonne d'angolo dei pilastri con la costruzione di un nuovo strato intorno alla primitiva ossatura sembra la più saggia. Facendo dei calcoli e delle ipotesi sullo stato tensionale esistente al momento del consolidamento il gruppo di Parma ha stabilito come sul perimetro esterno dei pilastri ci fosse il valore tensionale uniformemente distribuito di circa 9 Mpa. Dall'analisi si evince anche una conclusione, e cioè che almeno due ragioni rendevano questo valore non pericoloso: era ancora lontano dal valore di rottura della pietra (si trattava poi di pietre confinate, e quindi con valore di rottura più alto) e ulteriori eventuali fratture avrebbero portato ad una immediata migrazione delle tensioni sulle parti di muratura nuova di Rondelet (nuove e ben costruite) in grado di sostenerle.

Il rimedio doveva in effetti funzionare, se tre anni dopo i lavori di consolidamento, una

commissione d'ispezione dice che *“depuis trois ans, le Panthéon français n'a pas éprouvé de tassement dans la coupole ni dans ses supports?”*<sup>lxx</sup>

Alla fine del dibattito, la fabbrica perfettamente pensata dal suo architetto visionario Soufflot, era stata radicalmente cambiata dal suo assistente “paranoico” Rondelet, che, prefigurando l'errore aveva segnato la soluzione definitiva del tranello nascosto delle fabbriche cupolate, aprendo la strada alla moderna Scienza delle costruzioni.



- i Soufflot aveva conosciuto l'architettura italiana durante i suoi soggiorni di studio, tra il 1731 e il 1750, a Roma, Paestum, Ercolano e Napoli, e nel 1749 aveva visitato Roma e l'Accademia di Francia, accompagnato dal giovane fratello di Madame de Pompadour, futuro marchese di Marigny.
- ii David Watkin, *Storia dell'architettura occidentale*, Zanichelli, Bologna, 1999, p. 367.
- iii C. Gherardi, Il dibattito su S.te Genevieve, tesi di laurea, Università di Firenze, Dipartimento di Costruzioni, aa. 1988-1989, p. 55.
- iv Disegno conservato negli *Archives National de Paris*, tratta da Daniel Rabreau, *La Basilique Sainte Genevieve de Soufflot*, in *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989, p. 91
- v Tratta da ibidem, p.76.
- vi “I contemporanei non indugiarono nell’applaudire Soufflot per l’audace ma felice unione di Greco e Gotico, antico e moderno, razionale e pittoresco. L’architetto Brébion spiegò che l’intento di Soufflot era di «riunire in una delle forme più belle la leggerezza di costruire degli edifici e la purezza e lo splendore dell’architettura greca». Watkin, D., *Op. cit.*, p.369.
- vii Curiosamente l'illuminismo impedisce alla luce di entrare nella navata, come invece aveva voluto il suo progettista, ma questa è un'altra questione.
- viii Jacques-Germain Soufflot, *Mémoire sur l'architecture gothique*, 1684, ristampa anastatica Mardaga, Bruxelles, 1979, p. 217.
- ix John Ruskin scriverà, pochi anni dopo, nelle sue “Sette le lampade dell’architettura”, che “la vera architettura non ammette il ferro come materiale costruttivo”.
- x Tratta da *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989, p. 81
- xi Si veda quanto detto nel capitolo 2 della presente tesi a proposito del dominio della pianta, e delle sue dimensioni, sugli alzati.
- xii Rondelet racconta nelle sue Memoires di essere stato incaricato da Soufflot nel 1770 della direzione del cantiere. È sotto la sua direzione quindi che, nel 1790, vengono costruite le cupole, quasi certamente nel frattempo modificate.
- xiii J.B. Rondelet, *Mémoire historique sur le dôme du Panthéon Français, divisé en quatre parties*, 1797, presso du Pont Imprimeur-Libraire, Parigi.
- xiv Il peristilio ha 22 colonne (18 libere) di diametro pari a 5 piedi e 6 pollici, alte 58 piedi e 3 pollici dalla base al capitello, con un intercolumnio di 3 diametri (proporzione del diastilo).
- xv Si veda la relazione a cura di Carlo Blasi, *Mémoires sur la stabilité et les lazardes du Panthéon Français*, Rapport Final, Ministero della Cultura e della Comunicazione, Direzione del Patrimonio, Parigi, Dicembre 2005.
- xvi In realtà poi l'autonomia crescente dei nuovi materiali (il ferro forgiato, e poi la ghisa) che si osserva nella prima metà del XIX secolo condannerà il sistema inventato da Soufflot, respingendolo più sul piano stilistico perché ritenuto una sorta di estrapolazione tecnologica (troppo poco funzionalista), del classicismo, ma questa è un'altra questione.

- xvii Dumont, *Coupe, Profil et Détails des armatures d'une partie du Fronton de la nouvelle Église de Sainte Geneviève de Paris*, Gravure, 1781, Centro Canadese di Studi, Montréal. Tratto da *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989, p. 94.
- xviii Il riferimento è agli studi condotti dal Prof. Carlo Blasi e dal gruppo di ricerca dell'Università di Parma da lui coordinato (tra cui si ricordano gli ingegneri e professori universitari Eva Coisson, Ivo Iori, Daniele Ferretti e Gianni Royer-Carfagni) che hanno prodotto una relazione sulla stabilità delle pietre del Pantheon. Si veda sullo stato fessurativo l'articolo C. Blasi, E.Coisson, I.Iori, *The fractures of the French Panthéon: Survey and structural analysis*, in *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 2008, pp. 379-388.
- xix Ibidem.
- xx Tratto da C.Blasi, *Mémoires sur la stabilité et les lazardes du Panthéon Français*, Rapport Final, Ministero della Cultura e della Comunicazione, Direzione del Patrimonio, Parigi, Dicembre 2005.
- xxi “Or, il ne faisait que réitérer, codifier et perfectionner des manières d'épreuve déjà tentées dans maints cabinets d'Europe; et il sera initié, répété par Soufflot et Rondelet qui précèdent eux-mêmes tante una cabarte d'ingéniery curieux de résistance des materiaux. Leur questionnement est utile, incontestablement; mais il n'a pas, à proprement parler, de valeur scientifique, au sens qu'on entendrait de nos jours. Les résultats publiés par Gauthey et Rondelet montrent des discordances remarquables. On presume que l'hétérogénéité des échantillons ou quelque flou opératoire suffraient à les expliquer. En outre, de quel droit tenir rigueur à ces pionniers de leurs balbutiements initiaux? Ils ont su tirer de leurs manipulations queleques sages conséquences, comme de se donner des marges de sécurité dans l'évaluation des résistances dont sont capables les pierres”, in *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.172.
- xxii Abbé Laugier, *Observations sur l'Architecture*, La Haye, 1765, ristampa anastatica Farnborough, Gregg, 1966.
- xxiii Abbé Laugier, *Observations sur l'Architecture*, La Haye, 1765, ristampa anastatica Farnborough, Gregg, 1966.
- xxiv A. Laugier, *Op. cit.*, pp. 293-294.
- xxv A. Laugier, *Op. cit.*, p. 295.
- xxvi A. Laugier, *Op. cit.*, p. 298.
- xxvii A p. 56 del suo scritto *Memoire* (Op.cit), all'inizio della terza parte (in cui esamina i punti d'appoggio necessari per resistere agli sforzi che devono sostenere) dice “nous allons commencer par examiner [...] la coupole projetée alors par Soufflot?” e in quel *alors* molti studiosi – compreso Carlo Blasi che se ne è occupato approfonditamente nel suo recente incarico per lo studio e il consolidamento del Panthéon francese – vedono la prova che la cupola attuale effettivamente realizzata, non è di Soufflot ma di Rondelet (che distingue qui la sua cupola da quella progettata *alors par Soufflot*). In realtà si vedrà più avanti nel paragrafo che proprio in occasione del primo dibattito sul Panthéon, Soufflot cambia il suo progetto della cupola, affidandolo al giovane Rondelet, trovando nelle sue idee la garanzia definitiva di stabilità (o meglio, di natura non spingente) della

cupola, che in questo modo poteva essere sostenuta dai pilastri snelli.

xxviii Pierre Patte, *Memoire sur la construction de la Cupole projetée pour couronner la nouvelle Église de Sainte Genevieve a Paris*, Amsterdam, 1770.

xxix “Le plus significant débats sur l’application de la statique à un projet de construction, eut un lieu à Paris entre Jacques-Germain Soufflot et Pierre Patte, durant la seconde moitié du XVIII siècle. La discussion concernait les dimensions des colonnes portees du dôme de Sainte-Genève et révèle clairement les tensions et les ambiguïtés qui marquèrent l’architecture du siècle des Lumières. La croyance dans la méthode empirique, en tant que seul moyen d’accéder à la vérité, encourage a l’accumulation d’une quantité souffissante de données, pour éventuellement transformer les theories géométriques de la statique, en un analyse structurelle efficace. Pourtant le même empirisme fut également responsable de ce positions architecturales qui apparaissent traditionnelles, par comparaison avec les intentions exprimées dans les texts scientifiques et théoriques de la première partie du siècle” dice Pérez-Goméz, nel suo *L’Architecture e la crise de la Science moderne*, Mardaga, Bruxelles, 1987, pp. 261, 262. la stessa posizione è tenuta da Edoardo Benvenuto nel suo volume sulla scienza delle costruzioni, e da Ivo Iori nel volume di prossima pubblicazione sull’arte e la scienza del costruire, dal quale ho tratto le più interessanti informazioni e tracce per questa tesi.

xxx Patte, nella sua *Memoire sur les objets les plus importants de l’architecture*, a p. 185 (citato poi da Rondelet a p. 33 delle sue *Memoire historique*..) fa l’elogio delle modalità antiche di dimensionamento dei muri, e procede a dare le sue “prescrizioni scrupolose” usate per lui in San Pietro, nella Chiesa di Saint Germain en Loye, e per la Magdeline a la Ville l’Eveque.

xxxi “Fontana, savant architecte du siècle dernier a donné dans son ouvrage [...] des règles pour trouver les proportions les plus agréables des coupes simples afin de produire à la fois un bon effet en dedans et un dehors” in Pierre Patte, *Op. cit.*, pp. 8-9.

xxxii Si veda la questione delle dimensioni del tamburo del Tempio Vaticano, la cui sregolatezza era stata notata dallo stesso Fontana, nel paragrafo 4.1. *La costruzione dell’errore*, della presente tesi.

xxxiii Rondelet cita anche la cupola di San Luca, a Roma, il cui spessore è un tredicesimo del diametro, e poi quella del Redentore a Venezia, costruita da Palladio, che ancora è la quattordicesima parte senza contrafforti. Anche il tamburo della cupola des Invalides a Parigi, citata da Patte, è la dodicesima parte del diametro, per concludere con lo spessore dei muri del Panthéon di Roma, che non sono che la ventunesima parte del diametro interno.

xxxiv Ibidem, p. 12. Qui Patte si riferisce ad ulteriori cause di danno, che secondo lui Soufflot non ha considerato, e che portano a dover aumentare a sei il fattore di sicurezza. Il riferimento è agli agenti atmosferici e alle variazioni termiche in nuce, come anche all’instabilità (in senso moderno) dovuta alla grande altezza della struttura, che inoltre esponeva l’edificio a venti, uragani.

xxxv A proposito dei suoi ponti, di cui aveva ridotto la sezione delle pile in seguito ad una forma “più ardita” dell’arco, dice a Soufflot “Io non credo che queste nuove forme susciteranno una generale approvazione da parte di chi le paragonerà a quelli [i ponti] di forma più massiccia perché li riterrà meno duraturi?”. In M. Mae, *Pierre Patte, sa vie et son oeuvre*, Parigi, 1940, tratta da Salvatore Di Pasquale,

*L'arte del costruire tra conoscenza e scienza*, Venezia, Marsilio, 1996, p. 380.

xxxvi Charles Bossut, *Reserches sur l'equilibre des voûtes*, Mémoires de l'Academie Royale des sciences, Parigi 1777, pp.534-566, e poi anche *Nouvelle reserches sur l'equilibre des voûtes*, Parigi, 1778. si veda a questo proposito il seguente capitolo 8.Alla luce dei dibattiti, della presente tesi.

xxxvii Emile Gauthey, *Sur l'application des principes de la Mécanique à la construction des voûtes an dômes*, Parigi, 1771.

xxxviii Si legga il passo in cui Gauthey afferma che i calcoli provano che i pilastri possono sopportare un carico ancora più grande in E. Gauthey, *Memoire sur l'application des principes de la mécanique à la construction des voutes at des domes, dans lequel on examine le problème proposé par M. Patte*, Frantin, Dijon, 1771, p. 68, riportato in Jacques Guillerme, *Le Panthéon: une matière controversée*, in *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989, p. 153.

xxxix J.B. Rondelet, *Memoire historique...*, terza parte, sullo spessore dei muri per sostenere le colte e le cupole, e del carico ultimo delle pietre

xl Dice Patte (e Rondelet lo riporta all'inizio della sua terza parte, a pag.56, “*Si quelqu'un venoit serieusement proposer d'elever sur un mur isolé de 3 pieds et 9 pouces d'épaisseur et de 80 pieds d'élévation; un autre mur de plus de 8 pieds d'épaisseur par le bas et de 40 pieds de haut, avec l'obligation de faire encore soutenir à l'extrémité de ce dernier, la poussée de deux grandes voûtes, il ne pourroit, à coup-sûr, y avoir qu'une voix pour condamner l'exécution d'un pareil ouvrage. Voilà cependant, dans toute simplicité, le sujet de notre problème; le mur isolé de 3 pieds 9 pouces et de 80 pieds d'élévation, est la proportion des piliers de l'église de Sainte Genevieve, déjà exécutés et destiné à porter son dôme; le mur de 8 pieds d'épaisseur, est celui que les principes établis pour la poussée des voûtes, joint aux exemples de construction, nécessitent de donner pour contre-venter une coupole de 63 pieds de diamètre, comme celle en question?*”.

xli Può vedersi Guillerme, V. “Le Pantheon: une matière à controverse”, nel volume *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989

xlii Tratto da Jacques Guillerme, *Le Panthéon: une matière controversée*, in *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989, p. 156.

xliii Robin, J., *Plan informatique réalisé à partir de la digitalisation du plan papier de l'I.G.N, daté de Fevrier 1995 avec réulement*, 2002.

xliv Il riferimento al cerchiaggio della volta si legge a p. 9 del suo manoscritto *Réfutation*.

xlv Si è infatti visto che la spinta sui muri era di circa 33 tonnellate, considerate le forti spinte dei grandi archi, che nel progetto originario di Soufflot dovevano essere contrastate dalle pareti forate, che probabilmente non avrebbero retto. Il calcolo è stato fatto in realtà dal gruppo di ricerca coordinato dal prof. Ivo Iori, dimostrando come la situazione originaria avrebbe fronteggiato sia i carichi verticali che quelli orizzontali, a prezzo di notevoli deformazioni. In questo senso, l'intervento di Rondelet appare come una necessità, volta a garantire stabilità al progetto del suo maestro. Si veda la relazione del prof. Carlo Blasi sui dissesti del Pantheon.

- xlvi “Si nominarono due matematici per analizzare e giudicare le ragioni allegate da una parte e dall'altra, ma non vollero pronunciare, e fu deciso che gli ispettori generali, gli architetti e i matematici facessero ognuno il loro rapporto separato al ministro dell'interno [...] che dimando che M. Gauthey ed io fossimo aggiunti, come pure Patte, che aveva prima di tutti scritto sull'insufficienza dei piloni”, Rondelet, *Op. cit.*, p.89.
- xlvii S. Di Pasquale, *Op. cit.*, p. 383.
- xlviii Si veda il capitolo 5 della presente tesi.
- xlx S. Di Pasquale, *Op. cit.*, p. 384.
- 1 Questa è la posizione di Salvatore Di Pasquale sulla questione, ma anche di altri studiosi della questione, come il Prof. Ivo Iori, che proprio alla ricerca della composizione del processo da Arte a Scienza del Costruire ha dedicato le sue recenti ricerche, e la cui lettura è risultata essenziale alla composizione di questa tesi.
- li Gauthey, E. M., *Dissertation sur le dégradations survenues aux piliers du dôme du Pantheon français et sur le moyens d'y remédier*, Perronneau, Paris, 1798.
- lii J.B. Rondelet, *Memoire historique...*, p.33.
- liii Rondelet è incredibilmente moderno quando afferma che “io pensai che per giungere a procurare a questa parte dell'edificio tutta la solidità che esigeva un monumento di tal genere, conveniva conoscere bene le cause vere dei guasti affine di distruggerle.”
- liv Giovanni Rondelet, *Trattato teorico e pratico dell'arte di edificare, tradotto da Basilio Soresina*, Mantova, Stamperia, MDCCCXXXIII, Tomo III, Parte Prima, *Costruzione in pietre di taglio*, nota *Sulle cause dei guasti avvenuti nei piloni di Santa Genoveffa e sui mezzi impiegati a restaurarli* p.34.
- lv “These approximate estimates show clearly that, given the vicious construction of the piers of Panthéon, which leads to a periplaeral zone only of a piers carrying the load, any concentration of that load that would result from the use of wooden spacers could easily lead to spalling and vertical splitting – to defects, in fact, that actually occurred in the Pantheon”. Jacques Heyman, *The crossing piers of the French Panthéon*, the Structural Engineer, vol. 63, August 1985, p. 233
- lvi Gauthey, E.M., *Op. cit.*, p. 45.
- lvii Vedi *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.162, nota 76.
- lviii in una lunga memoria del 28 febbraio 1797 scritta insieme a Lefebvre.
- lix L'unica questione su cui i matematici possono dare risposta, per Gauthey, è lo spessore da assegnare agli archi rampanti che proporrà per il rinforzo strutturale dei pilastri, o meglio per l'opposizione alla spinta della cupola.
- lx Si veda quanto dice Edoardo Benevenuto, nella sua opera *La Scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981, p. 281.
- lxi Vedi *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.157, nota 40.
- lxii Vedi *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.158, nota 50.
- lxiii Vedi *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.158, nota 49.
- lxiv Si possono vedere i calcoli di Jacques Heyman e Kerisel per confermare il funzionamento

- lxv Rondelet, *Memoire historique sur le Dome du Panthéon français*, Chez du Pont Imprimeur-libraire, Paris, 1779, pp.89-90.
- lxvi J.B.Rondelet, *Memoire historique*, p. 58.
- lxvii Ibidem, p. 59.
- lxviii Giovanni Rondelet, *Trattato teorico e pratico dell'arte di edificare, tradotto da Basilio Soresina*, Mantova, Stamperia, MDCCCXXXIII, Tomo III, Parte Prima, *Opere di ferramenta*, pp. 99-100.
- lxix Si veda la relazione di Daniele Ferretti sullo stato dei pilastri nella relazione finale di Carlo Blasi, Op. cit.
- lxx Vedi *Le Panthéon symbole des révolutions*, p.168, nota 113.

7. *La solidità scientifica e l'eleganza non capricciosa*

“Non egli vero che queste o tutte, o quasi tutte hanno patito in se stesse ovvero hanno recato danno alle altre parti delle chiese? Vedete: le Cupole di S. Andrea della Valle, di S. Carlo al Corso, di S. Carlo a’Catinari, di S. Maria in Vallicella, di S. Rocco, della Madonna de’Monti, e del Popolo hanno tutti quattro gli arconi spezzati; quelle di S. Giovanni de’Fiorentini, e di S. Luca ne hanno rotti tre; e per lasciarne altre, la Gran Cupola di S. Pietro è guasta per ogni sua parte; poiché non solo negli spicchi e nel tamburo ha gettate moltissime fessure orizzontali, e perpendicolare; ma persino se ne sono distaccati i contrafforti. Aggiungete che molte Cupole anche delle più recenti o sono cadute, o si dovettero rifare, perché erano prossime a rovina; e quindi conchiudere, se questi edifizii abbiano una conveniente fermezza.”

Emilio Pini, *Dell’Architettura, Dialoghi*, Milano, 1770.

Si può affermare con Edoardo Benvenuto<sup>1</sup>, che una teoria statica sugli archi – almeno quantitativa – non sia realmente esistita almeno fino alla fine del XVII secolo, ma questo non significa che prima di questa data non fossero già emersi (magari non sistematizzati né correlati tra loro) gli aspetti fondamentali del loro comportamento, da cui i costruttori avevano derivato le proprie regole.

Il problema della stabilità dell’arco (e poi, per estensione, della cupola) era stato risolto da vari studiosi e matematici per approssimazioni successive a diverse “macchine semplici”, e l’arco è diventato via via un sistema di leve, o una serie di cunei su piani

inclinati, prima di essere indagato compiutamente nel suo comportamento.

Come si è visto, le soluzioni che i costruttori romani avevano dato all'arco e ai suoi sostegni erano diverse da quelle gotiche e poi da quelle barocche, ma il problema è rimasto lo stesso per secoli: ottenere uno stato di equilibrio di sicurezza che garantisca la vita dell'edificio per secoli. La teoria scientifica delle costruzioni viene applicata solo nel XIX secolo e questo esclude dalla “meccanica moderna” la maggior parte dell'architettura; a testimoniare un qualche genere di conoscenza degli antichi costruttori rimangono però tutti i grandi edifici del passato, alcuni dei quali sono stati esaminati nei capitoli precedenti.

Il disegno proporzionale trovava nello spessore dell'arco e nella larghezza dei piedritti in relazione alla luce da coprire il parametro fondamentale per la stabilità della struttura e le regole erano specifiche per ogni forma, oltre che per i diversi periodi in cui vengono applicate. Le regole gotiche per i piedritti, ad esempio, stabilivano che il loro spessore dovesse essere pari a  $\frac{1}{4}$  della luce dell'arco che erano chiamati a sostenere, che passa poi ad  $\frac{1}{3}$  o addirittura  $\frac{1}{2}$  della stessa luce, nel Rinascimento e il risultato sembra curiosamente, almeno in questo caso, una regressione da un periodo a quello successivo, dato che le volte gotiche risultano più leggere di quelle rinascimentali.

L'approccio comunque è lo stesso e trova il suo principio fondante nella stretta relazione che lega tra loro gli elementi costitutivi dell'edificio e quindi nell'esistenza di una “grande misura” (o *modulo*) dalla quale - come altrettanti multipli e frazioni - derivano poi tutte le dimensioni dell'edificio.

Come già anticipato, le regole dimensionali per i piedritti dell'arco e per i muri di sostegno di volte e cupole sono rimaste anche nei manuali dei tagliatori di pietre, venendo incorporate nei trattati barocchi oltre che rinascimentali e regole di questo tipo - che sempre alle dimensioni e ai rapporti tra le parti si richiamano - vengono usate fino al XIX secolo, quando l'uso della muratura comincia a decadere per la scoperta di altri materiali e altri tipi di strutture (quando i gusci sottili soppiantano le tradizionali cupole in muratura).



La caratteristica essenziale di queste regole è che sono “proporzionali” e controllano la “forma” intera dell'edificio attraverso lo strumento geometrico, indipendentemente dalle condizioni di carico e di vincolo in gioco.

Poi succede qualcosa. Verso la metà del XVII secolo la realtà e la sua osservazione si pongono alla base del nuovo metodo scientifico, e lo scopo degli studi diventa scoprire quali siano le regole, o meglio le leggi, che governano i fenomeni naturali; poco importa che il mondo naturale risponda a leggi mentali, o che semplicemente la legge sia uno strumento per comprenderlo: studi di meccanica, formulazioni matematiche e sperimentazioni sulle caratteristiche dei materiali cominciano dal '700 in tutta Europa, principalmente in Francia.

All'inizio del Seicento grandi opere erano state costruite e di altre cominciavano i cantieri, ma qualche crollo recente aveva destato allarme sugli osservatori, e sui progettisti. Nel 1627 era crollata la grande cupola della chiesa del Gesù di Caltanissetta per un disarmo troppo veloce delle centinature<sup>ii</sup>, e quella dei Gesuiti era crollata a Palermo, nel 1655. I crolli sono sempre un pretesto per la comprensione, prima mentale e poi effettiva, dell'errore alla base della costruzione, e a volte si trasformano in dibattito. Quello che sancivano comunque era l'idea che le strutture antiche non fossero più “eterne” e l'incontrastata fiducia nella regola empirica e proporzionale, che fino allora aveva guidato la costruzione, cominciava a vacillare.

Non si può stabilire una data precisa, e nemmeno dire che da questi avvenimenti, più o meno ravvicinati nel tempo, fosse nata negli architetti l'idea che si dovesse applicare alla costruzione il nascente metodo scientifico per avere garanzia di stabilità. Però nel frattempo, la matematica si stava affinando e diffondendo tra gli studiosi attraverso le pubblicazioni degli *Acta Eruditorum* di Lipsia e le *Mémoires dell'Académie Royale des Sciences* di Parigi, anche se - ancora lontana dall'architettura, e ampiamente contestata dagli architetti stessi<sup>iii</sup> - non con l'obiettivo, almeno all'inizio del Seicento, di sostituirsi alle ben consolidate regole proporzionali per costruire con sicurezza le opere architettoniche.

Una formulazione matematica forse avrebbe potuto affinare il disegno di una volta o di una cupola, migliorandone la curvatura<sup>iv</sup>, ma non era facile far derogare gli architetti alle regole che la pratica costruttiva aveva affinato nei secoli: in fondo si trattava di abbandonare un ignoto che funzionava benissimo, per applicare una teoria certamente controllabile attraverso lo strumento matematico, ma di cui non si conoscevano i risultati (se non nella sua formulazione astratta).

I crolli e i dissesti d'altra parte potevano trovare sempre un eccellente capro espiatorio nella cattiva esecuzione, che anche in presenza di regole perfettamente rispettate nella costruzione poteva provocare il collasso della struttura, fornendo così un buon alibi alla consolidata pratica costruttiva degli antichi.

Sembra di poter affermare, e qui concordano tutti gli studiosi, che il primo avvio della Scienza del costruire in senso moderno sia avvenuto sotto la spinta di Galileo che nella coincidenza del mondo reale con quello delle idee dava nuova vita all'idea Platonica rendendola matematica e insieme “sperimentabile”, insomma “controllabile”. La costruzione, così come il mondo esterno, diventava controllabile dall'intelletto, prima che dalla pratica, senza per questo diventare concetto astratto.

Il secondo grande problema che introduce Galileo, insieme a quello fondamentale della trave incastrata e della sua resistenza, è la formulazione matematica della catenaria, che sarà sfruttata (e si è visto nei casi analizzati) come soluzione del problema delle cupole. Per Galileo la forma di una fune sospesa alle sue estremità non è quella di una parabola, quando sia soggetta al peso proprio e questa sua affermazione verrà poi contestata da Christian Huygens e Gaston-Ignace Pardies, nel 1673, sostenendo che, mentre il ragionamento di Galileo era corretto per una fune pesante – che quindi non è una parabola – lo stesso non valeva per una fune priva di peso, sulla quale agissero dei pesi non uniformemente distribuiti: in quel caso la forma sarebbe stata parabolica. Sarà solo Leibniz, nel 1691 con il suo *De Linea Catenaria*, a determinare e pubblicare la soluzione corretta, anticipando l'equazione di Jakob Bernoulli che nel 1698 arriva alla soluzione della fune flessibile.

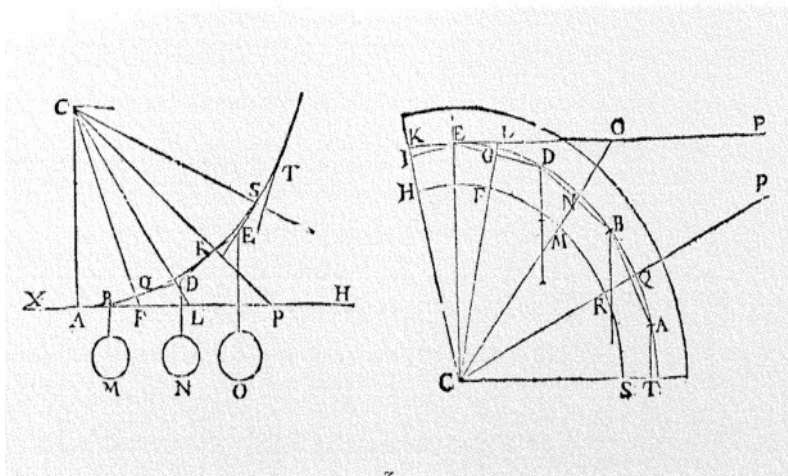


Figura 7.1. Philippe de la Hire, comportamento statico della fune appesa e arco compresso

Appare chiaro comunque che, alla fine del Seicento, era arrivato il momento di pensare all'astrazione di queste questioni, la cui soluzione teorica non era ancora pronta però per tradursi in costruzione.

Il motivo non è da ricercarsi nella incorrettezza delle formulazioni fatte alla fine del XVII secolo, ma piuttosto nella difficile applicazione di questi stessi risultati matematici alla “cosa pratica”; il disinteresse verso le conclusioni degli astratti matematici da parte degli architetti è palpabile, testimoniato dalle carte dei progetti in cui non appaiono riferimenti a questi calcoli (possibili) per trovare le dimensioni da assegnare ad una trave incastrata, né per calcolare la curvatura di una catenaria, che poi doveva assumere la curvatura e lo spessore di una cupola reale. Alla fine del XVII secolo, insomma, è evidente lo scarto tra il sapere matematico e quello costruttivo, e i due sentieri sono ancora ampiamente divisi.

A questo c'è poi da aggiungere che gli architetti non avevano, almeno generalmente, una preparazione matematica, ad eccezione di alcuni casi che proprio attraverso la geometria e la comprensione astratta dei meccanismi di collasso hanno visto la soluzione dell'errore costruttivo fino a prefigurare nel progetto la forma più adatta. Un

esempio isolato di questa unione tra astrazione e pratica costruttiva si ritrova, proprio alla fine del Seicento, in Christopher Wren, che era un architetto ma anche un matematico e un astronomo e che mentre risolveva il tranello della spinta costruendo la sua cupola in una forma particolare (a cono) contribuiva alla formulazione (del tutto astratta e visionaria) delle leggi sugli “urti elastici”.

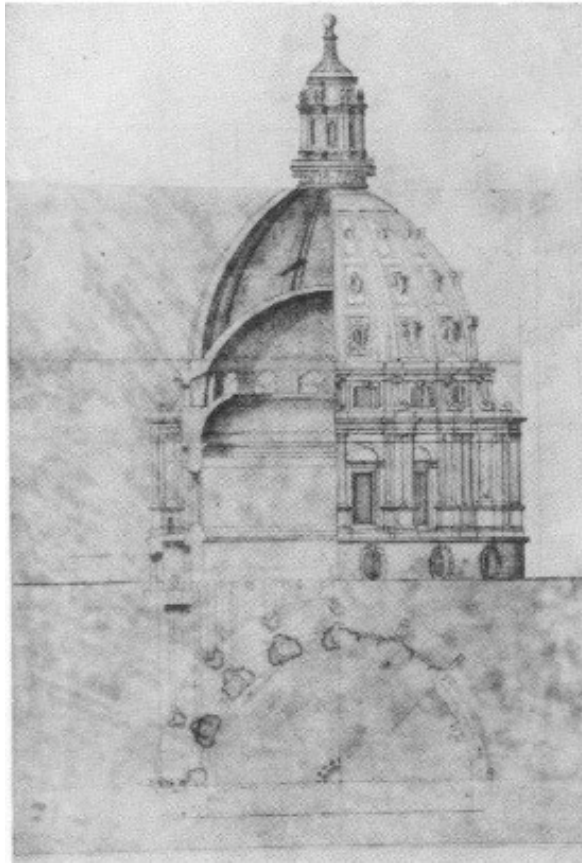


Figura 7.2. *Disegno della cupola di Edward Woodroffe per Saint Paul a Londra.*<sup>21</sup>

I suoi disegni, a prima vista, sembrano semplicemente “spostare” la cupola di San Pietro sull'edificio di Saint Paul a Londra, ma nella sua realizzazione si compie l'unione tra linguaggio simbolico e strutturale nella dilatazione degli spazi tra cupola interna ed

esterna, già anticipato dal Benvenuto e citato all'inizio della trattazione. Come già descritto, il sistema utilizzato da Wren per risolvere il problema della spinta alla base della muratura è la creazione di tre cupole sovrapposte, di cui solo le più interne sono in mattoni e quella più esterna è in legno, con funzione solo scenografica. Non solo tra le due cupole tradizionali (quella interna e quella esterna) si dilata lo spazio, a marcarne la differente funzione e dimensione, ma addirittura in quello spazio si inserisce una costruzione quasi autonoma, che trasforma quello che dall'esterno sembra una struttura portante in carico portato. Catene di ferro aiutano a contenere le spinte, e i principali contrafforti consistono nelle superfici inclinate dell'intera struttura interna, sottolineate internamente dal colonnato verticale del tamburo (che non è il solo a svolgere funzione di contrafforte – come invece accadeva nell'errata concezione Michelangiotesca).

Saint Paul, e Sainte Geneviève - che ne segue le orme - diventeranno poi il riferimento per le successive cupole che in sé risolvono il tranello insito nel materiale muratura, che male si prestava a sopportare le tensioni di trazione alla sua base, attraverso la combinazione di una forma che ne diminuisse le spinte e l'utilizzo di nuovi materiali, che proprio a queste spinte (al contrario della muratura) rispondono benissimo, segnando la trasformazione da cupola a guscio<sup>vii</sup>.

Wren era il *co-Surveyor for London* di Robert Hooke, dopo il Grande Incendio, e proprio di Hooke aveva applicato la teoria nella sua cupola; perché però un architetto potesse usare gli strumenti progettuali dei matematici, doveva conoscere lui stesso la meccanica razionale e la matematica (che non era insegnata nelle scuole di architettura) e per questo Wren rimane un caso isolato di unione dei due linguaggi, almeno fino alla nascita della Scienza del Costruire.

Infatti, ancora nel 1673, Carlo Fontana - nel suo trattato *Dichiaratione dell'operato nella Cuppola di Monte Fiascone colla difesa della censura* - faceva riferimento alle regole vitruviane *per formare templi circolari, e sue cuppole*, e quindi per legittimare la sua opera secondo le regole degli antichi e le sue *Dimostrazioni e regole per costruire le cupole semplici* - usate anche

da Patte un secolo dopo per mortificare i nuovi risultati di una Scienza nascente<sup>viii</sup> - sono la più chiara espressione delle conoscenze sul tema, alla fine del Seicento.

Ma il secolo era destinato a chiudersi in modo complicato, e i sentieri tra matematica e scienza del costruire cominciavano a incrociarsi; in questa fine secolo e in quello successivo, più che in ogni altro, si chiedono consultazioni proprio alla matematica per giustificare scelte strutturali che fino ad allora non necessitavano dimostrazione perché ritenute infallibili, in quanto antiche<sup>ix</sup>.

Certo, è ancora Fontana, con tutte le sue regole, ad essere incaricato dell'analisi di San Pietro (e prima ancora era stato chiamato per dare il suo parere statico sulla chiesa di Santa Maria in Vallicella a Roma) ma le sue regole non bastavano più agli architetti che nel frattempo avevano cominciato a porsi delle domande sulla teoria proporzionale che stabiliva che *“gli archi grandi durano quanto li piccoli, quando sieno fatti con la debita proporzione e misura”*.

Benvenuto parla di un *“persistente giudizio”* secondo il quale *“strutture geometricamente simili dovevano avere identiche proprietà statiche [che] aveva condotto numerosi trattatisti a definire in linguaggio geometrico la figura delle volte”* e che solo Galileo avrebbe cominciato a smuovere.

Nel corso del Settecento avviene l'unione dei due sentieri, matematico e costruttivo (individuati dallo stesso Benvenuto) quando sembra che i risultati dei calcoli astratti possano fornire strumenti applicativi all'architettura, come ad esempio la formulazione matematica della catenaria data da Jakob Bernoulli. La sua teoria si basava sul principio dei lavori virtuali, approssimando l'arco come catenaria rovesciata resistente al proprio peso, per uno spessore qualunque. Prima di lui, Philippe De la Hire aveva presentato i suoi risultati sull'equilibrio di una volta indipendentemente dai piedritti e sul dimensionamento dei piedritti stessi, ma i suoi studi vengono pubblicati solo nel 1730 e 1731, quando diventano strumenti applicativi per le strutture. Poco importa che le sue trattazioni avessero dei limiti fisici, principalmente nel considerare l'arco come un blocco unico, ignorando così l'effetto dell'attrito tra i conci, che verrà analizzato solo da Couplet e poi risolto da Coulomb, alla fine del '700. Dal punto di vista teorico, il

contributo dell'attrito alla stabilità dell'arco e della cupola in muratura sarà considerato solo più tardi ma la sua soluzione passa, ancora una volta, attraverso il dibattito, (che si rivela come un'accelerazione della teoria) e non è un caso che sia proprio un matematico ad anticiparne l'introduzione nelle strutture, prima che nei calcoli astratti.

A prendere parte alla questione dell'innalzamento della guglia sull'alto tiburio del Duomo di Milano, infatti, è Giuseppe Boscovich, lo stesso matematico che vent'anni prima si era occupato della perizia di San Pietro. Il dibattito si era acceso con forza alla fine del 1764 e Boscovich sembra riprendere il discorso da dove l'aveva interrotto, nel suo *Sentimento circa il progetto per la nuova guglia, presentato dall'architetto Francesco Croce*, quando - dopo aver effettuato i sopralluoghi e le misurazioni necessarie per avere un'idea precisa delle masse in gioco - affronta il problema dell'equilibrio attraverso il moto sfruttando ancora il principio delle velocità virtuali, così come aveva fatto nella questione vaticana. Nell'impostazione del problema sembra ricalcare San Pietro. "... *delle forze assolute sono ito avanti alle teorie, e ho considerati i movimenti [...] che si sogliono trovare nelle fabbriche nelle quali le resistenze sono inferiori alle forze spingenti e prementi [...] ho adottato quel principio che è a fondamento della meccanica applicata alle macchine, che una forza esercita un conato tanto maggiore quanto maggiore sarebbe la velocità del suo moto iniziale*". Tra i movimenti così individuati il padre gesuita aveva considerato "quelli che i meccanici chiamano momenti delle forze, ottenuti moltiplicando le forze assolute per quelle linee che esprimono graficamente queste iniziali velocità". Sembra di leggere le stesse pagine della *Perizia* precedente, anche nelle conclusioni, dato che il padre ripete "l'errore" che i tre matematici avevano commesso nell'esaminare la questione di San Pietro, ammettendo l'esistenza di edifici in cui le strutture resistenti (intendendo con questo i contributi stabilizzanti dei pesi al cinematismo e non il concetto di resistenza Galileiana) non equilibrassero le azioni spingenti.

La questione però era diversa nei problemi che poneva, perché se in San Pietro l'unica *resistenza* (ancora intesa in senso antico) che si poteva opporre alla cupola era costituita dal tamburo e dai contrafforti, nel caso di Milano la nuova struttura sarebbe stata

fondata dal basso, dove le strutture già esistenti avrebbe reso impossibile la dilatazione dell'imposta (cosa che invece era avvenuta nel caso di San Pietro).

Cosa nuova fino ad allora, e che trova la sua origine certamente in Galileo e nella meccanica sperimentale dei materiali, nel suo *Sentimento* distingue i problemi geometrici dalle proprietà fisiche dei materiali, quasi a rimarcare che la nuova architettura disponeva di nuovi strumenti rispetto a Vitruvio; li usa entrambi parallelamente, non potendo ancora farne da due uno solo, e alla fine arriva ad una conclusione errata, e cioè che la maggiore compressione nei mattoni rispetto al muro in marmo e travertino “*accrebbe molto la forza che spinge e diminuisce la resistenza*”. Boscovich mischia i due concetti, facendo confusione tra le forze che occorre per determinare l'equilibrio – dipendenti dai pesi applicati e dalle applicazioni del principio delle velocità virtuali – e le *resistenze* dei materiali; queste ultime infatti dovevano essere confrontate, nel bilancio finale, con le tensioni (e quindi con gli effetti delle forze sulla struttura) e non (come fa lui) con le forze stesse.

Da qui deriva il suo errore che nasconde comunque un'accelerazione nel percorso di conoscenza delle strutture perché per primo, aprendo la strada agli approfondimenti teorici, sottolinea il collegamento tra dissesto e deformazione, o meglio spostamento, (come nella Perizia inteso in senso cinematico): quando le strutture erano caricate in modo da mostrare una certa debolezza, si creava una qualche apertura, o distacco, o rotazione, tra parti prima legate insieme.

Il matematico aveva osservato bene la struttura milanese e non aveva riscontrato “*spaccature o altri patimenti?*”, aggiungendo come nemmeno la “*gente della Fabbrica?*” da lui interrogata a riguardo ne avesse notati. Il giudizio finale del matematico è dunque che la guglia, così come era stata progettata, potesse resistere “*tanto in se stessa quanto in relazione al tempio*”.

È uno strano giudizio statico, a pensarci adesso, perché prima considera la questione affrontando il carico globale della struttura senza suddividerla nei moderni macro-elementi, anche se forse memore della operazione fatta sul Tempio Vaticano, ha ben



chiara la distinzione tra problemi locali (la struttura in se stessa) e operazioni che influenzano la stabilità complessiva della struttura (la parte relativamente al resto). D'altro canto in questo si era già vista la supremazia dei tre matematici rispetto all'analisi (poi accettata) di Poleni: proprio nel considerare i problemi della cupola collegati a quelli dell'intera struttura.<sup>5</sup>

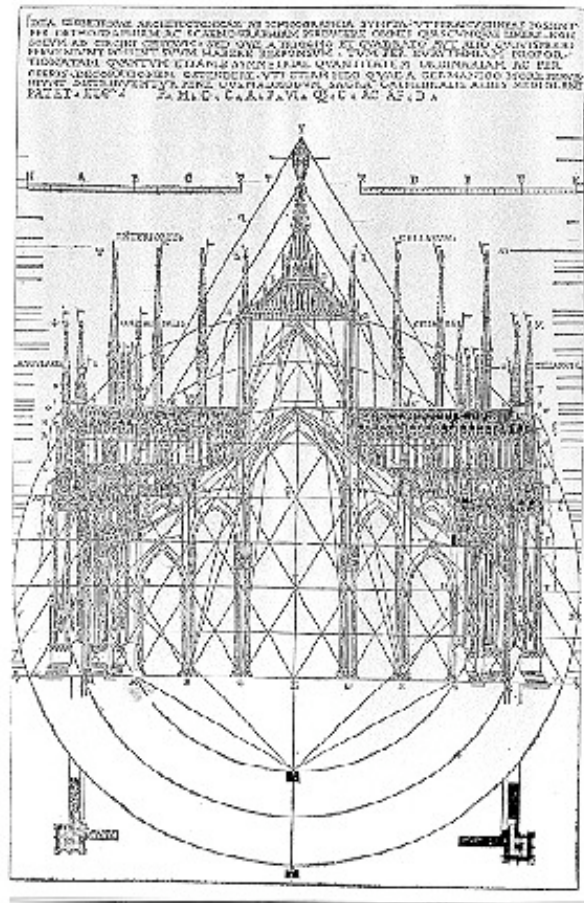


Figura 7.3. La facciata del Duomo di Milano<sup>6</sup>

Completando la sua analisi sulla cupola, Boscovich divide la struttura in quattro sezioni ideali considerate in verticale: la prima andava dal pavimento del duomo all'imposta

della cupola, la seconda partiva dall'imposta fino all'imposta del cupolino, poi una terza proseguiva fino alla cima del cupolino stesso, per concludere la quarta sezione nella guglia. Di ogni sezione individuata fa la stima dei carichi, trovando che il peso della guglia avrebbe influito ben poco sull'intera struttura (dato il suo carico esiguo rispetto alle altre parti)<sup>xii</sup>.

Valutati i carichi esterni passa poi a determinarne la resistenza delle sezioni su cui questi sono applicati, considerando anche la snellezza della struttura, fatta di pilastri<sup>xiii</sup>, e quindi la sua possibile *instabilità* (questa volta da intendersi in senso moderno).

Bisognava poi considerare l'effetto che guglia e cupolino insieme avrebbero avuto sulla cupola sottostante e per farlo riprende il discorso sulla cupola di San Pietro e i meccanismi di collasso degli archi sui pilastri già esaminati aggiungendo una nota: il pilastro era costretto a ribaltare fuori e a non scorrere lateralmente sulla propria base perché, per la presenza dell'attrito, la forza che occorreva per farlo scorrere doveva essere almeno tre volte superiore di quella che serviva per farlo ribaltare. Quindi *“il pilastro con una terza parte dell'arco gira all'infuori [...] ed il pezzo di due terzi dell'arco superiore gira colla sua parte inferiore in fuori [...] per questo si sogliono mettere ad un terzo le catene di ferro”*. Stabilisce qui il meccanismo di rottura a cerniere multiple a 30°, che anticipa le scoperte ottocentesche di Mascheroni.

Boscovich quindi aveva, sì, ripreso il discorso da dove aveva lasciato, partendo quindi da San Pietro, ma si era spinto un po' più in là.

Nel suo *Sentimento*, dice poi che a differenza degli archi, nelle *“volte tonde, come sono i catini delle cupole che non hanno capolino, conviene che si aprano tutte le parti intorno a modo di mela granata [...] e se la volta finisce in un anello [...] benché esso sia aperto nel mezzo, pure non ponno le parti di esso andare di dentro, non potendo esso restringersi in se medesimo”*. Sembra quindi intuire quella nozione poi ottocentesca della forza scambiata nei paralleli delle cupole, costituendo quindi, almeno simbolicamente, l'inizio della moderna *teoria membranale* della cupola, applicata qui per la coesione tra gli archi che costituivano le cupole in

muratura e non (come in Rondelet) in virtù dell'utilizzo di materiali diversi dalla semplice muratura e quindi resistenti a trazione.

In questo caso però la cupola era priva di tamburo, impostandosi direttamente sulle strutture sottostanti, contraffortate dalle navate, e quindi il movimento in fuori del tamburo non poteva avvenire (andando a chiarire definitivamente quale fosse il vantaggio delle fabbriche gotiche rispetto alle antiche).

Il modo di collasso della guglia del Duomo quindi era diverso da quello ipotizzato per il Vaticano: i costoloni avrebbero ruotato all'infuori intorno all'imposta, aprendosi verso l'alto facendo cadere il cupolino, ma Boscovich stesso afferma che avendo “*trovato il modo di calcolare le forze e le resistenze [aveva] trovato [che] le resistenze [erano] assai superiori*”.

La sua analisi era più approfondita di quella condotta venti anni prima sulla cupola vaticana, anche se ne manteneva gli errori. Per la prima volta si parla di *attrito*, che sarà trascurato anche dalle successive analisi di Charles Bossut sulla cupola del Panthéon francese e proprio per questo verranno trascurate dagli ingegneri come semplici speculazioni matematiche. Studia poi i meccanismi di collasso della struttura, chiarendo uno dei concetti moderni dell'Analisi Limite, ancora oggi utilizzato nelle attuali Linee Guida: il collasso da evitare è quello più probabile, cioè quello che avviene per una forza inferiore.

La sua analisi, in definitiva, non sembra poi molto diversa da un'analisi moderna.

L'accelerazione data dai dibattiti, come quella impressa dalle innovazioni costruttive e intuizioni di grandi progettisti, non ha quasi mai un riscontro immediato sulle teorie del tempo in cui avviene, e così è anche in questo caso.

Quasi contemporaneo al dibattito della guglia infatti rimane il trattato di Bernardo Antonio Vittone, accademico di San Luca e progettista di grandi strutture cupolate, che nel 1760 conferma ancora la regola grafica medievale per il dimensionamento dei piedritti come la più sicura. Allo stesso modo, Vittone si riferisce unicamente al metodo di Carlo Fontana per dare soluzioni sul sesto delle cupole dicendo “*Troppo retto*

*nel suo principio e troppo inclinato nel suo termine[...] l'altezza dell'orine esteriore del tamburo regolata in misura uguale a quella dell'interiore; importa una maggiore larghezza nella distanza delle lesene esteriore che male appaga l'occhio".*

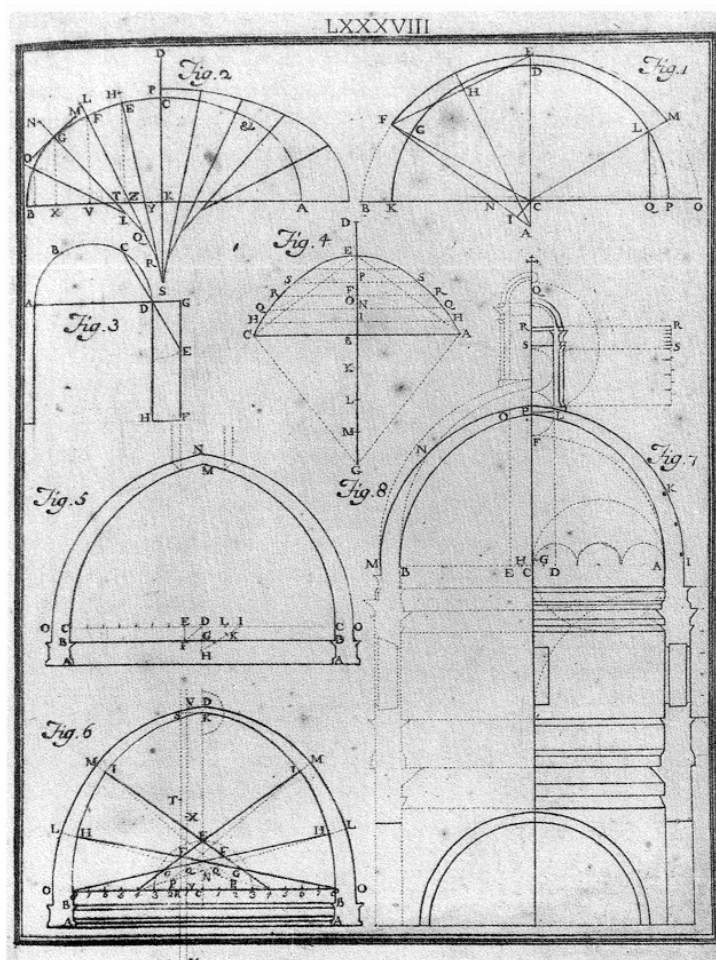


Figura 7.4. Bernardo Antonio Vittono, *Istruzioni elementari*, 1760, II, tav. LXXXVIII<sup>na</sup>

Altri trattati coevi, meno diffusi, fanno solo timidi accenni alla nuova scienza. Girolamo Fonda<sup>xv</sup>, nel 1764, cita le esperienze di Musschenbroek, e il saggio di Paolo Frisi<sup>xvi</sup> nel 1777 vuole dimostrare la minore resistenza degli archi a sesto acuto rispetto

a quelli a tutto sesto sfruttando le teorie di De la Hire, che erano comparsi negli atti delle Accademie delle Scienze di Parigi del 1712: le questioni quindi non sembravano essere poi cambiate rispetto all'epoca rinascimentale. Tuttavia, per tutto il Settecento si assiste ad una certa diffusione della meccanica nell'architettura, anche se la refrattarietà al nuovo è elevata e le regole empiriche dei grandi costruttori antichi e medievali erano ancora considerate un buon punto di partenza per la costruzione e certamente una garanzia di stabilità.

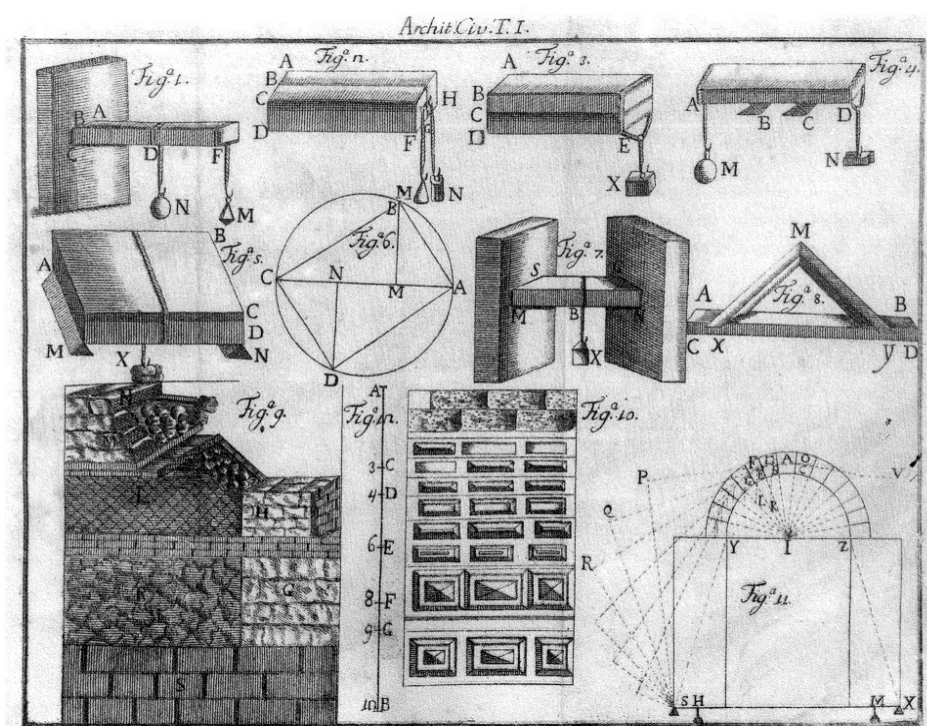


Figura 7.5. Girolamo Fonda, *Elementi di architettura civile*, 1764, tav. I<sup>iii</sup>

Si deve aspettare l'elaborazione da parte di Charles Augustin Coulomb e poi, definitivamente, dell'abate Lorenzo Mascheroni, nel 1785, per trasformare in teoria il sistema di calcolo delle volte e dei meccanismi di rottura nati dal dibattito del Duomo e dalle intuizioni di Boscovich. Nella loro trattazione finalmente non si parla più di uno

“scorrimento” del concio in chiave che forzava i piedritti a ruotare verso l'esterno, ma di una rottura dell'arco per la formazione di cerniere multiple, e per la rotazione dei concii superiori dell'arco intorno alla cerniera di chiave.

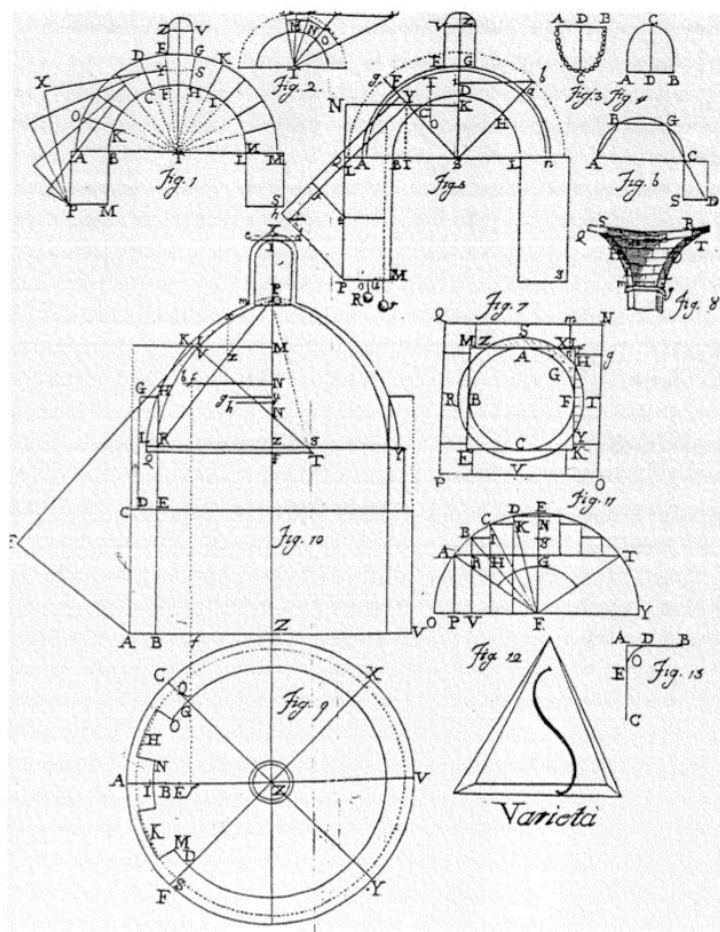


Figura 7.6. I dialoghi di Ermenegildo Pini, dimensionamento delle cupole e sezione della chiesa di San Giuseppe a Seregno, Milano<sup>viii</sup>

A testimoniare la nascita di una nuova scienza non ancora del tutto recepita, in chiusura del secolo (nel 1770) Ermenegildo Pini pubblica i suoi *Dialoghi*, che sembrano

una risposta a quelli di Galileo. I personaggi sono ancora tre - Giulio, Emilio ed Ottavio - e sembrano voler rappresentare la questione del dibattito scientifico alla fine del Settecento: il problema era tutto nel trovare una corretta combinazione tra il rispetto della tradizione e la proiezione futura delle scoperte scientifiche del mondo europeo.

Pini tenta una primitiva storia delle costruzioni, riferendosi proprio alla questione delle cupole; nel dialogo Emilio celebra le principali chiese della storia, erette con cupole centrali su quattro pilastri e su quattro grandi archi, sostenendo la complessità e l'efficacia della costruzione di tradizione cristiana. Interviene quindi Giulio per difendere la tecnica costruttiva antica contro quella dei barbari e riporta tutto indietro, (curiosamente al primo esempio analizzato in questa breve e certamente non esaustiva trattazione) alla chiesa di Santa Sofia a Costantinopoli, e ai due matematici che per primi l'hanno elevata da terra, appoggiandola su quattro pennacchi.

I matematici progettisti del VI secolo, come del resto quelli dell'epoca di Ermenegildo Pini e dei suoi alter ego, avevano tentato di stravolgere la buona regola dell'antichità (quella del Pantheon di Roma) polverizzando l'enorme tamburo circolare appoggiato a terra del tempio perfetto romano, in un'arditezza strutturale che aveva cambiato irrimediabilmente l'architettura trascinandola – sostiene Giulio - nei tempi barbari, con tutte le sue imitazioni (duomo di Pisa e Basilica di San Marco).

L'attacco che Pini fa ai matematici di Santa Sofia, parlando con la voce di Giulio, è lo stesso che il mondo degli “antichi” di fine Settecento lanciava verso i moderni, per lo più matematici, intrecciandosi nel campo letterario con la famosa *querelle*: la *mégale ecclesia* di Costantinopoli non aveva la dovuta fermezza perché la cupola posava su soli quattro punti mentre tutto il resto era in falso, sostenuto solo da quattro vele che sembravano archi spezzati. Ne era una prova il fatto che la cupola fosse crollata più volte dopo il suo completamento e poco importava che fosse stato per il terremoto: in Santa Sofia e nella sua arditezza era da ricercarsi la ragione del crollo delle cupole successive, che, per quanto costruite con materia tenace dagli architetti più importanti,

non erano riuscite a sopportare l'errore.

Per Emilio invece, difensore della nuova scienza non era stata un'intrinseca debolezza a causarne il crollo quanto piuttosto accidenti esterni che comunque non ne avevano compromesso la stabilità globale e per lui la chiesa di Giustiniano rappresentava l'esempio più alto della progettazione proprio perché pensata e costruita da due matematici.

Come spesso accade quando si definiscono due posizioni opposte, interviene un terzo personaggio a riportare il dibattito sui principi costruttivi e quindi sulla *“possibilità di provvedere con certa regola alla [...] fermezza”* delle cupole, e con lui iniziano i ragionamenti di meccanica elementare, in cui l'arco viene semplificato in un insieme di cunei tra i quali - e qui c'è tutta la lezione dei dibattiti prima ancora che delle teorie astrattamente sviluppate - è presente *l'attrito*.

Tra la posizione di Emilio, secondo cui le facce dei cunei, prive di attrito si trasmettevano le forze ortogonalmente ai giunti fino a scaricare lo sforzo sui sostegni *“i quali, perocché si suppongono immobili, non possono cedere in conto veruno”* e quella di Giulio, che ribatteva che la materia non era incompressibile e che quindi i cunei avrebbero potuto scivolare l'uno sull'altro provocando il crollo dell'arco indipendentemente dal movimento dei sostegni e quindi dei piedritti, la presenza di *attrito* e poi della *coesione*, sostenuta da Ottavio, risolve il problema dell'arco, introducendo così, senza saperlo, la teoria membranale che solo attraverso l'uso dei nuovi materiali, troverà la completa applicazione.



7.1. Galileo e la caduta del cielo. Archi e cupole dopo il Seicento.

A questo punto di questa lunga vicenda si inserisce Galileo<sup>xix</sup>, che nella trattazione occupa una posizione particolare anche se di cupole, almeno direttamente, non si è mai occupato. Galileo è stato un fisico, un matematico, ma anche un filosofo e un astronomo, e certamente (ed è quello che lo fa rientrare in questa storia) il primo “meccanico” della scienza del costruire, alla quale ha dato l'avvio.

Prima di lui, la regola del costruire si basava sulla conoscenza (consolidata da secoli di dissesti, crolli e ricostruzioni) delle strutture e degli “effetti” del dissesto sulla costruzione, di cui le cause sono solo intuitive, per quanto esattamente, a volte senza nemmeno collegarle direttamente al fenomeno stesso. Dopo di lui c'è la Scienza delle costruzioni che cambia radicalmente l'impostazione del problema passando attraverso i meccanismi e i cinematismi, ma soprattutto introducendo una variabile nuova nel bilancio delle forze: la *resistenza dei materiali*.

Per primo, Galileo, considera la forma della catenaria, concludendo che è una parabola; ci vorrà poi un secolo per dimostrare che la formulazione è sbagliata, ma ciò che importa è che è il primo a considerarla matematicamente, o almeno scientificamente.

I dialoghi di Galileo<sup>xx</sup> vennero pubblicati a Leida nel 1638, quando Galileo aveva 74 anni. Cinque anni prima era stato accusato di eresia e imprigionato ad Arcetri, oltre che interdetto a pubblicare qualsiasi cosa. Il suo lavoro viene pubblicato però in Olanda, dove l'Inquisizione non è arrivata, in forma di quattro dialoghi<sup>xxi</sup> (che letterariamente occupano altrettante giornate) tra tre interlocutori: Salviati, che parla per Galileo, Sagredo, rappresentante del pensiero aristotelico, e Simplicio che rappresenta il giovane Galileo.

L'obiettivo dei suoi *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* è [...] *dimostrare la fallacia di una teoria che ha radici troppo profonde da trovarne traccia persino nelle Sacre Scritture; una teoria che viene definitivamente formalizzata dai trattati del Quattro e Cinquecento quando già cominciano ad apparirne chiari i limiti in occasione di dissesti, di crolli, e*

*talvolta anche di catastrofi che non trovano alcuna giustificazione interna?*<sup>xxii</sup>

Le due scienze di cui tratta sono la *Resistenza dei materiali* e la *Cinematica*, e quello che più interessava i progettisti era la prima, che per la prima volta cercava di trarre conclusioni scientifiche su questioni fino ad allora prettamente pratiche, come la resistenza di una trave di cantiere. Il pensiero della vecchia meccanica aristotelica di Sagredo non ha scampo, e comincia a sbandare dall'inizio, quando il vecchio Galileo, (attraverso l'alter ego Salviati) comincia il suo attacco contro la geometria medievale, chiedendogli: *“Allora, Sagredo, dimmi la tua opinione, che forse è la stessa di tante altre persone che hanno studiato la meccanica, che le macchine e le strutture composte dello stesso materiale ed aventi le stesse proporzioni tra le loro parti devono essere equamente (o meglio, proporzionalmente) disposte per resistere (o sopportare) forze esterne e carichi. Per questo può essere geometricamente dimostrato che le strutture più grandi sono sempre proporzionalmente meno resistenti delle più piccole”*<sup>xxiii</sup>.

Galileo ha molto da dire sulla legge che lega la resistenza alle dimensioni delle strutture e nella *Giornata seconda* dei suoi dialoghi ideali introduce un esempio, che è il problema strutturale archetipico: la resistenza delle travi incastrate, che considera in sezioni omogenee e di cui trascura l'inflessione.

Il risultato delle sue speculazioni è che queste si rompono al raggiungimento del livello limite della tensione, caratteristico di ogni materiale.

Poco importa che i risultati numerici a cui approda Galileo non siano quelli esatti. Mariotte svilupperà gli studi di Galileo, introducendo, cinquant'anni più tardi, il concetto di rottura per la deformazione limite (caratteristica anche questa del materiale) e anche Leibniz, conoscendo gli studi di Mariotte, si occuperà della questione senza arrivare ad una formulazione corretta, come del resto ci riproverà Jacob Bernoulli nel 1705, senza riuscirci. Solo Antoine Parent arriva all'esatta formulazione dello stato tensionale di una trave in flessa, nel 1713, anche se la questione si può considerare chiusa solo con Coulomb e Bresse, a metà del XIX secolo. In realtà il suo errore di formulazione persisterà fino alle trattazioni di Heyman<sup>xxiv</sup>, a metà degli anni novanta.

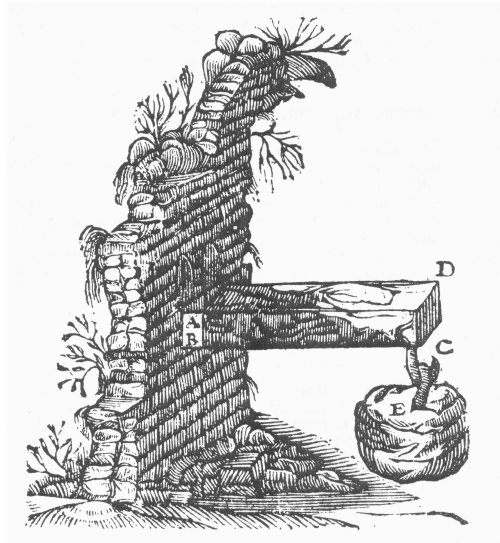


Figura 7.1.1. La trave incastrata di Galileo

Quello che importa è che con la trave incastrata di Galileo si infrange la teoria dominante delle proporzioni.

La questione sembra semplice. Galileo (alias Salviati) immagina una trave di legno di date dimensioni con una terminazione incastrata in un muro verticale. Il membro ABCD è un prisma, non importa se fatto di vetro, di legno, acciaio, comunque di un materiale frangibile. Caricato in C è evidente che si rompa, e si rompe proprio in B quando è attaccato al muro; per calcolare la resistenza assoluta che la trave oppone alla sua rottura Galileo fa un bilancio dei momenti: quello di *resistenza assoluta* intorno a B deve essere uguale al momento di rottura del peso applicato, considerando quindi il momento di equilibrio della leva.

Galileo è interessato ad ottenere la resistenza della trave e considera il momento di resistenza come il risultato della moltiplicazione della resistenza assoluta [S] per  $\frac{1}{2}$  della profondità della trave [d], come se la cerniera [fulcrum] fosse nella parte inferiore della sezione critica [in B] dove la trave si trova incastrata al muro. Il momento resistente così determinato deve equilibrare quello che può provocare la rottura, dato dal

prodotto del peso applicato in C [W] per la distanza dal fulcrum e quindi per la lunghezza della trave [l].

Con la moderna notazione  $Wl = \frac{1}{2} Sd$ . Dove S è la resistenza assoluta del materiale, che ha altezza b e profondità d (se la trave avesse forma circolare Galileo fa notare che il riferimento andrebbe al raggio r).

La sua analisi è sbagliata perché non sa che una trave così caricata ha aree tese e compresse; lui può solo considerare una distribuzione uniforme delle tensioni, che per la sezione rettangolare, fornisce un valore di S pari a  $b \cdot \sigma_0$ .

Ci sono voluti secoli di lavoro per correggere l'errore nella sua formula perché è sempre rimasto offuscato dalla straordinaria intuizione – corretta – che sottintendeva: per un dato materiale, di cui si conosca la sezione, la resistenza è proporzionale alla sua area. Quello che cambia è solo il fattore  $\frac{1}{2}$  che si può considerare come parametro che tiene conto della geometria della trave in questione. Galileo quindi applica una comparazione tra le resistenze di travi costituite dallo stesso materiale ma di “tagli” differenti. Se il peso che provoca la rottura della trave è il peso proprio, è facile intuire come questo cresca secondo il cubo della dimensione della trave stessa (proporzionalmente al volume) mentre la resistenza cresce secondo il quadrato della stessa dimensione: ne deriva che una struttura diventa tanto più debole quanto più aumentano le sue dimensioni – a parità di materiale – e quindi la sua “riserva” di resistenza (che anticipa il concetto di margine di sicurezza) diminuisce linearmente con le dimensioni.

Se si vuole mantenere la stessa resistenza, quando la struttura cresce, non si può applicare una semplice proporzione tra i suoi elementi costitutivi, ma la sezione dovrà essere più grande. Le sue conclusioni, più che il risultato matematico, sono straordinarie perché per la prima volta si formula una *teoria di resistenza* degli elementi strutturali che si sostituisce a quella *delle proporzioni*.

Se la lunghezza della trave aumenta, allora arriverà un momento in cui si romperà sotto il suo peso; una trave più corta può sostenere pesi addizionali, mentre una trave più

lunga si romperà. Questa è la prima volta che una teoria della struttura viene combinata con la resistenza dei materiali, per risolvere un problema strutturale.

Galileo aveva realizzato che questo argomento costituiva una grande scoperta e ne spiega le conseguenze nel famoso richiamo (già citato nel secondo capitolo) all'osso del gigante. Estende quindi le sue conclusioni a tutte le strutture, valendosi della sua legge “quadratica-cubica” che sembra dimostrare chiaramente la fallacia del metodo proporzionale.

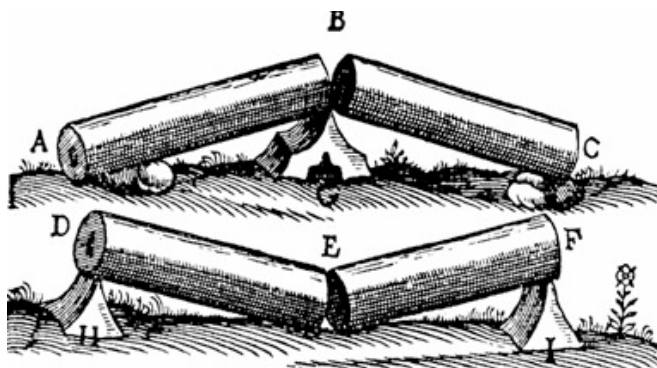


Figura 7.1.2. La trave su tre appoggi: la scoperta dell'iperstaticità

Nello spazio della stessa giornata, Salviati racconta la storia di una grande colonna di marmo che, stando orizzontale su due appoggi non si rompe e che solo quando gli operai, destinati a conservarla integra, aggiungono al centro un terzo sostegno, per maggiore sicurezza, improvvisamente si rompe. È una seconda grande scoperta la sua, che rivela il problema della struttura iperstatica. Non tornerà più sull'argomento, ma alla fine del secondo giorno, ha risolto il problema della trave incastrata in modo soddisfacente e ne applica i risultati ad una trave semplicemente appoggiata.

Galileo ha già cominciato chiaramente nelle prime pagine, almeno in maniera implicita, a parlare della frattura della trave. Si chiede cosa accada quando qualcosa si rompe.

*“E perché, come dico, voglio dimostrativamente accertarvi, e non con solamente probabili discorsi persuadervi, supponendo che habbiate quella cognizione delle conclusioni mecaniche, da altri sin qui fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria, conviene che avanti ogni altra cosa*

*consideriamo qual effetto sia quello che si opera nella frazzione di un legno o di un altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perché questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo e semplice principio che come notissimo conviene supporsi*<sup>xxxv</sup>.

Per chiarire la discussione, e dimostrarla con gli argomenti della meccanica (e non con solamente probabili discorsi) immagina una forma cilindrica, di legno o di qualunque materiale, appesa verticalmente e a cui è applicato un peso, alla fine, che viene aumentato sempre di più finché la trave (o colonna) non si rompe.

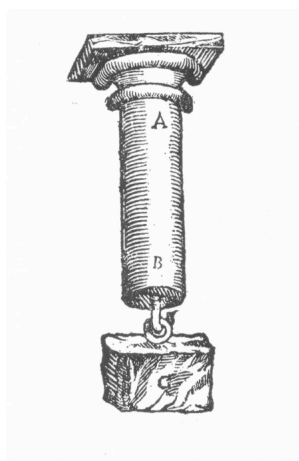


Figura 7.1.3. La colonna appesa. Il primo test di tensione sul materiale.

*“Per più chiara esplicazione di che, segniamo il cilindro o prisma AB di legno o di altra materia solida e coerente, fermato di sopra in A e pendente a piombo, al quale nell'altra estremità B sia attaccato il peso C; è manifesto che, qualunque si sia la tenacità e coerenza tra di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà essere superata dalla forza del traente peso C, la cui gravità pongo che possa accrescersi quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà, a guisa d'una corda.*<sup>xxxvi</sup>

Questo è l'inizio di una serie di digressioni: Simplicio immagina che i filamenti (fibre longitudinali) che si estendono per tutta la lunghezza della colonna di legno, possano renderla forte e Salviati risponde che queste fibre sono connesse le une alle altre. “E si

*come nella corda noi intendiamo, la sua resistenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento che non sarebbe qualsivoglia canapo della medesima grossezza: ma nel cilindro di pietra o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti dipende da altro glutine che da filamenti o fibre; e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.”<sup>xxvii</sup>*

Per la prima volta viene introdotto il concetto fondamentale di *tensione* - anche se sotto la forma quasi animistica di *glutine* - che quindi si aggiunge a quello di resistenza nella definizione del problema strutturale. Del resto anche Poleni, parlando dei materiali, gli attribuiva proprietà dei corpi vivi.<sup>xxviii</sup>

Salviati ammette la difficoltà di determinare la rottura di un materiale qualsiasi, che sia marmo o pietra o legno ed introduce la questione dei vuoti: intuisce che un solido è costituito in realtà da tante parti (o *particelle?*) che hanno tra loro un largo numero di vuoti, spingendosi fino alla conclusione che questo numero, anche infinito di particelle, possa contenere anche un numero infinito di vuoti. Ogni argomento ne richiama un altro e Salviati qui vuole spiegare come l'espansione e la contrazione (per esempio dovute al cambiamento di temperatura) possano intervenire senza assumere la legge di non penetrazione dei corpi e l'introduzione dei vuoti, e il discorso ritorna inevitabilmente alle teorie Aristoteliche del moto. Quindi c'è una discussione lunga sul moto in mezzi densi e rarefatti (acqua e aria) e poi sulla vibrazione del pendolo, e ancora delle corde musicali; il discorso procede tanto che anche Salviati, alla fine del primo giorno, si chiede come abbiano potuto permettere alla discussione di allungarsi così tanto, senza soffermarsi sul problema principale, che era quello di trovare la resistenza di una barra quando è rotta, come una trave di cantiere.

Quello che usciva dunque da Galileo e dalla sua dimostrazione era una teoria della resistenza che, per quanto contenesse degli errori quantitativi nella sua formulazione, mostrava la non validità di quella che fino ad allora aveva governato la costruzione delle grandi fabbriche del passato. Secondo i risultati di Galileo quindi non si poteva

più contare su una diretta proporzionalità tra resistenza e dimensione delle strutture esaminate, come supposto dalla teoria proporzionale che fino ad allora nei modelli aveva trovato la prima garanzia di stabilità.

Sembrava così sconfessare secoli di costruzioni, per lo più grandiose, che proprio rispettando la teoria delle proporzioni (e non il concetto di resistenza dei materiali) avevano sfidato il tempo e i crolli, elevandosi ad esempio per le costruzioni successive.

Commentando le scoperte galileiane in relazione alle costruzioni del passato Parsons dirà, nel 1939, *“There was no means of testing materials to determine their resistance to strain and consequently, the designer could not estimate the strength of a member nor did he have a theory by which he would compute the amount of strain that a member would be called to bear. There was, therefore, a vicious circle of ignorance”*.<sup>xxxix</sup>

Quando Robert Mark commenta il progetto di Santa Sofia riprende lo stesso argomento dicendo che *“Geometry did play a major role in their conceptual design; however, as no less an observer than Galileo also commented, geometry can never ensure structural success?”*.

Se si accetta la teoria di Galileo infatti sembra di dover dire che tutte le regole passate, fino ad allora applicate, fossero sbagliate e quindi che tutte le grandi costruzioni, che su queste erano state modellate, avrebbero, prima o dopo, mostrato le conseguenze dell'errore con la loro instabilità. Ma è Howard Dorn a centrare il problema quando dice che *“it is a tribute to their skill that with this assortment of antropomorphic analogies, qualitative generalizations, traditional arithmetical proportions, rules-of-thumb and an intuitive (and incorrect) arch “theory”, Renaissance builders erected magistral and lasting structures?”*. Le regole proporzionali erano concettualmente sbagliate, non considerando la resistenza dei materiali, e i grandi maestri del passato avevano quindi sbagliato, ma usando queste regole (sbagliate) erano comunque riusciti a costruire strutture grandiose. Sembra una contraddizione ma in realtà *“Galileo si era sbagliato”*.<sup>xxx</sup>

Lo studioso pisano non aveva considerato che, per un particolare campo di grandezze e resistenze (proprio delle fabbriche del passato) in cui la resistenza limite dei materiali non è raggiunta, il rispetto della teoria proporzionale poteva in effetti garantire la



globale stabilità di una costruzione, proprio perché le dimensioni della costruzione stessa riducevano in modo opportuno le tensioni in gioco.

A partire dalle più grandi fabbriche del passato, le costruzioni hanno avuto dimensioni tali infatti, da fare in modo che la resistenza limite dei materiali non fosse raggiunta. D'altra parte un sentore che la dimensione c'entrasse con la resistenza, o comunque con i limiti della struttura, senza saperlo lo aveva avuto anche Vitruvio, che introduce nel suo trattato delle limitazioni da imporre alla luce delle travi principali dei templi (ora sappiamo, per evitare rotture flessionali, a Vitruvio certamente non note)<sup>xxxii</sup>.

EDIFICI	STRESS PRINCIPALI N/mm <sup>2</sup>
Sainte Genevieve, Parigi (pilastri principali)	2,9
Santa Sofia, Istanbul (pilastri principali)	2,2
Saint Paul, Londra (pilastri principali)	1,9
San Pietro, Roma (pilastri principali)	1,7
Pantheon, Roma (base del tamburo)	0,6

Tabella 7.1.1. *Le tensioni principali in alcune delle strutture analizzate.*

Fino ad allora, la teoria delle proporzioni aveva operato con dimensioni tali da non superare, né avvicinarsi, ai valori limiti di resistenza dei materiali, che risultavano sempre lavorare ben al di sotto delle proprie possibilità strutturali. È solo con il Pantheon di Parigi, e con le arditezze strutturali di Soufflot, che si cerca di costruire una grande opera tenendo conto della *resistenza* dei materiali, per sfruttarli al meglio ed ottenere le forme più slanciate, costituendo la comprensione definitiva delle teorie galileiane. Certamente, prima di allora, le teorie proporzionali si erano basate su procedimenti iterativi di crolli e costruzioni, che avevano contribuito a tracciare il campo entro cui muoversi. Sembra alla fine di poter dire che proprio quella teoria così osteggiata da Galileo e dalla sua nascente scienza, per quel particolare campo di indagine e lavoro rappresentato dalle costruzioni antiche possa ritenersi ancora valida,

traducendo il problema di resistenza in un problema di stabilità. Se la teoria proporzionale viene applicata in edifici che hanno un rapporto di scala limitati – come appunto gli edifici antichi – il rispetto dell'equilibrio globale è anche garanzia di non superamento del limite di resistenza del materiale. Una volta usciti da questo limitato campo di scala, non può più esserlo, perché allora sì, le tensioni ingenerate nel materiale si troverebbero a confronto con le resistenze ultime. Si è già detto che Mariotte, nel suo *Traité du mouvement des eaux*, nel 1686, (per uno studio di ragione idraulica finalizzato a determinare il corretto spessore di tubi di diametro dato per sopportare una data pressione) trovò una correzione, almeno parziale, alla formula di Galileo. Facendo dei test di tensione e di rottura sui materiali, e non riuscendo a correlarli coi risultati della formula di Galileo, aveva alla fine concluso che la sua ipotesi di inestensibilità del materiale fosse sbagliata e che anche il materiale più forte (ed egli effettivamente testò sia il vetro che il marmo, ma anche il legno) dovesse mostrare qualche estensione, quando fosse sottoposto a carico. Forte delle teorie di Hooke, Mariotte ipotizzò il comportamento lineare-elastico del materiale, per lui identico in tensione come in compressione; di più ipotizzò che esistesse un'estensione minima che poteva essere impressa sul materiale, superata la quale si sarebbe rotto.

Usando queste idee, e mantenendo l'ipotesi di Galileo della posizione dell'asse neutro alla base della sezione considerata, Mariotte dedusse che gli sforzi dovevano essere distribuiti secondo un diagramma triangolare, e non rettangolare come quello galileiano, arrivando alla fine, alla correzione della formula del momento resistente della sezione in esame, che passa da  $\frac{1}{2} bh^2$  a  $\frac{1}{3}bh^2$ , e quindi a  $\frac{1}{6} bh^2$ . Senza probabilmente saperlo, come è accaduto spesso ai protagonisti di questa lunga vicenda, Mariotte aveva finalmente trovato la corretta soluzione della rottura elastica.

Torniamo quindi alla questione delle cupole, che con le dimostrazioni di Galileo (che pure non le riguardavano direttamente) aveva comunque trovato un passaggio fondamentale, nella sconfessione delle antiche regole dimensionali (anche se, a ben vedere, non è andata proprio così se, secoli dopo, alla dimensione, più che alla

resistenza, si tornerà per determinare la migliore resistenza degli archi e delle cupole)<sup>xxxii</sup>.

Robert Hooke, nella sua *Description of helioscopes, and some other instruments*, nel 1676, era stato il primo ad intuire la stretta relazione tra una fune in equilibrio sotto carichi assegnati e un arco soggetto agli stessi carichi, avente forma identica ma rovesciata. Dice il celebre anagramma *ut tensio sic vis*, e quindi “*ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum*”.

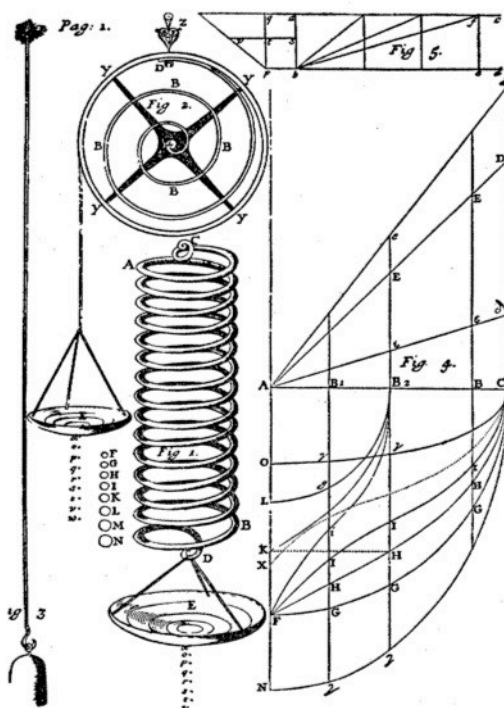


Figura 7.1.4. Frontespizio del *De Potentia Restitutiva*, Robert Hooke, 1678<sup>xxxiii</sup>

Dopo gli studi di Galileo e la pubblicazione del trattato di De la Hire, i trattati sono sempre più specifici e scientifici, e la diffusione è in gran parte dovuta alle

pubblicazioni della *Académie Royale de Paris*, che contribuiva a sostituire al dimensionamento e alla tradizione i risultati del calcolo e la sperimentazione. Si doveva passare dalla ricerca di una configurazione geometrica ideale, che non considerava nemmeno il concetto di *forza* agente, alla determinazione della reale sollecitazione della struttura; i criteri di verifica per queste strutture dovevano essere universali.

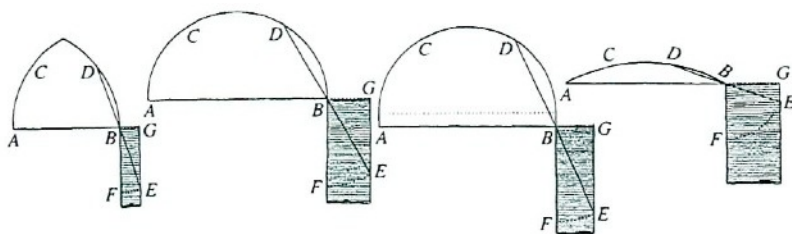


Figura 7.1.5. Il dimensionamento dei piedritti di Blondel

Philippe De la Hire parla ancora di solidi euclidei indeformabili e perfettamente rigidi privi di leganti e di attrito quando definisce il suo modello di calcolo per il meccanismo di collasso di archi e volte, dove cerniere e giunti di rottura – come già in Leonardo – hanno posizioni schematiche. Scrive la sua *Memoria*<sup>xxxiv</sup> nel 1712, affrontando lo spinoso problema del dimensionamento dei piedritti,<sup>xxxv</sup> che necessitava di una soluzione scientifica visto che fino ad allora non si era scostato di molto dal metodo grafico medievale. A metà del Settecento François Blondel aveva ricalcato proprio quello per determinare il suo modello grafico ideale, ma dopo Galileo non poteva più essere considerato una risposta.

De la Hire quindi fonda un metodo alternativo, che ha però, alcuni errori concettuali alla base: primo fra tutti, l'idea che arco e piedritti, nel proprio meccanismo di rottura, restino uniti. Secondo il suo schema, al momento della rottura, l'arco si divide in tre blocchi, di cui il centrale spinge verso l'esterno gli altri due: risultava quindi impossibile equilibrare i conci di imposta a meno di non supporre infinito il loro peso. La sua teoria non trovava riscontro nella realtà e proprio da questo comincia

l'intuizione dell'attrito che provvederà ad annullare questo paradosso.

L'errore in realtà, è nel non considerare la catenaria di Hooke, che avrebbe portato a considerare le linee di imposta inclinate quel tanto da impedire lo scivolamento dei conci esterni, risolvendo il paradosso anche senza prefigurare l'attrito tra i conci. Con De la Hire si è ancora nel campo della progettazione geometrica di arco e giunti di rottura e la condizione di equilibrio è raggiunta quando ci sia la coincidenza tra curva delle pressioni e asse dell'arco.

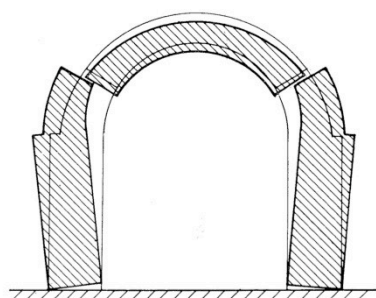


Fig. 9.10.

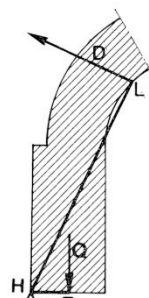


Fig. 9.11.

Figura 7.1.6. Il meccanismo di rottura ipotizzato da De la Hire (Benvenuto).

Le parole di Leonardo<sup>xxxvi</sup> non sono tanto distanti quando si osserva che per con De la Hire, la condizione critica si avvera quando la curva delle pressioni si discosti tanto dall'asse da lambire in qualche punto le curve di intradosso ed estradosso: il numero dei punti di contatto e le loro reciproche posizioni costituiscono l'aspetto fondamentale del meccanismo di collasso. Innovativo rispetto a Leonardo, è invece l'intuizione che il meccanismo di collasso possa essere previsto, perché si ripete, dosando opportunamente le forze in gioco. L'arco rinascimentale poteva solo essere letto attraverso le note semplificazioni di leva e di piano inclinato, ma con De la Hire viene introdotto il concetto di "cuneo", per cui i singoli conci dell'arco vengono intesi come porzioni di cunei premuti sui letti che separano un concio da quelli vicini. Sempre nell'ipotesi di solido euclideo pesante, De la Hire valuta il suo modello di calcolo nei due casi, ottimale e limite, e il suo scopo è duplice: stabilire l'equilibrio di una volta,

indipendentemente dai piedritti sottostanti, e quindi determinare lo spessore di questi ultimi, una volta determinata la spinta che devono sostenere.

Usa ancora, nonostante l'introduzione dei conci, una antica semplificazione facendo riferimento ad una leva a gomito, con fulcro in H, ed eguagliando i momenti stabilizzanti (peso del piedritto e della volta) a quelli della spinta. Forte dell'esperienza di Galileo, che già aveva determinato il valore del carico di rottura (*resistenza assoluta*) di una trave inflessa attraverso l'equazione di equilibrio alla rotazione intorno al fulcro delle azioni interne nella sezione più sollecitata, il matematico applica lo stesso procedimento all'arco, traducendo l'equilibrio in un bilancio a rotazione. Mantiene l'ipotesi della mancanza di attrito tra le parti, che possono ancora scivolare l'una sull'altra, e quindi la sua soluzione è ancora astratta (e per questo non sempre direttamente applicata dai progettisti. Con lui però l'attenzione degli studiosi si concentra sullo stabilire la resistenza ultima, cioè sulla situazione critica dell'arco e dei suoi appoggi.

Nel 1729 Forest de Belidor<sup>xxxvii</sup>, sintetizza le teorie di De la Hire descrivendo un sistema di dimensionamento dei piedritti a partire dal peso della volta, determinata nella forma e nello spessore; divide l'arco in cui semplifica la volta in quattro conci ottenendo lo spessore del piedritto mediante un'equazione di equilibrio tra momento ribaltante e momento resistente (dato dalla sommatoria del primo concio inferiore e del piedritto stesso). Il suo obiettivo è chiaro: vuole trattare quei problemi che appartengono propriamente agli ingegneri, e che richiedono la geometria e l'algebra per la loro soluzione, perché sono i soli strumenti che garantiscono risposte precise.

Questo schema grafico-analitico, semplice a tal punto da poter essere impiegato anche "da chi non s'intende d'algebra", viene utilizzato fino a quando non sarà sostituito da quello di Coulomb e Mascheroni, che determineranno il nuovo meccanismo flessionale. Lo scopo di Belidor è rendere direttamente fruibile la teoria di De la Hire, dalla quale poi non si discosta molto perché l'unica cosa che cambia è lo schema semplificato di leva angolare a cui riducono il comportamento dell'arco.<sup>xxxviii</sup>

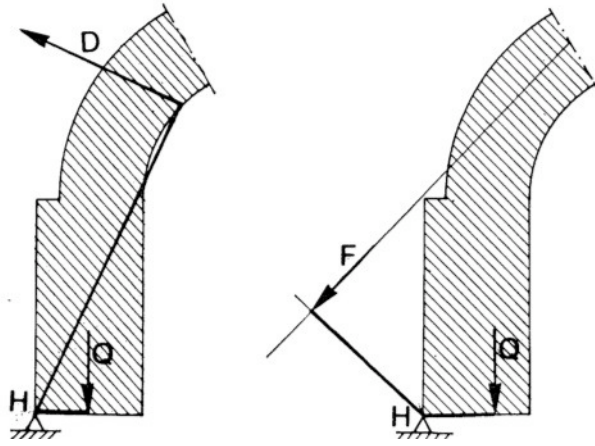


Figura 7.1.7. Il meccanismo di rottura ipotizzato da Belidor confrontato a quello di de la Hire (Benvenuto).

La ricerca di Couplet<sup>xxxix</sup>, sviluppata in Francia nel XVIII secolo è l'anello di congiunzione tra gli studi di De la Hire e quelli di Coulomb, e introduce un'innovazione nell'ambito della ricerca della forma e della spinta delle volte. In realtà sfrutta la composizione grafica di tre forze, già utilizzata da De la Hire, in cui l'entità della forza peso dei singoli conci, lasciata incognita, consente di ottenere un profilo rastremato in prossimità della chiave. La linea di appoggio, delle pressioni, deve risultare in questo sistema equidistante dall'estradosso ed intradosso e in questo Couplet richiama le teorie di Leonardo da Vinci, affermando che un arco a tutto sesto è in equilibrio se "la linea d'appoggio è compresa nel suo spessore". Nel suo secondo discorso affronta il problema delle volte considerando l'aderenza tra i conci, di cui però non dà ancora una valutazione quantitativa: il legame tra i conci è ciò che ne impedisce lo scorrimento lungo i giunti, e per questo motivo la rottura può avvenire soltanto per un distacco in seguito a mutua rotazione intorno a certi punti dell'estradosso o dell'intradosso, le *cerniere*. Fa delle precise ipotesi sulle proprietà del materiale, notando che l'attrito in pratica lega insieme i conci, senza permettergli di scivolare, mentre non fornisce nessuna resistenza alla separazione dei conci stessi. Non si concentra sulla resistenza della pietra di cui sono fatti i conci e ipotizza che gli sforzi siano così bassi

che il valore di resistenza a rottura del materiale non venga comunque mai raggiunto, classificandolo come elemento di scarsa importanza nella questione della stabilità e chiarendo che in effetti la forma e la dimensione possono ancora ritenersi (nonostante Galileo) un parametro sufficiente (ed efficace) per la costruzione (o almeno per l'analisi delle strutture antiche).

Couplet fa tre postulati chiave sul comportamento della muratura, supponendola non resistente a trazione, con ha una resistenza infinita alla compressione, e ipotizzando la presenza dell'attrito che, nell'arco, esclude la rottura per scivolamento.

Per lui due sono i modi di approcciarsi ad ogni problema statico: attraverso l'equilibrio (*statica*) considerando le linee di pressione, e attraverso le deformazioni (*meccanismi*) considerando le lesioni e le cerniere che si formano e la sua prova del primo teorema del 1730 contiene entrambi gli aspetti di analisi. Il teorema stabilisce come un arco non possa arrivare al collasso se la *corda di mezzo* dell'estradosso non taglia l'intradosso, ma sta dentro allo spessore dell'arco. Ancora si sente l'eco di Leonardo: la condizione sufficiente di equilibrio viene soddisfatta "*se la corda della metà dell'estradosso non taglia l'intradosso, ma passa ovunque entro lo spessore della volta*". Quello che ha in mente Couplet è un arco semicircolare, di un trascurabile peso proprio, soggetto a un carico puntuale verticale al colmo. Qualunque sia la dimensione del carico, delle forze di supporto possono essere generate dalle imposte, seguendo le linee di pressione. Perché l'arco collassi l'angolo  $B\hat{A}C$  (che congiunge il colmo all'estradosso con le due reni all'estradosso) deve aprirsi, e questo può accadere solo se c'è un allargamento alla base. Chiarisce quindi, prima del dibattito sul vaticano in cui Poleni trascurerà proprio questo aspetto (sbagliando) l'importanza della relazione tra l'arco (e per estensione la volta e poi la cupola) e le sue strutture di appoggio, in una considerazione dell'edificio che doveva essere globale nella valutazione dell'equilibrio (perché globalmente era stato pensato) Il problema successivo è quindi trovare lo spessore ultimo per l'arco semicircolare che ne garantisca l'equilibrio sotto il proprio peso: nella sua ipotesi l'arco potrà collassare separandosi in quattro parti, attaccate l'una all'altra da cerniere, quelle



all'estradosso già viste alle reni e al colmo e altre due a  $45^\circ$  all'intradosso dell'arco e in questo modo trova l'espressione che collega lo spessore al Raggio [ $k= t/R$ ] stabilendo che il valore che garantisce l'equilibrio dell'arco è pari a  $t/R=0.101$ .

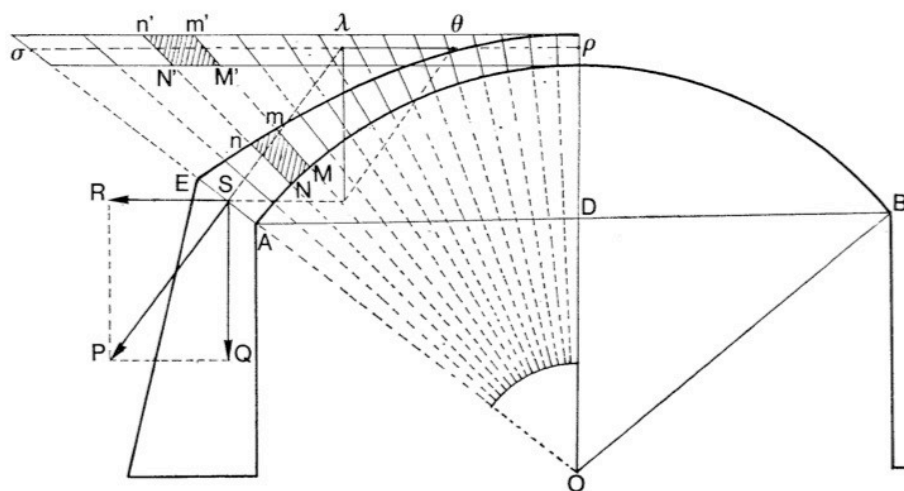


Figura 7.1.8. Couplet e lo spessore di un arco come fattore di sicurezza

Per l'equilibrio del pezzo di arco compreso tra il colmo e la cerniera, la spinta orizzontale in A (al colmo) combinata con il peso del concio applicato in H (baricentro) genera una spinta nella cerniera K, secondo la composizione delle forze (quindi Couplet ne conosce la direzione). Quindi GK, che è la direzione della spinta in K, non è tangente all'intradosso in K, e questo implica che la forza possa uscire dalla muratura. Questo non è possibile e Couplet non si accorge dell'errore, ma il suo lavoro, anche se non arriva alla formulazione esatta, è comunque corretto.

Alcune correzioni sono intervenute nel frattempo, come la collocazione delle cerniere a  $30^\circ$  piuttosto che a  $45^\circ$ , aumentando di conseguenza il valore del fattore adimensionale  $t/R$  a 1.106. Couplet comunque ha una chiara idea della linea delle pressioni e del meccanismo di collasso causato dalla formazione delle cerniere e fa delle ipotesi che

rende esplicite usandole per la progettazione degli archi.

Nel 1732 Danyzy ottiene la conferma sperimentale dei calcoli di Couplet, e della correttezza del suo approccio e il suo lavoro viene pubblicato nel 1778. Nel frattempo Frézier, nel 1737, disegna nel suo trattato una tavola basata su questi esperimenti in cui mostra (in una famosa illustrazione) i meccanismi di collasso degli archi: tutti quelli disegnati sono sul punto di crollare e i pilastri hanno la dimensione minima. Si vede qui anche che la piattabanda, che all'interno di queste ipotesi dovrebbe essere la più resistente, collassa solo se si spostano gli appoggi.

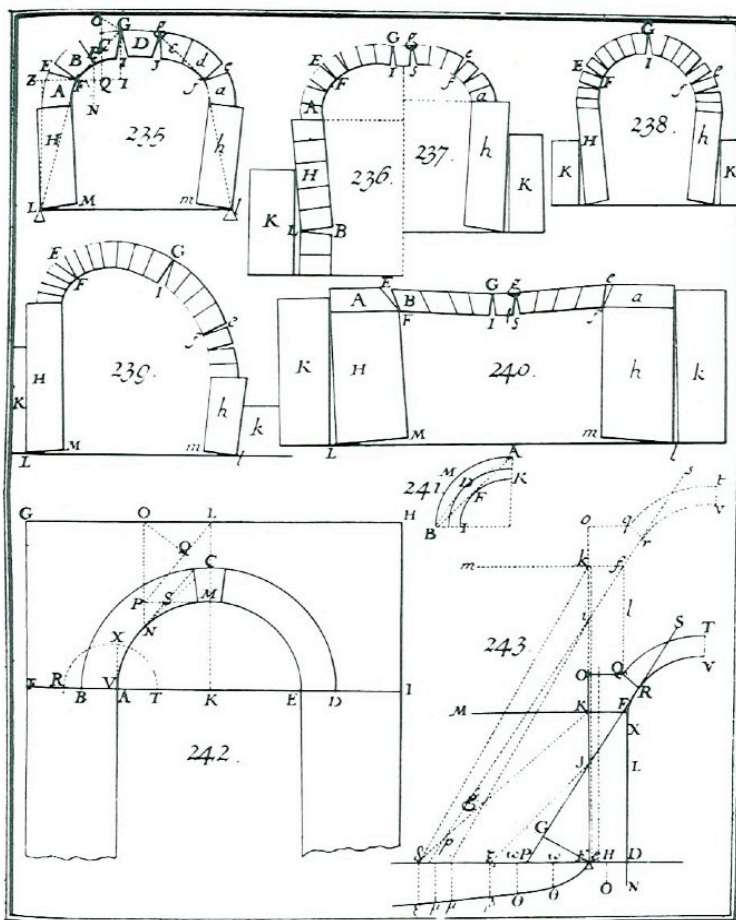


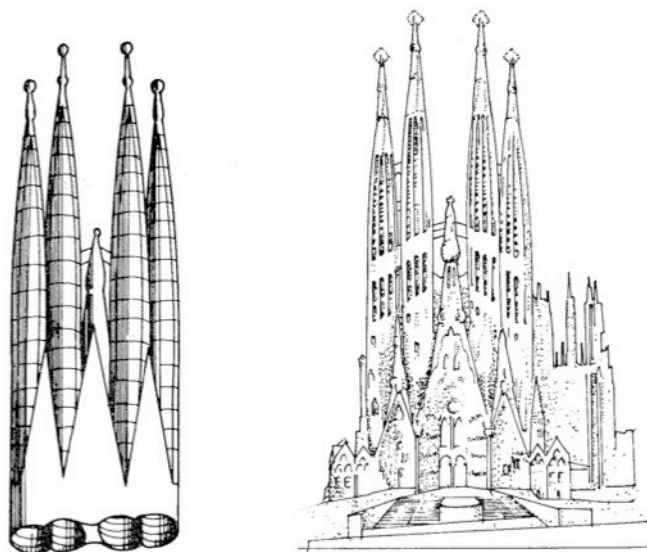
Figura 7.1.9. Frézier e i meccanismi di rottura dell'arco.<sup>xl</sup>

Fino a metà del Settecento, prima che i tre matematici siano chiamati a trattare la questione Vaticana, ci si era fermati al problema della stabilità dell'arco in muratura, che rappresentava la base per la successiva teoria delle cupole. La prima teoria statica sulle cupole in muratura è quella formulata da Pierre Bouguer<sup>xii</sup> nel 1734 che cita proprio Couplet come riferimento tra coloro che si sono occupati di archi, e che, all'inizio delle sue memorie, precisa: *“Non restano che le cupole, che nessuno, a quanto so io, ha esaminato. L'utilità che può avere tale esame me lo ha fatto intraprendere: l'uso delle cupole è assai frequente in molti nostri edifici. Io mostrerò che un'infinità di linee curve sono appropriate a formare questa sorta di volte, e indicherò nel medesimo tempo la maniera di sceglierle. Supporrò sempre che le pietre e i conci abbiano le loro facce perfettamente lisce: se una cupola deve sostenersi in questa ipotesi, si potrà essere certi che essa si sosterrà anche nello stato attuale delle cose, in cui i conci non possono scivolare gli uni sugli altri se non con grande difficoltà”*.

Il merito di Bouguer quindi è indubbiamente quello di aver esteso al caso tridimensionale un risultato noto negli ambienti scientifici dell'epoca. Nel 1704 Bernoulli aveva dimostrato matematicamente che un arco a forma di catenaria rovesciata resisteva al proprio peso, qualsiasi fosse il suo spessore; da questo risultato era possibile ipotizzare che, analogamente, una cupola generata per rotazione di una curva opportunamente scelta attorno al proprio asse, potesse godere della stessa proprietà, almeno in teoria, ed è lo scopo di Bouguer dimostrarlo matematicamente. Parte quindi dall'equazione della catenaria per descrivere una cupola omogenea equilibrata, che, in analogia alla teoria di Hooke, è immaginata come un velo omogeneo pendente dalla circonferenza di un cerchio orizzontale e compie così il passaggio, senza in realtà introdurre nuove formulazioni, dall'arco alla cupola in muratura costituendo la giustificazione dell'applicazione della teoria sugli archi nella soluzione dei problemi di stabilità delle fabbriche cupolate.

Dal 1770 la teoria degli archi e delle volte sembra essere più ricca, forse proprio sulla scorta degli ultimi dibattiti, e i matematici cercano di trovare soluzioni a problemi pratici. Nello stesso tempo però, partendo dall'applicazione alla costruzione, sembra

che la matematica sia tutta tesa a riconquistare una propria autonomia e accade che gli archi e le cupole siano ricondotti alle curve flessibili ed elastiche, anticipando le equazioni differenziali.



*Figura 7.1.10. La cupola come un velo appeso nell'applicazione di Gaudí*

Charles Bossut sente come dovere irrinunciabile quello di occuparsi della questione (se ne pentirà poi, costretto a dichiarare la propria incompetenza nella questione del Panthéon francese) e si pone due scopi principali nelle sue analisi: definire la forma della struttura voltata che garantisca il suo equilibrio anche in assenza di attrito tra i conci – e sarà quello che gli varrà la sfiducia di Gauthey – e determinare lo spessore dei piedritti di un arco o di una cupola, rifacendosi al meccanismo generalizzato già proposto da De la Hire.

La teoria delle cupole torna a sconfinare qui in quella degli archi. La soluzione adottata da Bossut per il primo calcolo della forma dell'arco, sfrutta le uguaglianze tra le componenti perpendicolari ai letti tra i singoli conci, componendo le forze esterne applicate lungo le due direzioni perpendicolari ai letti, che sono ancora considerati senza attrito. Le forze esterne hanno poi una data direzione, che tiene conto del peso

del singolo elemento e delle altre azioni esterne e riesce quindi a stabilire una relazione tra i conci in modo da trovarne l'equilibrio, e per via geometrica, determinare la forma dell'arco.

Il passaggio dalla lettura del meccanismo dai termini finiti a quelli differenziali è quasi obbligata: l'arco viene inteso come un susseguirsi di conci infinitesimi, e la loro disposizione secondo una linea generica è quella che deve essere determinata per ottenere l'equilibrio locale. Il passaggio è dall'*harmonia mundi* al sublime calcolo differenziale e quindi al limite. Una volta determinata l'equazione in termini infinitesimi, conclude Bossut, “questa equazione è la base di tutti i problemi che si possono proporre su questa materia. Ora, vi sono due questioni principali da esaminare. L'una consiste nel trovare la figura della volta quando si conosca la legge delle forze che pressano i conci; l'altra consiste, al contrario, nel trovare la legge delle forze che debbono pressare i conci quando si conosca la figura della volta”.

Bossut esamina entrambe le questioni, prima per le volte a botte (*prima memoria*) e poi per le cupole (*seconda memoria*). Il passaggio dalla volta alla cupola è fatto semplicemente dall'autore, ipotizzando che ogni unghia della cupola sia trattabile in modo isolato rispetto alle contigue, e che si comporti quindi come un arco di spessore variabile (che è poi il modo in cui viene risolta la cupola ancora adesso, in modo semplificato<sup>xliii</sup>).

La prima questione, quella diretta, che vuole trovare la forma della volta, è la più complessa e una volta determinata la soluzione generale (a cui si deve ricorrere per ogni problema) Bossut analizza i vari casi particolari: il primo è quello dell'arco omogeneo e uniforme, sottoposto al proprio peso, la cui soluzione (nulla di nuovo in realtà, visto che era già stato applicato da Poleni al problema della cupola) è la catenaria omogenea rovesciata. La novità nella sua trattazione, rispetto a quella del Poleni, è nella definizione della curva in termini matematici, e quindi di funzione (come aveva tentato di fare Galileo e che Bernoulli aveva risolto a inizio secolo).

Nella sua seconda memoria, *Voûtes en dôme*, Bossut parte dalla stessa equazione e il suo sostanziale errore, che lo riporta indietro rispetto a Bouguer, è ignorare l'azione di



*minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'Architecture*, che viene pubblicato pochi anni dopo, in pieno dibattito sul Pantheon. Dice che il suo argomento di trattazione saranno le volte a botte, ma chiarisce subito che i risultati trovati “*si potranno applicare a ogni altra specie di volte*”.

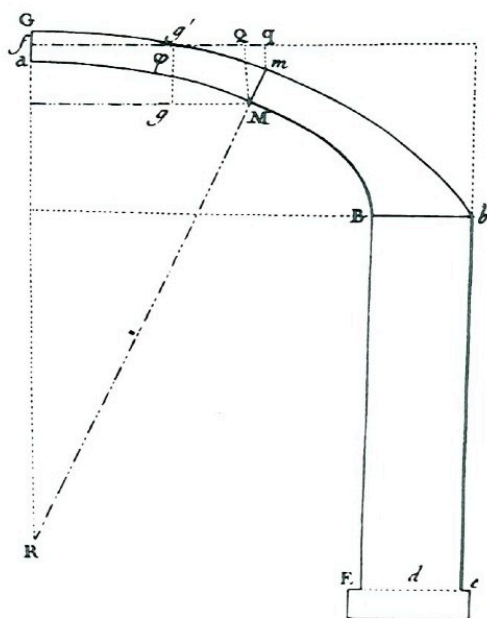


Figura 7.1.12. La schematizzazione di metà arco di Coulomb<sup>xliii</sup>

Il suo costituisce lo sviluppo fondamentale della teoria sugli archi e sulle cupole in muratura e fornisce l'ultimo tassello matematico alla questione. Coulomb sembrava certo della formazione delle cerniere nell'arco e conclude che il crollo debba avvenire tramite una cerniera tra i conci, nell'ipotesi che l'attrito ne impedisca lo slittamento. Il suo lavoro sulla frattura delle colonne lo aveva convinto della possibilità di rottura in un punto (cerniera) e nella sua semplificazione riduce l'arco a mezzo arco di cui considera l'equilibrio, sostenendolo da una spinta orizzontale P al colmo (che, come nella metafora Leonardesca, rappresenta l'altra parte di arco) agente lungo l'orizzontale. Coulomb prefigura la formazione della prima cerniera al punto M all'intradosso, e

quindi scrive un'espressione generale per il valore di  $P$ ; dimostra poi che la posizione di  $M$  deve essere scelta in modo che il valore di  $P$  sia massimizzato e qui si trova la definitiva sistematizzazione della teoria delle cerniere solo intuite da Leonardo (la cerniera non può infatti essere posta arbitrariamente, per esempio a  $45^\circ$ ). Il valore massimo di  $P$  coincide con il minimo valore per il quale l'arco sarà stabile. Similmente, se la frattura si sta propagando dalla cerniera in  $m$  all'estradosso,  $m$  deve essere scelto così che  $P$  sia minimizzato e questo sarà il massimo valore di  $P$  per cui l'arco risulti stabile.

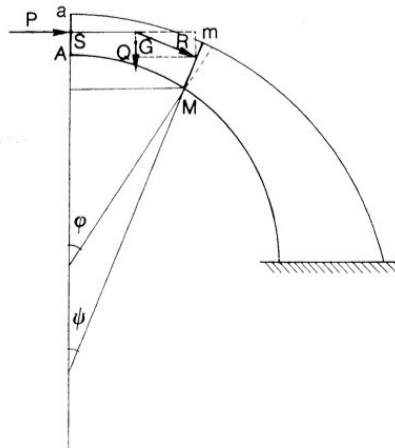


Figura 7.1.13. *L'equilibrio delle spinta P (Benvenuto)*

La questione dell'attrito e della coesione viene posta in evidenza da Coulomb nei suoi tre corollari alla prima trattazione, i cui risultati non si discostano molto dai suoi predecessori. Il primo corollario tratta “delle volte di grossezza finita”, e di queste fornisce lo spessore per ogni punto quando l'unica sollecitazione sia il peso proprio: l'espressione dello spessore ottenuto è in funzione del raggio e dell'angolo definito dal punto stesso con l'asse verticale dell'arco. Ne sviluppa quindi un esempio e da questa applicazione pratica della legge matematica individuata scaturiscono tre osservazioni



che costituiscono la differenza fondamentale tra lui e Bossut: il richiamo alla realtà, e la volontà di applicazione della “assoluta legge matematica” alla “pratica costruttiva”.

La prima osservazione che fa Coulomb è che una volta costruita in obbedienza ai criteri così definiti è tale che non solo la risultante delle forze agenti su un concio è perpendicolare al giunto, ma anche che questa stessa risultante passa per un punto interno. La seconda osservazione si pone il problema della attendibilità della speculazione matematica; infatti Coulomb osserva che se l'intradosso della volta termina sul piedritto con un angolo retto, la formula definisce una  $h$  [spessore] infinito che è irragionevole e viene contraddetto dalla pratica e costituisce la prova dell'irrealtà dell'astrazione matematica, quando non considera “*attrito e coesione tra i giunti*” che intervengono nella realtà.

Da qui in poi l'obiettivo di Coulomb è “*far entrare nell'espressione delle volte queste nuove forze coercitive; ma si può inferire da questa osservazione che, nell'esecuzione, la teoria precedente non può essere, come abbiamo detto nel discorso preliminare, che di debole utilità*”. Ripete allora la stessa obiezione che Gauthey aveva mosso a Bossut quando questi aveva cercato di applicare al Panthéon, per dimostrarne la stabilità, le conclusioni di una teoria che non considerava l'attrito.

Arriva quindi al terzo corollario: se in una volta sono assegnati sia l'intradosso che l'estradosso, come si possono determinare, in caso di equilibrio, le direzioni dei giunti? Quello che risolve qui Coulomb, è il problema della piattabanda in muratura, concludendo che, sostituiti i dati noti nella formula precedente (e cioè gli spessori), tutte le direzioni dei giunti di una piattabanda passano per lo stesso punto  $C$  e questo ne rende molto facile la costruzione.

Il passo successivo, una volta chiarito l'inutilità di un modello non aderente alla realtà fisica, è fare un modello fisico delle volte e delle cupole che ne consideri *attrito e coesione* e cambiando il modello fisico, anche quello matematico è destinato a cambiare perché cambia sostanzialmente la prospettiva: mentre fino ad allora si era cercata la forma ideale da dare ad un arco o a una volta per far sì che le sollecitazioni corrispondessero

ad un dato schema statico di equilibrio, ora si cercava, specularmente, di determinare le sollecitazioni che, date dimensioni e forma, insorgono in una volta. Si passava insomma, da un problema di progetto ad uno di verifica, aprendo così la questione per il calcolo moderno delle cupole in muratura, che è principalmente analisi dell'esistente e non più progetto.

Non è forse un caso che, temporalmente, questo cambio di prospettiva coincida con l'ultimo grande dibattito che ha coinvolto le cupole in muratura che, dopo questo, si sono trasformate in qualcos'altro; con il Pantheon, e con le cerchiature inserite alla base delle cupole e in tutta la muratura fino a trasformarla in un altro materiale, si era conclusa la forma strutturale antica e da qui in poi quando ci si occupa di archi, e cupole in muratura è per comprendere il funzionamento di strutture antiche, che devono essere verificate, e non più progettate.

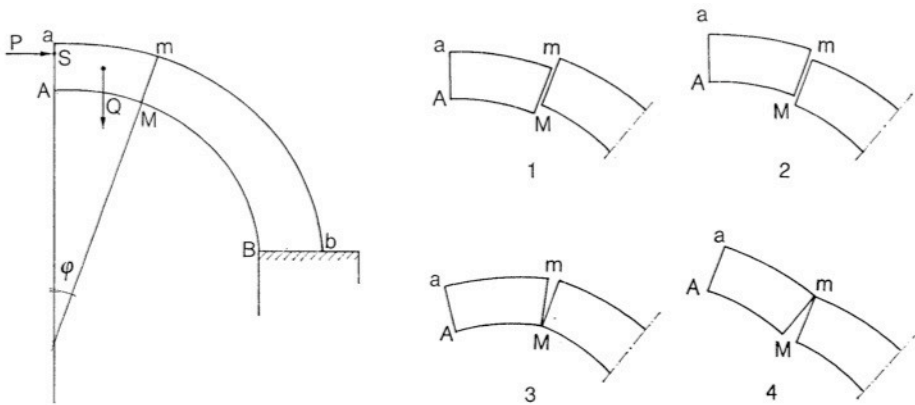


Figura 7.1.14. *Coulomb e l'attrito tra i conci (Benvenuto)*

La matematica di Coulomb, a differenza di quella di Bossut, si proponeva di comprendere la pratica, e di fornire a questa stessa pratica gli strumenti necessari alla valutazione ingegneristica: il suo obiettivo non è più fornire un'elegante risoluzione analitica del problema quanto piuttosto fissare un procedimento, per chi lo vorrà

seguire. È un problema di verifica, e quindi di consolidamento, insomma di restauro strutturale più che di progettazione: *“in una volta per la quale siano assegnate la curva interna AB e la curva esterna ab, sono dati anche i giunti Mm perpendicolari agli elementi della curva interna: si richiedono i limiti della forza orizzontale in S che sostiene questa volta, supponendo che essa sia sollecitata dal proprio peso, e sia trattenuta dalla coesione e dall'attrito dei giunti”*.

Esistono quindi dei confini per il valore di una quantità strutturale e l'idea verrà dimostrata fisicamente dall'Institution of Civil Engineers da Barlow nel 1846, che comincia il suo lavoro proprio ringraziando Coulomb. Partendo dall'equivalenza tra la linea delle pressioni e la catenaria, e mostra nei suoi studi gli spessori minimi da assegnare a date forme di arco perché ne sia assicurata la stabilità.

L'ultimo e conclusivo passaggio dall'antica formulazione dimensionale a quella matematica astratta e poi alla nuova scienza è rappresentato dagli studi di Lorenzo Mascheroni e Leonardo Salimbeni che, nel 1785 e 1787, individuano - con il calcolo integrale e applicando il meccanismo flessionale - spinta, meccanismi di collasso e metodi analitici di progetto e verifica, anticipando la moderna teoria membranale.

Nel suo trattato<sup>xliv</sup> organizza in 12 capitoli i principali problemi che intervengono nel progetto di archi e cupole in muratura, che si propone di sistematizzare rigorosamente e analiticamente. Parte dall'“*Equilibrio de'Rettilinei*” per trattare di archi quando, parlando di couplet, Bouguer e Bossut, e lodandone i risultati dice che “molte cose ancora restavano da ricercare”.<sup>xlv</sup> Per Mascheroni *“niuno di questi illustri scrittori aveva insegnato la maniera di far passare la curva di equilibrio per i centri di gravità degli elementi di un arco solido, maniera per altro più diretta e naturale per ottenere la total sicurezza dell'arcò”*.

Nella sua semplificazione le stanghe che utilizza per rappresentare il suo arco sono unite reciprocamente (anche al suolo) con collegamenti dotati di attrito  $f_s$  e applicando i pesi nei diversi vertici delle stanghe stesse si propone di verificare le condizioni di equilibrio del sistema, potendo agire sugli angoli che si determinano. Applica le equazioni di equilibrio per risolvere il sistema di aste e le condizioni limite sono la verifica dello scorrimento alla base dell'appoggio (che è scabro) e quella a ribaltamento

intorno alle cerniere d'appoggio.

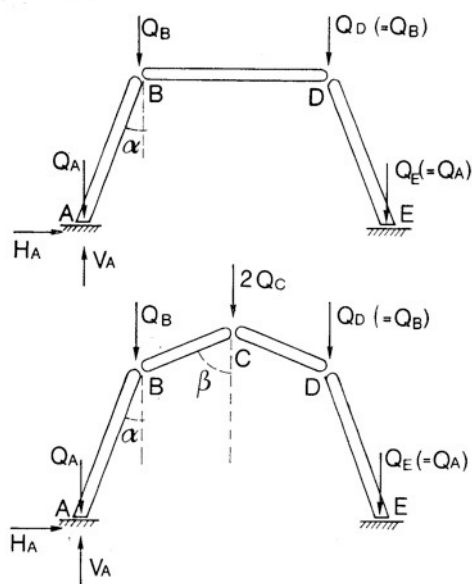


Figura 7.1.15. La semplificazione di Mascheroni in “corpi rettilinei” (Benvenuto)

Considera quindi il meccanismo che già aveva ipotizzato Coulomb di più cerniere e trova le equazioni risolutive facendo riferimento a relazioni trigonometriche. In questo sembra ritornare alle formule del Viviani per provare stavolta la stabilità dell'arco, ma qui hanno il vantaggio di essere facilmente applicabili e direttamente utilizzabili dai costruttori che potevano semplicemente risolvere l'equazione proposta senza eseguire calcoli complicati (ed era quello che richiedevano gli ingegneri e gli architetti ai matematici) misurando sulla carta le lunghezze dei segmenti corrispondenti che a loro volta rimandavano ad abachi e tabelle e procedimenti di grafica elementare.<sup>xlvi</sup>

Il tutto viene ridotto dal Mascheroni al bilancio di due membri nel quale i primi sono l'“azione della resistenza” e i secondi rappresentano l'“azione della spinta”.

Poi si riferisce al dimensionamento del piedritto, per cui valgono le stesse equazioni “il modo più facile sarà l'assumere prima del piedritto una grossezza arbitraria e quindi cercare il luogo

*B della sezione più debole [...] troveremo facilmente la grossezza cercata [con le equazioni relative al quel punto B]". poi dice che "vagliamo le stesse regole e le stesse equazioni per le cupole, se non che, invece dei profili AB, BC, ABC, converrà considerare le unghie nate dalla rotazione dei medesimi attorno all'asse della cupola".*

Quando considera il "calcolo delle cupole di grossezza finite" segue il concetto già noto a Bouguer: mentre negli archi, non considerando l'attrito e la coesione tra i conci, è necessario – per l'equilibrio – che la risultante R della spinta orizzontale P e del peso Q della porzione (concio) considerata, sia perpendicolare al letto di malta Mm del concio stesso, nelle cupole è sufficiente imporre che R (anche se obliqua al letto stesso) "cada con maggior pendenza".

Questo perché (già noto ai trattatisti) "se quella risultante declina piegando verso l'asse (verticale) l'unghia AaMm tenderà a sdrucciolare giù da m verso M; ma essendo la stessa tendenza in tutte le altre unghie che le stanno intorno per tutto il giro della cupole, ed esercitandosi questa tendenza da tutte contemporaneamente e con forza uguale, ben si vede che tali sforzi s'impediscono e si elidono l'un l'altro, né possono avere effetto per cui la cupola si dissolvà".

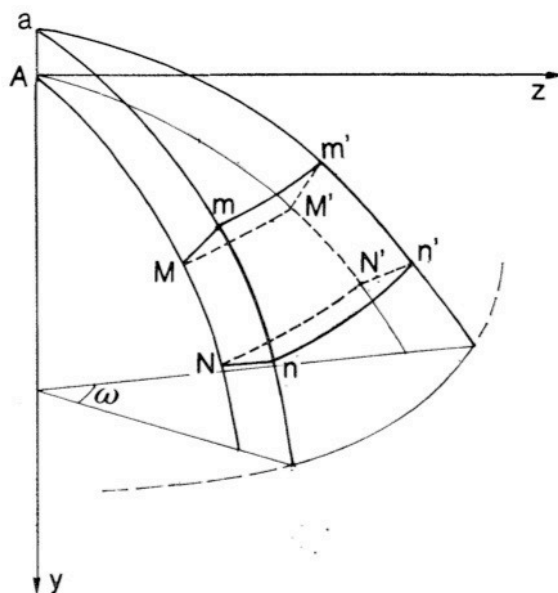


Figura 7.1.16. Lo schema finale dell'elementino

Il suo è un ragionamento poco matematico, che sembra richiamare per le immagini suggerite il linguaggio rinascimentale. In realtà il motivo per cui la risultante R può essere obliqua al letto Mm purché cada con maggiore pendenza è in virtù della pressione reciproca tra due unghie contigue, e quindi, in termini moderni, delle forze di compressione che i conci si scambiano non solo lungo i meridiani ma anche secondo i paralleli. La cupola in muratura funziona benissimo fino a che queste forze sono di compressione e questo succede appunto de  $Q/P = \operatorname{tg} \alpha$ .

Secondo le conoscenze attuali si sa che le sollecitazioni devono essere calcolate in entrambi i sensi per essere sicuri che la tensione limite del materiale non venga superata e quindi non si verifichi la rottura. Non era un problema invece per i costruttori del passato, che si trovano a considerare elementi di spessore così elevato (dimensioni sovrabbondanti) da potersi considerare infinitamente resistenti. Si doveva comporre forze esterne e sollecitazioni interne in modo da evitare squilibri e quindi cinematismi di collasso derivanti dal fatto che le reazioni tra i conci devono comunque essere di compressione. La questione quindi è la determinazione di Q e P che (essendo Q sostanzialmente il peso proprio) è di ordine geometrico e si risolve in termini differenziali.

Sarà poi Leonardo Salimbeni a riconsiderare il problema in termini matematici considerando (a differenza dei suoi predecessori) dei problemi che insorgono durante la costruzione (come aveva fatto Alberti nelle sue regole pratiche per il disarmo), come il modo in cui i conci premono sulla centina e che direzione abbiano le spinte, e ancora la trattazione viene riportata alla trigonometria.

Esegue delle indagini sugli archi “dotati di qualsivoglia incurvamento” e in particolare “Data la curva interiore di un arco [si chiede quale sia] la curva esteriore da assegnare affinché tutti i cunei si sostengano scambievolmente fra di loro in equilibri”.

Forte del calcolo differenziale, determina l'evoluzione del problema di Bossut trovando che “mentre per un arco pesante infinitamente sottile la curva di equilibrio è notoriamente la catenaria omogenea, per un arco reale tale curva può dirsi della famiglia delle catenarie, ma non però

la comune<sup>22</sup>.<sup>xlvii</sup>

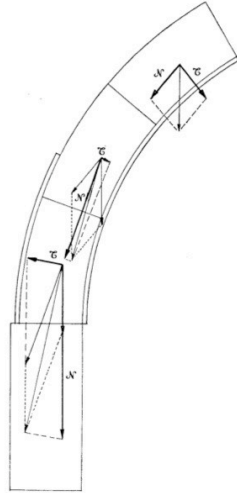


Figura 7.1.17. Lo schema dei pesi di Leonardo Salimbeni (Benvenuto)

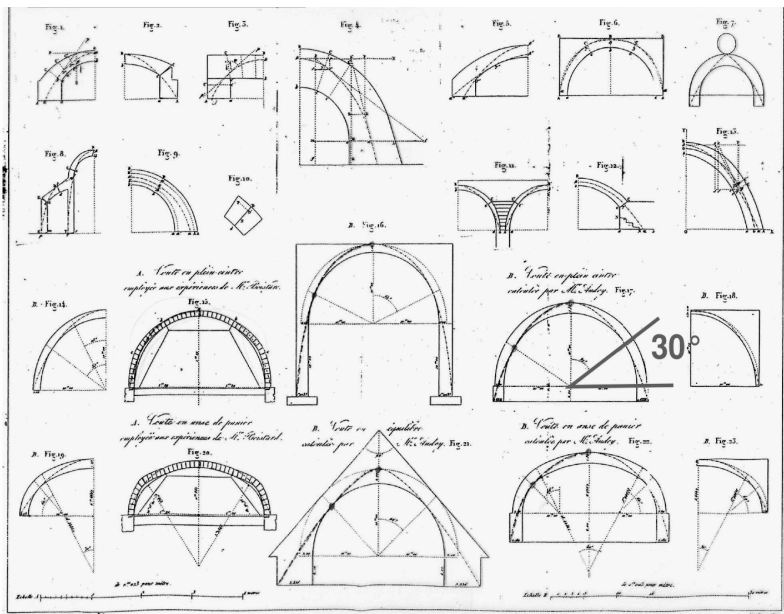


Figura 7.1.18. Gli studi sperimentali di Méry

Rimane nascosta, questa sua moderna definizione che apre la questione dell'indeterminazione dell'arco, se gli studiosi di archi e volte in muratura, ancora per buona parte del '800 (si pensi a Méry) continueranno a ritenere che la forma di equilibrio dell'arco di spessore finito e costante fosse la sola catenaria. Ma Salimbeni anticipa la trattazione moderna, che, nella diversa prospettiva della comprensione per il consolidamento strutturale, torna al criterio dimensionale per risolvere il problema della stabilità delle strutture in muratura, e quindi anche degli archi e delle cupole.



7.2. *La moderna comprensione per il consolidamento*

Nel 1746 William Edwards, un mastro costruttore, aveva ricevuto 500 sterline per costruire un ponte sul Taff a Pontypridd, e la storia dei tentativi di onorare il suo contratto sono una buona dimostrazione dei principali problemi che coinvolgevano la costruzione di un arco in muratura, ancora all'inizio dell'epoca moderna.



*Figura 7.2.1. Il ponte sul Taff a Pontypridd*

Il suo primo progetto prevedeva un ponte a tre o forse quattro luci, con almeno una delle pile all'interno del letto del fiume; la piena probabilmente lo distrusse, forse per le fondazioni non adeguate, e il ponte resse solo 2 o 3 mesi dopo la sua costruzione. Il contratto che aveva firmato prevedeva, per ritenersi onorato, che il ponte dovesse restare in piedi per una durata minima di almeno sette anni e il progettista è obbligato a ricostruirlo, modificandolo fino a concepire un ponte ad unica luce, di circa 42 m, che non avesse pile nell'alveo. Anche questo però, a un passo dall'essere completato, collasa sopra la sua centina che non aveva retto al peso proprio del ponte. Il terzo tentativo è una costruzione più leggera, costruita su una centina più resistente, ma

quando, nel settembre del 1754, la centinatura viene rimossa – mentre continuano i lavori ai muri e alla strada – il ponte crolla per la terza volta e questa volta non è per le spalle troppo deboli, o per il sovraccarico della muratura; semplicemente, è la forma ad essere sbagliata, inadatta anche a sopportare il solo peso proprio.

Il progettista alla fine lo capisce, forse proprio dalla modalità del crollo che non avviene sotto il peso e ne modifica il disegno, progettando il quarto e finale ponte di Pontypridd, che infatti è ancora in piedi.

La struttura finale dell'arco, così come appare ancora oggi, è molto snella, con uno spessore di soli 76 cm al colmo e di poco di più alle spalle (dove il riempimento è stato tolto per creare le aperture cilindriche) e si può ben intuire come il margine di sicurezza di questa struttura, proprio perché così snella, fosse scarso e forse non è poi sorprendente che sia crollato tre volte durante la costruzione.

Jacques Heyman racconta questa storia all'inizio della sua trattazione sugli archi in muratura per spiegare la moderna teoria dell'equilibrio che nel margine di sicurezza di un arco, quantificabile in un fattore numerico e quindi nella sua configurazione geometrica, trova il suo fondamento.

Se il ponte è crollato così come descritto, per uno spostamento senza un iniziale sovraccarico del materiale, allora si può dire che il margine di sicurezza non dipenda, almeno non in modo decisivo, dalla resistenza del materiale; può essere espressa piuttosto in termini di forma: il problema è di geometria, e non di resistenza e sforzo, propri invece della moderna teoria delle costruzioni. Sembra quindi di tornare indietro. Parallelamente al filone descritto nel precedente paragrafo (dei nuovi “scienziati della costruzione”) - che della soluzione all'equilibrio di un arco e di una cupola in muratura volevano una formulazione matematica e certa - a partire dal XVIII secolo se ne sviluppa un secondo, che Benvenuto chiama *statico-grafico*.

Tradizionalmente due erano gli approcci utilizzati fino al '800 per l'analisi degli archi in muratura: il primo faceva riferimento all'equilibrio di un *semi arco* mentre il secondo ne sfruttava l'analogia con la statica di una *catena* appesa ai suoi estremi.

Si era scoperto, alla fine dei dibattiti, che i diversi conci di cui è composto un arco in muratura si trasmettono una spinta reciproca che deve essere contenuta nello spessore dell'arco stesso per ottenere un insieme di sforzi di compressione che la equilibrino. Congiungendo i punti d'applicazione delle spinte di ogni concio si ottiene la linea delle pressioni che nel caso di un arco sottoposto al solo peso proprio (con carico uniformemente distribuito) coincide con la catenaria, e la stabilità dell'arco è assicurata se il suo spessore è sufficiente per contenerla al suo interno.

Era il criterio che aveva usato Poleni per provare la stabilità della cupola del vaticano, limitandosi ad estendere alla cupola emisferica quanto già noto per gli archi, ponendo alla base della sua trattazione le stesse ipotesi che, due secoli dopo, si ritrovano nella semplificazione dell'analisi moderna delle cupole in muratura, seppure nel frattempo sistematizzate.

Poleni aveva basato le sue osservazioni considerando la muratura come un materiale unico e omogeneo, resistente a sforzi di compressione e per nulla a sforzi di trazione e le sue considerazioni strutturali si basano sulla statica dell'equilibrio senza tenere conto delle deformazioni elastiche e le condizioni al contorno della struttura.

Heyman,<sup>xlviii</sup> a metà del '900, comincerà proprio da Poleni per dimostrare che questi strumenti bastano per verificare l'equilibrio di archi e cupole in muratura del passato e da questi stessi strumenti possono essere ottenute le necessarie determinazioni strutturali.

Negli sviluppi attuali della meccanica delle murature si accetta il modello di materiale omogeneo non resistente a trazione ed è ben noto l'enunciato del “teorema statico” secondo cui l'esistenza di una qualunque distribuzione di sollecitazioni interne ammissibili (cioè mai di trazione) in equilibrio con le assegnate forze esterne, è sufficiente all'esistenza dell'equilibrio in una struttura muraria sottoposta ad una distribuzione di forze assegnata.

Poleni aveva usato un'“anticipata” applicazione del “teorema statico” considerando gli spicchi di cupola e determinando una curva ammissibile delle pressioni in equilibrio

con la distribuzione dei pesi gravanti sugli spicchi. La curva delle pressioni da lui determinata non era necessariamente quella reale, ma in virtù del “teorema statico”, la sua sola esistenza garantiva l'effettiva presenza nella cupola di una superficie delle pressioni ammissibile e funicolare dei carichi su di essa agenti.

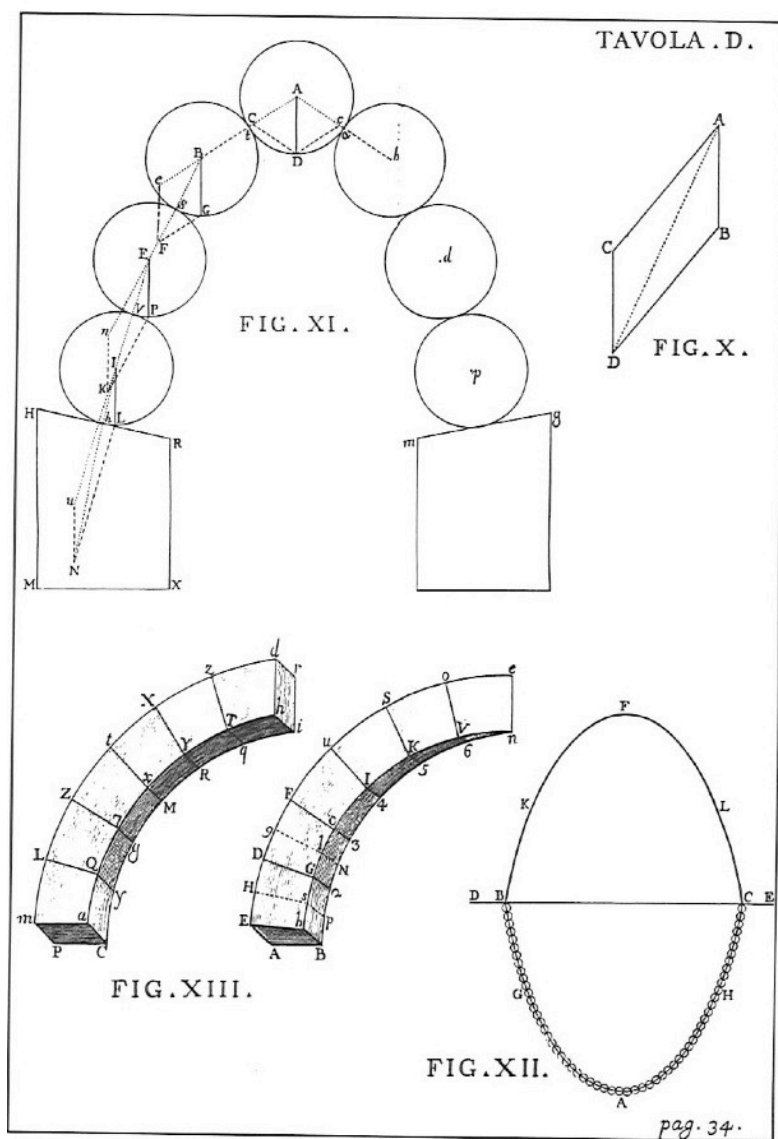


Figura 7.2.2. L'analisi del Poleni sulla meccanica degli archi<sup>3dx</sup>

La linea delle pressioni trovata da Poleni è solo una delle infinite che svolgono questa azione. Quando si è in condizioni di carico uniformemente distribuito, succede che la forma della linea delle pressioni sia coincidente con la catenaria, che è geometricamente diversa da un generico arco circolare; l'arco quindi deve avere sufficiente spessore per contenerla (c'è uno spessore minimo dell'arco semicircolare che può contenere la corrispondente catenaria, pari circa al 10% del raggio) e quindi un arco più sottile non può essere costruito senza equilibrare in qualche modo la curva delle pressioni che passa fuori dalla muratura, implicando delle trazioni nella muratura in contraddizione con l'ipotesi di materiale unilaterale. L'idea di un fattore geometrico che garantisca l'equilibrio di una costruzione in muratura rimpiazza quella di un fattore di resistenza, e il problema della stabilità torna ad essere una questione di "forma" più che di resistenza (quasi a sconfessare Galileo, almeno per le strutture antiche).

Il valore di questo teorema sta nel fatto che è sufficiente trovare solo uno di questi stati di sicurezza. In termini di costruzione, se una delle infinite possibili linee di pressione che equilibrano i carichi applicati sta dentro al profilo dell'arco, questa è una prova che l'arco non crollerà sotto i carichi, ed è il teorema utilizzato da Poleni.

È una revisione delle regole proporzionali e geometriche della costruzione che sono ancora valide per materiali che lavorano a basso sforzo ma che risultano inefficaci - come aveva predetto Galileo nella sua critica alla teoria proporzionale - quando siano riferite a strutture che mettono alla prova i propri materiali (come quelle moderne).

Si può dire che essenzialmente i criteri strutturali in generale sono 3: la *resistenza*, l'*indeformabilità* e la *stabilità*, cioè una struttura deve essere progettata in modo tale da sopportare ogni carico venga ad essa imposto, senza inflettersi in maniera ingestibile e senza sviluppare movimenti che portano all'instabilità.

Se questi tre concetti vengono riferiti alla muratura tutto si complica.

Un edificio è stabile quando è equilibrato e bilanciato. Da recenti misurazioni, come riportato nel paragrafo precedente, si è visto che lo sforzo massimo che si registra alla base dei pilastri della cupola di San Pietro è pari a  $1.7 \text{ N/mm}^2$  e si vede bene come per

questo tipo di strutture la resistenza abbia poca importanza nella determinazione delle condizioni critiche e di dissesto.<sup>1</sup>

Nel 1966 Heyman ha sistematizzato queste osservazioni in tre principi dell'analisi limite della muratura, univocamente accettati (implicitamente o esplicitamente) da tutti i progettisti dei secoli passati: la muratura ha una resistenza infinita a compressione; non ha resistenza a trazione e tra i diversi conci costituenti non avviene slittamento. Se il materiale ha queste proprietà (ed è vero per la maggior parte delle opere in muratura) l'analisi delle strutture in muratura può avvenire nel campo dell'analisi Limite (o teoria plastica).

L'arco è l'elemento strutturale naturale per il materiale muratura, perché è il modo in cui questa supplisce alla sua insita incapacità di resistere a trazione. La soluzione di equilibrio di questa struttura, come si è visto, non è però unica se si pensa che all'interno di un arco di sufficiente spessore passano infinite curve delle pressioni. L'arco quindi è staticamente indeterminato, cioè è una struttura iperstatica e le sole equazioni di equilibrio non sono sufficienti a determinare le azioni interne.

La domanda di quale sia, tra le infinite curve delle pressioni, quella reale in un arco costruito è stata posta per la prima volta da Moseley, che ha cercato di determinarne la posizione e per farlo si è riferito al Principio dell'Ultima Pressione (1833) applicando il quale aveva concluso che tale curva fosse quella corrispondente alla minima spinta.

Una sistematica esposizione della teoria dell'arco era stata data nel 1845, pubblicata poi nel 1853, in una lunga memoria di Yvon Villarceau, con la quale si stabiliva compiutamente come l'arco fosse generalmente staticamente indeterminato, e che quindi ne esistesse un numero infinito di stati di equilibrio. Quello che Villarceau sviluppa è un sicuro metodo di progettazione tramite l'imposizione della coincidenza della linea centrale dell'arco – l'asse della sua sezione - e una delle possibili (infinite, perché staticamente indeterminato) linee delle pressioni, per un dato carico (o almeno la garanzia di passaggio della curva all'interno del terzo medio della sezione).

Questo progetto inverso richiedeva la soluzione numerica delle equazioni e i risultati

sono presentati in forma di tabella, utilizzabili direttamente nei calcoli standard dei ponti, ed essendo un metodo di disegno, non si aggiunge molto altro.

In questo processo di determinazione della posizione delle curva ideale ha un ruolo fondamentale l'inserzione fisica delle cerniere nella struttura, che rendono l'arco determinato fissando delle posizioni per la linea delle pressioni (per farlo sono necessarie 3 cerniere e nella seconda metà del XIX secolo molti ponti in muratura sono stati disegnati in questo modo) e spesso – come aveva fatto già Leonardo - le cerniere sono state “immaginate” dagli analisti per ottenere una certa posizione della linea delle pressioni. Ma tutti questi approcci erano incompleti, come se fossero una scappatoia da una teoria difettosa.

Nel 1852, quando Poncelet fa la sua revisione della teoria degli archi è ben conscio del problema dell'indeterminatezza della soluzione e suggerisce di applicare agli archi in muratura la teoria elastica per ottenere una soluzione unica. All'inizio è forte la resistenza, da parte degli ingegneri, ad assimilare la muratura (essenzialmente disomogenea, anistropa e irregolare) ad un materiale elastico (e quindi uniforme e isotropo) e fino circa al 1880 gli archi elastici, in legno e ferro, sono considerati separatamente da quelli rigidi, in muratura.<sup>li</sup>

Alcune analisi elastiche erano state fatte per gli archi in muratura nel 1860 e nel 1879 Castigliano aveva applicato i suoi teoremi sull'energia elastica anche ai ponti in muratura, ottenendo delle soluzioni che fanno uso delle proprietà elastiche di pietra e malta, e che determinano la rottura quando la linea delle pressioni cada fuori dal terzo medio della sezione. Ma è stato Winkler, nello stesso anno, ad affrontare la prima vera approfondita discussione sull'approccio elastico per gli archi in muratura e, dopo una revisione delle teorie contemporanee, conclude che l'analisi elastica è la migliore scelta possibile, aggiungendo comunque alla discussione la questione delle perturbazioni [*Störungen*] che potevano coinvolgere la posizione della curva delle pressioni (date dalla deformazione della centinatura durante la costruzione, da quella dei contrafforti sotto la spinta o dalle variazioni di temperatura). Eventuali perturbazioni avrebbero prodotto

alcune lesioni dell'arco e Winkler era perfettamente conscio che questo avrebbe condizionato la posizione della curva delle pressioni, che dunque poteva esser molto diversa da quella calcolata. Suggerisce quindi qualche possibilità di controllo della posizione della linea delle pressioni inserendo le cerniere naturali durante la costruzione.

Dopo il 1880 ci sono ancora dei dubbi, ma la teoria elastica - chiamata "moderna teoria degli archi" per differenziarla da quella antica - viene accettata come la più logica e da qui in poi gli sforzi degli ingegneri sono volti alla semplificazione del calcolo a questa sottesi.

Tre sono i principali passi coinvolti: le equazioni di equilibrio, le equazioni di elasticità che collegano gli sforzi interni alle deformazioni della struttura, e qualche ipotesi sulla compatibilità delle deformazioni (condizioni al contorno). La risultante di un sistema di equazioni (che può essere quindi risolto) è la soluzione unica, elastica, e gli sforzi vengono calcolati e confrontati con i valori ammissibili, ottenuti dalla resistenza a rottura del materiale in laboratorio (moltiplicata per opportuni coefficienti di sicurezza).

L'unica questione non ancora compiutamente realizzata è che questa soluzione del sistema di equazioni è molto sensibile a piccoli cambiamenti nelle condizioni al contorno ed interviene Heyman e la sua "teoria dell'equilibrio" a discutere il problema in profondità. La sua dimostrazione che la teoria elastica può funzionare è complessa ma, ancora una volta – cosa comune in questa trattazione – parte dal collasso della struttura arco per comprenderne i passaggi.

L'essenza del problema è che in questa struttura, supposta infinitamente resistente agli sforzi di compressione a cui di fatto è sottoposta, il collasso accade quando si sia formato un numero di cerniere sufficiente a convertirla in un meccanismo cinematicamente ammissibile.

Se si considera l'arco sopra la sua centina, dopo che viene tolta l'armatura le spinte cominciano sulle spalle. Le spalle reali non sono rigide e possono deformarsi entro



certi limiti; la luce quindi, aumenta e l'arco si deve riadattare alla luce più larga. In che modo può un arco (fatto di un materiale *rigido* e *unilaterale* come descritto prima) fare ciò? Fessurando.

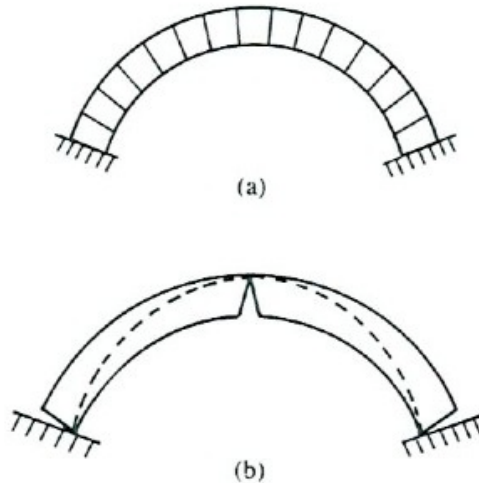


Figura 7.2.3. Fessurazione dell'arco a tutto sesto sottoposto a peso proprio<sup>iii</sup>

Una fessura si apre sulla chiave di volta (all'estradosso) e altre due fessure si creano sulle imposte, all'intradosso. L'arco quindi diventa tri-articolato e in questa situazione è possibile un'unica linea delle pressioni. Ma può accadere che questo movimento sia asimmetrico: ci può essere un movimento diverso delle due imposte. Per ogni movimento possibile c'è un certo quadro fessurativo, e le fessure si aprono e si chiudono per permettere all'arco di rispondere a questa aggressione dell'ambiente.

Le cerniere sono i punti in cui la linea delle pressioni tocca i bordi della muratura e la figura riportata dallo stesso Heyman per chiarire la sua trattazione mostra il collasso di un arco sottoposto ad un carico crescente, puntuale: la forma della "catena" è quindi modificata fino a che tocca, alternativamente, intradosso ed estradosso della sezione in muratura. Questo determina altrettante fessure e infine la trasformazione nell'arco a tre cerniere che somiglia ad un sistema di aste (e quindi ai *corpi rettilinei* già trattati da

Mascheroni).<sup>liii</sup>

Come si è visto quando la curva delle pressioni tocca il limite della muratura si crea una cerniera, che permette la rotazione. Tre cerniere rendono l'arco staticamente determinato ed è ancora una struttura stabile, ma una cerniera in più converte questa struttura in un meccanismo di collasso.

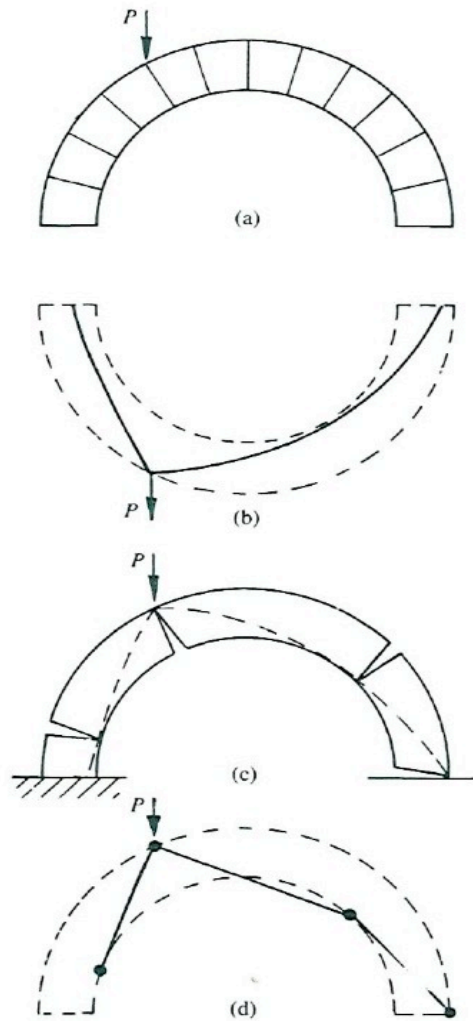
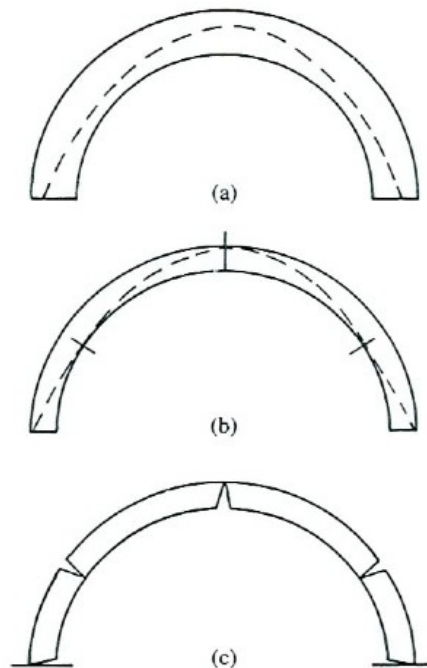


Figura 7.2.4. Fessurazione dell'arco a tutto sesto sottoposto a carico decentrato<sup>liiv</sup>

Le fessure, di per sé, non sono pericolose e la capacità della struttura di rispondere all'aggressione dell'ambiente risiede proprio nella capacità di fessurare che è insito nelle proprietà supposte per il materiale: infinita resistenza a compressione, nessuna resistenza a trazione e l'impossibilità di scorrimento reciproco.

Le fessure funzionano da cerniere ed è precisamente la proprietà del materiale che permette questa formazione. Questo concetto di cerniera è cruciale per comprendere il comportamento delle strutture in muratura; in particolare, le deformazioni non sono elastiche in nessun senso: piuttosto sono il risultato della divisione della struttura in un certo numero di parti che, collegate attraverso queste cerniere, permettono certi movimenti. Non sono le fessure di per sé a portare al crollo ma spostamenti illimitati e non contrastati delle strutture di supporto, che determinano il collasso catastrofico della struttura.



*Figura 7.2.5. Minimo spessore da assegnare ad un arco per la linea delle pressioni\**

È la fessurazione a chiarire dunque la posizione della linea delle pressioni: come le fessure variano, la curva si muove da una posizione all'altra, e ne deriva che, così come è impossibile prevedere esattamente le perturbazioni, è essenzialmente impossibile sapere quale sia la posizione corrente della curva delle pressioni e in quale stato sia l'arco.

Però si sa, se l'arco è ancora in piedi, che questa linea passa all'interno del suo spessore. Per capire completamente il comportamento dell'arco in muratura deve esserne ancora una volta studiato il crollo.

Si può ancora fare in modo chiaro l'analogia con una corda appesa. All'interno dell'Analisi Limite si dimostra che se è possibile disegnare almeno una linea delle pressioni interna all'arco, questo stesso arco può avere almeno una possibilità di stare in piedi, ma questo non significa che ci starà poiché un piccolo movimento degli appoggi può portarlo al collasso.

Il "teorema statico" di Heyman dice che se è possibile trovare un sistema interno di forze in equilibrio con i carichi esterni che non violino certe ipotesi sul materiale, la struttura non crollerà, si può quindi considerare sicura, stabile.

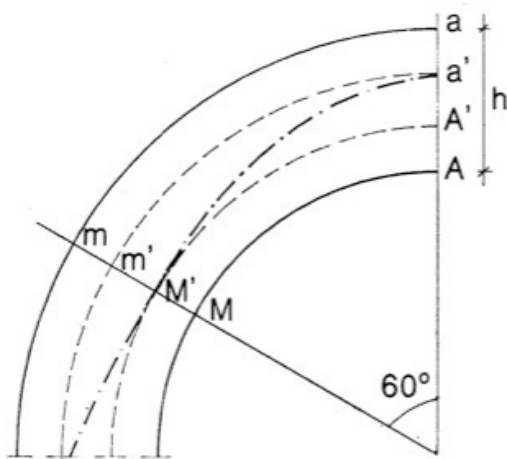


Figura 7.2.6. Passaggio della curva delle pressioni all'interno del terzo medio

In questo modo i teoremi fondamentali della moderna scienza del costruire, pensati per materiali nuovi, come l'acciaio, vengono traslati alle strutture in muratura e permettono di calcolare la loro sicurezza che, dopo secoli di dibattiti, torna ad essere riconducibile ad un fattore geometrico (anche se in una diversa prospettiva che nel frattempo ne ha chiarito la comprensione dei meccanismi).

La condizione che la linea delle pressioni debba essere contenuta nello spessore dell'arco che si esamina, a ben vedere, è un problema puramente geometrico, che attraverso la determinazione di parametri geometrici può essere ottenuta.

L'arco di spessore sufficiente conterrà infatti infinite linee delle pressioni e se si riduce lo spessore dell'arco progressivamente la forma della linea delle pressioni non avrà variazioni mentre è evidente che per un certo spessore [*spessore limite*] una sola linea sarà alla fine contenuta al suo interno. Quello che si determina in questo modo è l'*arco limite*, il cui spessore può essere espresso come una certa frazione della propria luce.

Per un arco semicircolare lo spessore limite è circa 1/18 della propria luce e questo significa che un arco in muratura più sottile di questa proporzione non possa essere costruito senza trasformarsi immediatamente dopo la sua decentinatura in meccanismo di collasso; ne deriva che un arco della stessa curvatura sarà tanto più sicuro quanto più sarà spesso del suo spessore limite.

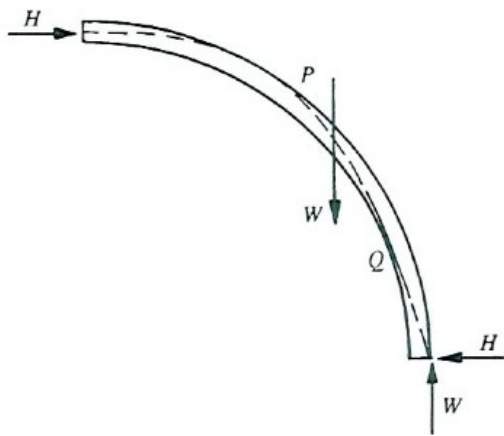


Figura 7.2.7. Spessore limite dell'arco per contenere la linea delle pressioni

In fondo sono due gli approcci possibili per progettare un arco che stia in piedi: la *resistenza* e la *stabilità*, e in entrambi il punto di partenza è l'arco limite. Volendo seguire il primo approccio, lo spessore dell'arco dovrà essere aumentato fino a che si arrivi ad un valore ammissibile di sforzo, correlato attraverso opportuni coefficienti ai valori di rottura del materiale. Considerando invece il criterio della stabilità si procede aumentando lo spessore dell'arco, attraverso la moltiplicazione dello spessore limite per un fattore di sicurezza geometrico – quello introdotto da Heyman nel 1969 – che tipicamente per gli archi in muratura è valutato in 2 o 3: per essere stabile insomma, è sufficiente che l'arco in questione abbia uno spessore pari a due volte il suo spessore limite.

Si ripropone dopo tre secoli la dicotomia tra resistenza e stabilità che era stato posto da Galileo e Heyman riesce a giustificare la correttezza della seconda che ha governato il progetto delle strutture antiche in muratura e che proprio per questo si rivela un criterio corretto per la loro verifica. La conclusione sembra quindi sempre la stessa: il problema costruttivo degli archi in muratura è essenzialmente geometrico e una delle più importanti conseguenze è l'approccio dell'equilibrio, usato come strumento di analisi per le strutture antiche, che si estende anche alle cupole.

L'obiettivo di chi, nell'epoca moderna, analizza la struttura antica non è trovare l'attuale stato di equilibrio, quanto piuttosto ragionevoli stati di equilibrio della struttura, che poi era l'approccio di ogni architetto o ingegnere del passato (implicito nei costruttori rinascimentali, esplicito in Maillart, Torroja, Nervi, Candela e Gaudi).

L'approccio dell'equilibrio di Heyman permette l'analisi di volte complesse riferendosi alla teoria degli archi appena esposta. La tecnica ritorna ancora al Poleni e alla semplificazione di una cupola divisa in una serie di archi dei quali si può determinare la linea delle pressioni per valutarne l'equilibrio complessivo.

Una cupola poi si può evidentemente immaginare come una serie di archi ottenuti tagliando la cupola con i suoi meridiani, di cui ogni due fette contrapposte formano un arco; se è possibile disegnare la linea delle pressioni dentro questo arco, allora si è

trovato un possibile stato di equilibrio per la cupola, che quindi, stabile, non crollerà. Tutto deriva, ancora una volta, dall'osservazione del dissesto e del quadro fessurativo, che nelle grandi cupole in muratura del passato é comune, esplicandosi lungo i meridiani. La fessurazione che si evidenzia in queste grandi fabbriche è prodotta da un allargamento, più o meno leggero, del sistema di contenimento - del tamburo nella maggioranza dei casi – sottoposto alla spinta della cupola che sostengono, sempre radiale. È possibile calcolare l'altezza delle lesioni e di correlare i movimenti delle varie parti della struttura e, in virtù della loro simmetria, è abbastanza semplice farne l'analisi.

Nella moderna ingegneria, una forma a cupola può essere idealizzata matematicamente come una superficie curva, così come un arco si può comparare alla sua ideale curva dei centri.

Quando i carichi (esterni o peso proprio) agiscono su questa superficie curva devono essere contrastati dalle forze interne e nella teoria membranale moderna si assume che la superficie non abbia rigidità alla rotazione, così che le forze nella cupola sono o puramente di trazione o di compressione (naturalmente le forze di trazione sono inammissibili nella muratura e questo è il nodo fondamentale dell'applicazione di questa teoria alle cupole in muratura).

In due dimensioni, la catena di Hooke non ha rigidità flessionale e prende un'unica forma quando sia soggetta a carichi assegnati; pensata di spessore infinitamente piccolo, quando viene invertita rappresenta la linea delle pressioni che sta dentro lo spessore dell'arco in muratura. Il comportamento di una membrana è differente: in genere pensabile come parte di una sfera, può sopportare un largo spettro di diversi carichi senza alterare la sua forma originaria e quindi, contrariamente all'arco, non deve essere costruita con un minimo spessore per sopportare un carico (anche se uno spessore minimo, che è comunque molto piccolo, è necessario a prevenire qualche piegamento locale dovuto a compressione).

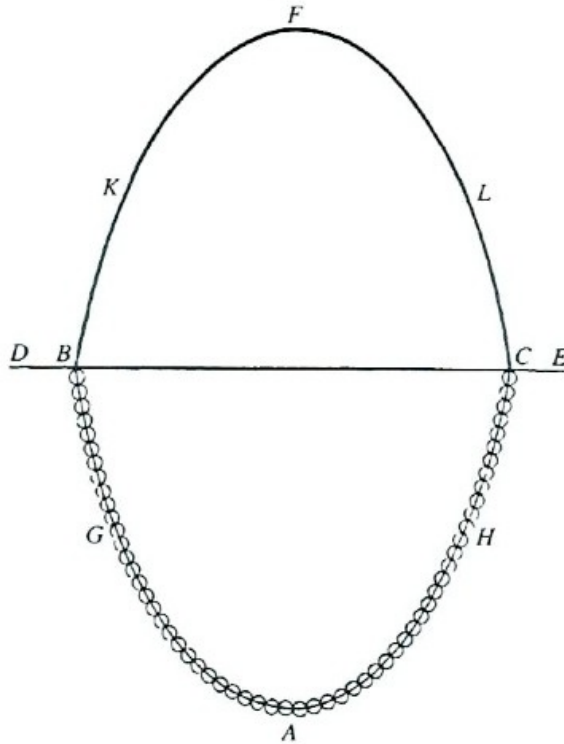


Figura 7.2.8. La catena appesa di Robert Hooke

L'immagine più utilizzata per spiegarne il comportamento è quella di un uovo, quindi di un guscio sottile, rigido, e di materiale fragile. La pressione che viene applicata lungo il suo asse di rivoluzione, normalmente non lo rompe e richiede l'applicazione di una pressione locale molto alta per riuscirci. Se si vuole continuare con questa metafora, si vede che la pressione che si esercita tenendo un uovo tra indice e pollice viene trasmessa da un elemento all'altro del guscio attraverso le azioni membranali.

Interessante poi è vedere come il guscio di un uovo si collochi, considerando il suo rapporto tra luce e spessore, esattamente a metà tra la cupola di San Pietro e Smithfield Market, e quindi tra la cupola rinascimentale e la moderna copertura a membrana. Il rapporto tra  $L$  (diametro) e  $t$  (spessore del guscio) è 100, mentre per San Pietro è pari a



14 e per la cupola moderna è 900. Si può quindi parlare di *guscio sottile* se il rapporto  $R/t$  è maggiore di 20 (è tecnicamente meglio riferirsi infatti al raggio di curvatura  $R$  piuttosto che alla luce  $L$  per calcolare questo rapporto).

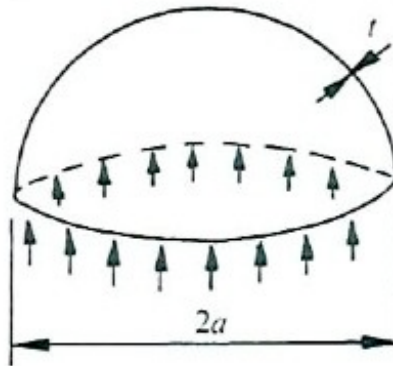


Figura 7.2.9. Guscio emisferico sottoposto a peso proprio

Si sa che gli sforzi nella muratura antica sono generalmente bassi e questo vale anche per le cupole. In una cupola emisferica, di raggio  $[R]$  e spessore  $[t]$  dati, soggetta al solo peso proprio, e sorretta alla base in modo uniforme, si deve considerare l'uguaglianza, per determinarne la stabilità, tra la resistenza a compressione  $[\sigma]$  che l'anello perimetrale alla base [di area  $2\pi R t$ ] esercita e il peso che il volume della cupola  $[2\pi R^2 t]$  trasmette agli appoggi, supponendo un peso per unità di volume pari a  $\rho$ . Dunque la relazione che si deve considerare nella struttura è  $\sigma(2\pi R t) = \rho(2\pi R^2 t)$ , e quindi  $\sigma = \rho R$ . La tensione di compressione necessaria per reggere la cupola è indipendente dallo spessore della cupola stessa, se raddoppiando lo spessore ne raddoppia anche il peso e quindi l'area coinvolta nell'azione di supporto.

Confrontando tutto con i valori di resistenza tipici di una muratura si ha ancora una volta la prova che le strutture antiche agiscono a valori molto lontani dai loro limiti di rottura e il risultato è più o meno lo stesso anche se non si considera una cupola emisferica. Generalmente poi, per questo genere di strutture, i carichi esterni sono

molto inferiori al peso proprio (dati gli spessori in gioco) e quindi anche gli sforzi che derivano dalla neve o dal vento (l'effetto della neve sulla cupola di San Pietro, insomma, è trascurabile).

Riferendo quindi la teoria membranale alle strutture in muratura, si può dire che  $\sigma_{cr} = kE(t/R)$ , dove  $E$  è il modulo di elasticità e il valore della costante  $k$  varia a seconda degli autori, ma ragionevolmente è 0.25. Così si vede che per un guscio in cemento, in cui  $E$  è circa  $20 \text{ kN/mm}^2$ , e per le cupole per cui  $t/R$  è piccolo dell'ordine di  $1/1000$  (come nelle cupole moderne), lo stress critico è circa  $5 \text{ N/mm}^2$ .

Nell'analisi membranale, si preferisce comunque ragionare non in termini di sforzi ma di risultanti  $N$ , dove  $N = \sigma t$ , e quindi anche i carichi propri dovuti al peso sono espressi in termini di peso per unità di area  $w = \rho t$ , così che l'equazione iniziale di equilibrio può essere riscritta come  $N = wa$ .

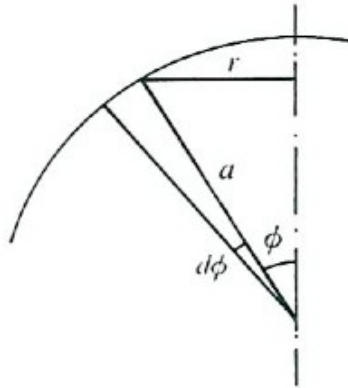


Figura 7.2.10. Identificazione degli elementi di cupola in meridiani e paralleli

La cupola può essere poi visualizzata come una successione di *meridiani* e *paralleli*. Ogni meridiano ha raggio assegnato  $R$  e ogni punto al suo interno è identificato dall'angolo  $\phi$ , complementare della latitudine.

Per esaminare il modo in cui le risultanti degli sforzi agiscono nel guscio, si può considerare un piccolo elemento, tagliato sulla sua superficie, definito da due paralleli e da due meridiani contigui che, nell'analisi limite, è supposto infinitesimale. L'elemento

quindi può essere localizzato tramite la co-latitudine  $\phi$  e dalla seconda coordinata  $\Theta$ , la longitudine.

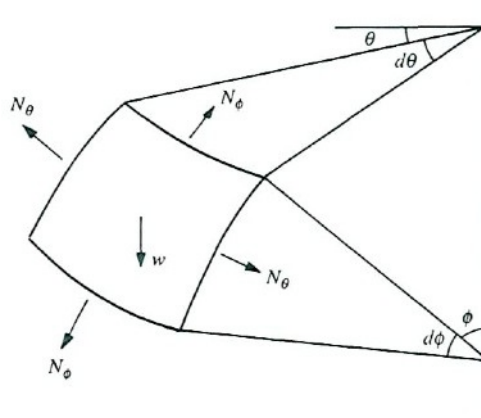


Figura 7.2.11. Calcolo dell'equilibrio dell'elemento di cupola

Le due risultanti degli sforzi – lungo i meridiani  $[N_\phi]$  e lungo i paralleli  $[N_\theta]$  - agiscono sull'elemento e sono necessarie per ottenere l'equilibrio dell'elemento soggetto al proprio peso e la seconda risultante  $[N_\theta]$  agisce nella cupola lungo gli anelli come fosse una catena.<sup>lvi</sup>

Dall'analisi si ricava che gli stress meridiani sono di compressione e crescono numericamente dal minimo valore al colmo fino al massimo alla base, mentre quelli lungo i paralleli sono di compressione dal colmo fino alla colatitudine di  $51.82^\circ$ , e poi si trasformano in sforzi di trazione, che aumentano rapidamente in valore spostandosi verso la base.

Le tensioni di trazione alla base sono inammissibili per un materiale come la muratura, che non resiste a trazione e quindi questo tipo di analisi non funziona per le cupole in muratura. Si deve notare però che i rinforzi strutturali (come le cerchiature di acciaio) sono fatti proprio per resistere alle risultanti di trazione e quindi questa analisi si può considerare per valutare le giuste dimensioni da assegnare alle catene che devono consolidare la muratura.

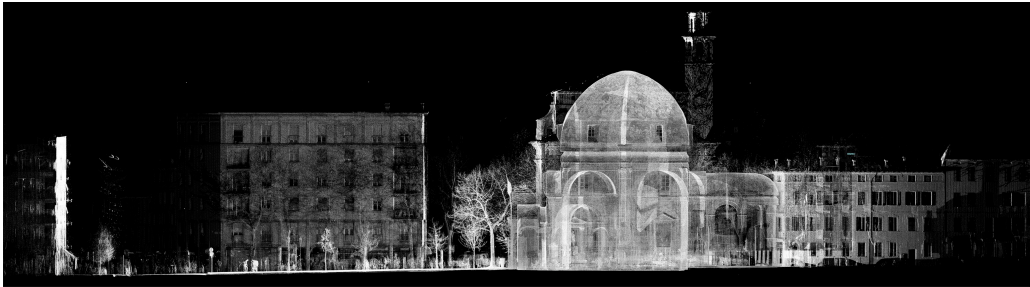
In generale l'approccio membranale non è correttamente applicabile alle strutture in muratura, la cui azione lungo i paralleli da una certa quota in giù – di trazione appunto – non è realistica per la scarsa resistenza del materiale. Si vedrà comunque che l'approccio elastico, anche nell'utilizzo di moderni programmi di calcolo agli elementi finiti, è utile, affiancato a quella teoria dimensionale e geometrica che Heyman e la sua teoria dell'equilibrio, due secoli dopo la soluzione di Poleni della cupola del Vaticano, hanno definitivamente, e scientificamente, giustificato.

7. 3. *Il curioso incidente del cane a mezzanotte. Santa Maria del Quartiere.*

Dietro a un nome si nascondono molte cose.

A volte sono santi dedicati, patroni o occasioni; altre volte sono luoghi che raccontano una storia, come nel caso di una chiesa che nasce su un quartiere militare, all'inizio del '600. Così è successo per Santa Maria del Quartiere, che nella memoria di chi la guarda si è radicata in una parte di città, fino a diventarne un simbolo. E la sua cupola, che descrive il paradiso, sembra prometterne un'ordinata redenzione.

Sorta in un crocicchio di strade provenienti dalla città, in mezzo agli orti, la dove c'era un quartiere militare, Santa Maria del Quartiere doveva assomigliare a un fondale, con i suoi sei prospetti. In attesa di un quadro. O di una ricerca.



*Figura 7.3.1. La chiesa di Santa Maria del Quartiere inserita nell'intorno<sup>111</sup>*

Il disegno originario della chiesa pare attribuibile all'architetto ferrarese Gianbattista Aleotti, agli inizi del 1600, per volere di Ranuccio Farnese; il primo progetto venne poi modificato, dopo il 1610, da Giovanni Battista Magnani, con la costruzione del coro e del complesso conventuale a Sud della chiesa. Sulla pianta centrale una rigorosa struttura prismatica culmina nella grande cupola a padiglione, nascosta da due volumi sovrapposti a pagoda, la cui compattezza viene interrotta solo dai costoloni che spiccano dai grandi pilastri angolari, e dal profilo sottile del campanile, pure esagonale. Sin dal primo rilievo architettonico e del degrado, la cupola a padiglione si è imposta

immediatamente come elemento caratterizzante nel quadro complessivo di dissesto della costruzione. La Cupola a base esagonale, realizzata in mattoni, spicca al centro della fabbrica, innalzandosi per circa 9 metri dalla quota del primo cornicione interno. Lo spessore della calotta varia procedendo con l'altezza: dai circa 30 centimetri alla quota di imposta, sopra un tamburo alto 1,5 metri, si assottiglia progressivamente fino a raggiungere 20 cm alla sua sommità. L'esagono alla base presenta qualche irregolarità, ma non si discosta molto dalla figura ideale che può essere inscritta in una circonferenza di 20 m di diametro: le diagonali interne presentano infatti uno scarto massimo reciproco di 12 cm.

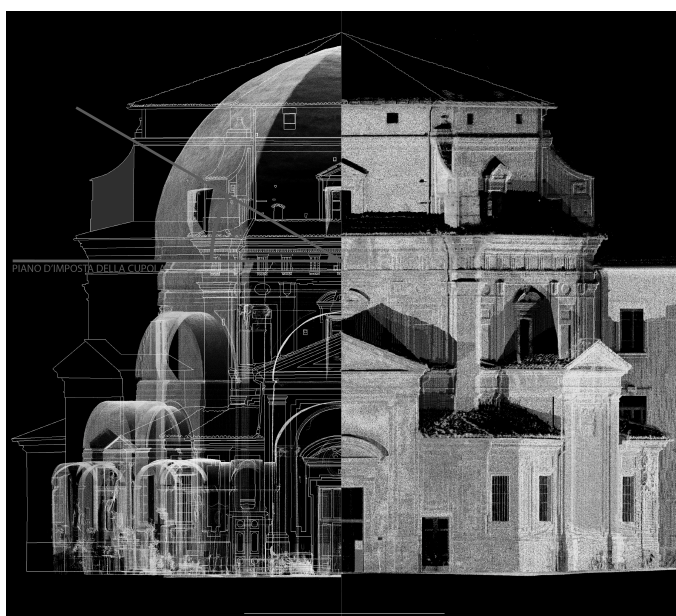


*Figura 7.3.2. La cupola esagonale al centro della chiesa*

Spesso l'identificazione dello schema geometrico sotteso alla costruzione di un oggetto architettonico può rivelare la storia nascosta di evoluzioni del quadro fessurativo, evidenziando, in un confronto metrico con la geometria attuale, modificazioni e permanenze. L'analisi comparata del rilievo geometrico e del quadro fessurativo della costruzione, ha rappresentato il primo fondamentale passo per l'analisi statica del

monumento, permettendo di avanzare ipotesi sul meccanismo di dissesto, valutando modalità e schemi di intervento per uno studio strutturale della fabbrica.

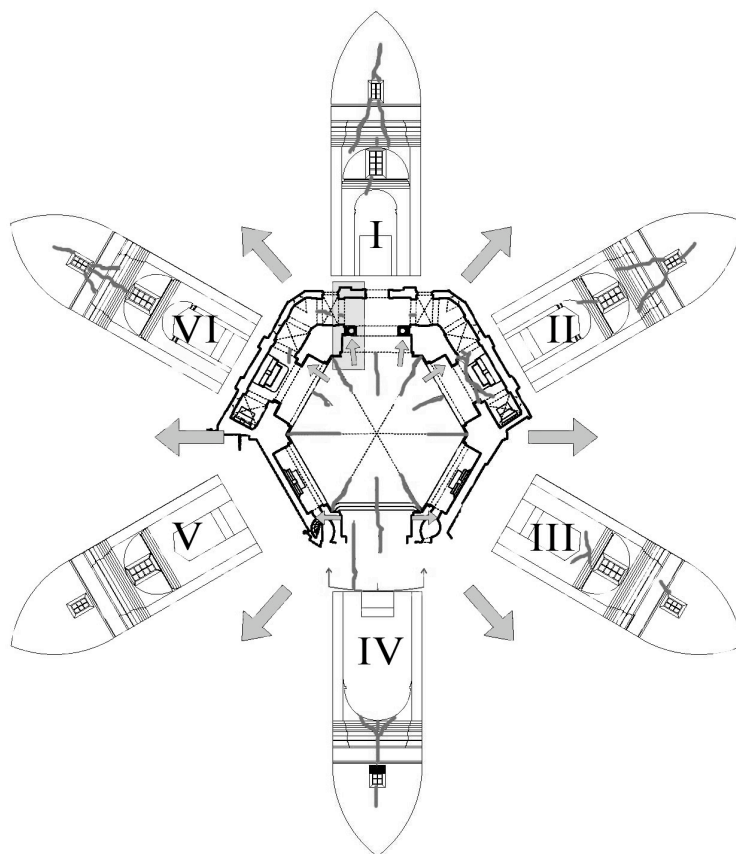
E' infatti attraverso un'indagine precisa dello stato di fatto, sia geometrico che fessurativo, che si chiariscono i meccanismi intrinseci di dissesto delle strutture, da verificare nella successiva operazione di calcolo strutturale, che da questa preliminare analisi qualitativa di dissesti e movimenti trae indicazioni sul modo corretto di procedere, oltre che sulle strutture su cui concentrarsi.



*Figura 7.3.3. Sezione e prospetto della chiesa  
con indicazione del piano di imposta della cupola in relazione all'esterno.<sup>lviii</sup>*

La sostanziale simmetria del quadro fessurativo rilevato - che trova alcune variazioni, anche sensibili, in corrispondenza di due vele (a sinistra e a destra dell'abside) confinate da altrettanti edifici appoggiati alla chiesa - spinge a rintracciare negli "screpoli" della fabbrica e nei suoi ipotizzati movimenti, quel meccanismo di dissesto tipico delle strutture cupolate, osservato negli esempi precedenti. Tale meccanismo, secondo cui si

determina l'abbassamento del colmo sotto il proprio peso, con la conseguente spinta verso l'esterno dei pilastri che sostengono la cupola, si ripete in Santa Maria del Quartiere, a replicare fessure e movimenti di più antiche ed articolate fabbriche cupolate.

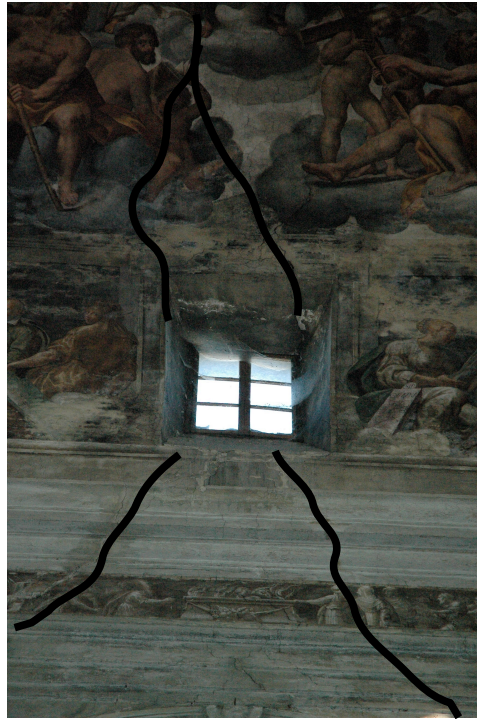


*Figura 7.3.4. Il quadro fessurativo rilevato nella fabbrica del Quartiere*

Sei lesioni passanti sugli spigoli, e altre quattro al centro delle vele, salgono verticalmente dall'imposta fino a superare le finestre che si aprono al centro delle sei vele del padiglione. Screpoli di rottura asimmetrica dell'arco campeggiano nelle volte degli ambulacri, a destra e a sinistra dell'ingresso, trovando corrispondenza in



elevazione nel camminamento nascosto superiore, proprio dietro al tamburo, a perpetuare un meccanismo che dalla cupola si propaga sulla struttura. Il tetto, come spesso accade, anche nella chiesa di Santa Maria del Quartiere è appoggiato direttamente all'estradosso della cupola, contribuendo alla spinta sulle murature perimetrali, e creando zone di tensione concentrata nei punti di appoggio.



*Figura 7.3.5. Le lesioni che attraversano le vele della cupola*

L'analisi delle lesioni e delle deformazioni presenti nella chiesa, ha permesso di valutare come secondaria nel dissesto della struttura l'influenza dell'abbassamento delle fondazioni a seguito della recente costruzione in cemento armato addossata alla chiesa (in corrispondenza della vela II al fianco dell'abside), che in un primo tempo era stata indicata come prevalente. Il peso di questa costruzione avrebbe potuto in effetti determinare un abbassamento considerevole del terreno di fondazione, e quindi della

parte di chiesa contigua all'edificio, dando luogo a lesioni più evidenti in corrispondenza dell'attacco tra le due costruzioni. Ciò non è avvenuto. Non sono infatti riscontrabili cedimenti verticali sensibili, se si esclude un leggero, ma fisiologico, abbassamento nella zona di influenza del campanile, a segno della buona qualità della costruzione. In tale situazione un intervento sulle fondazioni, con approfondimento del piano di appoggio, appare non giustificato e forse anche rischioso per eventuali comportamenti differenziati che si potrebbero creare in futuro con gli edifici contigui.

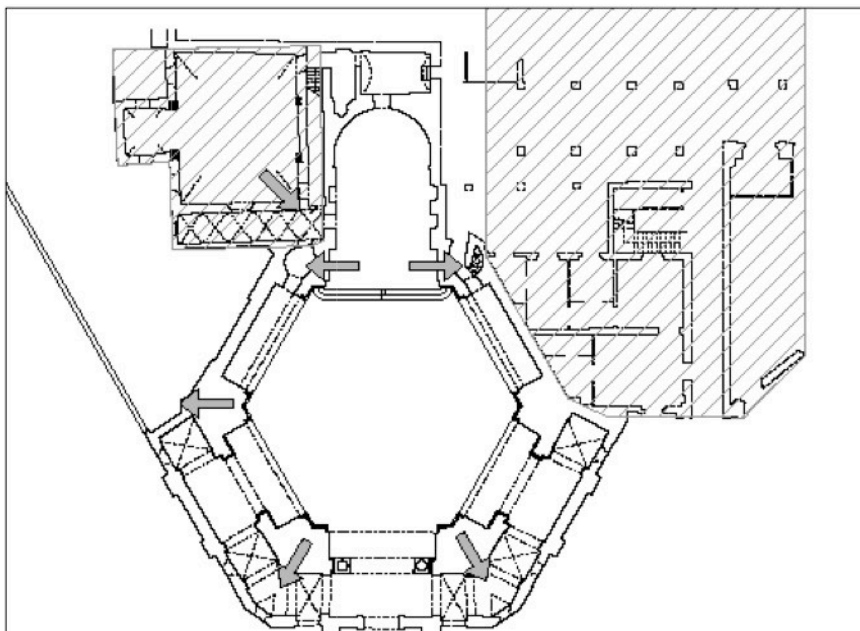


Figura 7.3.6. Planimetria del complesso con indicazione del nuovo edificio accostato

Tali lesioni infatti, se provocate dall'abbassamento del terreno di fondazione in corrispondenza dell'edificio, avrebbero dovuto seguire un andamento inclinato, che non corrisponde alla realtà, essendo il percorso della lesione sostanzialmente verticale. Sembra dunque di poter avanzare con sicurezza l'ipotesi della presenza del solito meccanismo di dissesto ben noto dovuto alla spinta della cupola, da indagare più in dettaglio attraverso l'analisi statica, proprio a partire da un'attenta analisi della

distribuzione delle lesioni. Al termine della preliminare e fondamentale indagine eseguita sullo stato di degrado e sulla geometria della Chiesa di Santa Maria del Quartiere, si può quindi affermare che i dissesti non hanno origine fondale ma sono essenzialmente causati dalla spinta del tetto e della cupola, secondo un meccanismo di dissesto noto, caratteristico delle principali fabbriche cupolate e chiaramente descritto dal Poleni nei suoi studi sulla cupola di San Pietro.

Quasi a scoprirne proporzioni sbiadite, si è tentato di riportare la cupola al suo passato, traducendo le sue misure nelle unità originali, indagando nelle geometrie del braccio da muro parmigiano e dei suoi multipli (la pertica, pari a 6 braccia), le deformazioni nel tempo, e i movimenti della struttura. L'analisi metrologica, a metà tra rilievo metrico e ipotesi di collasso, ha confermato la centralità della cupola nel meccanismo di dissesto della fabbrica, confermata dal quadro fessurativo indagato.

Quando si guarda un edificio, che poi è un monumento che racconta la sua storia attraverso articolazioni geometriche, lo si può fare in molti modi. Ci si può fermare alla percezione esterna, ammirandone le forme e le disposizioni di ordini sovrapposti, o si può cercare di indagarne l'idea primigenia, fino a trovare il principio che l'ha generato, riportando la forma alla regola matematica, e poi all'astrazione. Ma ci si può spingere ancora più a fondo, quasi a ritrovare quell'identità tra geometria e statica che per lungo tempo ha guidato la pratica costruttiva, fornendole regole empiriche e leggi proporzionali.

Quasi profeticamente, il termine dissesto evoca la geometria dell'arco, e le sue possibili combinazioni di sestì. A voler azzardare un percorso etimologico poi, nel sesto non c'è solo il richiamo alla base numerica utilizzata in passato, che nel 12 (e quindi nel perfetto 6) anziché nel 10 trova la sua ordinazione, ma anche la rievocazione di evoluzioni e deformazioni della fabbrica costruita, nella successione di dis-sesti e as-sesta-menti che possono essere letti come altrettanti allontanamenti e coincidenze con la primigenia buona misura, basata anch'essa sul numero 6. E questo percorso sembra essere ancora più interessante, se fatto a ritroso in una chiesa che nell'esa-gono trova la

sua fondazione geometrica.

Il discorso statico sconfinava spesso in quello estetico, indagando rapporti tra forma e stabilità delle strutture antiche in cui la regola empirica di precisi rapporti proporzionali si sostituiva alle moderne conoscenze sulla resistenza dei materiali. Per comprendere l'organizzazione e il comportamento statico di un'antica fabbrica in muratura è fondamentale identificarne forma e tipologia strutturale; non solo per comprenderne il progetto originario, così come concepito dall'architetto, ma anche per spiegarne deformazioni e cinematismi, confrontandoli con altri simili. Solo ripercorrendo questi antichi itinerari metrologici di numeri e proporzioni empiricamente determinate, si può tentare di comprendere le strutture così come concepite nel passato, entrando nella prospettiva dei loro architetti, magari riuscendo a scorgere negli archi le tracce nascoste delle macchine usate per costruirli, a presagire modalità di comportamento e cinematismi di rottura che avevano determinato altrettante soluzioni progettuali.

Il passaggio alle unità di misura originarie permette, con un margine di errore che tenga conto dei possibili scarti costruttivi nella traduzione di una geometria perfetta in realtà, di interpretare con maggiore facilità le geometrie e le proporzioni adottate come riferimento per la costruzione, e dunque di comprenderne i movimenti nel tempo.

A volte, in mancanza di disegni originali, come nel caso di Santa Maria del Quartiere il rischio è quello di creare facili giustificazioni a posteriori, che non sempre distinguono tra misure costruite e progetto disegnato. Quando però l'ipotesi geometrica viene rafforzata dalla coincidenza metrologica, trovando magari un significato simbolico coerente con il monumento e l'epoca in cui questo è stato concepito, allora succede che la ricerca della forma pura si trasformi in analisi statica, fornendo quella necessaria convalida al meccanismo di rottura e collasso, fin ora solo ipotizzato. Il cammino dunque è a ritroso, dalla forma originaria alla indeformata, tentando di riportare indietro il monumento nella storia, quando ancora era solamente idea. E quindi numero perfetto. Per farlo si può partire dal rilievo di un disegno costruito, collegandolo al passato attraverso i numeri, più o meno nascosti, che diventano così

chiave di lettura delle articolazioni strutturali, oltre che indicazione del modo di costruire utilizzato.

Per ritrovarne l'accordo iniziale quindi sembra di poter iniziare dal Serlio, e dal suo esagono da subito chiamato forma assai perfetta, “*per cio che la metà del suo diametro è una di esse faccie: E diqui è venuto chel cōpasso in molti luoghi d'Italia se adimãda Sesto, lo quale haundo fatto un circolo, senza allargarlo ne stringerlo, viene ad essere la sesta parte d'essa rotondazione*”. La forma esagonale sembra allora riunire in se due motivi di perfezione, aggiungendo a quello tutto rinascimentale e filosofico della simmetria centrale, una ragione materica e costruttiva, che spiega il vantaggio pratico di tracciare col compasso una figura speciale come il numero che la genera: a ribadire ancora una volta il legame tra forma e costruzione. Dalla forma perfetta, il cammino procede verso la realtà, attraverso l'identificazione dell'unità di misura di riferimento originale nel braccio ferrarese, che sembra confermare anche l'attribuzione del progetto a Gianbattista Aleotti .



*Figura 7.3.7. Sovrapposizione perfetta con le prescrizioni trattatistiche del Serlio.*

In un confronto tra la misura rilevata e quella ideale, il cerchio circoscritto all'esagono interno della chiesa, che in Serlio viene disegnato pari a 25 moduli e che costituisce la base per la successiva costruzione planimetrica, trova corrispondenza nelle 45 braccia ferraresi dell'impianto realizzato, che traducono la misura reale in quella passata con buonissima approssimazione. Considerandone il sistema di multipli e sottomultipli, infatti, il sistema di misura ferrarese sembra corrispondere, meglio di quello parmigiano (che pure nel 6 trova la sua base) alla costruzione Serliana, che parte dalla misura del cerchio per poi definire progressivamente gli spessori dei muri, così come le larghezze delle sei cappelle laterali, in un'articolazione dello spazio che coincide quasi perfettamente con quello che doveva essere il primo impianto della Chiesa di Santa Maria del Quartiere.

La costruzione delle tre cappelle laterali sul primigenio impianto esagonale infatti, è successiva, e sembra spostare la costruzione su una griglia di braccia parmigiane – già presente nella pratica di cantiere del primo impianto – ritrovando nel 6 la propria modularità, quasi a rimarcare il cambiamento avvenuto e la presenza di un altro progettista. Con qualche licenza, laddove la possibilità strutturale glielo permette, Aleotti sembra seguire quindi il disegno del Serlio per il dimensionamento di massima degli spazi; nelle articolazioni delle finestre al centro di ogni cappella (ora non più leggibili), così come nelle larghezze delle cappelle e nella definizione degli archi sovrastanti, fino alle dimensioni dei pilastri e delle colonne.

Il dimensionamento dunque - con le variazioni permesse e forse anelate da quello spirito ingegneristico che riconosce la possibilità di contravvenire alle regole ove il carico lo permetta - continua in alzato, fino a completare la fabbrica nella perfetta geometria della cupola, essa pure su base esagonale. Se ci si riesce, alla fine si può tentare di ricostruire la grandiosa cupola a padiglione, cercando di capire dove era meglio impostarla.

La pratica geometrica infatti, racconta molte cose di una cupola: per esempio come si creino fessure verticali radiali più larghe all'imposta, e sempre più piccole mano a mano

che ci si alza o si procede verso il basso. Quelli che si ottengono, in una mescolanza di pratica progettuale e rilievo metrologico, sono sistemi fessurativi noti, già indagati nei dibattiti precedenti e relativi meccanismi di collasso.

Scostandosi forzatamente dalla semplice descrizione Serliana, che non dà indicazioni precise circa l'impostazione della cupola, né sulla sue modalità costruttive, sembra plausibile, almeno in una prima fase di ricostruzione generale del suo tracciamento, supporre che la centinatura della cupola sia avvenuta seguendo i profili dei sei spigoli, disegnando ogni volta un arco di “terzo di quinto acuto”.

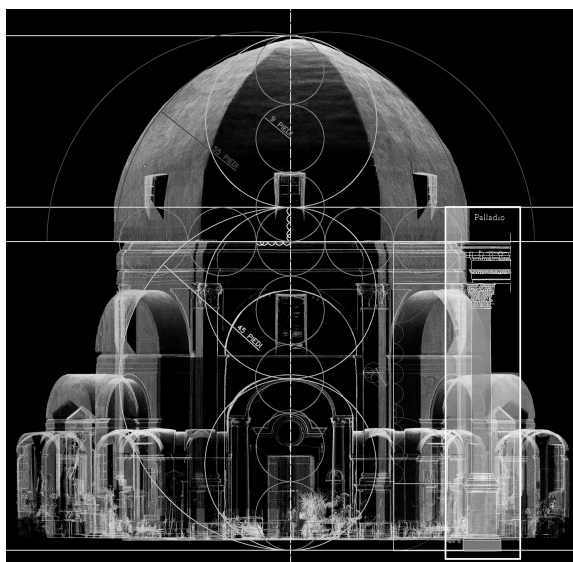


Figura 7.3.8. *Lo studio geometrico della cupola che ne individua l'abbassamento*

La mancanza di una linea precisa in corrispondenza degli spigoli, soprattutto all'intradosso, sembra potersi giustificare con la stesura dell'intonaco per la preparazione del grande affresco che ne confonde i tratti, fino a smussarne fisicamente, oltre che visivamente, le linee di demarcazione tra gli spicchi. Ogni arco si estende per un'apertura angolare al centro di poco più di  $60^\circ$ , convergendo con gli altri verso l'alto, a costituire gli spigoli d'intradosso della cupola esagonale. Tra due spigoli adiacenti si

svolge l'intradosso di ognuna delle sei fusi, che è una superficie rigata, generata da rette orizzontali parallele appoggiate ai due spigoli. Ogni fuso, geometricamente, caratterizza la sua superficie all'intradosso come una porzione di mantello cilindrico a sezione retta, appartenendo dunque ad un cilindro ogni volta diverso per posizione dell'asse ed orientamento. La posizione del centro di tale cerchio è da rintracciarsi, in una ricerca di geometria perfetta e di maggiore convenienza costruttiva, ad un numero finito di braccia sotto e a fianco della metà del diametro. Facendo un sforzo di ricostruzione geometrica, sembra plausibile, volendo ricalcare anche in alzato la stessa griglia di misura originale rintracciabile in planimetria, una volta suddiviso il diametro in 5 pertiche (ogni pertica misura 10 braccia ferraresi), fissare i centri di ogni arco di cerchio a 3 quinti dello stesso diametro. Il centro di ognuno dei sei cerchi, che disegnano l'intradosso della cupola, è ribassato quindi di 5 braccia rispetto al piano d'imposta ed è posto a una distanza di  $\frac{3}{5}$  del diametro dallo spigolo in cui la cupola spicca con tangente verticale. In corrispondenza della grande cornice che conclude gli arconi, quindi, si può allora immaginare il grande piano d'appoggio delle centinature, crescenti fino ad intersecarsi all'apice della cupola. In una classica sintesi di articolazione geometrica ideale e conoscenza statica, l'articolazione della struttura ricalca lo sforzo strutturale, e succede così che il riempimento al di sotto del camminamento all'estradosso della cupola, parallelo all'innalzamento del muro esterno, serva da contenimento alla spinta della cupola, trovandosi proprio in corrispondenza di quei  $30^\circ$  già indagati, dove una cupola comincia le proprie fessure. E quindi il proprio possibile collasso.

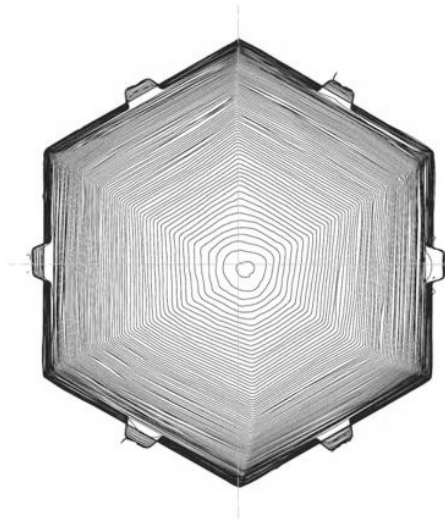
Nell'individuare la curva originaria, attraverso una ricostruzione geometrica e storica, sembra di ripetere idealmente l'operazione di tracciamento della cupola, in cui lo scarto tra l'arco di cerchio ideale e la curva rilevata sul singolo spigolo, fornisce una quantificazione dello spostamento tra progetto ed opera realizzata, in parte per gli ineliminabili errori costruttivi che sempre accompagnano l'adattamento di un disegno alla costruzione, e in parte dovuto ai meccanismi di dissesto che nel tempo ne hanno



determinato la deformazione, più o meno arrestata.

L'esistenza di modelli di calcolo sofisticati fa spesso dimenticare, nell'approccio all'analisi statica di una struttura, che un monumento è soprattutto fatto di storia e sovrapposizioni. Una volta identificato nel meccanismo di spinta della cupola la causa principale del quadro fessurativo che affligge la fabbrica di Santa Maria del Quartiere, l'analisi statica procede per gradi, basandosi sulle indicazioni fondamentali fornite dal rilievo geometrico e delle lesioni.

L'analisi statica procede, in una sintesi di approccio storico e scientifico, dalla letteratura al calcolo, per approdare infine al modello numerico. Secondo precise discretizzazioni basate sulla conoscenza empirico-sperimentale del comportamento classico delle cupole in muratura, la spinta di una cupola può essere assimilata a quella di un arco, le cui cerniere plastiche si sviluppano a  $30^\circ$  dalla linea di imposta dello spicchio (e dell'intera cupola) oltre che al colmo. Sfruttando questa semplificazione si è potuta determinare la spinta esercitata dalla cupola poligonale sui sei spigoli.



*Figura 7.3.9. Rilievo con il laser scanner delle linee della cupola*

La fase successiva di indagine strutturale, ha traslato i risultati di un accurato rilievo

geometrico sul piano numerico, a seguito di una ragionata semplificazione del volume, per ottenere una modellazione virtuale del comportamento della cupola, attraverso l'uso di un programma agli elementi finiti. Le condizioni di simmetria hanno permesso una semplificazione di calcolo, riportando la cupola reale ad un'ideale costruzione primigenia, quasi a simulare l'origine del quadro fessurativo.

La presenza delle lesioni ha evidentemente modificato il comportamento strutturale della cupola, che è passato nel tempo, da quello di cupola vera e propria (con un comportamento sostanzialmente assial-simmetrico, in cui le strisce parallele forniscono un apporto alle strisce meridiane) al comportamento separato di 6 parti distinte e staccate – le singole vele - unite tra loro nella parte sommitale e sostenute dal cornicione sottostante di imposta.

In una sintesi di approccio storico e scientifico, la verifica del meccanismo ipotizzato avviene su due piani paralleli, tra loro in continuo dialogo.

Il primo indaga la cupola reale, sfruttando quelle semplificazioni che, a partire da considerazioni di simmetria della struttura e dalla letteratura in materia, permettono di risolvere il problema di spinta di una cupola assimilandola ad un arco, secondo precise discretizzazioni basate sulla conoscenza empirico-sperimentale del comportamento classico delle cupole in muratura. Il secondo trasla i risultati di un accurato rilievo geometrico sul piano numerico, a seguito di una ragionata semplificazione del volume, per ottenere una modellazione virtuale del comportamento della cupola, attraverso l'uso di un programma agli elementi finiti.

Identificando il problema della *spinta della cupola come meccanismo principale*, la classica soluzione del corretto dimensionamento di una cerchiatura da opporre a tale spinta si sviluppa attraverso entrambi i metodi di studio: procedendo dal calcolo al modello numerico.

Storicamente, la risoluzione di questo problema, è stata fornita con metodi approssimati basati sull'individuazione empirica del meccanismo di collasso della struttura.

In prima approssimazione la spinta é stata calcolata attraverso lo studio dell'equilibrio di un singolo spicchio, che, tagliando due vele susseguenti della cupola a metà, comprende lo spigolo sul quale calcolare la spinta totale. Secondo la letteratura, le cerniere plastiche si sviluppano a circa 30° rispetto alla linea di imposta dello spicchio (e dell'intera cupola) e al colmo: il calcolo si sviluppa quindi considerando il peso dei singoli conci che lo compongono applicato nel baricentro di ognuno.

L'analisi strutturale dunque, prende avvio da queste fondamentali considerazioni relative allo stato di fatto, esaminando dettagliatamente gli stati tensionali esistenti, a confermare le ipotesi qualitative avanzate; si qualifica quindi come ulteriore approfondimento e perfezionamento di uno studio che nel rilievo geometrico e nell'indagine fessurativa trova il maggiore strumento di comprensione del monumento, fondamentale per la sua conservazione, secondo le procedure di quello che è ormai comunemente definito come “metodo empirico sperimentale”, raccomandato dalle recenti “Linee Guida” per il consolidamento degli edifici storici, approvate nel 2006 dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici e confermate da una circolare del Ministero dei Beni Culturali.

La spinta così calcolata, utile per il conseguente dimensionamento dell'area del tirante da applicare per contrastarla, tiene conto del solo peso proprio, tralasciando di considerare il carico del tetto e quello, stabilizzante, rappresentato dal riempimento sovrastante, (tra l'imposta della cupola e il piano di calpestio del sottotetto).

Il calcolo semplificato qui rappresentato schematicamente fornisce un valore di spinta della cupola sul singolo spigolo, pari a circa  $H_{orizz} = 8200$  kg e quindi si riesce a dimensionare l'area del tirante (cerchiatura) da opporre a tale spinta (Area del tirante =  $H_{orizzontale} / \sigma_{acciaio}$ ).

Nell'applicazione dell'intervento classico - utilizzato o comunque proposto, come si è visto per contrastare la spinta delle antiche cupole in muratura - l'unica sperimentazione é rappresentata dall'utilizzazione di un acciaio ad alta resistenza, che permette di ridurre la sezione del tirante, che quindi risulta meno sensibile agli effetti di

dilatazione dovuti alle variazioni di temperatura (sul calcolo delle quali si era già cimentato il Poleni).

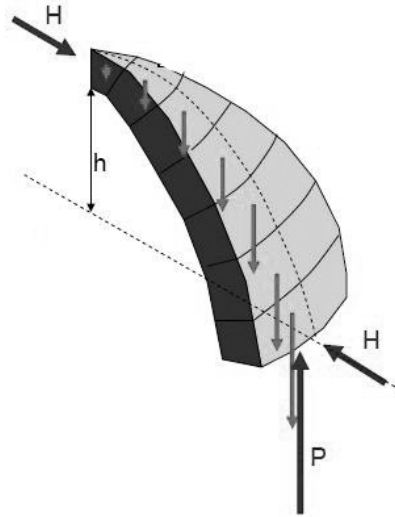


Figura 7.3.10. Lo schema semplificato di calcolo

Spostandosi sul piano numerico, il calcolo si svolge attraverso l'utilizzo di un programma agli elementi finiti (ABAQUS), che si basa sull'analisi statica di un modello virtuale della cupola. In questo tipo di analisi è comunque sempre importante mantenere un rapporto di continua verifica e controllo tra la proiezione virtuale e la situazione reale rilevata, facendo riferimento ai risultati del calcolo manuale semplificato.

La risoluzione di strutture complesse, come in questo caso, è ottenibile infatti utilizzando dei sistemi di calcolo a elementi finiti per elaboratore elettronico, per mezzo dei quali, una volta adeguatamente discretizzata la figura nei singoli elementi, si può avere un quadro analitico degli sforzi e delle deformazioni della struttura in ogni punto.

Le potenzialità della metodologia sono essenzialmente basate sulla possibilità di descrizione in modo accurato della geometria della struttura da studiare. Una precisa restituzione del rilievo geometrico così come una corretta semplificazione del volume costituiscono la condizione indispensabile per poter effettuare valutazioni affidabili su sforzi e deformazioni della struttura. A questo si aggiunge l'attenzione nella scelta del tipo del singolo elemento da utilizzare per la modellazione della struttura (in questo caso solido tetraedrico a 4 nodi) e una precisa analisi dei carichi sugli elementi.

L'elaborazione del modello di calcolo per la cupola di Santa Maria del Quartiere si basa sull'individuazione di un solido tridimensionale semplificato.

A monte della costruzione del modello tridimensionale della cupola è il rilievo architettonico, qui condotto anche con l'ausilio di specifica strumentazione laser-scan, con il quale si è acquisita la geometria e la morfologia dell'organismo strutturale a cui riferirsi.

Considerata la semplice struttura della cupola, la *geometria ideale* consiste in una struttura a base esagonale regolare, simmetrica, che si sviluppa in altezza seguendo i profili circolari degli spigoli della cupola stessa, così come rilevati, e formata da una singola calotta di spessore variabile da 30 cm alla base, fino a circa 20 cm al colmo.

Le misure del modello, sfruttano una semplificazione geometrica basata su una media delle misure rilevate, in considerazione dei minimi scarti esistenti tra le diagonali dell'esagono (12 cm di scarto massimo) e delle esigue differenze di spessore rilevate nelle diverse vele della calotta.

Le condizioni di simmetria permettono di semplificare il calcolo del modello agli elementi finiti, allo stesso tempo non discostandosi troppo dalla situazione reale, e anzi riportandola a una ideale costruzione primigenia che possa simulare un andamento iniziale delle fratture.

Si considera un materiale *elastico, lineare, omogeneo e isotropo*, nelle stesse ipotesi validate da Heyman, e le non linearità proprie del materiale muratura sono state concentrate nelle discontinuità inserite in corrispondenza delle lesioni rilevate nella cupola reale.

Le caratteristiche meccaniche adottate per il materiale sono:

*Modulo di Young*  $= E = 10.000 \text{ Kg/cm}^2$

*Coefficiente di Poisson*  $n = 0,2$

*Densità di massa*  $g = 1800 \text{ Kg/m}^3$

La scelta di un modello lineare elastico con inserimento empirico delle lesioni si è rivelata sia sufficientemente realistica che di facile applicazione e controllo (quindi valida anche da un punto di vista didattico).

La presenza di tensioni di trazione in alcuni modelli ha infatti messo in evidenza la loro incongruità, ma ha anche consentito di individuare le zone di fratturazione, mentre l'aver ottenuto alla fine, modellando la cupola con le lesioni e la cerchiatura, una situazione equilibrata e congruente, senza tensioni di trazione nella muratura ha consentito di determinare la soluzione cercata di consolidamento.

Spesso, su edifici di pregio, e in particolare sui monumenti, oltre alla resistenza al collasso ultimo, risulta utile conoscere anche l'innalzamento dell'attuale livello di danneggiamento, e un modello di tipo lineare permette di simulare semplicemente il comportamento dell'organismo strutturale individuando le zone a rischio.

Gli elementi finiti usati, di tipo tetraedrico, suddividono la struttura secondo una griglia di nodi adattata al volume e alle sue singolarità. Sono state considerate quindi diverse situazioni di carico e di configurazione della cupola, procedendo per gradi dal modello più semplificato fino a simulare le reali condizioni gravanti sulla struttura.

Il modello numerico della cupola semplificata, nella sua configurazione non lesionata, sottoposta al solo peso proprio non è realistico ma serve per simulare il danno progressivo, evidenziando sforzi massimi di trazione nelle zone in cui si sono riscontrate effettivamente le lesioni.

Si evidenzia come la deformazione radiale delle sezioni verticali risulti contenuta e questo giustifica l'utilizzazione di un modello lineare elastico della struttura. Le tensioni di trazione tipiche delle strutture cupolate, presentano un'accentuazione sugli spigoli, che infatti sono sede di lesione principale.

Il quadro tensionale evidenzia quindi una sostanziale dualità con i risultati del principale sistema di monitoraggio continuo di cui si dispone in una struttura: l'indagato quadro fessurativo.

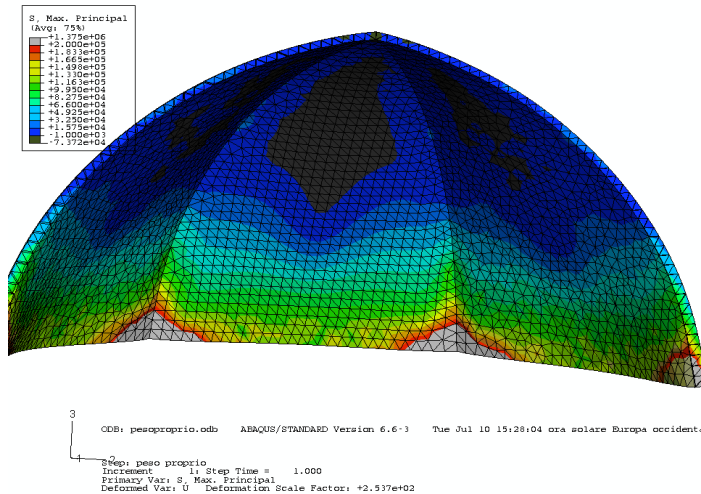


Figura 7.3.11. Prima modellazione della cupola sottoposta al solo peso proprio non lesionata

Identificata l'origine delle lesioni principali nella causa del peso proprio, si è poi proceduto aggiornando il modello secondo quanto rilevato, e quindi introducendo sulla cupola integra, le sconessioni principali lungo gli spigoli, in corrispondenza di quei valori di trazione risultati più elevati.

Le lesioni principali sugli spigoli sono state inserite per 2/3 dell'altezza totale della cupola, soggetta ancora al solo peso proprio e anche in questo caso il valore del modello è di verifica a posteriori di meccanismi di fessurazione rilevati.

Si sono ottenuti valori di elevata trazione nella parte centrale dei fusi, dove effettivamente nel rilievo si erano riscontrate le altre lesioni principali, cogliendo quindi l'evoluzione meccanica del comportamento della struttura, sempre sotto l'effetto del solo peso proprio.<sup>lix</sup>



Figura 7.3.12. Le lesioni sugli spigoli visibili all'estradosso nel sottotetto

In sezioni orizzontali a circa 1/3 dell'altezza della cupola si riscontrano elevate tensioni di compressione negli spigoli delle lesioni.

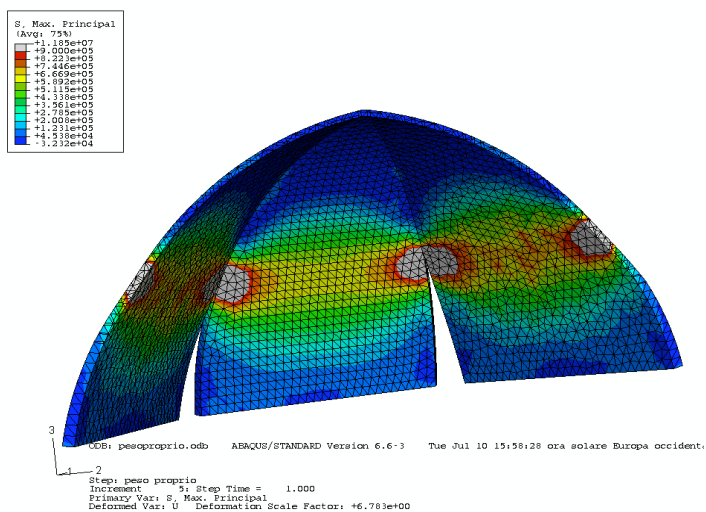


Figura 7.3.13. Prima modellazione della cupola con lesioni inserite negli spigoli  
(dove sono effettivamente presenti)

Considerando l'andamento delle tensioni orizzontali, si può osservare la loro distribuzione muovendosi lungo un parallelo; qui si vedono le tensioni di trazione



orizzontale lungo gli spigoli a cui si aggiungono le tensioni di trazione orizzontale al centro delle vele.

La modellazione successiva considera la cupola lesionata simmetricamente sugli spigoli e sulle singole vele, soggetta al peso proprio, al carico puntuale del tetto, e al carico distribuito del riempimento sotto il piano di calpestio del sottotetto. In questo caso il modello parte dalla configurazione attuale della cupola e verifica la spinta effettiva sugli spigoli, da contrastare poi con l'inserimento del tirante. Le ipotesi di dissesto sono confermate dai risultati numerici ottenuti e confortano la soluzione scelta dell'inserimento della cerchiatura a contrastare la spinta della cupola, posizionata al livello del primo camminamento esterno, alla base delle finestre.

L'assenza di stati tensionali incompatibili con la muratura ha indicato tale situazione come quella ricercata.

Al termine della modellazione numerica sembra di poter confermare il meccanismo di dissesto della cupola denunciato dal quadro fessurativo, che risulta imputabile principalmente al peso proprio. La presenza delle lesioni ha evidentemente modificato il comportamento strutturale della cupola, che è passato da quello di cupola vera e propria (con un comportamento sostanzialmente assial-simmetrico, in cui le strisce parallele forniscono un apporto alle strisce meridiane) al comportamento separato di 6 parti distinte e staccate – le singole vele - unite tra loro nella parte sommitale e sostenute dal cornicione sottostante di imposta.

Il modello con fessure simula risultati realistici anche con elementi finiti a legge costitutiva elastico-lineare, tenendo conto delle proprietà meccaniche del materiale muratura. Riproducendo infatti le lesioni e le fessure (almeno nella loro schematizzazione principale e simmetrica) si può evitare di considerare la modesta resistenza a trazione e a taglio del materiale, concentrando le non linearità nelle lesioni. L'aggiunta, nel modello fessurato, del *carico costituito dal tetto* non provoca sostanziali variazioni nella spinta orizzontale, che è la maggiore responsabile del meccanismo globale di collasso.

Il rilievo del sottotetto ha fornito indicazioni circa materiali e configurazione della copertura, e sui carichi che queste trasferiscono sulle strutture sottostanti.

Si sono considerati quindi 12 punti d'appoggio sulla cupola come zone di applicazione di un carico puntuale che simulasse, nel complesso, il peso del tetto, considerando anche il carico dovuto alla neve.

Dalla modellazione eseguita sulla cupola fessurata emerge un modesto aumento della spinta orizzontale, mentre risultano evidenti zone di trazione in corrispondenza dei punti d'appoggio del tetto sulla struttura, creando locali criticità da risolvere con una maggiore distribuzione dei carichi concentrati.

Anche dal modello numerico quindi, emerge come principale causa del dissesto il peso proprio della cupola, alla cui spinta orizzontale i carichi ulteriori presenti contribuiscono in maniera non determinante.

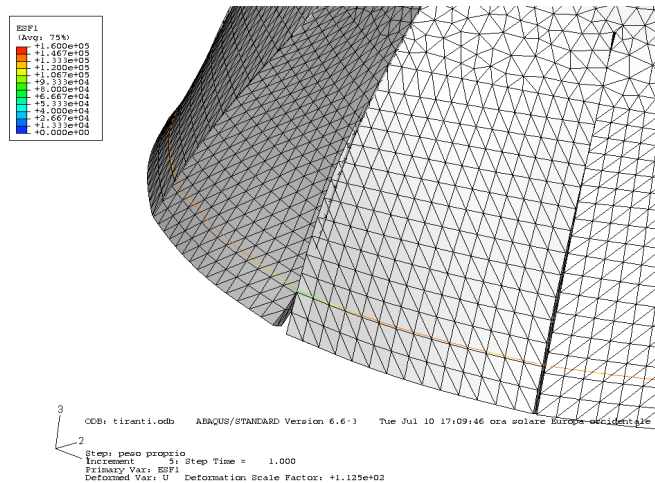


Figura 7.3.14. Inserimento della cerchiatura

La modellazione finale, che considera gli effetti di una progettata “cerchiatura”, è finalizzata al consolidamento e della salvaguardia della cupola. Precisamente, considerando in fase di progetto l’effettivo calcolo della spinta e il posizionamento più

adeguato in relazione alla praticità delle operazioni da effettuare, si simula una cerchiatura con cavi in acciaio opportunamente dimensionati, sistemati al livello del camminamento esterno, alla quota di imposta delle finestre, in modo da cerchiare l'esagono costituito dalla sezione orizzontale della cupola in una posizione ottimale, ma anche non visibile.

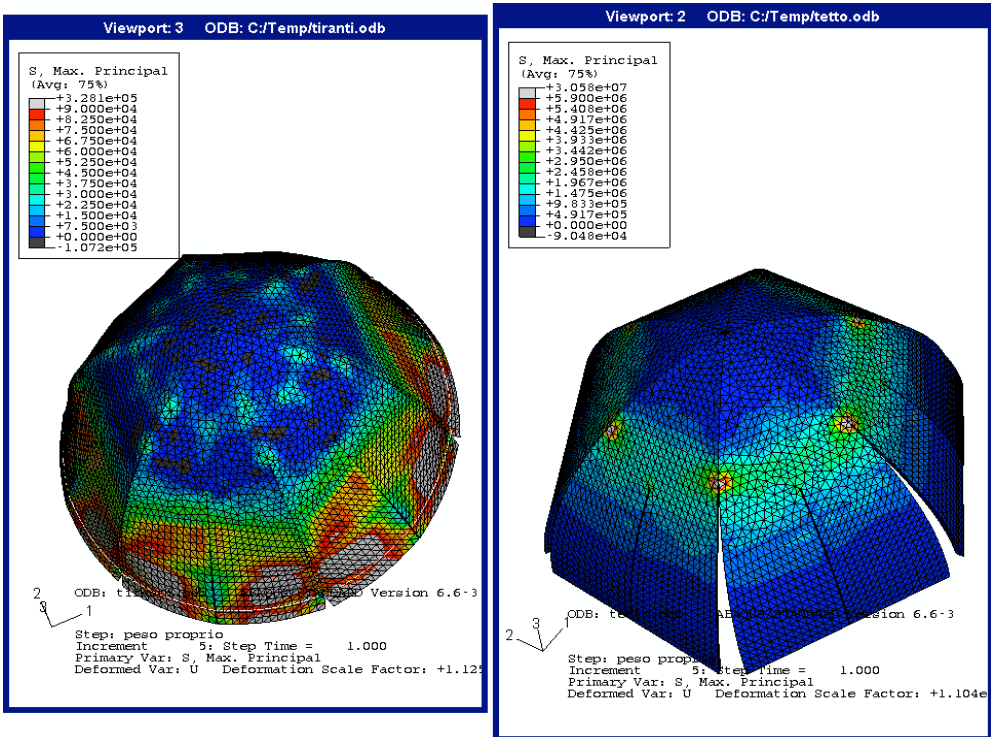


Figura 7.3.15. Modellazione prima e dopo l'introduzione della cerchiatura

I risultati del modello mostrano i benefici effetti di tale inserimento, sia dal punto di vista cinematico che tensionale. La presenza di una cerchiatura conferisce anche caratteristiche di maggiore resistenza alle azioni sismiche.

Al termine dello studio, i risultati dell'approccio statico alla maniera antica confrontati con quelli numerici della modellazione agli elementi finiti costituiscono l'ultimo passaggio del racconto di questa lunga vicenda, che si conclude con il curioso incidente

richiamato dal dialogo tra Sherlock Holmes e il suo fedele Watson in apertura della trattazione: apparentemente l'incidente, e cioè l'evoluzione nella trattazione della soluzione delle cupole in muratura, non è accaduto. L'approccio degli antichi, o meglio ancora la loro Arte, sembra riuscire a intuire e risolvere il tranello nascosto della perfetta e simbolica forma della cupola, ottenendo gli stessi risultati, per il consolidamento della struttura cupolata esaminata, per via numerica ed empirica-sperimentale.

Questo é il curioso incidente successo alle cupole in muratura, non sempre a mezzanotte, che sembrano cristallizzare nello studio della stabilità e dell'equilibrio antico la loro garanzia di conservazione. Solo apparentemente perché, come si é visto, nel frattempo proprio la moderna meccanica e quindi la scienza del costruire, ne hanno giustificato il principio e la comprensione.

- i Si veda a proposito il capitolo di Edoardo Benvenuto, *Archi, volte, cupole*, in *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981, qui consultato nella riedizione di Edizioni di Storia e Letteratura, Roma, 2006, pp. 322-392 e anche l'omonimo capitolo di Salvatore Di Pasquale, *Archi, volte, cupole in L'arte del costruire tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia, 1996, pp. 221-292.
- ii Si veda l'articolo di Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *La meccanica tra diffidenza e innovazione*, in *Storia dell'architettura italiana, Il Settecento*, a cura di Giovanna Curcio ed Elisabeth Kieven, Electa, Milano, 2000, pp. 70-91.
- iii Si pensi alle molteplici dichiarazioni di sfiducia alla matematica, come quella dell'oscuro filosofo verso la Perizia dei Tre Matematici nel dibattito di San Pietro, poi sancita anche dall'intervento di Giovanni Poleni (per cui si rimanda al capitolo 4 della presente tesi) e, ancora più tardi, alle dichiarazioni di Gauthey e Rondelet circa le opinioni del matematico Charles Bossut in merito alla stabilità della cupola del Pantheon di Parigi (il rimando è al capitolo 6 della presente tesi).
- iv I recenti studi di Philippe Block, *Equilibrium systems. Studies in masonry structure*, MIT Press, Giugno 2005, attestano la stessa volontà, attuale, di determinare la curva corrispondente alla minore spinta di un arco, ritornando quindi a risolvere il problema della spinta per forma, piuttosto che per resistenza. Si vedano gli studi di Jacques Heyman, *The masonry arch*, ellys Horwood Series in Engrg. And science, John Wiley & Sons, New York, 1982; oltre che l'articolo di Carlo Blasi, Paolo Foraboschi, *Analytical approach to collapse mechanisms of circular masonry arch*, in *Journal of Structural Engineering*, vol.120, n.8, August 1994, pp.2288-2308
- v Philippe de la Hire, *Traité de mécanique*, Parigi, 1730
- vi Tratto da Kerry Downes, *Sir Christopher Wren, Edward Woodroffe e J.H.Mansart and Architectural History*, in *Architectural History*, vol.37, 1994, pp. 37-67. La versione di cupola disegnata da Woodroffe non è quella poi effettivamente realizzata da Wren.
- vii T.A. Walter, tra il 1855 e il 1864 costruirà la cupola del Campidoglio, a Washington, in ghisa, ma lo farà seguendo le orme anche strutturali di San Paolo.
- viii Si veda in particolare il paragrafo 6.2. *Resistenza vs dimensione*, della presente tesi.
- ix Si pensi alla richiesta di un parere definitivo e chiaro fatta dal Granduca a Viviani in merito agli screpoli della cupola di Santa Maria del Fiore, o alle prime richieste di una commissione sulla cupola del Vaticano. Capitoli 4 e 5 della presente tesi.
- x Per questo infatti, per aver considerato la cupola collegata al tamburo, avevano ottenuto risultati più catastrofici di quelli del Poleni, che invece aveva fermato la sua curva appena prima di entrare nel tamburo sottostante (cosa che gli avrebbe provato il pericolo effettivo della struttura). Si veda il capitolo 4 della presente tesi.
- xi Tratto da Aurora Scotti Tosini, *La Lombardia asburgica*, in a cura di G. Curcio, E. Kieven, Op. cit., p. 437.

- xii Partendo dall'alto risulta che la guglia pesa 240.000 libbre, 376.000 per il cupolino, 4.136.000 libbre per le volte e i costoloni della cupola e circa 10.000.000 libbre per la base fino all'imposta della cupola, come riportato da Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Op. Cit.*, p. 84.
- xiii I piastri erano connessi all'anima della guglia tramite gli scalini e i ferri che si progettava di mettere sotto ogni scalino: il corpo risultava alla fine tutto unito, alto 32 braccia e grosso 6 con una snellezza pari a 5.3, e molto inferiore a molte torri e campanili, cfr. Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Op. Cit.*, p. 84.
- xiv B. A. Vittone, *Istruzioni elementari per indirizzo de' giovani allo studio dell'Architettura Civile*, 2 voll., Agnelli, Lugano, 1760, conservato nella Biblioteca Hertziana di Roma, immagine tratta da C.Baggio, E. Da Gai, *Op. cit.*, p. 82.
- xv Girolamo Fonda, *Elementi di architettura civile e militare ad uso del collegio Nazareno, esposti da Girolamo Fonda e divisi in due parti*, Stamperia Mainardi, Roma, 1764.
- xvi Paolo Frisi, *Istituzioni di Meccanica, d'Idrostatica, d'Idrometria e dell'Architettura statica e Idranlica*, Giuseppe Galeazzo Stampatore regio, Milano, 1777.
- xvii Girolamo Fonda, *Elementi di architettura civile e militare ad uso del collegio Nazareno, esposti da Girolamo Fonda e divisi in due parti*, Stamperia Mainardi, Roma, 1764.
- xviii E. Pini, *Dell'Architettura, Dialoghi*, tav. I, Stamperia Morelliana, Milano, 1770.
- xix Il quadro in cui nasce la nuova scienza galileiana vedeva in tutta Europa, e particolarmente in Francia e in Inghilterra, la nascita di forma nuove. È nella prima metà del Seicento che sono collocabili le fondazioni della Royal Society di Londra, nel 1662, e nascono in questo periodo i nuovi college, come le grammar schools e le accademie, accompagnate da innovazioni tecnologiche in ogni settore. A ben vedere in questo secolo si possono rintracciare le origini della rivoluzione industriale.
- xx Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*, Leida, 1638, Giulio Einaudi Editore, Torino, 1990.
- xxi Un quinto dialogo, sulla forza percussiva, fu aggiunto dopo la sua morte, alla fine del 1644.
- xxii Di Pasquale, S., *L'arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio Editore, Venezia, 1996, pp.22,23.
- xxiii Galileo Galilei, *Op. cit.*, p.11.
- xxiv Si veda Jacques Heyman, *The stone skeleton. Structural analysis of masonry architecture*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, III, pp. 28- 46.
- xxv Galilei, G., *Op. cit.*, p.16.
- xxvi Ibidem, p. 17.
- xxvii Ibidem, p. 18.
- xxviii Si veda il capitolo 4 della presente tesi.
- xxix W.B.Parsons, *Engineers and Engineering in the Reinassance*, MIT Press, Cambridge, 1939.

- xxx Santiago Huerta, *Galileo was wrong: the geometrical design of masonry arches*, Nexus Network Journal, vol. 8, n. 2, 2006, pp. 25-51.
- xxxi “Questa trave, egli scrive, non deve superare luci nette superiori ai due moduli e mezzo perché si potrebbe spezzare; quando esigenze irrinunciabili richiedono maggiore luce, allora tutto il sistema architrave-fregio-cornice deve essere modificato realizzando l’architrave in legno ed il fregio in pietra, esattamente come nella soluzione escogitata dagli etruschi.” Vitruvio.
- xxxii Si veda il paragrafo successivo e la teoria dell’equilibrio di Heyman, come anche il paragrafo 7.3 in cui si ha l’applicazione del criterio antico.
- xxxiii Copia conservata nella Bender collection all’University of California, immagine tratta da Louise Diehl Patterson, *Robert Hooke and the conservation of Energy*, in *Isis*, vol. 38, n. 3 / 4, 1948, p. 151-156.
- xxxiv Philippe De la Hire, *Sur la construction des voûtes dans les édifices*, Mémoires de l’Academie Royale des Sciences, Parigi, 1713, pp. 69-77. la scrive prima del suo *Traité de Méchanique ou l’on explique tuot qui est nécessaire dans la pratique des arts*, Imprimerie Royale, Parigi, 1730.
- xxxv “Uno dei problemi più difficili dell’architettura è rappresentato dalla determinazione degli spessori dei piedritti che sostengono una volta affinché resistano alla sua spinta; è un problema che appartiene alla Meccanica e soltanto con i suoi metodi è dato risolverlo; gli Architetti non hanno trovato sino ad oggi nessuna regola certa, talchè alcuni, poco disposti al rischio, fanno questi piedritti estremamente grossi, mentre altri, giocando troppo sull’azzardo, li fanno estremamente esili”, Philippe De la Hire, nota presentata a Parigi all’Accademia, il 27 febbraio 1712.
- xxxvi Si veda il capitolo 2 della presente tesi, in cui vengono riportate le teorie di Leonardo sugli archi e le intuizioni sulle cerniere di rottura.
- xxxvii Bernard Forest de Belidor, *La scienza degli ingegneri nella direzione delle opere di fortificazione e di architettura civile*, Mantova, 1729.
- xxxviii Una spiegazione dettagliata dei due procedimenti è spiegata da Edoardo Benvenuto nel suo libro citato, a pp. 331,332.
- xxxix Antoine Couplet, *De la poussée des voûtes*, Mémoires de l’Academie Royale des Sciences, Parigi, 1729 parte I, pp.160-164, e *Seconde partie de l’examen de la poussée des voûtes*, 1730, pp.131-138.
- xl Immagine tratta da J. Heyman, *Structural analysis. An historical approach*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998
- xli Pierre Bouguer, *Sur les lignes courbes qui sont propres à former les voûtes en dôme*, 1734
- xlii Si veda il paragrafo successivo 7.3. della presente tesi.
- xliiii Immagine tratta da J.Heyman, *The masonry arch*, Ellis Horwood Limited, Chechester, England, 1982.
- xliv Lorenzo Mascheroni, *Nuove ricerche sull’equilibrio delle volte*, Bergamo, 1785

- xlv Ibidem, p. x.
- xlvi G. B. Masetti, *Saggio sull'equilibrio delle volte di tutto sesto, ovali e piane*, Bologna, 1817, riporta le formule del Mascheroni per un manualetto ad uso dei costruttori molto diffuso nel '800.
- xlvii Leonardo Salimbeni, *Degli Archi e delle Volte*, Verano, 1787, p. 216.
- xlviii J. Heyman, *Poleni's Problem*, Proc. I
- xliv Si veda al capitolo 4, il paragrafo 4.3. della presente tesi
- l Si veda la tabella Tab.7.1.1. Riportata nel precedente paragrafo.
- li La teoria per archi circolari di legno o ferro è stata sviluppata da Bresse nel 1848.
- lii Tratto da Jacques Heyman, *The masonry arch*, Ellis Horwood for engineering science, John Wiles and Sons, Chirchester, 1982.
- liii Già nel 1732 lo stesso meccanismo disegnato era noto a Danizy e quindi a Frézier.
- liv Schema tratto da Jacques Heyman, Op. cit.
- lv Ibidem.
- lvi In generale ci sarebbe una terza risultante tangenziale, agente lungo la tangente alla superficie, rappresentante il taglio, ma per particolari problemi assialsimmetrici è uguale a zero ovunque sul guscio.
- lvii L'elaborazione grafica è a cura dell'architetto Andrea Ghiretti, che insieme al gruppo di Disegno e Rilievo dell'università di Parma si è occupato del rilievo del monumento e con il quale ho scritto l'articolo "La geometria della fabbrica" in corso di pubblicazione nel libro *La fabbrica di Santa Maria del Quartiere*, a cura di Bruno Adorni, Carlo Blasi, Paolo Giandebiaggi, Ivo Iori.
- lviii Rilievo ed elaborazione grafica dei risultati a cura di Andrea Ghiretti.
- lix Questi stati tensionali dovrebbero essere poi confermati da uno specifico sistema di monitoraggio da inserire al più presto in corrispondenza delle principali lesioni della cupola.



8. Un epilogo. Alla fine della vicenda

Una vicenda non ha sempre una conclusione, soprattutto quando è lunga e complessa come quella delle grandi fabbriche cupolate. Ma forse per terminare la nostra storia, basta la comprensione delle costruzioni e dei dibattiti fino a qui raccontati, che, da sola, sembra garantirne un lieto fine.

L'idea sottesa alla trattazione, in verità nemmeno troppo implicita, è che la perfetta forma simbolica e costruttiva della cupola abbia nascosto per secoli, per quanto le è stato possibile, il suo insito tranello; almeno fino a quando subdole fessurazioni, più o meno comuni per forma e posizione nelle grandi fabbriche cupolate, hanno fatto capolino tra le massicce murature che le componevano, mostrandone l'insita debolezza, e forse l'errore.

Il paradigma di Babele è stato declinato molte volte prima di essere compreso dai suoi costruttori, più o meno visionari (o “paranoici”), traducendosi in un dibattito secolare che alla spinosa questione sulla stabilità (e spinta) delle cupole ha trovato risposta nella forma e nelle dimensioni della struttura e delle sue opere di sostegno, prima ancora che in complicate analisi numeriche.

La cupola, diretta evoluzione dell'arco, sembrava costituire in effetti, nel suo perfetto funzionamento a compressione, il migliore modo di costruire in muratura; e lo sarebbe in effetti stato, non fosse per quell'infido tranello nascosto nella sua spinta, che da sempre ne ha causato il dissesto. La storia dei dissesti, se non dei crolli veri e propri, delle fabbriche cupolate è sembrato quindi un buon modo per comprendere i passaggi dell'arte e della scienza del costruire, ricostruendone calcoli e approssimazioni che hanno progressivamente permesso di comprendere la natura delle costruzioni in muratura.

È servito che Prometeo - curiosamente anche etimologicamente “il visionario” (colui che comprende prima degli altri) - si facesse divorare il fegato molte volte dalla sua aquila, almeno fino a tutto il '700, prima di definire compiutamente il comportamento

della struttura celeste, e decretarne la fine della spinta. E quindi la soluzione dell'errore. Nel crollo e nella sua osservazione, nel tempo particolarissimo dell'errore, si è tradotto il tempo lineare degli uomini (la bella pratica costruttiva) in quello eterno delle idee (le leggi immutate della statica). Per traslazione, la cupola ha alla fine ricongiunto lo spazio esterno divino a quello interno, tutto umano e fallibile, dove nei secoli il crollo si è alternato alla sua progressiva ricostruzione. Non si sa esattamente, nemmeno alla fine della storia, quando sia avvenuto – o forse perfino se sia avvenuto – per questa particolare forma costruttiva, il passaggio da Arte a Scienza del costruire.

Alla fine, il curioso incidente delle cupole sembra non essere avvenuto, e proprio in questo si nasconde il nodo della questione.

La cupola almeno nella dimensione eterna dell'idea di struttura, governata da precise leggi della statica, esiste da sempre, da prima che queste fossero coscientemente teorizzate, almeno in senso moderno. Da quando il primo costruttore ha cominciato il suo racconto, con le pietre del Pantheon romano nella nostra trattazione, fino a quando l'ultimo (sempre nello spazio limitato di questa ricerca) ne ha decretato il compimento, l'errore e la sua soluzione – nella pietra armata del Panthéon francese - hanno determinato la trasformazione della sorprendente intuizione in scienza di previsione.

I dibattiti e le costruzioni di architetti visionari, non solo quelli qui esaminati, hanno impresso altrettante accelerazioni al percorso di comprensione del funzionamento strutturale delle cupole, essenziale per uno studio critico delle strutture in muratura, *“soprattutto in vista di interventi di restauro che non ne svisino l'intima natura, o la logica statico-matematica della concezione originaria”*.<sup>1</sup>

Solo rintracciando percorsi a volte confusi di parole e contrasti, anche molto aspri, sulle grandi cupole, si possono comprendere le strutture così come in origine erano concepite, entrando nel modo di pensare di chi le ha progettate e di chi poi si è trovato, in diversi momenti della loro storia, a giudicarne la stabilità. In ogni scontro, le approssimazioni di ingegneri e architetti, spesso scienziati ante litteram, si sono confrontate fino a produrre, magari non immediatamente, un progresso nella teoria

che stavano affrontando.

L'arco, e quindi la cupola, è stato progressivamente approssimato a diverse “macchine semplici”, nell'astrazione scientifica di progettisti e studiosi che se ne sono occupati, passando da un sistema di leve opportunamente disposte, ad una serie di cunei appoggiati ad altrettanto opportuni piani inclinati, per essere, solo alla fine, indagato nelle proprie modalità di comportamento, cinematismi e meccanismi di rottura. Da ogni semplificazione sembrano derivare diverse soluzioni progettuali, a volte innovative, quasi sempre inizio di un nuovo dibattito.

Non è poi molto diverso da quello che si trova a fare l'ingegnere moderno, quando, dovendo affrontare il restauro di una cupola, si serve di altrettante semplificazioni, certamente più complicate, di membrane, o gusci, utilizzando per la loro soluzione algoritmi più o meno complessi e moderni programmi di calcolo agli elementi finiti o discreti. La soluzione strutturale sembra sempre lì, sospesa tra disquisizioni accademiche e osservazioni empiriche.

Il problema passa certamente per la definizione della statica dei corpi rigidi, che, approssimando i materiali di deformabilità molto ridotta a infinitamente rigidi (e quindi indeformabili) permette di risolvere la questione della stabilità delle cupole, ma in generale delle strutture, riducendola all'equilibrio, e dunque al bilancio delle forze che agiscono sul corpo stesso. I confini si confondono allora tra dimensione e resistenza, e le definizioni diventano ancora più sbiadite quando si tratta delle massicce e massive strutture antiche, in cui la forza peso, direttamente proporzionale alla massa, è chiaramente preponderante.

Sembrano allora bastare le leggi fondamentali della statica, non a caso *cardinali*, per stabilire la soluzione del problema, che avviene nell'equilibrio, e quindi in quella particolare condizione in cui Risultante (di tutte le forze applicate sul corpo o sull'insieme di corpi) e Momento risultante (di tutte le forze agenti) siano uguali a zero. Per la soluzione della cupola, e degli archi, il passaggio dal filo all'arco ora sembra scontato ma non doveva apparire nello stesso modo alla fine del Seicento; poco

importa poi che non sia un insieme di elementi curvi a comporre l'arco ideale a cui si semplifica la questione, ma che somigli di più ad una spezzata. Quello che importa è che, una volta disegnato il poligono all'interno dell'arco dato, la distanza tra questo e il suo asse sia minima: raramente succede che sia zero, ma è sufficiente che ricada all'interno di un intervallo particolare, abbastanza piccolo da garantire la compressione della sezione in cui questa distanza viene misurata.

Tutto c'entra con le azioni interne, che certamente gli antichi non potevano conoscere compiutamente, ma che probabilmente, per via geometrica e forse animistica, erano riusciti a visualizzare, come un percorso di discesa dei carichi nelle loro possenti costruzioni.

È nel passaggio dalla geometria alle forze interne che sta la teorizzazione della pratica e dell'intuizione settecentesca, quella che ha permesso a Poleni di risolvere la questione della stabilità della sua cupola garantendo l'equilibrio quando sia possibile tracciare un poligono funicolare dei carichi all'interno della sagoma di un arco, e per estensione della cupola che da questi archi è composta.

In termini moderni, è immediato identificare in questa distanza il parametro per il momento flettente agente sulla sezione che ne può determinare un cambiamento di curvatura. Certamente non potevano saperlo, almeno non scientificamente, gli antichi, ma il problema sembra tutto geometrico: meglio funzionerebbe se il momento flettente fosse, in ogni sezione dell'arco, pari a zero e quindi se l'asse dell'arco coincidesse con il poligono funicolare; alla fine ci si accontenta che la sua distanza dall'asse non superi metà dello spessore (e quindi il poligono sia tutto contenuto nella sagoma dell'arco dato). La geometria insomma ha una giustificazione scientifica, passando dall'intuizione alla comprensione del comportamento meccanico sotteso.

La riduzione del problema della stabilità alla questione dell'equilibrio funziona, almeno fino a che non ci si avvicini a valori caratteristici di rottura del materiale stesso; esattamente come succede alle strutture antiche, in cui i materiali lavorano sempre ad un livello di sollecitazione molto inferiore ai limiti di rottura, solo molto più tardi

identificati.

L'equilibrio insomma fornisce un'importante chiave per scoprire i segreti del comportamento strutturale, che gli antichi senza dubbio conoscevano, senza averlo svelato mai. L'uso della sola statica infatti fornisce una buona stima delle quantità strutturali in gioco, oltre a costituire l'interpretazione delle lesioni osservate nella muratura, e nelle regole dell'equilibrio, almeno fino alla prima metà del '800 - quando le strutture in ferro e cemento armato hanno spodestato gli antichi materiali - le costruzioni hanno trovato la propria garanzia di stabilità. Deve essere stato allora che a precisi criteri di proporzionalità fondati sull'esperienza si è sostituito il "calcolo di previsione", e il campo delle deformazioni, degli spostamenti delle strutture e degli stati tensionali e deformativi dei materiali che le compongono, ha rimpiazzato l'osservazione del passato, determinando la nascita della Scienza delle costruzioni.

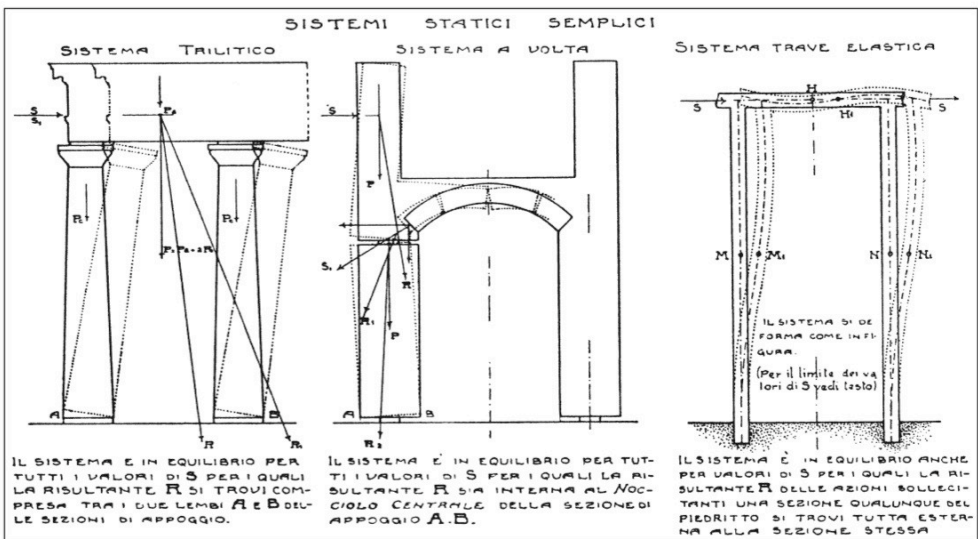


Fig. 8.1. Sistemi statici semplici nella rappresentazione del Milani

Ancora all'inizio del '900, Gian Battista Milani, nel suo trattato "L'ossatura murale", individuava chiaramente le situazioni limite di equilibrio che possono portare al collasso di alcuni sistemi statici semplici in muratura; nella sua divisione i sistemi in

muratura, in equilibrio per alcune determinate condizioni di calcolo, si differenziavano per questo da quelli *a trave elastica*, che invece reggono per qualunque condizione di carico.

Il *monolite verticale appoggiato* disegnato dal Milani resta in equilibrio “*per tutti i valori  $S$  [azione esterna] per i quali la risultante  $R$  [fosse] interna alla sezione d'appoggio*”: quello che si deve scongiurare, nella struttura antica esaminata, più o meno monolitica, è il suo ribaltamento, che, indipendentemente dal valore della resistenza dei materiali che la compongono, inevitabilmente avviene quando la risultante cade esternamente alla sezione. Milani aveva capito, dalle esperienze e dai trattati, e certamente dall'osservazione delle strutture passate, che le strutture murarie possono risultare labili, cioè in grado di garantire l'equilibrio solo per date condizioni di carico. All'inizio del '900 la Scienza delle costruzioni si modellava sui primi materiali elastici, e Milani la disegna nel suo trattato come riferita ad un sistema che “*rimane in equilibrio anche per valori di  $S$  per i quali la risultante  $S$  sia completamente esterna alla sezione d'incastro*”.

Nella nuova scienza del costruire insomma, tutto è affidato alla resistenza del materiale e, in questa prospettiva, la moderna *analisi in regime di membrana*, è solamente l'ultima delle semplificazioni successive con cui, inserendosi nel dibattito secolare, si è cercato di descrivere il comportamento meccanico delle cupole, fornendo un'idea intuitiva, ma piuttosto completa, degli sforzi che si generano al loro interno. Il funzionamento perfetto delle azioni interne, che nell'equilibrio dei singoli conci costituenti trasforma ogni cupola in funicolare di se stessa, mostra il proprio trabocchetto negli stati tensionali di trazione ineliminabili che si formano alla sua base, fino alla frattura.

La teoria moderna può derivare solo da conoscenze maturate nel corso dei secoli, e dallo sviluppo e integrazione di equazioni differenziali che certamente erano sconosciute ai costruttori antichi, che altrettanto certamente però conoscevano gli effetti del comportamento strutturale solo intuito.

Anche se i costruttori del passato non potevano conoscere le teorie attuali sulle strutture, fabbriche complesse e grandiose sono a testimoniare una sapienza di cui si è

qui cercato di ricostruire un'evoluzione, come in un racconto.

Le conoscenze passate, da Vitruvio a Villard, non sono quasi mai esplicitate, ma sembrano essere tutte contenute nelle pietre e nei mattoni di ogni grandiosa struttura qui esaminata. Si è detto all'inizio della trattazione che la muratura è un materiale complesso, perché pur avendo una sorprendente capacità di sopportare gli sforzi di compressione, non riesce ad opporre alcuna resistenza a quelli di trazione, e questa sua peculiarità complica le cose quando si voglia affrontare il suo studio strutturale secondo le teorie risolutive della moderna scienza delle costruzioni, modellate su materiali diversi, e noti. Questa considerazione, insieme all'evidenza di una stabilità secolare delle fabbriche considerate, fa comprendere come sia fondamentale, sotto il profilo del calcolo strutturale oltre che del restauro, rintracciare percorsi in parte confusi e nascosti, di intuizioni e sistemazioni meccaniche di chi, queste strutture, le ha create, ripercorrendo in fondo il solo metodo di cui disponevano: l'osservazione del passato.

Lo scopo è procedere insieme agli antichi e ai moderni nella loro querelle, sul piano del comportamento strutturale per arrivare, al termine del percorso, alla definizione di un metodo di analisi e conoscenza dell'edificio storico, che solo attraverso i suoi metodi costruttivi può essere compreso, anche strutturalmente. L'evoluzione della questione della cerchiatura come rimedio prima intuito e infine matematicamente calcolato, rappresenta l'evocazione del tragitto della scienza delle costruzioni, diventando simbolo di evoluzione nella definizione strutturale e metodo di consolidamento e correzione dell'errore.

Il fine è determinare quel compromesso, necessario quando si affronti lo studio di un edificio storico, tra calcolo e regola sperimentale, che ha guidato la costruzione degli edifici antichi e che quindi può rappresentare uno strumento per la loro comprensione e la loro conservazione. Che nel senso della ricerca acquistano lo stesso significato.

Si è detto in apertura: si è voluto qui raccontare la storia di uomini che ci vedevano benissimo in un paese di ciechi. Non sempre risulta chiaro, arrivati alla fine della

trattazione, il motivo per cui solo a questi uomini (costruttori o matematici, più o meno “paranoici”) fosse riservata una tale capacità.

Forse alla fine il richiamo è a quella regina degli scacchi che aveva stregato Alice-Lewis Carroll nel suo mondo delle meraviglie, e che sembra un buon punto per esaminare la ricerca, per la sua capacità di muoversi sulla scacchiera delle costruzioni senza limitazioni di direzione o quantità di caselle. La matematica-regina, da intendersi nelle sue declinazioni progressive di geometria, astronomia, e logica scientifica più che mero calcolo astratto, ha spesso rappresentato infatti, nelle partite a scacchi individuate nel corso della ricerca, la soluzione, o meglio, la pre-visione del problema costruttivo.

Quasi che le “regine”, architetti visionari (molto spesso matematici, astronomi, geometri) siano riusciti alla fine a tradurre il problema strutturale - prima solo intuito con l'esperienza - in oggettiva e generale equazione, trasferendo sul piano scientifico e astratto i singoli problemi particolari, fino a costruire una teoria assoluta, capace di fare tutte le mosse. Lo strumento matematico, inteso soprattutto come possibilità di prefigurare l'impossibile - strumento “paranoico” per eccellenza - proprio perché costituisce il fondamento di un sapere induttivo, riesce a prevedere astrattamente l'errore e la sua soluzione, senza passare necessariamente per l'esperienza, e quindi per la tradizionale deduzione. Sarà per questo che, quando trova qualcosa che lo tiene legato alla realtà, come l'esperienza e il dato costruttivo, sembra non farsi ingannare dal problema apparente - perché tipico delle strutture moderne - della resistenza dei materiali e delle loro caratteristiche, riuscendo ad elaborare, meglio di ogni altro, la sintesi necessaria tra dimensionamento geometrico-proporzionale e universo della perfezione.

E la soluzione del problema quando si decida di rinchiudere il cielo in una cupola.



<sup>i</sup> Jacques Heyman, *The stone skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.



*Bibliografia ragionata. Repertorio delle fonti bibliografiche e iconografiche*

*Sul rapporto tra Arte e della Scienza del costruire*

- [1590] Giovanni Antonio Rusconi, *Dell'Architettura*, Venezia, 1590, ristampa anastatica, edizioni Colpo di Fulmine, a cura di Centro Internazionale Studi di Architettura "Andrea Palladio".
- [1830] Antoine Quatremere de Quincy, *Histoire de la vie et des ouvrages des plus celebres architectes de 1050 à 1800*, Paris, Rénouard, 1830.
- [1831] Victor Hugo, *Notre Dame*, Paris, Garnier-Flammarion, 1967.
- [1883] Ernst Mach, *La Meccanica e il suo sviluppo storico*, Torino, Einaudi, 1968.
- [1883] Auguste Choisy, *L'art de Batir chez les Bysantins*, Paris, 1883.
- [1898] Auguste Choisy, *Historie de l'Architecture*, 2 voll., Paris, 1898.
- [1905] Pierre Duhem, *Les origines de la Statique*, Paris, 1905.
- [1932] Ernst Cassirer, *La filosofia delle forme simboliche*, Firenze, 1936, 3 voll. [Tubinga, 1932].
- [1945] Paul Frankl, *The Secret of the Mediaeval Masons*, in *The Art Bulletin*, Vol. 27, No. 1. (Mar., 1945), pp. 46-60.
- [1959] Howard Saalman, *Early Renaissance Architectural Theory and Practice in Antonio Filarete's Trattato di Architettura*, *The Art Bulletin*, Vol. 41, No. 1 (Mar., 1959).
- [1963] André Chastel, *I centri del Rinascimento*, Feltrinelli, Milano, 1963.
- [1964] Bertrand Gille, *Leonardo e gli ingegneri del Rinascimento*, Milano, Feltrinelli, 1972.
- [1965] Paolo Portoghesi, *Infanzia delle macchine*, Bari, Laterza, 1965.
- [1966] André Chastel, *La grande Officina*, Feltrinelli, Milano, 1966.
- [1967] Alexandre Koyré, *Dal mondo del pressappoco all'universo della precisione*, Torino, Einaudi, 1967.
- [1968] William Barclay Parsons, *Engineers and engineering in the Renaissance*, Massachusetts, MIT Press, 1968.
- [1968] Clifford Ambrose Truesdell, *Essays in the History of Mechanics*, Berlin, Springer, 1968.
- [1969] Marc Block, *Lavoro e tecnica nel Medioevo*, Laterza, Roma-Bari, 1969.

- [1969] John White, *Donatello's High Altar in the Santo at Padua. Part One: The Documents and Their Implications*, The Art Bulletin, Vol. 51, No. 1 (Mar., 1969), pp. 1-14.
- [1972] Marshall Clagett, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Feltrinelli, Milano, 1972.
- [1973] Ernst Hans Josef Gombrich, *Norma e forma. Studi sull'arte del Rinascimento*, Einaudi, Torino, 1973.
- [1973] John White, *Measurement, Design and Carpentry in Duccio's Maesta*, Part I, The Art Bulletin, Vol. 55, No. 3 (Sep., 1973), pp. 334-366.
- [1975] Franco Borsi, *Leon Battista Alberti*, Electa, Milano, 1975.
- [1975] Rudolf Klein, *Il tema del pazzo e l'ironia umanistica*, in *La forma intellegibile. Scritti sul rinascimento e l'arte moderna*, Torino, Einaudi, 1975.
- [1978] Michael Baxandall, *Pittura ed esperienze sociali nell'Italia del '400*, Einaudi, Torino, 1978.
- [1979] Bruno Zevi, *Editoriali di architettura*, Torino, Einaudi, 1979, *Parte Prima, Architetti e linguaggio, Brunelleschi: negata la fruizione simmetrica*, pp.18-21.
- [1980] Ugo Baldini, *La scuola galileiana*, in *Storia d'Italia*, coordinata da Ruggiero Romano e Corrado Vivanti, Annali III, *Scienza e tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento ad oggi*, a cura di Gianni Miceli, Torino, 1980, pp. 381-463.
- [1980] Augusto Cavallari Murat, *Principi estetici del lombardo Ermenegildo Pini, nel 1770, tra rococo' e neoclassicismo*, in *Civiltà neoclassica nell'attuale territorio della provincia di Como*. Atti del convegno, Como 1979, "Arte lombarda", n.s., 1980, n. 55-57 (n. monografico), pp. 328-343.
- [1980] Bertrand Gille, *Les Mecaniciens grecs: La naissance de la Technologie*, Paris, Seuil, 1980.
- [1981] Edoardo Benvenuto, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981, nella ristampa di Edizioni di Storia e Letteratura, Roma, 2006.
- [1982] Carl Gustav Hempel, *La formazione dei concetti e delle teorie nelle scienze empiriche*, Milano, Feltrinelli, 1982.
- [1983] Alberto Pérez-Gómez, *Architecture and the Crisis of modern science*, Cambridge, Massachussets, London, England, The MIT Press, 1983.
- [1983] Bruno Zevi, *Pretesti di critica architettonica*, Torino, Einaudi, 1983, in particolare *Parte Prima. Architetti e critici eretici. Filippo Brunelleschi antirinascimentale*, pp.17-23, "L'eversione di Francesco Borromini", pp.135-153.
- [1984] Eugenio Garin, *Medioevo e Rinascimento. Studi e ricerche*, Roma-Bari, Laterza, 1984.
- [1988] Lev Zetlin, *Compilation of Lectures Presented at Various National Conventions, Conferences, Seminars*, Zetlin-Argo Structural Investigations, West Palm Beach, 1988.

- [1990] Fulvio Cairoli Giuliani, *L'edilizia nell'antichità*, La Nuova Italia Scientifica, Roma, 1990.
- [1994] Henry Petrosky, *Gli errori degli ingegneri. Paradigmi di progettazione*, Pendragon, Bologna, 2005 (ed. originale *Design Paradigms. Case Histories of Error and Judgment in Engineering*, Cambridge University Press, 1994).
- [1995] Joseph Rikwert, *Circa una svista (egiziana?) di Francesco Di Giorgio*, in *Necessità dell'artificio*, Milano, Mondadori, 1995.
- [1996] Paolo Galluzzi, *Gli ingegneri del Rinascimento da Brunelleschi a Leonardo da Vinci*, catalogo della mostra, Firenze, Giunti, 1996.
- [1996] Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Milano, Feltrinelli, 1996
- [1998] Giorgio Pigafetta, Antonella Mastroianni, *Il declino della firmitas. Fortuna e contraddizioni di una categoria vitruviana*, Firenze, Alinea, 1998.
- [1998] Christof Thoenes, *Sostegno e ornamento. Saggi sull'architettura del Rinascimento: disegni, ordini, magnificenza*, Milano, Electa, 1998.
- [1998] Salvatore Di Pasquale, *Teoria delle proporzioni come Scienza del Costruire*, in Nexus 2: Architecture and Mathematics, Proceedings della 2nd International Interdisciplinary Conference Nexus'98, Relationships between Architecture and Mathematics, Mantova 6- 9/6/1998, pp.113-125, a cura dell'Arch. Kim Williams, Centro Studi Leon Battista Alberti, Edizioni dell'Erba 1998.
- [1999] Werner Oechslin, *Architettura est scientia aedificandi. L'influenza della letteratura sull'architettura*, in a cura di Milon, Henry, A., *I trionfi del Barocco. Architettura in Europa 1600-1750*, Milano, Bompiani, 1999.
- [2000] Ivo Iori, *Un diario didattico. Principi statici e tecniche costruttive nel loro sviluppo storico*, Hevelius edizioni, Benevento, 2000.
- [2000] Carlo Baggio, Enrico Da Gai, *Tra diffidenza e innovazione: la meccanica in architettura*, pp.70-91, in *Storia dell'architettura italiana, Il settecento*, a cura di Giovanna Curcio, Elizabeth Kieven, Electa, Milano, 2000.
- [in corso di stampa] Ivo Iori, *L'osso di Galileo*, MUP edizioni, Parma, 2009.

*Simbologia delle cupole e della scienza*

- [1945] Karl Lehmann, *The Dome of heaven*, Art Bulletin, XXVII (1945)
- [1954] Louis Hautecoeur, *Mistica e architettura. Il simbolismo del cerchio e della cupola*, Bollati-Boringhieri, Roma, 2006 (Edizione originale, Parigi, 1954).
- [1957] Pierre Francastel, *Lo spazio figurativo dal Rinascimento al Cubismo*, Torino, Einaudi, 1957.
- [1957] Giulio Carlo Argan, *L'architettura barocca in Italia*, Milano, 1957.
- [1964] André Chastel, *Arte e umanesimo a Firenze*, Torino, 1964, p.477; capitolo *Il nuovo S. Pietro e il problema del Mausoleo*, pp.475-81.
- [1967] Erwin Panovsky, *La prospettiva come forma simbolica*, Abscondita, Milano, 2007 (Edizione originale 1967).
- [1971] Werner Oechslin, *Piramide et sphère*, Gazette des Beaux Arts, aprile 1971
- [1976] Remo Bodei, a cura di Siegfried Kracauer, *La massa come ornamento*, Psicon, n.6, *Il colossale in architettura*, anno III, 1976.
- [1980] Manfredo Tafuri, *La sfera e il labirinto. Avanguardie e architetture da Piranesi agli anni '70*, Torino, Einaudi, 1980.
- [1984] Tzvetan Todorov, *Teorie del simbolo*, Milano, Garzanti, 1984.
- [1986] Giulio Carlo Argan, *Immagine e persuasione. Saggi sul barocco*, Milano, 1986.
- [1987] William Alexander Mc Clung, *Dimore celesti. L'architettura del paradiso*, Bologna, Il Mulino, 1987.
- [1996] Julius Schlosser-Magnino, *La letteratura artistica. Manuale delle fonti della storia dell'arte moderna*, Scandicci-Firenze, La Nuova Italia Ed., 1996.

*Santa Sofia*

- [1907] E.M. Antoniades, *Eκφρασις της Hagia Sophia*, Athens, 1907.
- [1921] Gian Teresio Rivoira, *Architettura romana, costruzione e statica nell'età imperiale*, Hoepli, Milano, 1921.
- [1943] William Emerson and Robert L. Van Nice, *Hagia Sophia, Istanbul: Preliminary report of a recent examination of the structure*, "AJA, American Journal of Archaeology", vol. 47, 1943, pp. 403-436.
- [1965] Piero Sanpaolesi, *Santa Sofia a Costantinopoli*, Sede Sansoni, Firenze, 1965.
- [1965] Rowland Mainstone, *The structure of the Church of St. Sophia, Istanbul*, Excerpt and Transaction of the Newcomen Society, vol. XXXVIII, 1965-66.
- [1969] Rowland Mainstone, *Justinian's church of St Sophia, Istanbul: Recent studies of its construction and first partial reconstruction*, Architectural History, vol. 12, 1969.
- [1965] Rowland Mainstone, *The reconstruction of the tympana of St. Sophia at Istanbul*, Dumbarton Oaks Papers, Vol. 23, 1969-1970, pp. 353-368. Dumbarton Oaks, Trustees for Harvard University the Newcomen Society, vol. XXXVIII, 1965-66, p.40.
- [1974] Cyril Mango, *Architettura bizantina*, Electa, Mondadori, Milano, 1974.
- [1978] Piero Sanpaolesi, *La chiesa di Santa Sofia a Costantinopoli*, Roma, 1978.
- [1982] Patrizia Benvenuti Falciai, *Ippodamo di Mileto, architetto e filosofo*, Università di Firenze, Ist. Di filologia Classica, 1982.
- [1982] Guglielmo De Angelis D'Ossat, *Origine e sviluppo degli edifici occidentali a cupola nell'antichità cristiana*, e *Le origini romane della cupola bizantina*, in *Realtà dell'architettura, apporti alla sua storia, 1933-1978*, a cura di L. Marcucci e D. Imperi, voll. I-II, Roma, 1982.
- [1986] Giovanni Pelliccioni, *Le cupole romane, "La stabilità"*, Roma, 1986.
- [1986] Richard Krautheimer, *Architettura Paleocristiana e Bizantina*, Einaudi, Torino, 1986.
- [1988] Binda, L., Fontana, A., Frigerio, G., *Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics*, in "8th IBMaC", Dublin, 1, pp.205-216, 1988.
- [1988] Rowland Mainstone, *Hagia Sophia, Architecture, Structure and Liturgy of Justinian's Great Church*, Thames and Hudson, 1988.
- [1993] Livingstone, R.A., Stutzman, P.E., *Materials science of the masonry of the Hagia Sophia basilica*, in "The Sixth North American Masonry Conference", Philadelphia, June, 1993.

[1995] Riccardo Gulli, Giovanni Mochi, *Il recupero delle volte in folio attraverso la costruzione tabicada*, in *Costruire in laterizio*, n.82, Roma, 1995.

[1996] Sato, T., Hidaka, K., Kawabe, Y., Aoki, T., Yamashita, K., *Formal characteristics of setting lines on the cornice of the main dome of Hagia Sophia*, Istanbul, J. Arch. Plan. Environ. Eng., Alj, n.485, July, 1996.

[2001] Blasi, C., Bianchini, L., *Hagia Sophia: geometry*, in *Hagia Sophia, Surveying Project Conference*, March 20, 2001, Main Hall of the Architectural Institute of Japan, Tokyo, Proceedings of the Conference.

[2003] Carlo Blasi, *Hagia Sophia a Istanbul: terremoti e restauri*, in AA. VV. *Catastrofi naturali e beni culturali*, pp. 51-72, Fondazione "La città di ieri per l'uomo di domani", Firenze, 2003.



*San Pietro*

- [1694] Carlo Domenico Fontana, *Il tempio vaticano e sua origine*, Roma, 1694.
- [1695] Philippe De la Hire, *Traité de mecanique: ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des arts, & les propriétés des corps pesants lesquelles ont un plus grand usage dans la physique*, Parigi, 1695
- [1739] Giovanni Poleni, *Exercitationes vitruviane, primae, secundae et tertiae*, Padova, 1739-41.
- [1742] Tommaso Le Seur, François Jacquier, Roberto Giuseppe Boscovich, *Parere de'tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di San Pietro sul fine dell'anno 1742, dato per ordine di N.S. Benedetto XIV*, Roma, 1742.
- [1742] Luigi Vanvitelli, *Breve parere di N.N.*, 1742, riportato in G. Poleni.
- [1743] Domenico Sante Santini, *Risoluzione del dubbio proposto dal Padre abate Raviglia e Parere intorno ai contrafforti, ed altri danni della cupola vaticana del P. Domenico S. Santini, dilettante di matematica*, Roma, 1743. Di queste cose si trova notizia nel Parere dei tre matematici...
- [1744] Gaetano Chiaveri, *Sentimento di Gaetano Chiavery architetto della maestà del Re di Polonia ed Elettore di Sassonia, ecc. ecc. sopra la pretesa riparazione dei danni che sono stati riconosciuti sul fine dell'anno MDCCXLII nella famosa Cupola di San Pietro Vaticano di Roma*, Roma 1744, in Poleni. In Portoghesi, *Roma Barocca*, 2 volumi, Bari, 1973, vol II, pp. 795-804, è riportata l'illustrazione delle proposte di Gaetano Chiavery.
- [1748] Giovanni Poleni, *Memorie storiche della cupola del Gran Tempio Vaticano e de'danni di essa e de'ristoramenti loro*, Padova, 1748, ristampa della Biblioteca Facoltà di Architettura, Università di Roma "La Sapienza", Roma, 1988.
- [1781] Pieter Van Musschenbroek, *Saggi di Naturali Esperienze dell'Accademia del Cimento*, 1781.
- [1933] Rudolf Wittkower, *La cupola di San Pietro di Michelangelo. Riesame critico delle testimonianze contemporanee*, Firenze 1964, (saggio originale pubblicato nel 1933).
- [1957] Lopez, G., *Poleni's Manuscripts about the Dome of Saint Peter's*, Proceedings of the Sec.Int. Congr. Construction History, CHS, Short Run Press, Exeter, 2006, pp.1957-1979.
- [1961] Augusto Cavallari-Murat, *G. Poleni e la costruzione architettonica*, in "Atti della commemorazione Bicentennale del Poleni", a cura dell'Ateneo Padovano e dell'Accademia Patavina, vol. lxxii, 1961-1962.

- [1962] Augusto Cavallari-Murat, *Morgagni e Poleni collaboratori nell'interpretazione di un passo vitruviano*, in "Atti del Congresso internazionale sugli aspetti della morfologia in biologia in medicina", Padova, 1962.
- [1963] Augusto Cavallari Murat, *Giovanni Poleni e la costruzione architettonica*, in *Giovanni Poleni (1683-1761) nel bicentenario della morte*, Padova 1963, pp. 59-74.
- [1968] Anna Maria Matteucci, *Carlo Francesco Dotti e l'architettura bolognese del Settecento, Bologna 1968-69* in cui si trova *Progetto per fortificare la cupola di S. Pietro di Roma con un rinforzo di muro pensato nel 1743 da C.F. Dotti bolognese*, ms, 1666-67.
- [1968] Kjeld de Fine Licht, *The rotunda in Rome. A study of Hadrian's Pantheon*, arhus, 1968.
- [1971] Manlio Brusatin, *La cupola di San Pietro che crolla, per un'indagine-intervento al XVII sc.: G. Poleni e L. Vanvitelli*, in "Controspazio", 1971, n.3, pp.20-32.
- [1973] Roberto Di Stefano, *Luigi Vanvitelli ingegnere e restauratore*, in *Luigi Vanvitelli*, a cura di Roberto Di Stefano, Napoli, 1973, pp. 169-246.
- [1979] Augusto Cavallari Murat, *Collaborazione Poleni-Vanvitelli per la cupola vaticana (1743-1748)*, in *Luigi Vanvitelli e il '700 europeo*. Atti del congresso internazionale di studi. Napoli-Caserta 5-10 novembre 1973, 2 voll. Napoli, 1979, pp.171-210.
- [1980] Manlio Brusatin, *Venezia nel Settecento: stato, architettura, territorio*, Giulio Einaudi Editore, Torino, 1980.
- [1980] Roberto Di Stefano, *La cupola di San Pietro. Storia della Costruzione e dei Restauri*, Edizioni Scientifiche Italiane, Napoli, 1980.
- [1984] Salvatore Di Pasquale, *L'arte del costruire*, Marsilio, Venezia, pp.293-396.
- [1988] Augusto Cavallari Murat, *Arti e scienze vitruviane dopo Galileo. Da Poleni a Lodoli a Stratico*, in *Giovanni Poleni. Idraulico Matematico Architetto Filologo (1683-1761)*, atti della giornata di studi, Padova 15 marzo 1986, a cura di Maria Laura Soppelsa, Padova, 1988, pp.113-121.
- [1990] Giulio Carlo Argan, Bruno Contardi, *Michelangelo architetto*, Milano, 1990.
- [1990] Carlo Baggio *Computer analysis of masonry domes following Castigliano' suggestion. An example: the dome of San Pietro in vaticano*, in International Technical Conference "Structural Conservation of Stone Masonry", Atene, 1989, ICCROM, Roma, 1990, pp. 173-180.
- [1992] Hellmut Hager, *Osservazioni su Carlo Fontana e sulla sua opera del Tempio Vaticano (1694)*, in *Il barocco romano e l'Europa*, Roma, 1992.
- [1994] Salvatore Di Pasquale, *Giovanni Poleni tra dubbi e certezze nell'analisi della Cupola Vaticana*, in *Palladio* n.14, pp.273-278; ed. Poligrafico e Zecca dello Stato Roma, 1994.

[1997] Giovanna Curcio, *L'architetto intendente, "pratico" e "istoriografo" nei progetti della professione di Carlo Fontana*, in *Magistri d'Europa. Eventi, relazioni, strutture delle migrazioni di artisti e costruttori dei laghi lombardi. Atti del convegno, Como 23-26 ottobre 1996*, a cura di Stefano Della Torre, Tiziano Mannoni e Valeria Pracchi, Milano- Como, 1997, pp.277-302.

[1997] Mario Como, *Un antico restauro statico della cupola di San Pietro a Roma*, in Claudia Conforti (a cura di) *Lo specchio del cielo*, Electa, Milano, 1997, pp.245-259.

[1997] Giovanna Curcio, *L'"architetto intendente", "pratico" e "istoriografo" nei progetti e nella professione di Carlo Fontana*, in *Magistri d'Europa. Eventi, relazioni, strutture delle migrazioni di artisti e costruttori dei laghi lombardi*, Atti del convegno, Como 23-26 ottobre 1996, a cura di Stefano Della Torre, Tiziano Mannoni e Valeria Pracchi, Milano-Como, pp. 277-302.

[1998] Cesare De Seta, *Luigi Vanvitelli*, Napoli, 1998.

[2003] Carlo Domenico Fontana, *Il Tempio Vaticano 1694*, a cura di Giovanna Curcio, Electa, Milano, 2003.

[2003] Rowland Mainstone, *Saving the dome of St. Peter's*, *Construction History*, Vol.19, 2003, pp.3-18.

[2007] Olimpia Niglio, *Dall'ingegneria empirica verso l'ingegneria della scienza. La perizia dei tre matematici per la cupola di San Pietro (1742)*, Edizioni il prato edA Didattica e Ricerca, num. 2/07, 2007.

*Frauenkirche di Dresda*

- [1995] Jäger, W., Bergander, H., *Structural behavior of the Dome of the Church of Our Lady in Dresden*, in *Spatial Structures: Heritage, Present and Future. Proceedings of the IASS International Symposium June 1995, Milano*, a cura di Giuliani, G.C., SGEEditoriali Padova, Vol.2, pp.1215-1222.
- [1996] Jäger, W., Bergander, H., Pohle, F., *Prestressing the Dome of the Church of Our Lady in Dresden*, in *Spatial Structures: Heritage, Present and Future. Proceedings of the Asia-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures in Beijing, China*, Maggio, 1996, a cura di T.Lan, T., China Civil Engineering Society, 1996, pp.170-177.
- [1999] Zumpe, G., Rothert, H., Lugenheim, M., *George Babr's structural concept and the reconstruction of the cupola of the Frauenkirche in Dresden*, *Structural Studies, Repair and Maintenance of Historical Buildings, VI*, a cura di Brebbia, C.A. e Jäger, W., WIT Press, Southampton, Boston, 1999, pp.887-904.
- [1999] Jäger, W., Bergander, H., Pohle, F., *The reconstruction of the sandstone cupola of the Frauenkirche in Dresden*, *Structural Studies, Repair and Maintenance of Historical Buildings, VI*, a cura di Brebbia, C.A. e Jäger, W., WIT Press, Southampton, Boston, 1999, pp.855-873.
- [2000] Kluge, B., *The utilization of the Frauenkirche after reconstruction, The Revival of Dresden*, a cura di Brebbia, C.A. e Jäger, W., WIT Press, Southampton, Boston, 2000, pp.165-173.
- [2001] Jäger, W., Burkert, T., *The reconstruction of the Frauenkirche in Dresden*, *Historical Constructions*, Guimaraes, 2001, pp. 167-185.
- [2003] Jäger, W., *A short summary of the history of the Frauenkirche in Dresden*, *Construction and Building materials*, 17, Elsevier, 2003, pp.641-649.
- [2005] Friedrich A., Schoner, J., Nitschke, *The Frauenkirche in Dresden. History and Rebuilding*, Michel Sandstein Verlag, Dresden, 2005.

*Santa Maria del Fiore*

- [1550] Giorgio Vasari, *Filippo Brunelleschi, Scultore et Architetto*, in *Le Vite de' più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue, insino a' tempi nostri*, nell'edizione di L. Torrentino, Firenze, 1550, a cura di Bellosi, L., Rossi A., Torino, Einaudi, 1991.
- [1682] Filippo Baldinucci, *Vita di Filippo di Ser Brunellesco architetto fiorentino*, a cura di Domenico Moreni, Firenze, presso Niccolò Carli, 1812 (Edizione originale, 1682).
- [1733] Giovan Battista Nelli, Bernardo Sansone Sgrilli, *Descrizione e studi dell'insigne fabbrica di S. Maria del Fiore*, Metropolitana Fiorentina, Firenze, per Bernardo Paperini, 1733.
- [1753] Giovan Battista Nelli, *Ragionamento sopra la maniera di voltar le cupole senza adoperarvi le centine*, in *Discorsi di architettura del Senatore Giovan Battista Nelli e due ragionamenti sopra le cupole di Alessandro Cecchini*, Firenze, per gli Eredi Paperini, 1753.
- [1757] Leonardo Ximenes, *Del nuovo e del vecchio gnomone fiorentino e delle osservazioni astronomiche, fisiche ed architettoniche fatte nel verificarne la costruzione*, Firenze, Stamperia Imperiale, 1757.
- [1857] Cesare Guasti, *La Cupola di Santa Maria del Fiore, illustrata con i documenti dell'Archivio dell'Opera secolare*, ristampa anastatica dell'edizione Firenze, 1857, Bologna, Forni, 1974.
- [1887] Cesare Guasti, *Santa Maria del Fiore. La costruzione della chiesa e del campanile secondo i documenti tratti dall'Archivio dell'Opera secolare e da quella di stato*, ristampa anastatica dell'edizione Firenze, 1887, Bologna, Forni, 1974.
- [1934] Opera di Santa Maria del Fiore, *Rilievi e studi sulla Cupola del Brunelleschi*, eseguiti dalla commissione nominata il 12 gennaio 1934, a cura di Nobili, M., Sabatini, R., Alfani, G., Nervi, Pier Luigi, Padelli, Firenze, Tipografia Ettore Rinaldi, 1939.
- [1941] Piero Sanpaolesi, *La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto, la costruzione*, ristampa dell'edizione Roma 1941, Firenze, Edam, 1977.
- [1951] Piero Sanpaolesi, *Ipotesi sulle conoscenze matematiche statiche e meccaniche del Brunelleschi*, in "Belle arti", pp.25-54, 1951.
- [1952] Giulio Carlo Argan, *Brunelleschi*, Milano, Mondadori, 1952.
- [1959] Howard Saalman, *Giovanni di Gherardo da Prato's designs concerning the Cupola of Santa Maria del Fiore in Florence*, in *Journal of the Society of Architectural Historians*, 18, 1959, pp.11-20.
- [1962] Piero Sanpaolesi, *Brunelleschi*, Milano, Club del Libro, 1962.

- [1964] Eugenio Luperini, *Brunelleschi: forma e ragione*, Milano, Edizioni di Comunità, 1964.
- [1970] Frank D. Prager, Giustina Scaglia, G., *Brunelleschi. Studies of his Technology and Inventions*, Cambridge, Mass.- London, MIT Press, 1970.
- [1976] Salvatore Di Pasquale, *Una ipotesi della struttura della cupola di Santa Maria del Fiore*, in "Restauro", n.5, 28, 1976, pp.3-77.
- [1977] Salvatore Di Pasquale, *Primo rapporto sulla cupola di Santa Maria del Fiore*, Firenze, CLUSF, 1977.
- [1977] Corrado Bozzoni, Giovanni Carbonara, *Filippo Brunelleschi. Saggio di bibliografia*, 2 voll., Roma, Istituto di Fondamenti dell'Architettura, 1977-78.
- [1977] Paolo Galluzzi, *Le colonne fesse degli Uffizi e gli screpoli della cupola: il contributo di Vincenzo Viviani al dibattito sulla stabilità della cupola del Brunelleschi*, Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, 2, 1977, pp.71-111.
- [1977] Rowland Mainstone, *Brunelleschi's Dome*, The Architectural Review, 162, 1977, pp.156-166.
- [1977] Carlo Ludovico Ragghianti, *Filippo Brunelleschi – Un uomo, un universo*, Firenze, Vallecchi, 1977.
- [1977] Salvatore Di Pasquale, *Primo rapporto sulla Cupola di Santa Maria del Fiore*, Firenze CLUSF 1977.
- [1966] Salvatore Di Pasquale, *Sulle cupole di rotazione ribassate a spessore variabile*, Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, Facoltà di Architettura dell'Università di Napoli, 1963 (41), 1966.
- [1978] Salvatore Di Pasquale, *Brunelleschi Anti Classico*, VI centenario dalla nascita: nel carnet della mostra critica, allestita nel refettorio di S. Maria Novella, si segnala la collaborazione del prof. Di Pasquale per il modello della cupola e per lo studio Lo studio di S. Maria del Fiore nell'analisi al computer, Firenze 16 ottobre 1977 - 31 gennaio 1978.
- [1978] Salvatore Di Pasquale, Bandini P.L., Paolini L., Strigelli G., *Elaborazione dei dati concernenti il quadro fessurativo della cupola di Santa Maria del Fiore*, Cooperativa Editrice Universitaria, Firenze 1978.
- [1978] Paolo Aldo Rossi, *Principi costruttivi nella Cupola di Santa Maria del Fiore*, Critica d'Arte, 43, 1978, pp.85-118.
- [1978] Piero Sanpaolesi, *Scritti vari di storia, restauro e critica dell'architettura*, Firenze, Polistampa, 1978.

- [1979] Salvatore Di Pasquale, *Brunelleschi, la cupola, le macchine: I Parte*, in Informazioni ASSIRCO, a.II, n.2, pp. V-XI, II Parte, a.II, n.3, pp. 84-87, 1979
- [1979] Salvatore Di Pasquale, *The Dome of S. Maria del Fiore - an opportunity to state a theory of masonry structures*, Proceedings of The XXth World Congress IASS, Madrid 24-28 settembre 1979, Vol.5, pp. 8.43-8.62, Madrid 1979.
- [1979] Salvatore Di Pasquale, *Brunelleschi, la coupole, les machines*, in *Filippo Brunelleschi 1377-1446*, Catalogo delle mostre *Brunelleschi, oeuvres et hypotheses - Chapelle de la Sorbone; Florence au temps de Brunelleschi*, Ecole Nationale de Beaux Arts, pp.22-30, Parigi 1979
- [1980] Salvatore Di Pasquale, *Dall'eredità di Brunelleschi a Galileo*, in AA.VV. Firenze e la Toscana dei Medici nell'Europa del '500. Il potere e lo spazio, Atti del Convegno, Firenze 23 luglio, 1980.
- [1980] Salvatore Di Pasquale, Bove A., Silvia Briccoli Bati, Leggeri B., *Questioni marginali concernenti il rapporto Ghiberti-Brunelleschi nella costruzione della cupola di S. Maria del Fiore*, Atti del Convegno Ghiberti e il suo tempo, Firenze 18-21 ottobre 1978, vol.II, 553-560, Leo S. Olschki Editore, Firenze 1980.
- [1980] Howard Saalman, *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*, London, Zwemmer, 1980.
- [1983] Andrea Chiarugi, Michele Fanelli, Gabriella Giuseppetti, *Analysis of Brunelleschi-type dome including thermal loads*, rapporto interno CRIS-ENEL, n. 3106, Milano, Marzo, 1983, in Strengthening of Building Structures, Diagnosis and Therapy, IABSE Symposium (Venezia, settembre 1983).
- [1983] Salvatore Di Pasquale, *Structural Analysis of the Dome of Florence*, Final Report of the IABSE Symposium Strengthening of building structures: diagnosis and therapy, Venezia, 1983, vol. 46, Session 3, Mathematical and Physical Models, Zurich, 1983, pp. 161-168.
- [1984] Michele Fanelli, Gabriella Giuseppetti, *I modelli di comportamento strutturale per la Cupola del Brunelleschi: loro ruolo, prime esperienze e prospettive*, rapporto interno CRIS-ENEL, N. 3207, Milano, giugno 1984, pp.17-25.
- [1984] Carla Pietramellara, *Santa Maria del Fiore a Firenze*, Firenze, Pubbl. Dip. Storia e Restauro, Università di Firenze, 1984.
- [1984] Demore Quilghini, *La cupola del Brunelleschi: la geometria*, Inarcos. Ingegneri e architetti costruttori, giugno-settembre, 1984.
- [1984] Michele Fanelli, Giovanni Giuseppetti, *I modelli di comportamento strutturale per la Cupola del Brunelleschi: loro ruolo, prime esperienze e prospettive*, rapporto interno CRIS-ENEL, N. 3207, Milano, giugno 1984, pp.17-25

- [1986] Salvatore Di Pasquale, *Filippo Brunelleschi dal mito al mistero*, in AA.VV., *Paolo Monti fotografo di Brunelleschi – Le architetture fiorentine*, a cura di F. Bonaiuti, IBC Regione Emilia Romagna – Gabinetto Viesseux, Casalecchio di Reno (BO), Grafis Edizioni, 1986, pp.9-58.
- [1986] Salvatore Di Pasquale, *L'uso dei modelli nella costruzione della cupola di S. Maria del Fiore*, II Parte, in *Restauro e città*, n.3/4, pp.147-167, 1986.
- [1987] Salvatore Di Pasquale, *Changes in the concept of structure between the Middle Ages and the Renaissance. The Cupola of Santa Maria del Fiore*, in *Brunelleschi 1377-1446*, Sidney Alma Press for the Frederick May Foundation, pp.11-19.
- [1987] Salvatore Di Pasquale, *Leonard, Brunelleschi et les machines de chantier*, in *Leonard Ingenieur*, I parte del catalogo della mostra Leonard de Vinci ingenieur et architecte, Musee de Beaux Arts de Montreal 22/5-8/11/1987, pp.163-181, Industrie Grafiche Zeppegno, Torino, per Giunti Barbera, Firenze, 1987
- [1988] Salvatore Di Pasquale, *On the equilibrium of masonry domes*, Proceedings of the IASS-MSU International Symposium, Istanbul 30/5-3/6/1988, pp.309-316; Mimar Sinan Universitesi Istanbul, 1988.
- [1989] Salvatore Di Pasquale, *Il ruolo della storia nel restauro strutturale monumentale. La Cupola di Brunelleschi - indagini storiche di base*, in AA.VV., *Restauro strutturale*, a cura di G. Sarà, cap.4, pp.164-201, ed. Liguori Napoli 1989.
- [1992] Salvatore Di Pasquale, *Tracce di statica archimedeica in Leon Battista Alberti*, in *Palladio* n.9, gennaio-luglio 1992, pp.41-68; ed. Poligrafico e Zecca dello Stato Roma, 1992.
- [1995] AA.VV., *Cupola di Santa Maria del Fiore: il cantiere di restauro, 1980-1995*, Istituto poligrafico e Zecca dello Stato, Roma, 1995.
- [1994] Carlo Blasi, Ario Ceccotti, *La cupola del Brunelleschi: Indagine sullo stato di fessurazione*, Ingegneri Architetti Costruttori, Giugno/Settembre
- [1999] Fabrizio Capolei, Piero Sartogo, *Brunelleschi anticlassico*, Venaria, Graf Art, 1999.
- [2002] Salvatore Di Pasquale, *Brunelleschi. La costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*, Marsilio, Venezia, 2002.
- [2004] Giovanni Fanelli, Michele Fanelli, *La cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura*, Mandragora, Firenze, 2004.
- Margherita Haines, *Gli anni della Cupola. Una banca dati testuale della documentazione dell'Opera di Santa Maria del Fiore*, n *La cattedrale e la città. Saggi sul Duomo di Firenze*, atti del convegno internazionale di Studi a cura di Verdon, T., Innocenti, A., Firenze, Edifir, I, II, pp.693-736.



*Panthéon o Saint Geneviève*

- [1769] Pierre Patte, *Mémoires sur les objets les plus importants de l'architecture par M. Patte, Architecte de S.A.S.M. Le Prince Palatin Duc régnant de Deux-Ponts*, Parigi, Chez Rozet, Libraire, rue San Severin, au coin de la rue Zacharie, à la Rose-d'Or, MDCCLXIX.
- [1797] Giovanni Rondelet, *Memoire historique sur le Dome du Panthéon français*, Chez du Pont Imprimeur-libraire, Paris, 1797
- [1798] Emiland Marie Gauthey, *Dissertation sur le dégradations svremes aux piliers du dôme du Pantheon français et sur le moyens d'y remédier*, Perronneau, Paris, 1798
- [1833] Giovanni Rondelet, *Trattato teorico e pratico dell'arte di edificare di Giovanni Rondelet, Prima traduzione italiana di Basilio Soresina*, II edizione, Mantova, MDCCCXXXIII.
- [1971] Allan Braham, *Drawings for Soufflot's Sainte Geneviève*, The Burlington Magazine, vol. 113, N. 823, Ottobre 1971, pp. 582-592.
- [1985] Jacques Heyman, *The crossing piers of the French Panthéon*, the Structural Engineer, 63A(8), 1985.
- [1988] Gherardi, C., *Il dibattito su S.te Genevieve*, tesi di laurea, Università di Firenze, Dipartimento di Costruzioni, aa. 1988-1989, p. 55.
- [1989] Jacques Guillerme, *Le Pantheon: une matière à controverse*, nel volume *Le Panthéon symbole des révolutions*, Picard, Parigi, 1989.
- [1989] Comitato nazionale per la prevenzione del Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico. *Direttive per la realizzazione ed esecuzione di progetti di restauro comprendenti interventi di "miglioramento", antisismico e "manutenzione" nei complessi architettonici di valore storico – Artistico in Zona Sismica*, 1989.
- [2007] AA. VV., *Repères sur le comportement du Panthéon et sa stabilité structurelle*, Un chantier, ministère de la culture et de la communication service national des travaux, Dominique Carré Editour, Ottobre 2007, Parigi.
- [2001] Hervé Baptiste, Architect en chef del Monuments historiques, *Dix ans d'investigations au Panthéon. Au chevet d'un gran malade*, Parigi, 2001.
- [2002] Robin, J., *Plan informatique réalisé à partir de la digitalisation du plan papier de l'I.G.N, daté de Fevrier 1995 avec réulement*, 2002.
- [2006] Carlo Blasi, Eva Coisson, *The importance of historical documents for the study of stability in ancient buildings: the French Panthéon case study*, Asian Journal of civil engineering (building and housing), vol. 7, pp. 359-368, 2006.

[2005] Carlo Blasi, *Mémoire sur la stabilité et les le àzardes du Panthéon Français*, Ministère de la Culture et de la Communication – Service National des Travaux, Direction du Patrimoine, Paris, 2005.

[2006] Carlo Blasi, Eva Coisson, *The French Panthéon: Structural analyses from XVIII Century to Modern Times*, V International Seminar on Structural Analysis of Historical Construction. V International Seminar on Structural Analysis of Historical Construction. 6-8 novembre 2006, vol. 2, pp. 1819-1826, New Delhi.

[2008] Carlo Blasi, Eva Coisson, Ivo Iori, *The fractures of the French Panthéon: Survey and structural analysis*, Engineering Fracture Mechanics, n.75, 2008, pp.379-388.

*Saint Paul*

- [1990] American Architectural Foundation, *Sir Christopher Wren and the legacy of St Paul's Cathedral*, Washington, 1990
- [1982] Anon, *St Paul's Cathedral: its history and architecture*, Amott, London, 1892
- [1982] Bennett, J.A., *The Mathematical science of Christopher Wren*, Cambridge University Press, 1982
- [1973] Bennett, J.A., *A Study of Parentalia, with two unpublished letters of Sir Christopher Wren*, *Annals of Science*, xxx, 1973
- [1974] Bennett, J.A., *Studies in the life and work of Sir Christopher Wren*. PhD, Cambridge, 1974. *Sale Catalogues of the Libraries of Eminent Persons*, vol. Iv, Architects, ed.
- [1972] Bennett, J.A., *Christopher Wren: the natural causes of beauty*, *Architectural History*, 15, 1972
- [1938] Glorney Bolton, *The Dome of Devotion*, Peter Davies, B&W ill., London 1938
- [1987] Peter Burman, *St Paul's Cathedral*, Bell and Hyman, London, 1987
- [1901] Ralph Cleveland, *Sir Christopher Wren's City Churches*, *New England Magazine*, Boston, Sept 1901-Feb.1902; vol XXV, pp.478-96
- [1923] Clipston Sturgis, *Sir Christopher Wren*, *Journal of the American Institute of Architects*, New York, 1923, vol.XI, no.3
- [1917] Francis de P. Castells, *Was Sir Christopher Wren a Mason?*, in *Genuine secrets in freemasonry prior to A.D. 1717*, 1917, Kessinger Publishing, 2003.
- [1923] Harold Eberlain Donaldson, *Sir Christopher Wren, 1632-1723*, *Architectural Forum*, New York, Feb. 1923, vol. XXXVIII, no.2
- [1982] Kerry Downes, *The Architecture of Wren*, 1982
- [1971] Kerry Downes, *Christopher Wren*, 1971
- [1971] Kerry Downes, *Wren and Whitehall in 1664*, *Burlington Magazine*, Feb. 1971
- [1988] Kerry Downes, *Sir Christopher Wren: The Design of St Paul's Cathedral*, (a catalogue of all the St Paul's drawings), London 1988
- [1994] Kerry Downes, *Sir Christopher Wren, Edward Woodroffe, J.H. Mansart and Architectural History*, *Architectural History*, 37, 1994, 37-67
- [1991] Kerry Downes, (ed.), *Sir Christopher Wren and the Making of St Paul*, Royal Academy, London, 1991

- [1934] Maurice Frederic Foxell, *Wren's craftsmen at St Paul's cathedral*, Muller, London, 1934
- [1993] Terry Friedman, *Behold the proud stupendous pile: 18th century reflections on St Paul's Cathedral*, in *English Architecture public and private*, ed. J.Bold and E.Chaney, Hambledon Press, London, 1993, pp.134-46
- [1956] Viktor Furst, *The Architecture of Sir Christopher Wren*, 1956
- [1897] Lewis Gilbertson, *Some notes chiefly on the fabric of the cathedral church of St Paul in London*, 5th edn, Innes, London, 1897
- [1970] Heywood Gould, *Sir Christopher Wren*, London, 1970
- [1979] Ronald Gray, *Christopher Wren and St. Paul's Cathedral*, Cambridge, 1979
- [1995] Vaughan Hart, *St Paul's Cathedral: Sir Christopher Wren*, Phaidon, London, 1995
- [1913] Mervyn Macartney, *Some investigations into the soil in and around St Paul's cathedral, and comparison with data in Parentalia*, Society of Antiquaries of London Proceedings, 2nd ser. XXVI (1913-14) 218-28
- [1998] Nicolas Pevsner, Simon Bradley, *London: the City Churches*, Penguin, London, 1998
- [1997] Lydia Soo, *Wren's Tracts on architecture and other writings*, Cambridge University Press, 1997
- [1953] John Summerson, *Sir Christopher Wren*, London, 1953
- [1970] John Summerson, *Drawings of London Churches in the Bute Collection: a catalogue*, Architectural History, xiii, 1970
- [1960] John Summerson, *Sir Christopher Wren P.R.S*, Notes and Records of the Royal Society, xv, 1960
- [1949] John Summerson, *The Mind of Wren*, in *Heavenly Mansions and Other Essays on Architecture*, 1949

*La meccanica delle murature*

- [1956] Odone Belluzzi, *Scienza delle Costruzioni*, Bologna, 1956, III, XXXVII.
- [1956] Jack R. Benjamin, *Statically Indeterminate Structures*, McGraw Hill, New York, 1956.
- [1959] William Prager, *An Introduction to the Theory of Plasticity*, Addison-Wesley Publ., Reading, Mass, USA, 1959, III, pp.83-84.
- [1959] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, W., *Theory of plates and shells*, New York, 1959, XIV, pp.420-435.
- [1966] Jacques Heyman, *The Stone Skeleton*, "Int. J. Solid Structures, 1966, 2, pp. 249-265.
- [1981] Edoardo Benvenuto, *An Introduction to the History of Structural Mechanics Part II: Vaulted Structures and Elastic Systems*, Springer-Verlag, New York, 1981, XI, pp.351-371.
- [1981] ANDIL, *Raccomandazioni per la progettazione ed il calcolo delle costruzioni a muratura portante in laterizio*, Associazione Nazionale degli Industriali dei Laterizi, Roma, 1981.
- [1982] Antonino Giuffrè, *La meccanica nell'architettura: la statica*, 1982.
- [1988] Antonino Giuffrè, *Monumenti e terremoti: aspetti statici del restauro*, Roma, Multigrafica, 1988.
- [1984] Benedetti, D., Tomazevic, M., *Sulla verifica sismica delle costruzioni in muratura*, Ingegneria Sismica, Vol. I, n.0, 1984.
- [1984] Salvatore Di Pasquale, *Statica dei solidi murari: teoria e applicazioni*, Internal Report Dipartimento di Costruzioni, Università di Firenze, 1984.
- [1984] Jean-Pierre Adam, *La construction Romaine. Matériaux et Techniques*, Ed. A. ET j. Picard, 1984.
- [1985] Mario Como, Grimaldi, A., *An Unilateral model for the limit Analysis of masonry walls*, in *Unilateral Problems in Structural Analysis*, a cura di F. Maceri e G. De Piero, Udine, 1985.
- [1985] Como, M., Grimaldi, A., *Static and strength of masonry constructions*, In (a cura di) Michel Frémond, Marco Maceri, *Novel Approaches in Civil Engineering, Large structures behaviour: the Past and the Future*, pp.48-65, Springer.
- [1988] Tassios, T.P., *Meccanica delle murature*, Liguori ed., Napoli, 1988.
- [1989] Gianpietro Del Piero, *Constitutive equation and compatibility of the external loads for linear elastic masonry-like materials*. *Meccanica*, vol. 24, pp. 150-162, 1989.

- [1989] S. Chiostrini, Paolo Foraboschi, S. Sorace, *Problems connected with the arrangement of a non-linear finite element method to the analysis of masonry structures*, Proceedings Int. Conference STREMA, Firenze.
- [1990] Edoardo Benvenuto, *An introduction to the history of structural mechanics*, Vol. 1. Springer Verlag 1990.
- [1991] Antonino Giuffrè, *Studi e interventi sull'edilizia storica*, in Gavarini, C., Giuffrè, A., Longhi, G., *Ingegneria antisismica*, Milano, ESA, 1991, vol. II, pp. 203-385
- [1991] Edoardo Benvenuto, *An introduction to the history of structural mechanics*, Vol. 2. Springer Verlag 1991.
- [1991] Antonino Giuffrè, *Lecture sulla meccanica delle murature storiche*, Ed. Kappa, Roma, 1991.
- [1991] Stefano Bennati, Massimiliano Lucchesi, *Elementary solutions for equilibrium problems of masonry-like materials. Unilateral problems in Structural Analysis IV*, (G. Del Piero and F. Maceri Eds), Birkhauser Verlag, Basel pp. 1-16, 1991.
- [1992] Donato Abruzzese, Mario Como, Giorgio Lanni, *On the lateral Strength of Multistory Walls and Horizontal Reinforcing Connections*, Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam, 1992.
- [1992] Como, M., *Equilibrium and Collapse Analysis of masonry bodies*, in C.R. Calladine ad. Masonry Construction, Kluwer Acad. Publ. in "Meccanica", 1992, pp.185-194.
- [1992] Salvatore Di Pasquale, *New trends in the analysis of masonry structures*. Meccanica 27, pp. 173-184, 1992. 17. Fiz A. (a cura di), *Intersezioni Cragg Fabre Paladino al oarco archeologico di Scolacium*. Electa 2005.
- [1993] Antonino Giuffrè, (a cura di), *Sicurezza e Conservazione dei centri storici. Il caso Ortigia*, Ed. Laterza, 1993.
- [1995] Anthoine, K., *Derivation of the In-Plane Elastic Characteristics of Masonry Through Homogenization Theory*, International Journal of Solids and Structures, 32, pp.137-163, 1995.
- [1995] Jacques Heyman, *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, III, pp.28-46.
- [1997] Antonino Giuffrè, Cristina Carocci, *Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione dei sassi di Matera*, Matera, La Bauta, 1997
- [1997] Stefano Bennati, Padovani C., *Some nonlinear elastic solutions for masonry solids*. Mech. Struct. & Mach., vol. 25, pp. 243-266, 1997.

- [1998] Sergio Lagomarsino, *Dal rilievo del danno alla programmazione degli interventi di recupero delle chiese: la scheda del g.n.d.t. alla prova*, Atti del Convegno Beni storico-artistici e terremoto, 1998
- [1999] Antonino Giuffrè, Cristina Carocci, *Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione del centro storico di Palermo*, Roma-Bari, Laterza, 1999
- [2000] Alfano G., Rosati L., Valoroso N., *A numerical strategy for finite element analysis of no-tension materials*. Int. J. Numer. Meth. Engng, vol. 48, pp. 317-350, 2000.
- [2003] Bernardeschi K., Martignago F., Padovani C., Pasquinelli G., Secchi S., *A new tool for the structural analysis of age-old masonry constructions*. Convegno Italian Society for Computer Simulation, Cefalù, 28-29 novembre 2003.

***Archi, volte e cupole in muratura. Modellazione***

- [1952] Anthony Koocharian, *Limit Analysis of voussoirs (segmental) and concrete arches*, in “J. American Concrete Institute”, 24, 1952, pp.317-328.
- [1953] Anthony Koocharian, *Limit analysis of voissoir (segmental) and concrete arches*, Proc. Am. Concr. Inst., 49, 1953.
- [1966] Jacques Heyman, *The Stone Skeleton*, “Int. J. Solid Structures, 1966, 2, pp.249-265.
- [1967] Jacques Heyman, *On shell solution for masonry domes*, in “Int. Journal Solid Structures”, 3, 1967, pp. 227-241.
- [1982] Jacques Heyman, *The masonry arches*, Ellis Horwood Ltd, Chirchester, 1982
- [1989] Carlo Blasi, Paolo Foraboschi, *A non linear finite element approach to the masonry arch and the masonry flat arch*, Proceedings International Technical Conference Structural Conservation of Stone Masonry, DIC Athens.
- [1989] Carlo Blasi, Paolo Foraboschi, *The masonry arch: a finite element approach by no-tension-friction-elements and check of the method*, Proceedings AIMETA, IV Italian Conference on Computational Mechanics, Padova, 1989.
- [1992] Mario Como, *Equilibrium and collapse analysis of masonry bodies*, Meccanica 27, pp. 185-194, 1992.
- [1995] Jacques Heyman, *The Stone Skeleton, Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, III, pp.28-46.
- [1997] Lucchesi M., Padovani C., Pasquinelli G., Zani N., *On the collapse of masonry arches*. Meccanica, 32, pp. 327-346, 1997. 33.
- [2004] Oliveira, D.V., Lourenço, P.B., *Repair of stone masonry arch bridges*, Arch Bridges '04, Barcelona, Spain, p. 451-458, 2004.
- [2004] Lourenço, P.B., Palácio, K., Barros, J.O, *Design recommendations for reinforced masonry arches*, Arch Bridges '04, Barcelona, Spain, p. 583-592, 2004.
- [2005] Bernardeschi K., Cecati F., Padovani C., Pasquinelli G., *Un metodo numerico per l'analisi strutturale di cupole in muratura: la chiesa di S. Maria Maddalena a Morano Calabro*, Atti del Congresso AIMETA, Firenze, settembre 2005.
- [2006] Santiago Huerta, *Galileo was wrong: The Geometrical Design of Masonry arches*, Nexus Network Journal, vol.8, no.2, 2006, pp.25-51.
- [2007] Oliveira, D.V., Maruccio, C., Lourenço, P.B., *Numerical modelling of a load test on a masonry arch bridge*, Arch Bridges '07, Funchal, Madeira, p. 577-584, 2007.



*Modellazione ed empirismo*

- [1986] Furiozzi, B., Messina, C., Paolini, L., *Prontuario con software didattico per il calcolo di elementi strutturali*, Firenze, Le Monnier, 4.ed. 1986.
- [1988] Haseltine, B.A., Kirtschig, K., Macchi, G., *Eurocode 6. Common Unified Rules for Masonry Structures*, EUR 9888 EN, Commission of the European Communities, Luxemburg, 1988.
- [1989] Ganz, H.R., *Failure criteria for masonry*, Proceedings of the 5th Canadian Masonry Symposium, Vancouver, Canada, 1989.
- [1990] Tomazievic, M., Weiss, P., *A rational, experimentally based method for the verification of earthquake resistance of masonry buildings*, Proceedings of the 4th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, vol. 2, pp. 349-359, Palm Springs, California, 1990.
- [1993] Papa, E., Nappi, A., *A numerical approach for the analysis of masonry structures*, Masonry International, vol. 7, n.1, pp. 18-24, 1993.
- [1994] Lucchesi M., Padovani C., Pagni A., *A numerical method for solving equilibrium problems of masonry-like solids*, Meccanica, vol. 29, pp. 175-193, 1994.
- [1994] Henry Petrosky, *Gli errori degli ingegneri. Paradigmi di progettazione*, Pendragon, Bologna, 2005 (ed. originale Design Paradigms. Case Histories of Error and Judgment in Engineering, Cambridge University Press, 1994).
- [1995] Lucchesi M., Padovani C., Pasquinelli G., *On the numerical solution of equilibrium problems for elastic solids with bounded tensile strength*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 127, pp. 37-56, 1995.
- [1996] Lourenço, P.B., *Computational strategies for masonry structures*, Delft University Press, Delft, The Netherlands, 1996.
- [1997] Gambarotta, L., Lagomarsino, S., *Damage Models for the seismic response of brick masonry shear walls*, part. II, The Continuum model and its Applications, in Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 441-462, 1997.
- [1997] Lourenço P. B., Rots J. G., *Multisurface interface model for analysis of masonry structures*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 123(7), pp. 660-668, July 1997.
- [1997] Lourenço, P.B., Rots, J.G., *A solution for the macro-modelling of masonry structures*, Proc. 11th Int. Brick/Block Masonry Conf., Shanghai, China, p. 1239-1249, 1997.
- [1997] Lourenço, P.B., Rots, J.G., *Current possibilities of masonry modelling*, Finite Elements in Engineering and Science, Eds. M.A.N. Hendriks et al, A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, p. 285-295, 1997.

- [1997] Claudio Modena, Maria Rosa Valluzzi, *La muratura nel nuovo decreto per costruzioni in zona sismica*, Costruire in laterizio, n. 56, pp. 84-91, 1997.
- [1997] Macchi, G., *General Methodology. The combined use of the experimental and numerical techniques inside a single study*, Structural analysis of Historical Constructions, CIMNE, Barcellona, 1997.
- [1997] Perez Roca, *Studies of Gaudi's cripta de la Colonia Guell*, in P. Roca, J.L. Gonzalez, A.R. Mari, E. Onate, (a cura di) *Structural analysis of Historical Constructions*, pp. 64-85, CIMNE, Barcellona, 1997.
- [1998] Lourenço P. B., Rots J. G., Blaauwendraad J., *Continuum model for masonry: parameter estimation and validation*, Journal of Structural Engineering, ASCE 124(6), pp. 642-652, 1998.
- [1998] Genna F., Di Pasqua M., Veroli M. and Ronca P., *Numerical analysis of old masonry buildings: a comparison among constitutive models*, Engineering Structures 20, pp. 37-53, 1998.
- [1999] Lourenço, P.B., Oliveira, D.V., *Examples of the use of finite elements in the preservation of the architectural heritage*, Computer Methods in Mechanics, Rzeszow, Poland, p. 229-230, 1999.
- [1999] Lourenço, P.B., *Recent Advances in Modelling Masonry Shells: Validation and Application*, Advances in Structural Engineering and Mechanics, Eds. C.K. Choi, Techno-Press, Taejon, Korea, p. 1247-1252, 1999.
- [1999] Lourenço, P.B., *Historical structures: Models and modelling*, EPMESC VII: Computational Methods in Engineering Science, Eds. J. Bento et al., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, p. 433-442, 1999.
- [2000] Ivo Iori, *Un diario didattico. Principi statici e tecniche costruttive nel loro sviluppo storico*, Hevelius edizioni, Benevento, 2000.
- [2000] Lourenço, P.B., *A case study about using sophisticated masonry models in practice: The Lethes theater (C.1650)*, Fifth International Conference on Computational Structures Technology, Eds. B.H.V. Topping and G. de Roeck, Civil-Comp Press, Edinburgh, United Kingdom, p. 433-442, 2000.
- [2001] Lorenzo Jurina, *Tecniche ed esperienze nel consolidamento attivo di edifici monumentali*, Atti del convegno, Evoluzione nella sperimentazione per le costruzioni, Dubrovnik, Croatia, 28 aprile-5 maggio 2001.
- [2001] Orduña, A., Lourenço, P.B., *Limit analysis as a tool for the simplified assessment of ancient masonry structures*, Historical Constructions 2001, Eds. P. Lourenço and P. Roca, Universidade do Minho, Guimarães, p. 511-520, 2001.
- [2001] A. Orduña, Lourenço, P.B., *A limit analysis approach for masonry structures*, Arch'01, Eds. C. Abdunur, Presses Ponts et Chaussées, Paris, p. 451-457, 2001.

- [2001] Lourenço, P.B., Oliveira, D.V., Mourão, S., *Numerical analysis as a tool to understand historical structures: The example of the Church of Outeiro*, Studies in Ancient Structures, Eds. G. Arun and N. Seçkin, Yildiz Technical University, Istanbul, p. 355-364, 2001.
- [2001] *Recommendations for the analysis, conservation and structural restoration of architectural heritage. Definitive version, approved by the ICOMOS Scientific Committee for analysis and restoration of structures of architectural heritage (ISCARSAH)*, Meeting in Paris, 13 Settembre 2001.
- [2002] Mazzolani, F.M., Mandara, A., *Modern trends in the use of special metals for the improvement of historical and monumental structures*, Engineering Structures, 24, 2002, pp. 843-856.
- [2002] Lourenço, P.B., *Guidelines for the analysis of historical masonry structures*, Finite Elements in Engineering and Science, Eds. M.A.N. Hendriks et al, A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, p. 241-247 (2002)
- [2004] Modena, C., Lourenço, P.B., Roca, P. (a cura di), *Structural analysis of historical constructions 2004: Possibilities of numerical and experimental techniques*, A.A. Balkema Publishers, Leiden, 2004.
- [2004] Carlo Blasi, *Interventi su edifici storici in muratura in zone sismiche*, in Murature oggi, vol. 82, pp. 10-14, 2004.
- [2004] Carlo Blasi, *Empirismi e calcoli numerici*, in Giuseppe Rocchi, Coopmans De Yoldi, Santa Maria del Fiore, p. 171, Alinea, Firenze, 2004.
- [2005] Carlo Blasi, *Italia sismica: palazzoni e terremoti* in L'Ingegnere, Mancosu Editore, Roma, vol. 7, pp. 10-14, 2005.
- [2005] Claudio Modena, *Design approaches of interventions for the safety and conservation of historic buildings*, Structural Analysis of Historical Constructions, Taylor and Francis group, London, 2005, pp. 75-83.
- [2006] Carlo Blasi, *La storia della stabilità dei dissesti e delle alterazioni: una chiave di lettura per la comprensione di una fabbrica*, in Carlo Blasi, Eva Coisson (a cura di) *La fabbrica della cattedrale di Parma*, pp. 13-17, Grafiche STEP, Parma, 2006.
- [2006] Vasconcelos, G., Lourenço, P.B., *Assessment of the in-plane shear strength of stone masonry walls by simplified models*, Structural analysis of historical constructions, Eds. P.B. Lourenco et al., McMillan, p. 843-859, 2006.
- [2006] Lourenço, P.B., Roca, P., Modena, C., Agrawal, S. (a cura di), *Structural analysis of historical constructions: Possibilities of numerical and experimental techniques*, ISBN 9781403-931559, 9781403-931566, 9781403-931573, McMillan India, New Delhi, 2006.

[2007] Carlo Blasi, Eva Coisson, Daniele Ferretti, *La Sala Rotonda di Nisa Vecchia: ipotesi geometriche di una copertura a cupola e loro validazione statica*, in AA.VV., *Gli scavi italiani a Nisa vecchia Mitridatkert dal 1990 al 2006*, pp. 100-115, Firenze, Le Lettere, 2007.

[2007] Milani, G., Lourenço, P.B., *Modelling masonry with limit analysis finite elements: Review, applications and new directions*, Civil Engineering Computations: Tools and Techniques, Eds. B.H.V. Topping, Saxe-Coburg Publications, p. 217-242, 2007.

[2007] Lourenço, P.B., *Numerical simulations of materials with micro-structure: Limit analysis and homogenization techniques*, Applications of computational mechanics in geotechnical engineering, Eds. L. Almeida e Sousa et al., Elsevier, p. 33-53, 2007.

[2007] Roque, J.A., Lourenço, P.B., Oliveira, D.V., *Towards a methodology for seismic assessment of monuments. The case study of Santa Maria of Belém Church*, Studies on Historical Heritage, Antalya, Turquia, p. 551-558, 2007.

[2007] Peña, F., Casolo, S., Lourenço, P.B., *Seismic analysis of masonry monuments by an integrated approach that combines the finite element models with a specific mechanistic model*, IX International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS IX, Barcelona, Spain, 2007.

[2007] Milani, G., Lourenço, P.B., *Heterogeneous and homogenized FE model for the limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls*, IX International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS IX, Barcelona, Spain, 2007.

[2007] Lourenço, P.B., Roca, P., Modena, C., Oliveira, D.V., *Reducing the seismic vulnerability of cultural heritage buildings*, 7th European Conference safeguarded cultural heritage, Prague, Czech Republic, p. 251-261, 2007.

Sergio Lagomarsino, *Appunti del corso di riabilitazione Strutturale*, Website: <http://adic.disg.unige.it>

*Trattati e fonti a stampa*

- [XIII sec] Giordano Nemorario, *Liber de ratione ponderis*, XIII sec. In Clagett, Marshall, *La scienza della meccanica nel medioevo*, Milano, 1972.
- [XIII sec] Villard de Honnecourt, *Le carnet*, consultabile in <http://classes.bnf.fr/villard/feuillelet/index.htm>
- [XV sec] Francesco Di Giorgio Martini, *Trattati di Architettura, Ingegneria e Arte Militare*, a cura di Corrado Maltese, ed. Il Polifilo, Milano, 1987, f.41, consultabile in [http://www.bncf.firenze.sbn.it/Bib\\_digitale/Manoscritti/II.141](http://www.bncf.firenze.sbn.it/Bib_digitale/Manoscritti/II.141).
- [1486] Matteo Roriczer, *Puechlein der Fialen Gerechtigkeit*, Regensburg, 1486.
- [1615] Vincenzo Scamozzi, *L'idea dell'architettura universale*, a spese dell'autore, Venezia, 1615, Albrizzi, Venezia, 1714.
- [1643] François Derand, *Architecture des voutes: ou l'art des traits, et coupe des voutes: tracté très util, voire nécessaire à tous architectes, maistres massons, appareilleurs, tailleurs de pierre et généralement a tous ceux qui se meslent de l'architecture, mesme militaire*, Sebastien cramoisy, Parigi, 1643.
- [1673] Ignace Gaston Pardies, *La Statique ou les forces mouvantes*, Parigi, 1673.
- [1673] Carlo Domenico Fontana, *Dichiaratione dell'operato nella Cuppola di Monte Fiascone colla difesa della censura*, 1673.
- [1673] Claude Perrault, *Les dix livres d'architecture de Vitruve, corrigez et traduits nouvellement en françois*, traduzione di Claude Perrault, Jean Baptiste Coignard, Parigi, 1673.
- [1675] François Blondel, *Cours d'architecture enseigné dans l'Académie Royale d'Architecture*, parte I, Parigi 1675, parti II-V, Parigi 1683; 2° ediz. Auteur, Parigi 1698; ristampa anastatica Hildesheim – New York, 1967.
- [1675] Robert Hooke, *A Description of Helioscopes, and some other instruments*, Jhon and Martin Printer to the Royal Society, London, 1675.
- [1675] Robert Hooke, *The true mathematical and mechanical form of all manner of arches for building*, University Press, London, 1675.
- [1684] Gottfried Wilhelm von Leibniz, *Demonstrationes novae de resistentia solidorum*, in Acta Eruditorum, Leipzig, 1684.
- [1688] Edmè Mariotte, *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, Paris, 1688.
- [1694] Carlo Domenico Fontana, *Templum Vaticanum et ipsius origo, cum aedificiis maximè conspicuis antiquitùs, et recens ibidem constitutis; Il Tempio Vaticano e la sua origine*, Jo. Francisi Buagni, Roma, 1694.

- [1695] Philippe De la Hire, *Traité de Mecanique ou l'on explique tout ce qui est necessaire dans la pretique des arts*, Imprimerie Royale, Paris, 1695.
- [1710] Vincenzo Coronelli, *Proporzioni diverse de'principali architetti per il progetto di Sant'Eustachio*, A.Tisani, Venezia, 1710.
- [1713] Philippe De la Hire, *Sur la construction des voutes dans les édifices*, Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, Parigi, 1713, pp.69-77.
- [1717] James Stirling, *Lineae Tertii Ordinis Neutoniana*, Oxoniae, 1717, Parigi, 1797.
- [1729] Bernard Forest de Belidor, *La science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*, Scheurlear, La Haye, 1729; ed. it. *La scienza degli ingegneri nella direzione delle opera di fortificazione e di architettura civile*, Mantova, 1729, con note del signor Navier, Prato 1832.
- [1729] François Blondel, *Resolution de quatre principaux problems d'architecture*, in Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Depuis 1666 jusqu'à 1699, Tome V, Parigi, 1729.
- [1729] Pierre Couplet, *De la poussée des voutes*, Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, Parigi, 1728, parte I, pp.160-164, 1729 parte II, pp.139-178, parte III, pp.113-138.
- [1732] Augustine Hyacinthe Danyzy, *Méthode générale pour determiner la résistance qu'il faut oppose à la poussée des voutes*, Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier, 2, 1732.
- [1737] Guarino Guarini, *Architettura civile, del padre D. Guarino Guarini, opera postuma*, pubblicato da Bernardo Antonio Vittone, Gianfranco Mairesse, Torino, 1737.
- [1739] Frezier. A.F., *La theorie et la pratique de la coupe des pierres*, vol. 3, Parigi.
- [1739] Giovanni Poleni, *Exercitationes Vitruvianae primae, hoc est: Commentarius Criticus de M. Vitruvii Pollionis architecti X, librorum éditionibus, necnon de eorundem editoribus, atque de aliis, qui Vitruvium explicarunt, aut illustrarunt*, Manfrè, Padova, 1739.
- [1742] *Parere di tre matematici sopra i danni che si sono trovati nella cupola di S.Pietro nel fine dell'Anno MDCCXLII*, Ruggero Giuseppe Bosovich, Tommaso Le Seul, Francesco Jacquier, in *Scritture concernenti i danni della cupola di S. Pietro di Roma e il loro rimedi*, appresso Simone Occhi, Venezia, pp. III-XXXVI, 1742.
- [1743-44] Carlo Alberto Castigliano, *Théorie de l'équilibre des systems élastique et ses applications*, Augusto Federico Negro, Torino, 1879, Elastic stresses in structures.
- [1747] Giorgio Fossati, *Storia dell'Architettura nella quale, oltre le vite degli architetti, si esaminano le vicende, i progressi, la decadenza, il risorgimento e la perfezione dell'arte. Rappresentanti le fabbriche più cospicue degli antichi, e de' moderni*, Mora, Venezia, 1747.

- [1748] Gianbattista Borra, *Trattato della cognizione pratica delle resistenze geometricamente dimostrato ad uso d'ogni sorta d'edifizj coll'aggiunta delle armature di varie maniere di coperti, volte, ed altre cose di tal genere*, Stamperia Reale, Torino, 1748.
- [1748] Giovanni Poleni, *Memorie istoriche della gran cupola del tempio vaticano e de' danni di essa, e de' ristoramenti loro*, Stamperia del Seminario, Padova, 1748.
- [1753] Marc Antoine Laugier, *Essai sur l'architecture*, Duchesne, Parigi, 1753; ed. it. Palermo, 1987.
- [1760] Girolamo Francesco Cristiani, *Delle misure di ogni genere, antiche e moderne, con note letterarie, e fisico-matematiche, a giovamento di qualunque architetto. Trattato*, Bossini, Brescia, 1760.
- [1763] Giuseppe Maria Ercolani, *Descrizione del Colosseo romano del Panteo e del Tempio Vaticano, opera di Neralco P.A.*, Niccolo Belevi, Ancona, 1763.
- [1764] Paolo Frisi, *Brevi considerazioni sopra la cupola del Duomo di Milano*, in *Scritti inediti di Paolo Frisi*, a cura di Arnaldo Masotti, in *Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze*, vol. LXXVIII (1944-45) fasc. I, pp. 3-12.
- [1764] Girolamo Fonda, *Elementi di architettura civile, e militare. Ad uso del Collegio Nazareno*, 2 voll., Stamperia Mainardi, Roma, 1764.
- [1770] Ermenegildo Pini, *Dell'Architettura. Dialoghi*, Stamperia Morelliana, Milano, 1770.
- [1771] Antonio Visentini, *Osservazioni, che servono di continuazione al trattato sopra gli errori degli architetti di Teofilo, Gallacini*, Giambattista Pasquali, Milano, 1812-22.
- [1773] Charles Augustine Coulomb, *Essai sur une application des regles de maximis at minimis a quelques problemes de statique, relatifs a l'architecture*, *Memoires de mathematique et de physique presentes a l'Academie Royale des Sciences par divers savans*, 7, Parigi, pp. 343-382.
- [1776] Pellegrino Antonio Orlandi, *Supplemento alla serie dei trecento elogi e ritratti degli uomini più illustri in pittura, scultura e architettura, o sia, Abecedario pittorico dall'origine delle belle arti a tutto l'anno MDCCLXXV, dedicato al Cavaliere Ferdinando Fuga*, Allegrini, Pisoni e Comp., Firenze, 1776.
- [1777] Paolo Frisi, *Istituzioni di meccanica, d'idrostatica, d'idrometria e dell'architettura statica e idraulica ad uso della regia scuola eretta in Milano per gli architetti e per gli ingegneri*, Giuseppe Galeazzi Regio stampatore, Milano, 1777.
- [1785] Lorenzo Mascheroni, *Nuove ricerche sull'equilibrio delle volte*, Bergamo, 1785.
- [1785] Francesco Milizia, *Memorie degli Architetti Antichi e Moderni. Quarta edizione accresciuta e corretta dallo stesso autore*, 3 voll., a spese Remondini di Venezia, Bassano, 1785, 4ª edizione Bologna 1827, ristampa, Bologna 1978.

- [1786] Andrea Memmo, *Elementi di architettura Lodoviana, ossia l'arte di fabbricare con solidità scientifica e con eleganza non capricciosa*, Pagliarini, Roma, 1786, ed. corretta e accresciuta dall'autore, Zara/Battara, Milano, 1833-34, 2 voll. Ristampa anastatica, Milano, 1973.
- [1788] Girolamo Masi, *Teoria e pratica di architettura civile per istruzione della gioventù specialmente romana*, Fulgoni, Roma, 1788.
- [1803] S. Ware, *A treatise of the properties of arches, and their abutments pierç*, London, 1803.
- [1826] Claude Louis Navier, *Resume des leçons données a l'Ecole des Ponts et Chaussées*, Paris, 1826, Saint Venant, Paris, 1864, terza edizione critica.
- [1833] C.L.M.H. Navier, *Resume des leçons données a l'Ecole des Ponts et Chaussées, sur l'application de la mécanique a l'établissement des constructions et des machines*, Parigi, 1833.
- [1840] E. Méry, *Sur l'équilibre des voutes en herceu*, Annales des Ponts et Chaussées, Parigi, 1840.
- [1875] Fuller G., *Curve of equilibrium for a rigid arch under vertical forces*, Proceedings Inst. Civ. Engineering, 40, pp. 143-164.
- [1879] Carlo Alberto Castigliano, *Théory sur l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications*, Augusto Federico del Negro, Torino 1879.
- [1875] Fuller, G., *Curve of equilibrium for a rigid arch under vertical forces*, Min. Proc. Instn. Civ. Engrs, 40, p.143, 1875.